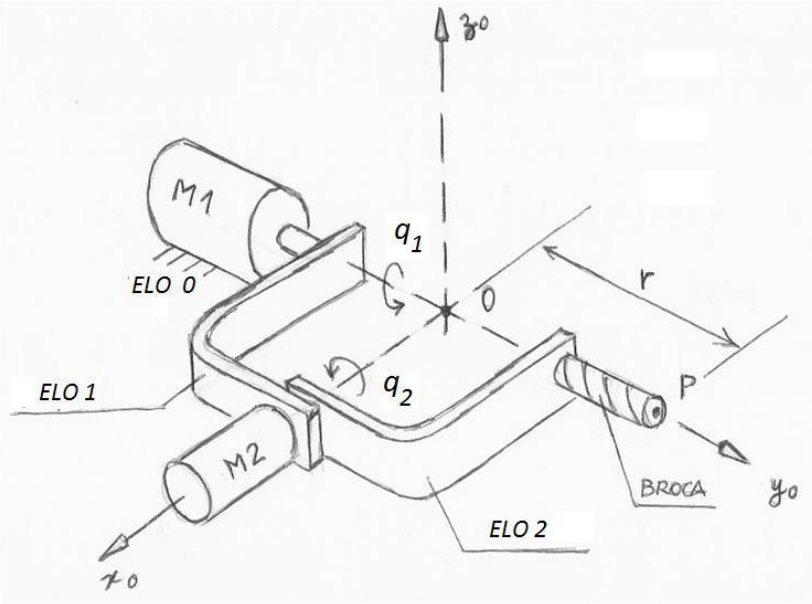
Análise cinemática 3D (parte 2)

Prof. Chi Nan **Pai**
MS-14
chinan.pai@usp.br

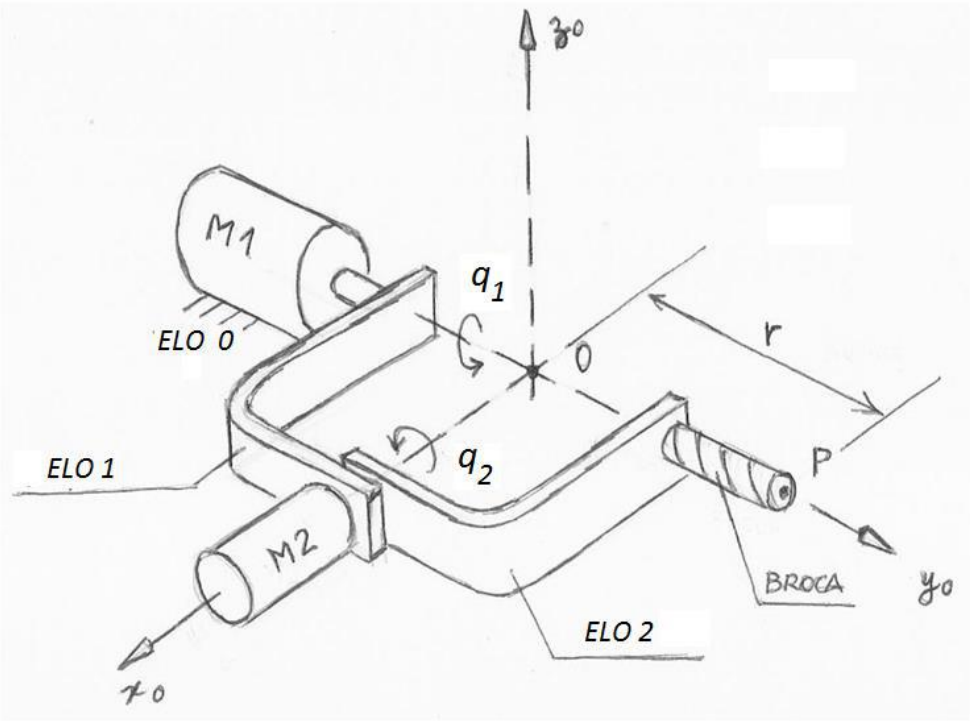
Exercício

A figura abaixo apresenta um robô a ser utilizado em operações de furação. Ele é formado por 3 elos: um fixo e dois móveis, conectados por duas juntas de rotação. O motor M1, fixo ao elo 0, movimenta o elo 1 em relação ao elo 0 impondo um deslocamento angular q_1, enquanto que o motor M2, fixo ao elo 1, movimenta o elo 2 em relação ao elo 1 impondo um deslocamento angular q_2. Observe que a estrutura mecânica do robô corresponde a um mecanismo esférico <u>*RR*</u> e que os sistemas de referência, $Ox_1y_1z_1$ e $Ox_2y_2z_2$, para descrição dos movimentos relativos entre as suas peças móveis, podem ser considerados coincidentes na configuração em que os ângulos q_1 e q_2 forem nulos.



Exercício

a) as matrizes de transformação homogênea entre os sistemas de referência 0 e 1, 1 e 2;

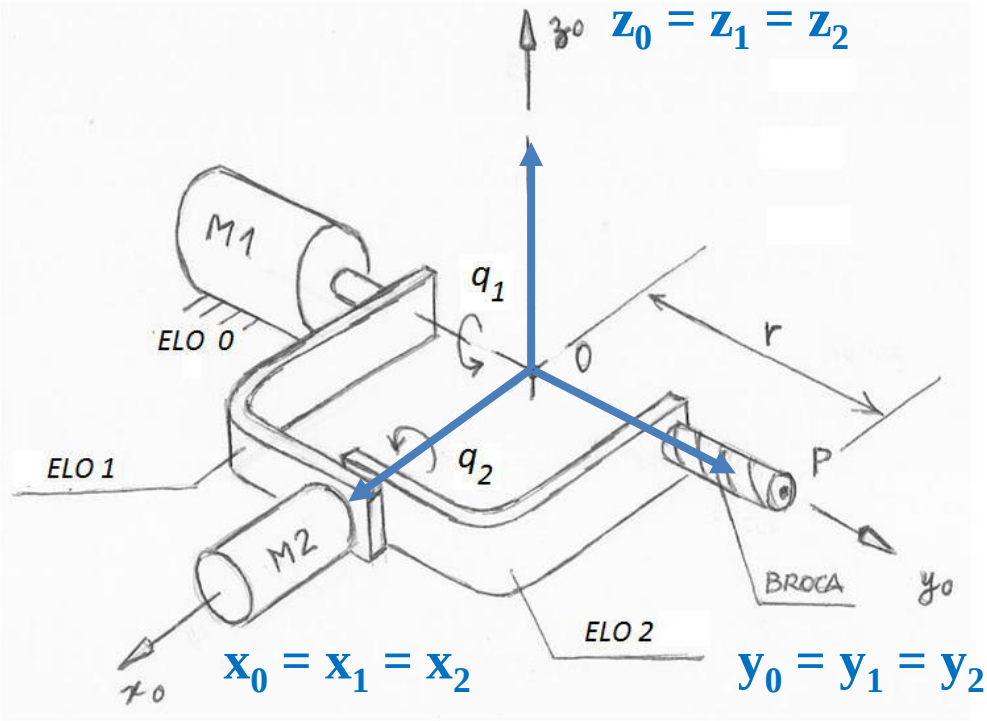


Exercício

a) as matrizes de transformação homogênea entre os sistemas de referência 0 e 1, 1 e 2;

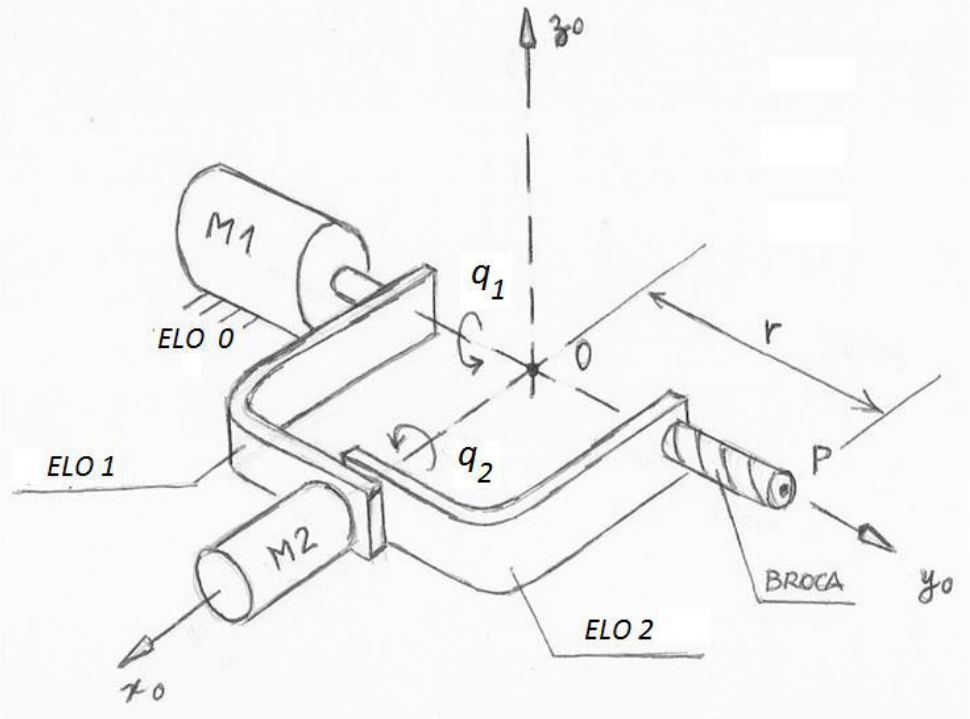
$$\left[\,{}^{0}T_1\right] = \begin{bmatrix} cq_1 & 0 & sq_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -sq_1 & 0 & cq_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\left[\,{}^{1}T_2\right] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & cq_2 & -sq_2 & 0 \\ 0 & sq_2 & cq_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Exercício

b) as equações para a determinação das coordenadas do ponto P em função dos ângulos *q1* e *q2*, e do parâmetro *r*



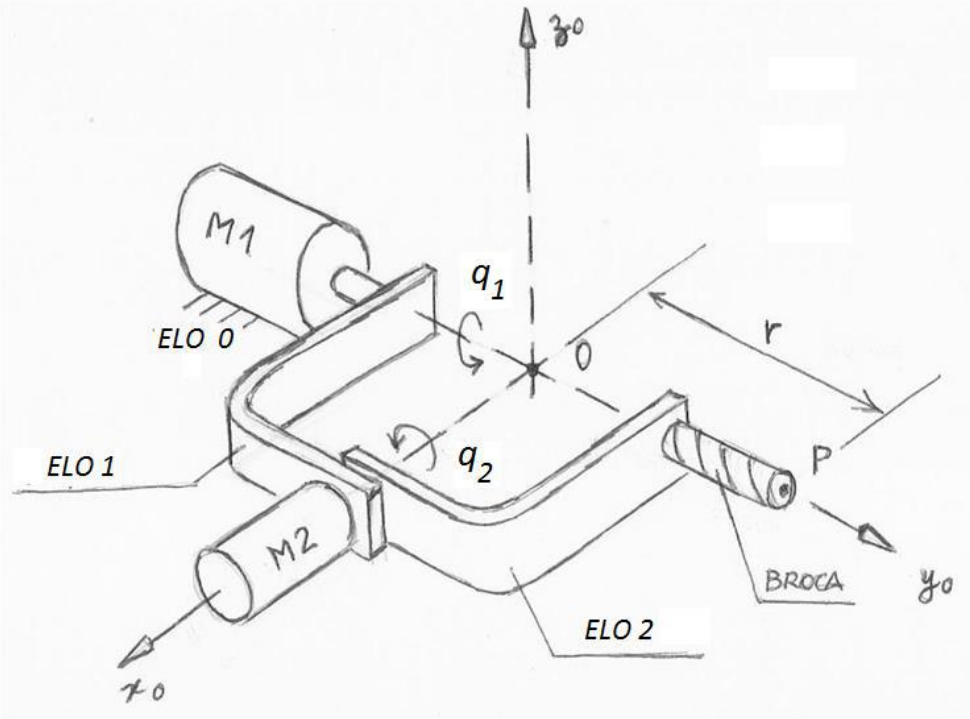
Exercício

b) as equações para a determinação das coordenadas do ponto P em função dos ângulos *q1* e *q2*, e do parâmetro *r*

$$\boxed{\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} sq_1 sq_2 r \\ cq_2 r \\ cq_1 sq_2 r \end{bmatrix}}$$

Exercício

c) Admitindo que *r* seja 0,3 m, calcule as coordenadas do ponto P correspondente à extremidade da broca, na configuração ocupada pelo robô em que *q1* e *q2* sejam, respectivamente, 30 e - 45 graus



Exercício

c) Admitindo que r seja 0,3 m, calcule as coordenadas do ponto P correspondente à extremidade da broca, na configuração ocupada pelo robô em que *q1* e *q2* sejam, respectivamente, 30 e - 45 graus

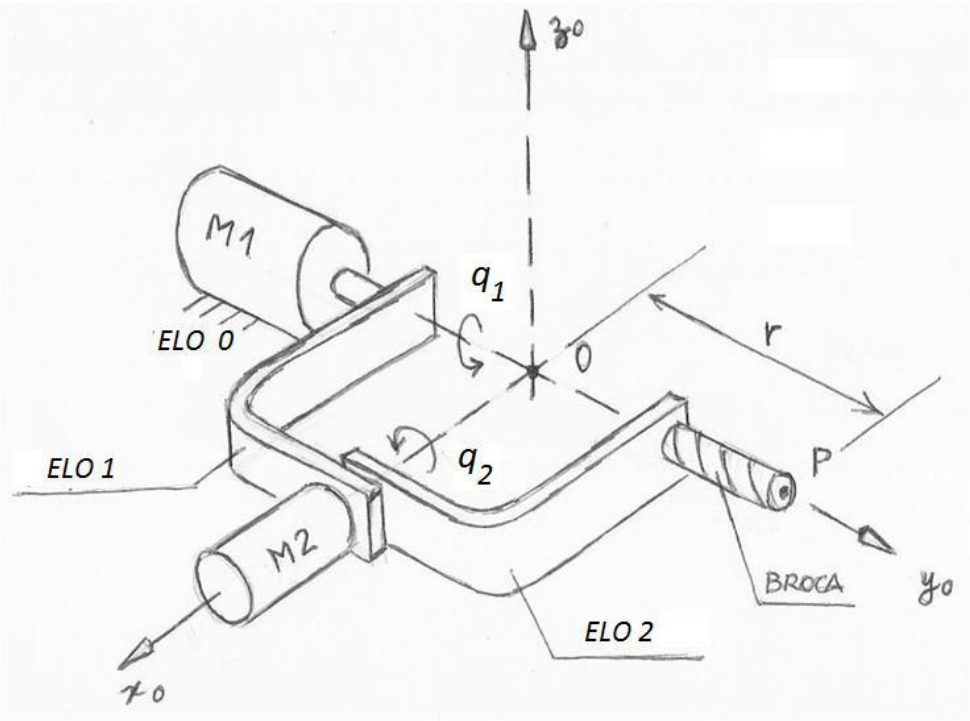
$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.11 \\ 0.21 \\ -0.19 \end{bmatrix}$$

ou

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.3\frac{\sqrt{2}}{4} \\ 0.3\frac{\sqrt{2}}{2} \\ -0.3\,\frac{\sqrt{6}}{4} \end{bmatrix}$$

Exercício

d) o vetor velocidade do ponto P em função de r , q_1, q_2, $\dot{q}_1$ e $\dot{q}_2$



Exercício

d) o vetor velocidade do ponto P em função de r , q_1, q_2, $\dot{q}_1$ e $\dot{q}_2$

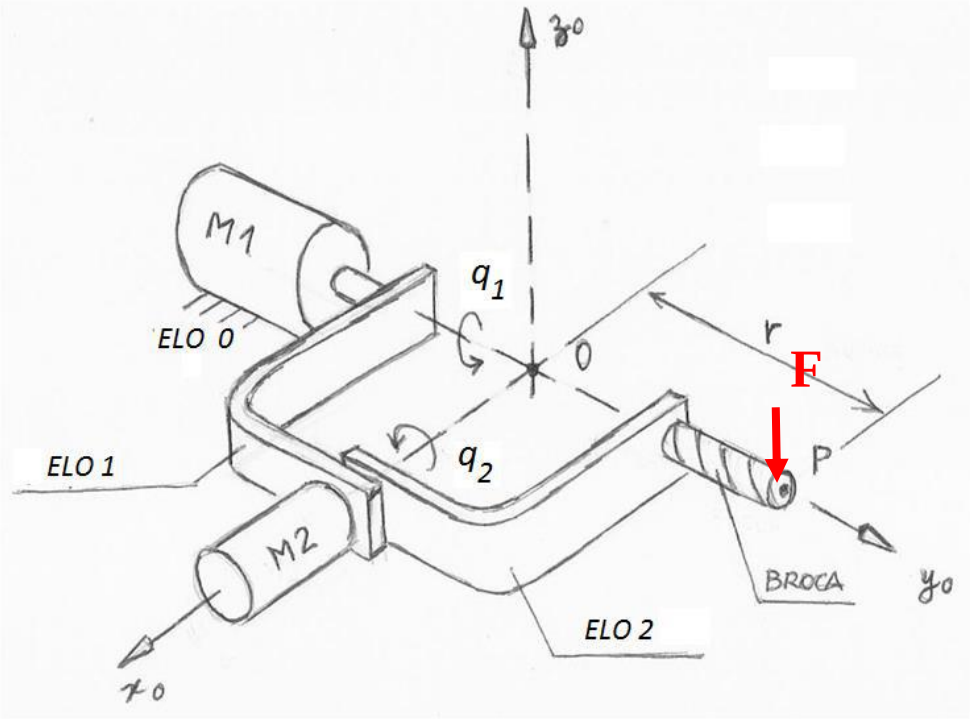
$$\boxed{\frac{dx_0}{dt} = rb(\dot{q}_1 cq_1) + ra(\dot{q}_2 cq_2) = r(\dot{q}_1 cq_1 sq_2 + \dot{q}_2 sq_1 cq_2)}$$

$$\boxed{\frac{dy_0}{dt} = -r\dot{q}_2 sq_2}$$

$$\boxed{\frac{dz_0}{dt} = rb(-\dot{q}_1 sq_1) + ra(\dot{q}_2 cq_2) = r(-\dot{q}_1 sq_1 sq_2 + \dot{q}_2 cq_1 cq_2)}$$

Exercício

e) empregando o método de Newton-Euler, determine os torques dos motores $\tau_1 \mathbf{j_0}$ e $\tau_2 \mathbf{i_1}$, necessários para suportar a carga $F=-F\mathbf{k_2}$, aplicada sobre o ponto P. Resolva considerando a hipótese de equilíbrio estático



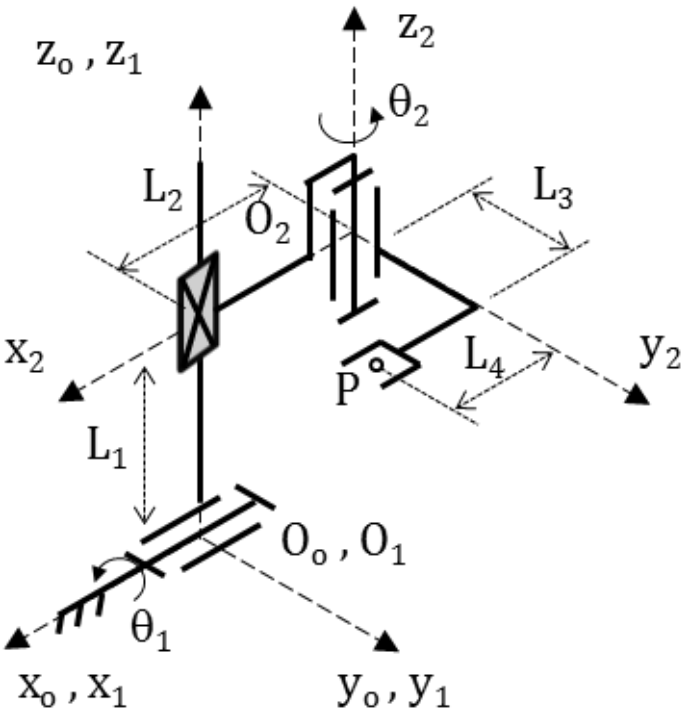
Exercício

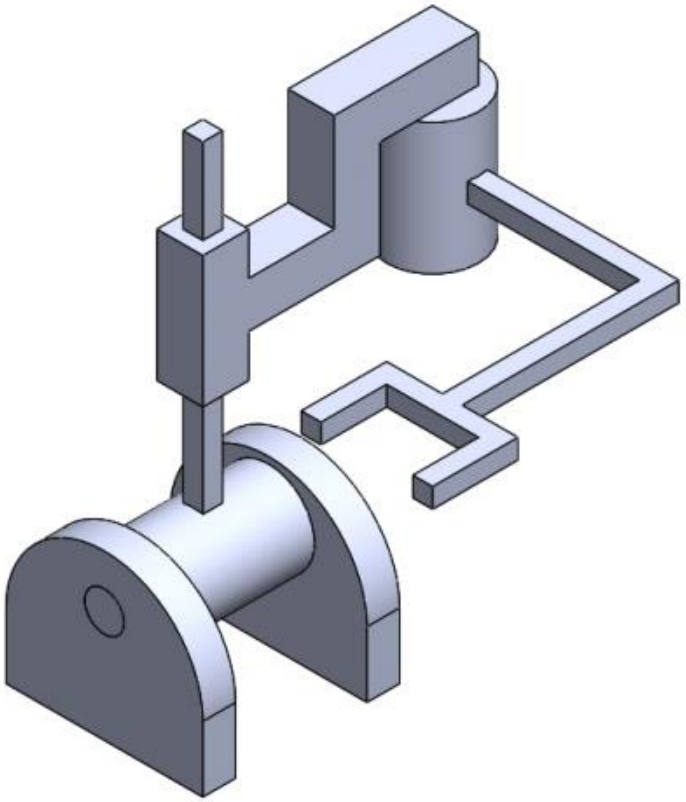
e) empregando o método de Newton-Euler, determine os torques dos motores $\tau_1\mathbf{j_0}$ e $\tau_2\mathbf{i_1}$, necessários para suportar a carga F = -F$\mathbf{k_2}$, aplicada sobre o ponto P. Resolva considerando a hipótese de equilíbrio estático

$$\boxed{\begin{aligned}\tau_2 &= Fr \\ \tau_1 &= 0\end{aligned}}$$

Exercício

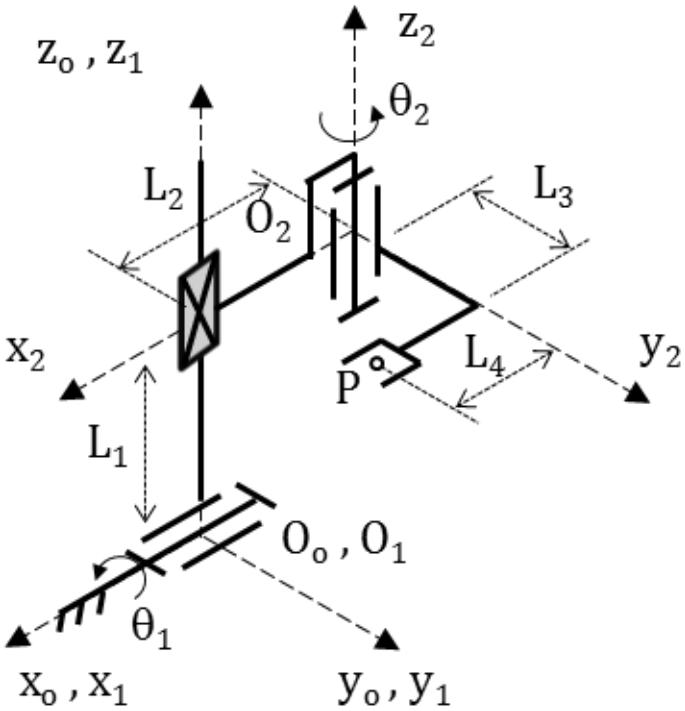
A figura abaixo apresenta um mecanismo tridimensional RPR, de cadeia cinemática aberta, com mobilidade igual a 3. Para a análise, adotam-se os sistemas de referência $O_0x_0y_0z_0$ (fixo ao elo imóvel), $O_1x_1y_1z_1$ (fixo ao elo 1) e $O_2x_2y_2z_2$ (fixo ao elo 3). Determine:





Exercício

a) literalmente, as matrizes de transformação homogêneas $[\,^{0}T_1]$ e $[\,^{1}T_2]$

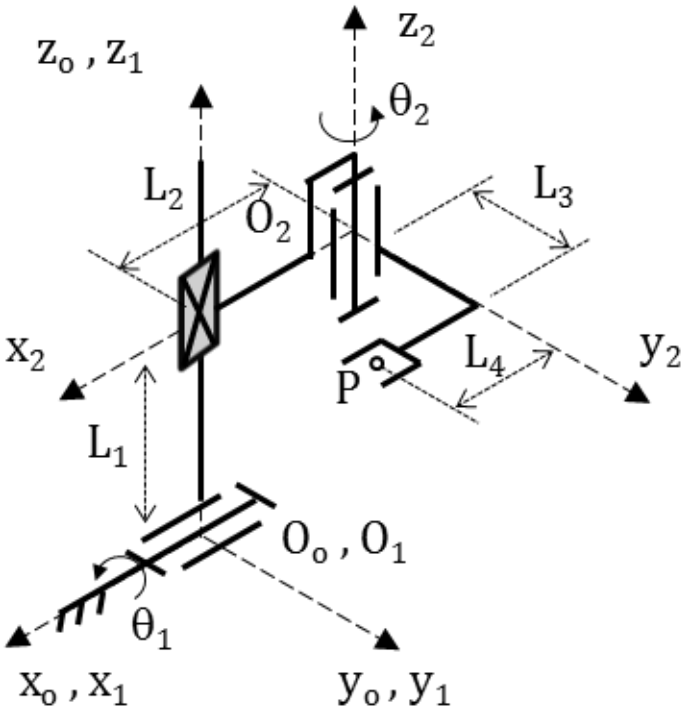


Exercício

a) literalmente, as matrizes de transformação homogêneas $[\,^{0}T_1]$ e $[\,^{1}T_2]$

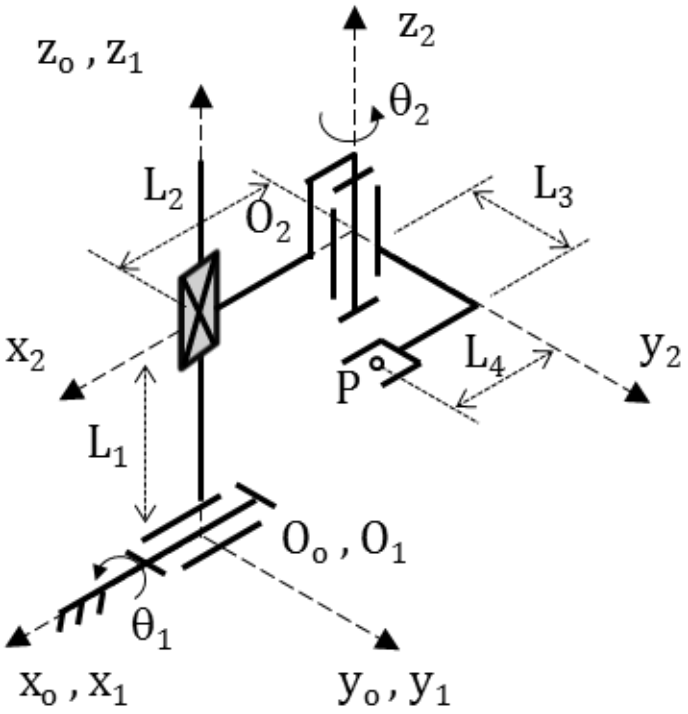
$$[\,^{0}T_1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 \\ 0 & s\theta_1 & c\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[\,^{1}T_2] = \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & -L_2 \\ s\theta_2 & c\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Exercício

b) literalmente, as coordenadas do ponto P, em relação à base 2 e à base 0



Exercício

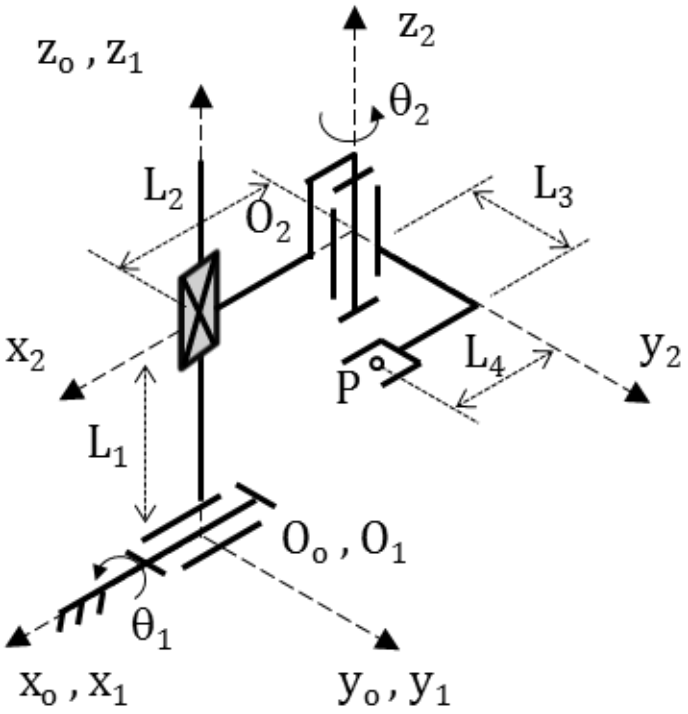
b) literalmente, as coordenadas do ponto P, em relação à base 2 e à base 0

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_4 \\ L_3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_4 c\theta_2 - L_3 s\theta_2 - L_2 \\ L_4 c\theta_1 s\theta_2 + L_3 c\theta_1 c\theta_2 - L_1 s\theta_1 \\ L_4 s\theta_1 s\theta_2 + L_3 s\theta_1 c\theta_2 + L_1 c\theta_1 \end{bmatrix}$$

Exercício

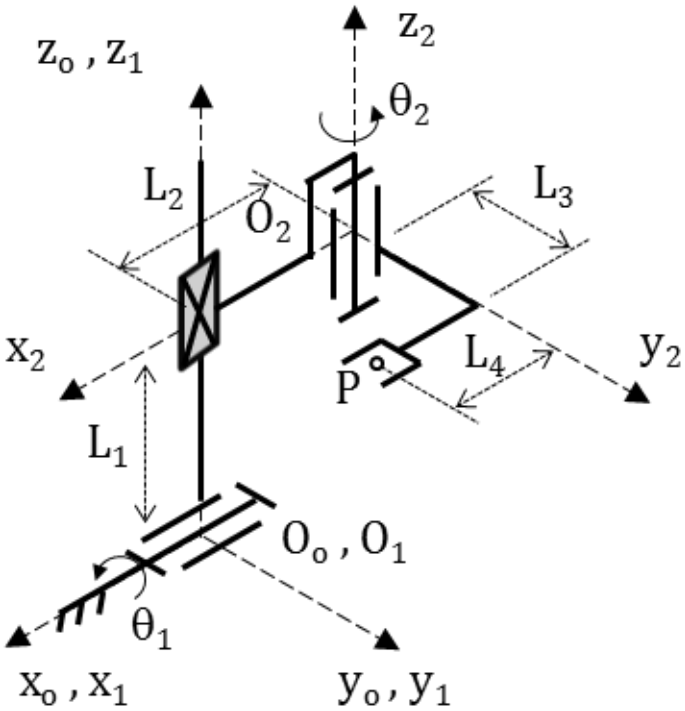
c) numericamente, as coordenadas do ponto P, em relação à base 0, na configuração θ1 = 45 graus, L1 = L2 = L3 = 1 m, θ2 = 90 graus.



Exercício

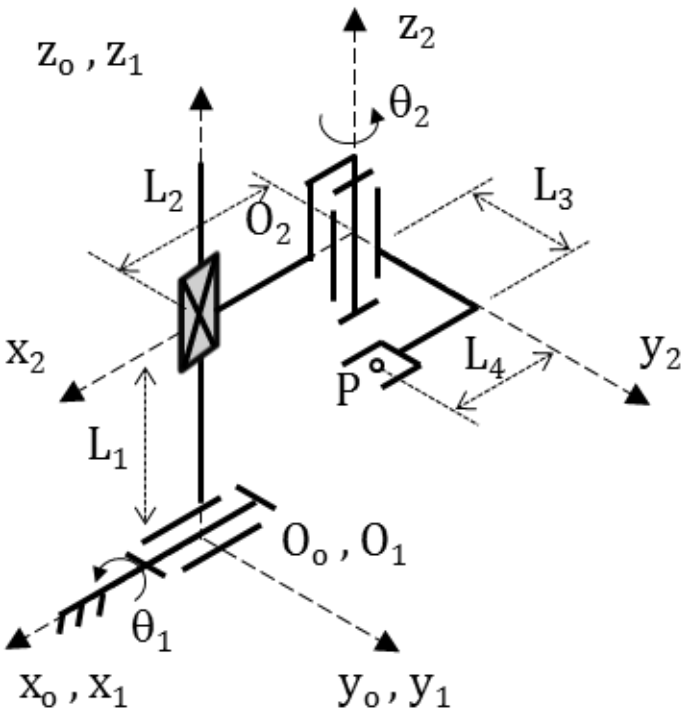
c) numericamente, as coordenadas do ponto P, em relação à base 0, na configuração θ1 = 45 graus, L1 = L2 = L3 = 1 m, θ2 = 90 graus.

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ \sqrt{2} \end{bmatrix}$$



Exercício

d) o torque $\tau_1 i_1$, a força $f_2 k_2$ e o torque $\tau_2 k_2$, correspondentes aos 3 atuadores instalados nas juntas R, P e R, respectivamente, para manter o mecanismo em equilíbrio estático pela ação de uma força -5N k_2, aplicada em ponto P, na configuração do item “c”



Exercício

d)

$\boxed{\tau_1 = 2{,}5 \text{ Nm}}$ $\boxed{\tau_2 = -2{,}5 \text{ Nm}}$

$\boxed{f_2 = 5 \text{ N}}$