Física para Ciências Biológicas - 2017
Lista de Exercícios 4 B - Casa
Data: Maio 2017

1. Considere os números complexos abaixo:

$$Z_1 = 2 + \imath 2\sqrt{3}; Z_2 = 2 - \imath\ 2\sqrt{3}; Z_3 = 2\sqrt{3} + \imath 2; Z_4 = Z_3 = -2\sqrt{3} + \imath 2$$

   (a) Qual o módulo $|Z|$ de cada um?

   (b) Represente cada um no formato da exponencial complexa $Ae^{\imath\theta}$.

2. Considere a equação de Schrödinger independente do tempo para uma partícula quântica:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\Psi(x) + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 \Psi(x) = E\Psi(x)$$

   (a) Qual é o potencial externo a que está submetida a partícula nesta equação? Interprete físicamente.

   (b) Identifique analiticamente qual das funções abaixo pode ser solução da equação, e em caso afirmativo identifique os valores possíveis de k (lembre-se que a Energia Total não pode depender da posição):

      i. $\Psi_k(x) = A\mathrm{e}^{ikx}$

      ii. $\Psi_k(x) = B\mathrm{e}^{-kx^2}$

   (c) Calcule o valor de energia da solução.

   (d) Calcule $|\Psi_k(x)|^2$ e grafique (em unidades adequadas).

   (e) Existe algum intervalo $x \pm \Delta x$ com maior probabilidade de medir a partícula?

3. As soluções

   $\Psi_n(x) = \left(\frac{2}{L}\right)^{1/2} \sin(n\pi x/L)$

   onde $n = 2, 4, 6, ...$, são funções de onda para uma partícula confinada em um poço quântico infinito, unidimensional, entre $x = -\frac{L}{2}$ e $\frac{L}{2}$.

   (a) Discuta, com cálculos se necessário, o significado da amplitude $\left(\frac{2}{L}\right)^{1/2}$ da função de onda.

   (b) O número quântico n poderia ser 0? Por quê?

   (c) Funções de onda representadas por cossenos poderiam ser soluções? Caso sim, quais seriam os números quânticos n e por quê?

   (d) Faça o gráfico da função de onda $\Psi_n(x)$ e da densidade de probabilidade $P(x)$ para $n = 2$.

(e) Para a função com $n = 2$, qual a probabilidade de se medir a posição da partícula na metade direita da caixa?

Unidades

Newton $1N = 1kg.m/s^2$	Joule $1J = 1N.m$	Watt $1W = 1J/s$
Volt $1V = 1J/C$	Farad $1F = 1C/V$	Debye (não SI) $1D \simeq 3,33^{-30}C.m$
Eletronvolt $1eV = 1,6 \times 10^{-19}J$		$1J = 0,624 \times 10^{19}eV$
$1mol = 6,022 \times 10^{23}$	$e \approx 2,718$	
$1pX = 10^{-12}X$	$1nX = 10^{-9}X$	$1\mu X = 10^{-6}X$
$1mX = 10^{-3}X$	$1kX = 10^3X,\ \forall X$	

Constantes Físicas Selecionadas

$G = 6,67 \times 10^{-11}Nm^2/kg^2$	$\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}C^2/Nm^2$	$1/(4\pi\varepsilon_0) \approx 9 \times 10^9Nm^2/C^2$
$c = 2,998 \times 10^8m/s$	$e = 1,6 \times 10^{-19}C$	$\hbar = h/(2\pi)$
$m_e = 9,109 \times 10^{-31}kg$	$m_n \approx m_p = 1,675 \times 10^{-27}kg$	$h = 6,626 \times 10^{-34}J.s$

Formulário:

$\vec{F} = m\vec{a}$	$\vec{P} = m\vec{v}$	
$v_x = \frac{dx}{dt}$	$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$	
$v = \omega R = \frac{d\theta}{dt}R$	$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$	$\omega = \sqrt{k/m}$
$x(t) = A\cos(\omega t + \phi) + B$	$x(t) = A\sin(\omega t + \phi) + B$	
$\frac{df(g(x))}{dx} = \frac{df}{dg}\frac{dg}{dx}$	$\frac{d}{dx}\alpha x^n = \alpha n x^{n-1}$	
$\frac{d}{dx}\sin(ax+b) = a\cos(ax+b)$	$\frac{d}{dx}\cos(ax+b) = -a\sin(ax+b)$	$i^2 = -1$
$Z = R + iI$	$Z^* = R - iI$	$\|Z\|^2 = Z^*Z$
$\vec{F}_G = \frac{GMm}{r^2}\hat{e}$	$\vec{F}_E = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{r^2}\hat{e}$	$\vec{p} = q\vec{d}$
$\vec{F}_E = q\vec{E}$	$\vec{E} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{p}}{r^3}$	$\Phi_{(\text{sup})} = \frac{Q_{(\text{int})}}{\epsilon_0}$
$W = \int \vec{F}\cdot d\vec{r}$	$W = \Delta K$	$W = -\Delta U$
$K = \frac{1}{2}mv^2$	$U_g = mgh$	$U_x = \frac{1}{2}kx^2$
$E_T = K + U$	$V = Ed$	$E = \frac{\sigma}{\epsilon}$
$C = \frac{Q}{V}$	$I = \frac{V}{R}$	$\frac{d}{dt}U = VI = P$
$\vec{J} = \sigma\vec{E}$	$\frac{dQ(t)}{dt} = -\frac{1}{RC}Q(t)$	$I(t) = I_0 e^{-\frac{t}{t_c}}$
$y(x,t) = A\cos(kx - \omega t + \phi)$	$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$	$k = \frac{2\pi}{\lambda}$
$\|v\| = \lambda f = \lambda/T = \omega/k$	$v = \sqrt{\mathcal{T}/\mu}$	
$\frac{d^2}{dt^2}y(x,t) = v^2\frac{d^2}{dx^2}y(x,t)$	$\varepsilon = \frac{\Delta E}{\Delta x} = \frac{1}{2}\mu\omega^2A^2$	$P = \varepsilon v$
$y = A\cos(kx - \omega t + \phi_1 + \nu)$	$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\phi_2 - \phi_1)$	
$\sin\nu = \frac{A_2}{A}\sin(\phi_2 - \phi_1)$	$y = 2A\cos(\frac{\Delta k}{2}x - \frac{\Delta\omega}{2}t)\cos(\bar{k}x - \bar{w}t)$	
$\bar{\omega} = \frac{\omega_1+\omega_2}{2}$; $\bar{k} = \frac{k_1+k_2}{2}$	$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$; $\Delta k = k_2 - k_1$	
$v_f = \bar{w}/\bar{k}$; $v_g = \Delta\omega/\Delta k$	$d\sin\theta = n\lambda$; $d\sin\theta = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda$	
$E = pc$	$m(v) = m_0/\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$	$E = hf$
$E_f = W + eV_{\text{corte}}$	$p = h/\lambda$	$\Delta x\Delta p_x \geq \hbar$
$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\Psi(x,t) + V(x,t)\Psi(x,t) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(x,t)$		$P(x) = \|\psi(x)\|^2$
$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x) + V(x)\psi(x) = E\psi(x)$		$P(\text{a-b}) = \int_a^b P(x)dx$
$E_n = \frac{\hbar^2\pi^2}{2mL^2}\,n^2$	$E_n = (n + \frac{1}{2})hf = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega$	