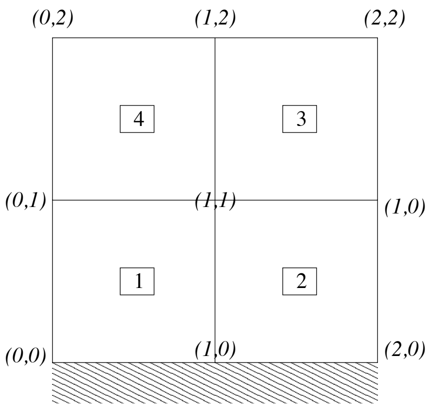
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica

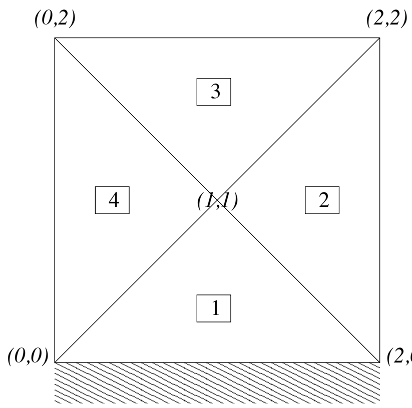
PME5425 – Métodos de Elementos Finitos de Alta Ordem com Aplicações em Mecânica dos Fluidos e Transferência de Calor
2º termo / 2017 – Professor: Bruno Souza Carmo

Lista de Exercícios 5

1. Usando o Nektar++, resolva um problema de projeção de Galerkin, $\mathbf{M}^e\hat{\mathbf{u}} = \hat{\mathbf{f}}$, onde $f(\boldsymbol{\xi}) = [\chi_1(\xi_1, \xi_2)]^6 \times [\chi_2(\xi_1, \xi_2)]^6$. Use as bases modais modificadas C^0, $P_1 = P_2 = 8$ e $Q_1 = Q_2 = 10$, e resolva cada um dos itens para um elemento quadrilateral de lados retos com vértices $(x_1^A; x_2^A) = (0; 0)$, $(x_1^B; x_2^B) = (1{,}0; 0{,}5)$, $(x_1^C; x_2^C) = (2{,}0; 1{,}0)$ e $(x_1^D; x_2^D) = (0{,}5; 1{,}0)$ e para um elemento triangular de lados retos com vértices $(x_1^A; x_2^A) = (0; 0)$, $(x_1^B; x_2^B) = (1{,}0; -0{,}5)$ e $(x_1^C; x_2^C) = (2{,}0; 1{,}0)$. Compare a solução numérica com $f(\xi_{1i}, \xi_{2j}) = [\chi_1(\xi_{1i}, \xi_{2j})]^6 \times [\chi_2(\xi_{1i}, \xi_{2j})]^6$.

2. Resolva um problema de projeção para um domínio multielementar, usando uma expansão de ordem $P = 6$, sendo a função projetada $f(x_1, x_2) = \cos x_1 \cos x_2$. Considere para cada item a malha de quatro quadriláteros e a malha triangular mostradas na figura abaixo. Determine a norma L^2 do erro na projeção, $\varepsilon = \left[\int_\Omega (u^\delta - f)^2 \,\mathrm{d}\mathbf{x}\right]^{1/2}$, para diferente ordens de polinômio $4 \leq P \leq 10$ e para diferentes discretizações uniformes nas direçoes x_1 e x_2. Trace um gráfico do erro em função da ordem do polinômio e em função do tamanho do elemento h para demonstrar a diferença entre as convergências h e p para um problema de solução suave.





3. Imponha condições de contorno essenciais (Dirichlet) na fronteira $x_2 = 0$ ($u(\partial\Omega_{\mathcal{D}}) = \cos x_1$) à solução dos problemas do exercício anterior (considere inicialmente as malhas fornecidas e $P = 6$). Verifique que a resposta converge para diferentes graus de polinômio e números de elementos no domínio.