



Autômatos Celulares,

Fernando F. Ferreira
EACH-USP



Autômato Celular

- O autômato celular é um sistema dinâmico, onde o tempo e o espaço são **discretos**.

- O sistema é dividido em **células**, seus elementos básicos. Tais células possuem um conjunto finito de estados predefinidos e um conjunto de condições necessárias para a mudança de estados.

Os estados das células são alterados conforme um conjunto de **regras de transição**. Tais regras de transição são baseadas no estado atual da célula e de suas vizinhas. É válido ressaltar que os estados são alterados ao mesmo tempo para todas as células.

Por exemplo, o estado da célula c_i no tempo t , depende apenas do seu estado e dos estados das células vizinhas no tempo $t-1$. A vizinhança das células são definidas local e uniformemente (se uma célula tem n vizinhos, todas as células terão).



Autômato Celular

- O autômato celular é uma representação matemática de um sistema definido por um conjunto de elementos discretos que interagem localmente. Em outras palavras, são objetos computacionais que existem em um espaço e tempo concebido. Estes objetos podem exibir uma característica importante dentre muitas que chamamos de **estados**. Vamos chamar os objetos de células.
- Estas células podem mudar de estado de acordo com o seu estado e o **estado das suas vizinhas** (número de células é discreto)
- Para evoluir (dinâmica) cada célula executa um conjunto de regras pré-definidas . São as chamadas **regras de transição**.
- O tempo evolui em uma escala discreta

∴ Autômato Celular: característica

- ▶ Paralelismo: atualização autônoma
- ▶ Localidade: atualização depende da posição
- ▶ Homogeneidade: regras iguais para todos



Autômato Celular

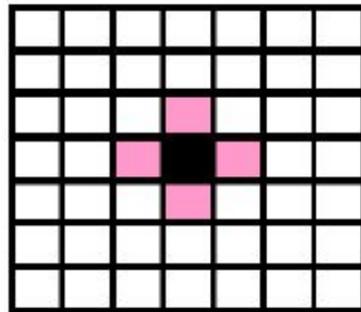
- Na prática, cada célula é um computador com memória finita, ou seja, uma máquina de estados finitos que produz uma saída a partir de entradas que ela recebe de um conjunto de células vizinhas e do seu próprio estado.
- Vamos discutir a seguir os ingredientes ou componentes dos autômatos celulares:

**Topologias, vizinhancas,
estados e regras de transição**

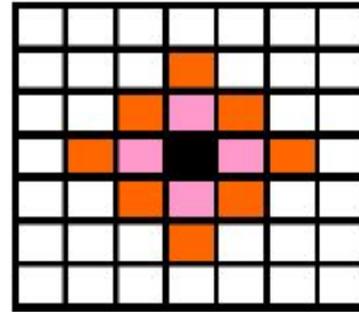


Autômato Celular

Vizinhanças

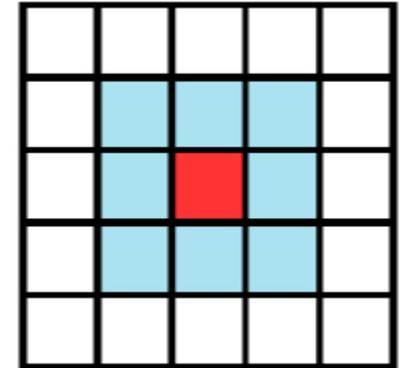


(a)



(b)

Figura: Neumann

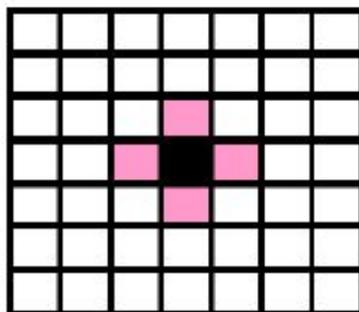


Moore

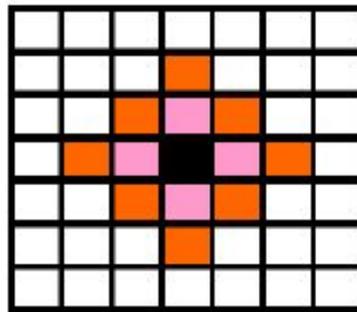


Autômato Celular

Vizinhanças



(a)



(b)

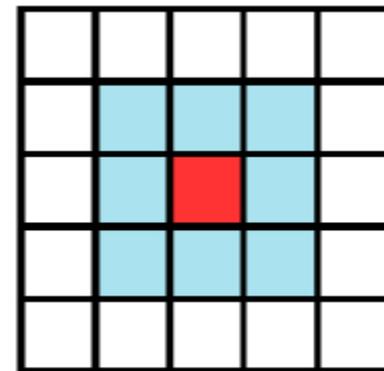
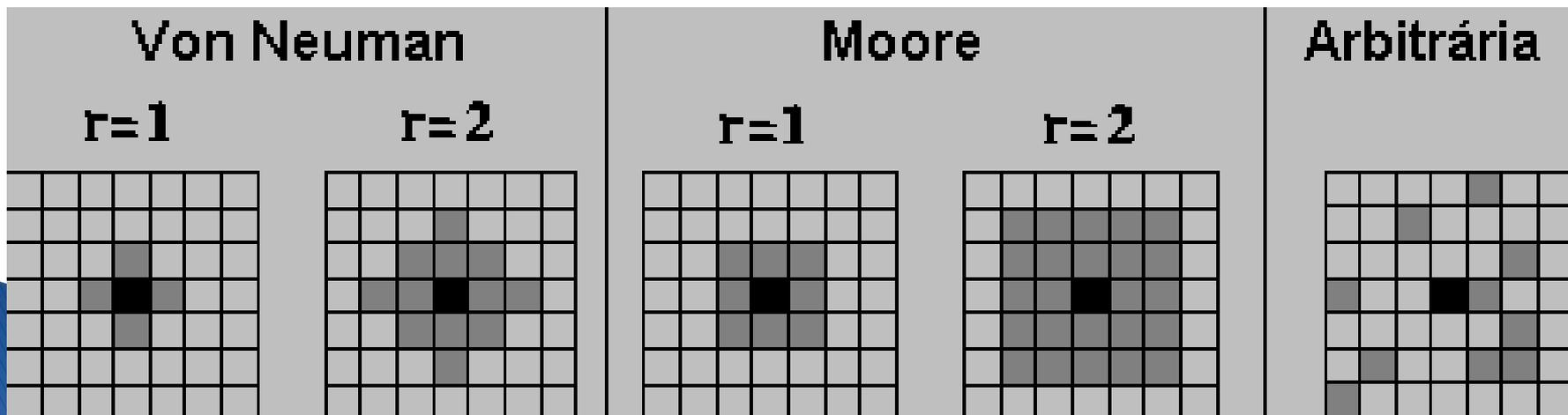


Figura: Neumann

Moore

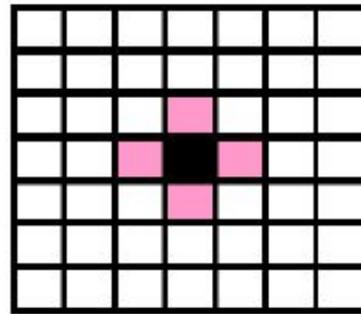
Topologias



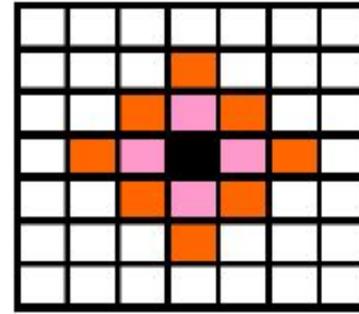


Autômato Celular

Vizinhanças



(a)



(b)

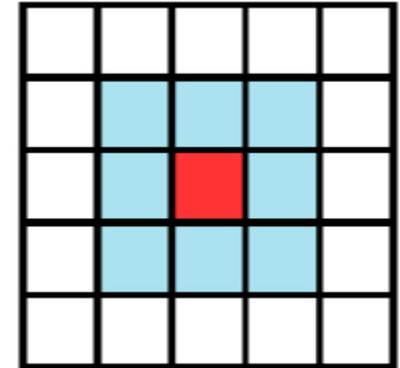
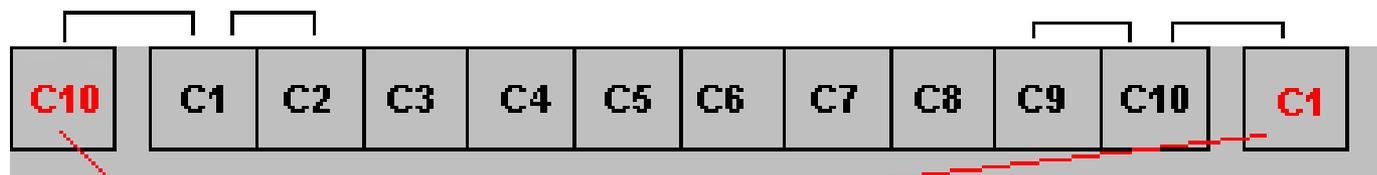


Figura: Neumann

Moore

Topologias



Condição de contorno periódica



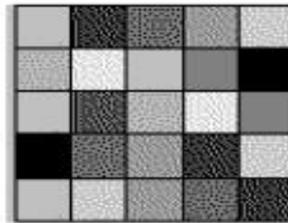
Autômato Celular

✓ Geometria da rede

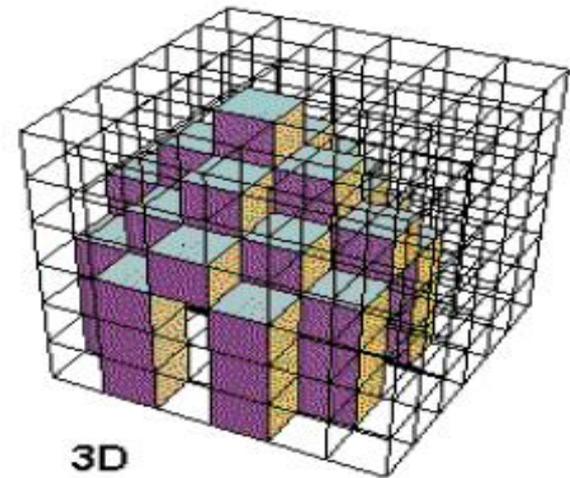
- Dimensão:



1D



2D



3D

O espaço de um autômato celular pode ser interpretado como um universo governado por uma regra onde muitos componentes simples ao atuarem juntos produzem complicados comportamentos.



Autômato Celular

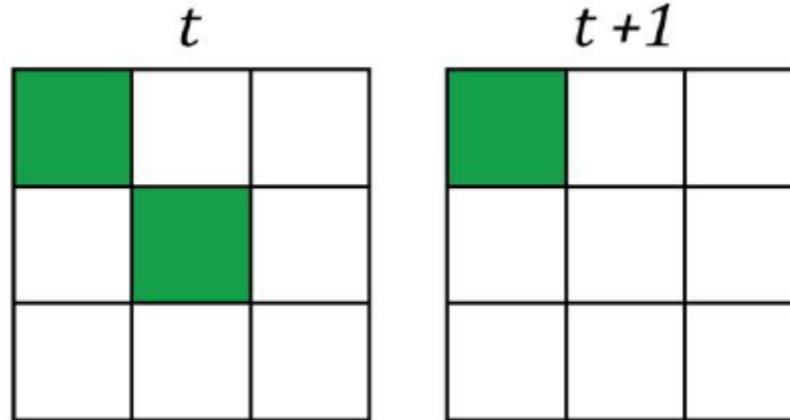
Estados: Os estados são definidos em função do problema em estudo. Exemplos:

- células vivas ou mortas $s = 0$ ou 1 (sítios vazios ou ocupados).
- Estado Suscetível, infectado, Recuperado e Morto $s=1,2,3$ e 4 .
- vegetação nativa, área reflorestada, área devastada $s=1,2$ ou 3
- Casas, indústrias, plantações, rios, estradas $s=1,2,3$ ou 4



Autômato Celular

Regras de Transição : as regras de transição são determinísticas ou Probabilísticas e dependem do estado da célula central e de suas vizinhas, veja



Em geral, conta-se o número de células ao redor da célula central que estão em um dado estado e define o próximo estado dela em função dessa soma e do estado da própria célula central.



Autômato Celular probabilístico

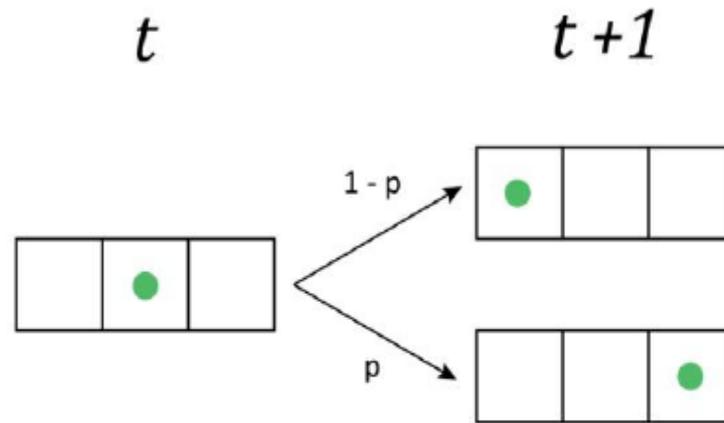
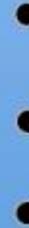
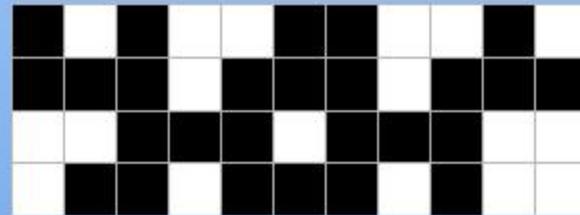
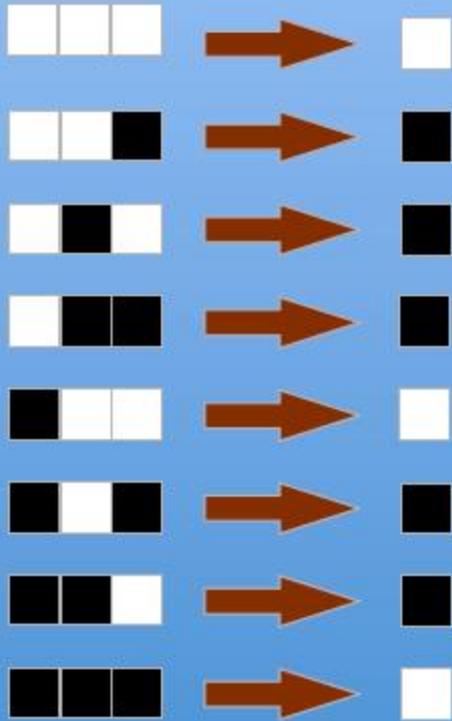


Figura 3.6. Regras não determinísticas: No instante t a partícula se desloca para a direita e no instante $t + 1$ ela pode continuar se movendo para a direita ou mudar a sua direção de acordo com a probabilidade (COLOMBO, 2011).

ATUALIZAÇÃO SÍNCRONA

One-dimensional, two states (black and white)

Rule:



Rule:

 → 2 possibilities

 → 2 possibilities

 → 2 possibilities

 → 2 possibilities

 → 2 possibilities

 → 2 possibilities

 → 2 possibilities

 → 2 possibilities

Total: $2 \times 2 = 2^8$
= 256 possible ECAs

Wolfram numbering:

Rule:

□ □ □	→	□	0
□ □ ■	→	■	1
□ ■ □	→	■	1
□ ■ ■	→	■	1
■ □ □	→	□	0
■ □ ■	→	■	1
■ ■ □	→	■	1
■ ■ ■	→	□	0

0 1 1 0 1 1 1 0

Interpret this as an integer in base 2:

$$\begin{aligned} & (0 \times 2^7) + (1 \times 2^6) + (1 \times 2^5) + (0 \times 2^4) \\ & + (1 \times 2^3) + (1 \times 2^2) + (1 \times 2^1) + (0 \times 2^0) \\ & = 110 \end{aligned}$$

“Rule 110”

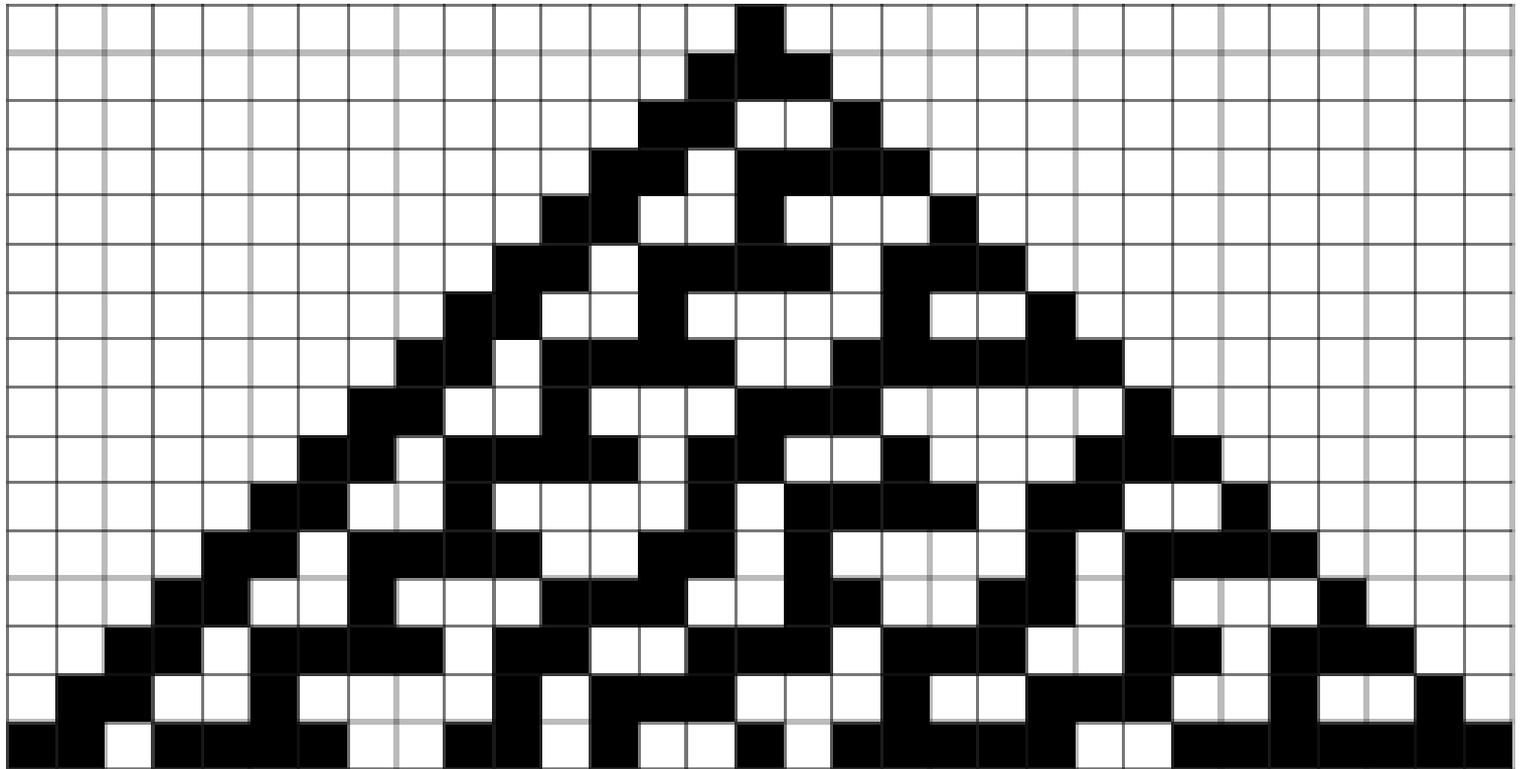
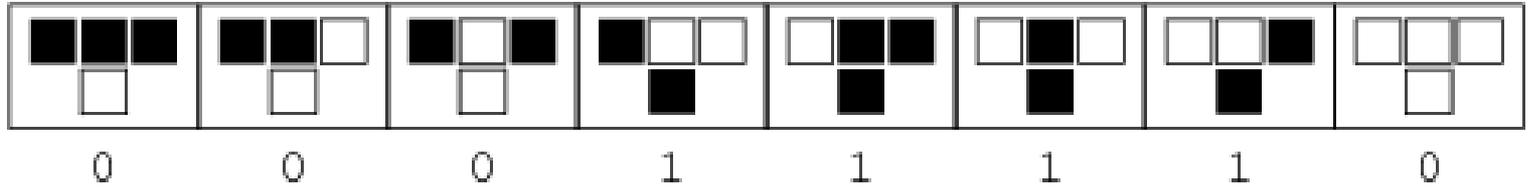


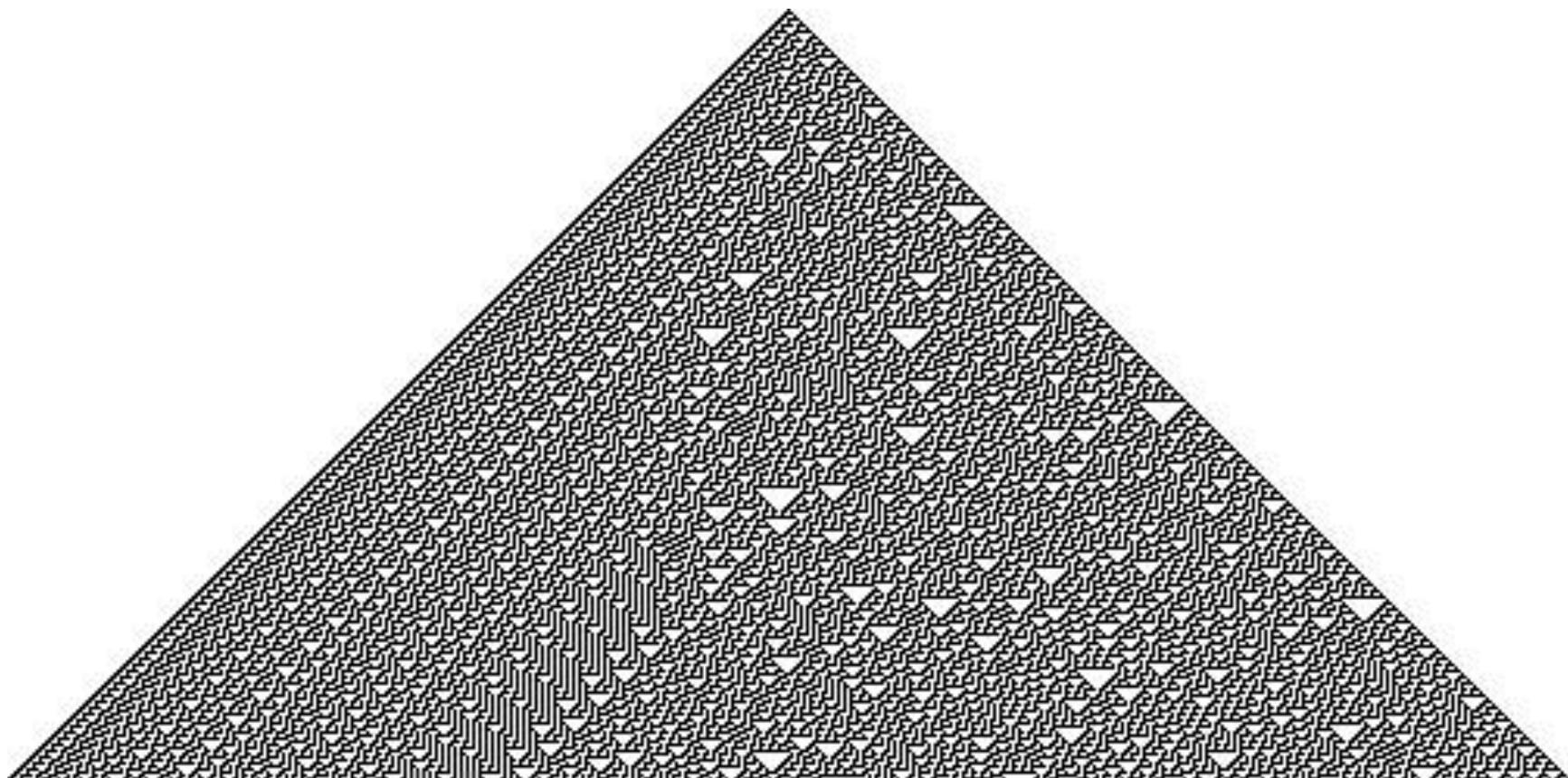
Regras Wolfram

Os Autômatos Celulares determinísticos em uma dimensão foram profundamente estudados por Wolfram [16]. A idéia básica era encontrar os estados correspondentes para a atualização de cada célula no instante $t+1$ baseado nos valores da sua vizinhança (à sua esquerda, à direita e o seu próprio valor). Sendo o número de regras possíveis dado por k^z para k estados e z vizinhos considerados. Tem-se $2^{2^3} = 256$ regras de definem diferentes Autômatos Celulares. Essa família de 256 Autômatos Celulares elementares é conhecida como “regras de Wolfram”, e os números associados com cada regra como “notação de Wolfram” [16].

Regras de Transição de Wolfram.

rule 30





111

110

101

100

011

010

001

000

$a_{n-1}^t a_i^t a_{i+1}^t$

$\leftarrow F$

0

1

0

1

1

0

1

0

$\leftarrow a_i^{(t+1)}$



$$0 \times 2^7 + 1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 =$$

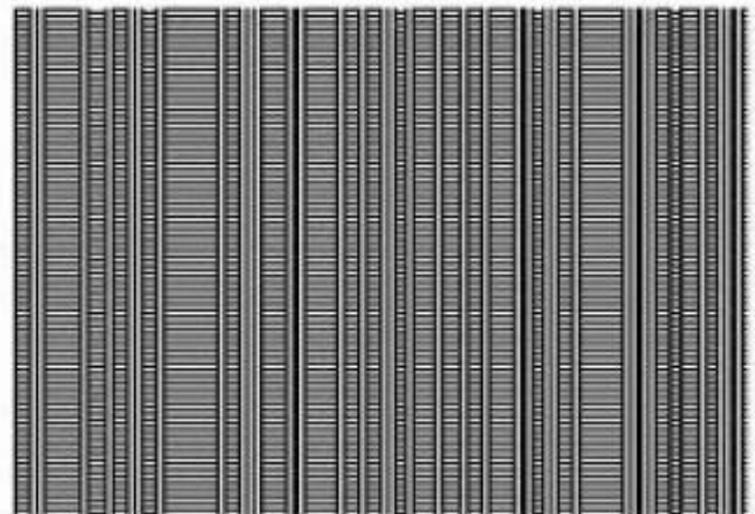
90 \leftarrow número da regra

Padrões Espaço-temporais

1. Classe I: A evolução temporal leva o autômato celular a um estado homogêneo, no qual todas as células atingem um mesmo valor (pontos fixos). Ver Figura 1-a.
2. Classe II: A evolução no tempo leva o autômato celular a um estado estável e periódico no tempo e espacialmente não homogêneo, ou seja, no qual nem todas as células possuem o mesmo valor. Ver Figura 1-b.



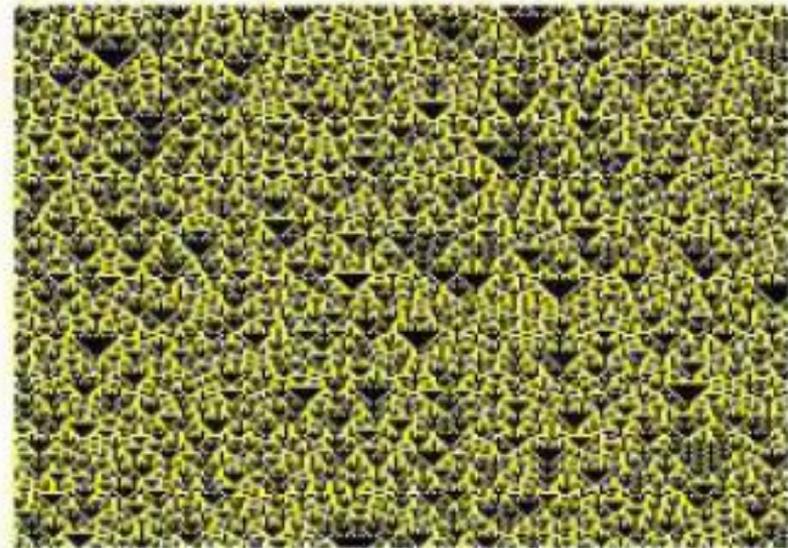
(a)



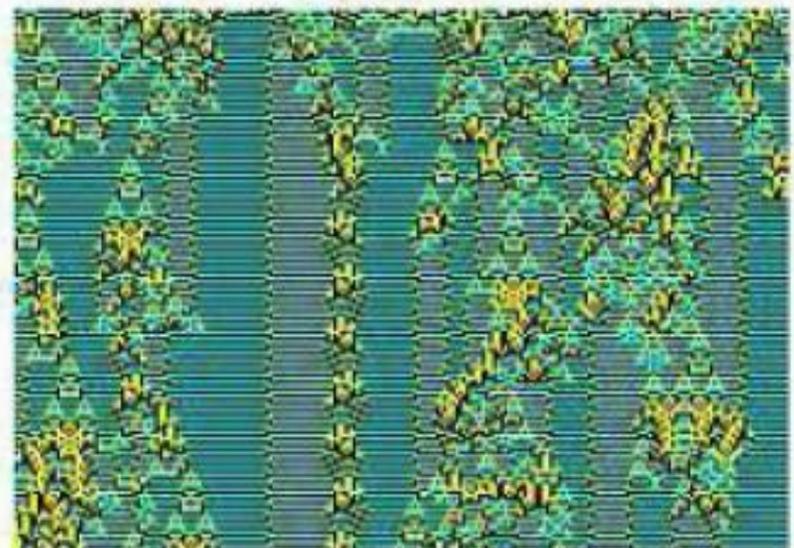
(b)

Padrões Espaço-temporais

3. Classe III: A evolução no tempo leva o autômato celular a um estado desordenado, não possuindo padrão reconhecível. Ver Figura -c.
4. Classe IV: A evolução no tempo leva o autômato celular a gerar estruturas complexas com evolução imprevisível, que podem se propagar, criar e/ou aniquilar outras estruturas. Essa evolução complexa pode ocorrer após intervalos de tempo relativamente grandes. Ver Figura -d.



(c)



(d)

A existência de somente quatro classes qualitativas indica, segundo Wolfram, a universalidade do comportamento do autômato celular e muitas de suas características dependem somente da classe que o autômato pertence e não de detalhes precisos da sua evolução [7, 15].

Wolfram's Four Classes of CA Behavior



Class 1: Almost all initial configurations relax after a transient period to the same fixed configuration.



Class 2: Almost all initial configurations relax after a transient period to some fixed point or some periodic cycle of configurations, but which one depends on the initial configuration.



Class 3: Almost all initial configurations relax after a transient period to chaotic behavior. (The term "chaotic" here refers to apparently unpredictable space-time behavior.)



Class 4: Some initial configurations result in complex localized structures, sometimes long-lived.

Automato Celular com Sistema Dinâmico

Langton's *Lambda* parameter as a proposed control parameter for CAs

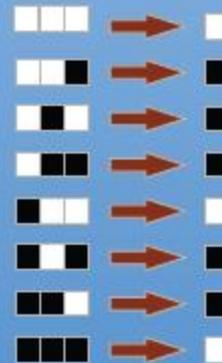


Chris Langton

For two-state (black and white) CAs:

Lambda = fraction of black output states in CA rule table

For example:



$$\textit{Lambda} = 5/8$$

Langton's hypothesis:

“Typical” CA behavior (after transients):

fixed point periodic chaotic periodic fixed-point



(for two-state CAs)

Lambda is a better predictor of behavior for neighborhood size > 3 cells



Autômato Celular

Aplicações de autômatos celulares:

- a) Jogo da vida
- b) segregação
- c) propagação de epidemias
- d) propagação do fogo
- e) presa vs predador
- f) Recuperação de imagens
- g) Uso e ocupação do solo
- h) dinâmica do cancer



Autômato Celular

Jogo da Vida proposto por J. Conway finais 60's

A idéia básica é que um ser vivo precisa de outros seres vivo para sobreviver e procriar. Contudo, o excesso de densidade populacional provoca a morte devido a escassez de comida.

Estados: cada célula pode estar no estado vivo ou morto

Vizinhança: tipo Moore

Todos os estados são atualizados a cada interação



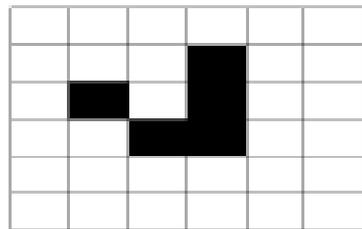
Autômato Celular

Regras: leis genéricas de Conway

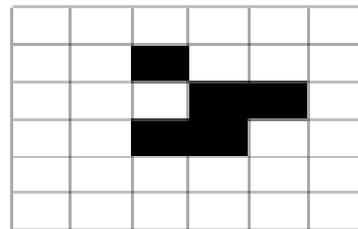
- 1) Uma célula viva com 2 ou 3 vizinhos vivos permanece viva
- 2) Uma célula viva com 1 ou 0 vizinhos vivos morre
- 3) Uma célula viva com 4 ou mais vizinhos vivos morre
- 4) Uma célula morta com exatamente 3 vizinhos vivos, renasce

<http://www.bitstorm.org/gameoflife/>

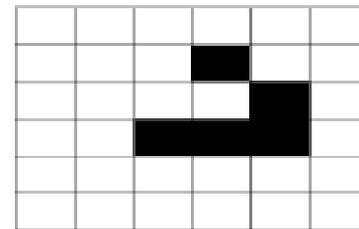
<https://www.youtube.com/watch?v=C2vgICfQawE>



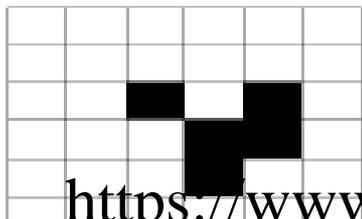
t = 0



t = 1



t = 2



t = 4?

<https://www.youtube.com/watch?v=C2vgICfOawE>



Autômato Celular

Modelo e Schelling: segregação

O conceito de segregação remete à noção de afastamento ou isolamento entre grupos populacionais de características étnico-culturais ou econômicas distintas

Neste modelo, os indivíduos de um determinado grupo social manifestam preferências quanto ao número de integrantes de outros grupos que é tolerado na vizinhança imediata, de forma a motivar mudanças residências quando as condições forem violadas



Autômato Celular

Modelo e Schelling: segregação

Estados: cada célula pode estar no estado preto, azul ou vermelho (preto é vazio e colorido são grupos distintos)

Condição inicial: preto= 10%, azul 45% , vermelho 45%

Vizinhança: tipo Moore, 1

Todos os estados são atualizados a cada interação

Regras: Os indivíduos são considerados felizes se eles tiverem pelo menos $T=3$ vizinhos do mesmo tipo que ele. Caso isso não ocorra, ele muda para uma célula vazia.



Autômato Celular

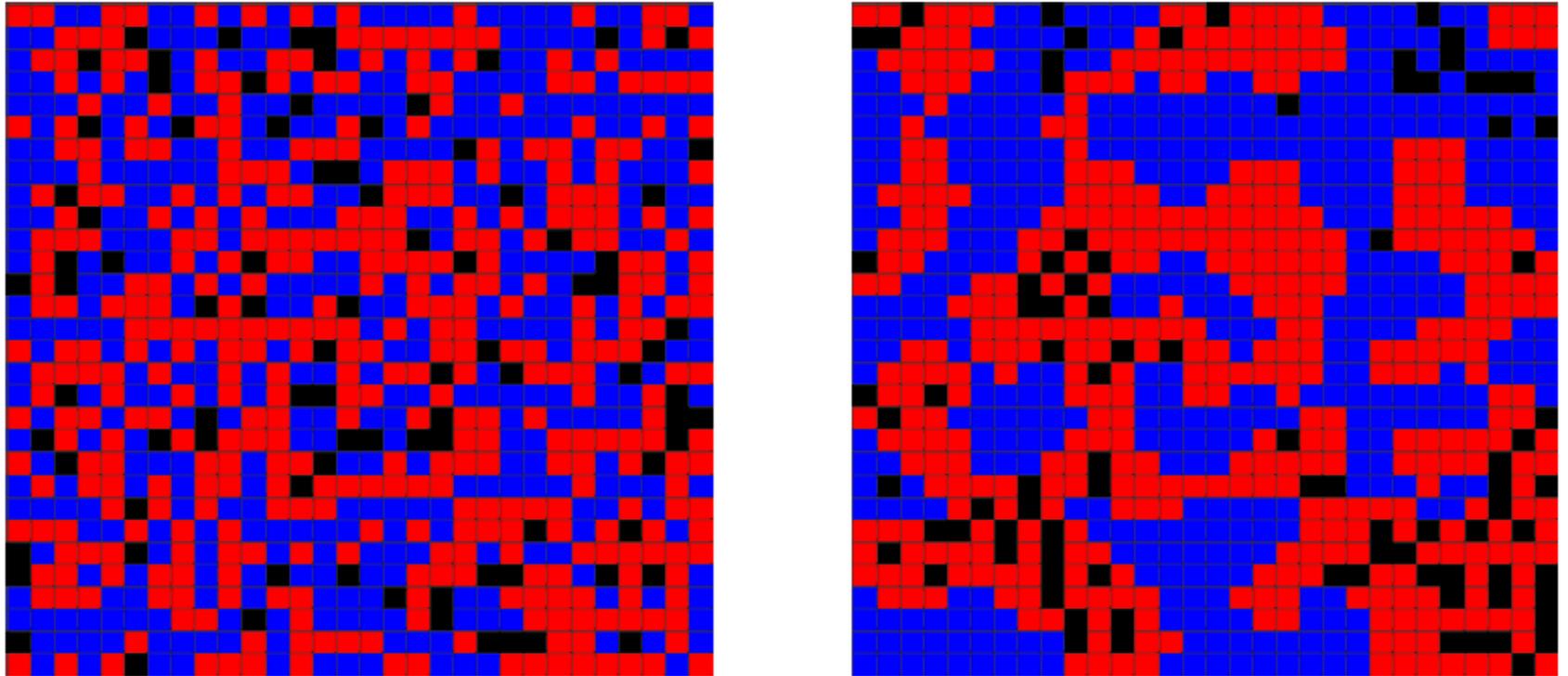


Figure 1. Schelling's segregation model at the beginning and end of the simulation

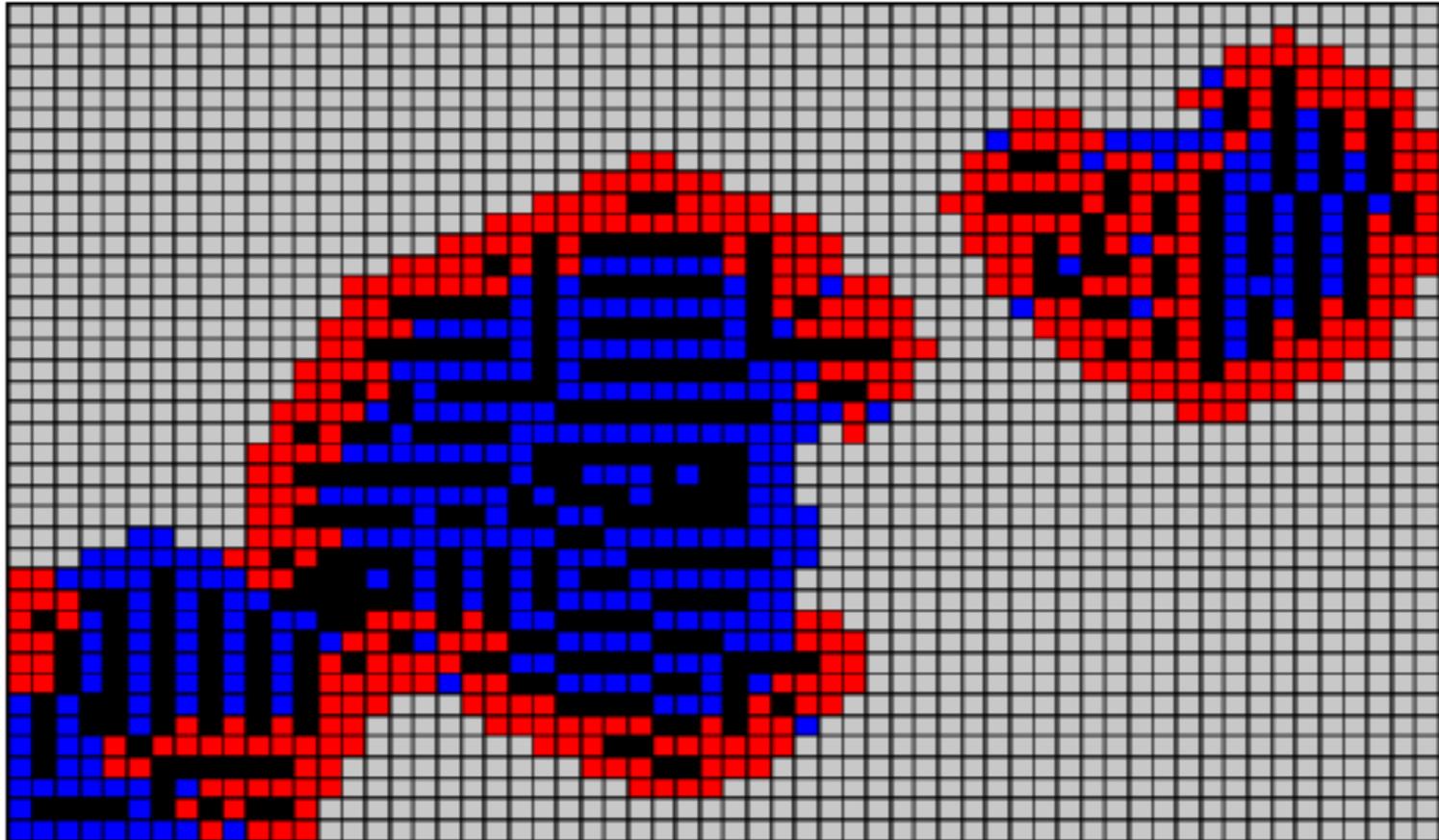
Fonte: Cederman e Girardin, 2005.

<http://www.pnas.org/content/105/11/4109.full#sec-2>



Autômato Celular

- ✓ Modelagem de um autômata celular bidimensional para propagação de um vírus;
- ✓ Baseado em probabilidades de infecção e recuperação [CERQUEIRA, 2011];
- ✓ A vizinhança considerada foi a Vizinhança de Moore (oito vizinhos);
- ✓ População de indivíduos Suscetíveis (S), Infectados (I), Recuperados (R) e Mortos (M) - Quatro estados possíveis;
- ✓ Os indivíduos S têm uma probabilidade, P_i , de serem infectados de acordo com $P_i(v) = \frac{v}{V}$. Onde v é a quantidade de vizinhos infectados e V é o número total de vizinhos;
- ✓ De acordo com a vizinhança, indivíduos infectados podem se recuperar e suscetíveis se infectar.



Azul – infectado

Veremelho- Suceptivel

Preto -Morto

Regras para Propagação do Fogo em Florestas

As regras eram as seguintes:

1. uma árvore em chama, torna-se uma célula vazia (solo exposto);
2. uma árvore torna-se uma árvore em chama se pelo menos uma das suas vizinhas mais próximas está em chama;
3. uma árvore cresce com probabilidade p em uma célula vazia;
4. uma árvore sem uma vizinha próxima em chamas torna-se uma árvore em chamas com probabilidade f (combustão espontânea)



Outras Aplicações

- Evolução de epidemias
- Congestionamento
- Crescimento urbano
- Formação de estruturas cristalinas
- Colonias de formigas
- Criptografia
- Reações químicas
- Regulação gênica

<https://www.youtube.com/watch?v=YeuLcEZOth8>

<https://www.youtube.com/watch?v=C2vgICfQawE>

<https://www.youtube.com/watch?v=1X-gtr4pEBU>

<https://www.youtube.com/watch?v=GbRgnIwMi4w>

<https://vimeo.com/109313030>

<https://www.youtube.com/watch?v=FQ7LNtmVEAM>

<http://iinwww.ira.uka.de/ca/books.html>

http://www.cc.gatech.edu/~turk/bio_sim/

<https://www.youtube.com/watch?v=2U1mMEJ6tX8>

<https://www.youtube.com/watch?v=hqVMCGZKpyg>

<https://www.youtube.com/watch?v=8dh9WUQODMQ>