Disciplina: LES-805 - Econometria II
professora: Ana Lúcia Kassouf

EXERCÍCIO - I

1. O modelo $\begin{matrix} Y_1 \\ Y_2 \end{matrix} = \begin{matrix} X_1 \\ X_2 \end{matrix} \beta + \begin{matrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{matrix}$ satisfaz o modelo de regressão heterocedástico geral. Todas as variáveis têm médias zero. Os seguintes produtos cruzados foram obtidos de uma amostra de 20 observações:

	Y_1	Y_2	X_1	X_2
Y_1	20	6	4	3
Y_2	6	10	3	6
X_1	4	3	5	2
X_2	3	6	2	10

a. Calcule as estimativas de β por mínimos quadrados ordinários, as variâncias amostrais de β, as estimativas de σ_1^2 e σ_2^2 e os coeficientes de determinação para as duas equações separadamente.
b. Teste a hipótese $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ usando o multiplicador de Lagrange.
c. Calcule a estimativa de β por mínimos quadrados generalizados. Teste a hipótese de que β é igual a um.
d. Calcule a estimativa de β pressupondo que existe correlação contemporânea.

2. Considere os seguintes dados em painel.

	$i=1$		$i=2$		$i=3$	
	Y	X	Y	X	Y	X
1	30.27	24.31	38.71	28.35	37.03	21.16
2	35.59	28.47	29.74	27.38	43.82	26.76
3	17.90	23.74	11.29	12.74	37.12	22.21
4	44.90	25.44	26.17	21.08	24.34	19.02
5	37.58	20.80	5.85	14.02	26.15	18.64
6	23.15	10.55	29.01	20.43	26.01	18.97
7	30.53	18.40	30.38	28.13	29.64	21.35
8	39.90	25.40	36.03	21.78	30.25	21.34
9	20.44	13.57	37.90	25.65	25.41	15.86
10	36.85	25.60	33.90	11.66	26.04	13.28

a. Calcule as estimativas do modelo heterocedástico geral por mínimos quadrados generalizados.

$$Y_{it} = \alpha + \beta X_{it} + \varepsilon_{it}$$

b. Use o teste do multiplicador de Lagrange para testar a hipótese de que as variâncias são iguais.
c. Teste se existe correlação contemporânea.

3. Suponha que no modelo heterocedástico geral cujo estimador é $\beta = \left(X'\Omega^{-1}X\right)^{-1} X'\Omega^{-1}Y$, a matriz X é a mesma para todo i. Neste caso, qual seria o estimador de β? Como você estimaria, se necessário, σ_i^2?

Gabarito:

(1) a) $b_1 = 0,8$

$s_1^2 = 16,8/19 = 0,884$

$Var(b_1) = 0,176$

$b_2 = 0,6$

$s_2^2 = \frac{6,4}{19} = 0,3368$

$Var(b_2) = 0,03368$

b) $s_1^2 = \frac{16,8}{20} = 0,844$ $\qquad s_2^2 = \frac{6,4}{20} = 0,3222$

$s^2 = \frac{70/3}{40} = 0,583$

$$LM = 10\left[\left(\frac{0,844}{0,583} - 1\right)^2 + \left(\frac{0,322}{0,583} - 1\right)^2\right] = 4,007$$

c) $$\left(\frac{4}{0,844} + \frac{6}{0,322}\right) \Big/ \left(\frac{5}{0,844} + \frac{10}{0,322}\right) = 0,6327$$

$$t = \frac{0,6327 - 1}{\sqrt{0,02706}} = -2,2328$$

d) $b = 2/3$

$s_1^2 = 0,844$

$s_2^2 = 0,322$

$s_{12} = 0,144$

$\hat{\beta} = 0,579$

(2)

a) $\hat{\sigma}_1^2 = \frac{464,21}{10}$ $\hat{\sigma}_2^2 = \frac{732,56}{10}$ $\hat{\sigma}_3^2 = \frac{125,28}{10}$

$$b = \begin{bmatrix} 7,179 \\ 1,138 \end{bmatrix}$$

b) $LM = 3,79$

c) $LM_{\text{con cont}} = 5,92$

(3)

$$[X' \quad X' \quad \dots \quad X'] \begin{bmatrix} 1/\sigma_1^2 & & 0 \\ & 1/\sigma_2^2 & \\ 0 & & \ddots \quad 1/\sigma_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ X \\ \vdots \\ X \end{bmatrix}$$

iden $X'\Omega^{-1}Y$

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} \frac{1}{\sum_i 1/\sigma_i^2} \cdot \sum_i \left(\frac{1}{\sigma_i^2} X'y_i \right)$$

$$w_i = (1/\sigma_i^2) \div \left(\sum_{j=1}^{n} 1/\sigma_j^2 \right) \qquad \hat{\beta} = \sum_{i=1}^{n} w_i b_i$$

$$b_i = (X'X)^{-1} X'y_i$$

$\hat{\beta}$ é uma média ponderada dos estimadores de MQO (b)

Disciplina: LES-805 - Econometria II
Professora: Ana Lúcia Kassouf

EXERCÍCIO - II

1. Considere o seguinte conjunto de 2 equações aparentemente não correlacionadas:

$$Y_{1t} = \beta_1 X_{1t} + \varepsilon_{1t} \qquad t = 1,2,\ldots,20$$

$$Y_{2t} = \beta_2 X_{2t} + \varepsilon_{2t}$$

Os produtos cruzados são os seguintes:

	Y_1	Y_2	X_1	X_2
Y_1	100	20	4	1
Y_2	20	150	0	0
X_1	4	0	10	−2
X_2	1	0	−2	5

Teste a hipótese $\beta_1 = \beta_2$ contra $\beta_1 \neq \beta_2$ a 5% de significância.

2. Considere o seguinte modelo.

$$y_1 = x_1\beta_{11} + x_2\beta_{12} + \varepsilon_1$$
$$y_2 = x_3\beta_{21} + x_4\beta_{22} + \varepsilon_2$$

onde a matriz de covariância para os erros $\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ é

$$\Sigma \otimes I, \quad onde\ \Sigma = \begin{bmatrix} \sigma^2 & \sigma^2 \\ \sigma^2 & 2\sigma^2 \end{bmatrix}$$

$$\ln\left(\frac{Q_t}{L_t}\right) = \gamma_1 + \eta_1 \ln\left(\frac{W_t}{P_t}\right) + \varepsilon_{1t}$$

$$\ln\left(\frac{Q_t}{K_t}\right) = \gamma_2 + \eta_2 \ln\left(\frac{\mathrm{R}_t}{\mathrm{P}_t}\right) + \varepsilon_{2t}$$

onde $\varepsilon_{1t} \sim \mathrm{N}(0, \sigma_{11}\mathrm{I}_T)$ e $\varepsilon_{2t} \sim \mathrm{N}(0, \sigma_{11}\mathrm{I}_T)$; ln é o logaritmo neperiano.

Considere os dados da tabela a seguir para 20 firmas.

(a) Obtenha estimativas de mínimos quadrados ordinários para cada equação.
(b) Teste a existência de correlação contemporânea entre ε_{1t} e ε_{2t}, a 5% de significância.
(c) Estime as duas equações usando mínimos quadrados generalizados, considerando a existência de correlação contemporânea (SUR).
(d) Repita a parte (c) impondo uma restrição tal que somente uma estimativa de η é obtida.
(e) Se η=1, a função de produção CES se torna uma Cobb-Douglas. Use os resultados em (d) para testar, a 5% de significância, se uma função de produção Cobb-Douglas é adequada.

Suponha que os dados das variáveis dependentes e explanatórias fornecem

$y_1'y_1$=3000	$y_1'y_2$=500	$y_1'x_1$=-200	$y_1'x_2$=400
$y_1'x_3$=200	$y_1'x_4$=100	$y_2'y_2$=1000	$y_2'x_1$=150
$y_2'x_2$=-200	$y_2'x_3$=30	$y_2'x_4$=-20	$x_1'x_1$=100
$x_1'x_2$=0	$x_1'x_3$=0	$x_1'x_4$=0	$x_2'x_2$=300
$x_2'x_3$=0	$x_2'x_4$=0	$x_3'x_3$=20	$x_3'x_4$=10
$x_4'x_4$=10			

(a) Ache a estimativa não tendenciosa de β_{11}, β_{12}, β_{21} e β_{22} .
(b) Repita a parte (a) sob a restrição $\beta_{11}=\beta_{21}$ e $\beta_{12}=\beta_{22}$.
(c) Teste a restrição imposta em (b),a 5% de significância, dado que T=15.

3. Considere a estimação do seguinte modelo de duas equações:

$$\begin{aligned} y_1 &= \beta_1 + \varepsilon_1 \\ y_2 &= \beta_2 x + \varepsilon_2 \end{aligned}$$

Para uma amostra de n valores, a E($\varepsilon\varepsilon'$) é

$$\Omega = \begin{bmatrix} \sigma_{11} I & \sigma_{12} I \\ \sigma_{21} I & \sigma_{22} I \end{bmatrix}$$

(a) Obtenha as fórmulas explícitas dos estimadores de β_1 e β_2 pelo método "SUR" (regressões aparentemente não correlacionadas).
(b) Obtenha as fórmulas explícitas das variâncias assintóticas dos estimadores de β_1 e β_2.
(c) Na prática, a matriz Ω não é conhecida. Como você procederia para estimá-la?

4. Considere a função de produção

$$Q_t = f(K_t; L_t)$$

onde Q_t é produto, K_t é capital, e L_t é trabalho, para todas as t firmas. Suponha que a função $f(.)$ é CES ou de elasticidade de substituição constante. A elasticidade de substituição que denotamos por η mede o grau pelo qual capital e trabalho são substituídos quando a razão preços dos fatores se altera. Deixe P_t ser o preço do produto, R_t ser o preço do capital, e W_t o preço do trabalho. Se a função $f(.)$ é uma função de produção CES, então as condições de maximização de lucro com erros aditivos são

Ex II

1. $b_1 = 0,4$ $\hat{\sigma}_{11} = 98,4/19 = 5,18$ $\hat{\sigma}_{12} = 20/19 = 1,05$

$b_2 = 0$ $\hat{\sigma}_{22} = 150/19 = 7,89$

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} 0,403 \\ -0,089 \end{bmatrix}$$

teste $= 4,43$ (χ^2)

$$(R\hat{\beta} - q)'(R(X'(\Sigma^{-1} \otimes I)X)^{-1}R')^{-1}(R\hat{\beta} - q)$$

2. a) $$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} -2,75 \\ 1,67 \\ -5 \\ -7 \end{bmatrix}$$

b) $$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} -3,3408 \\ 1,4974 \end{bmatrix}$$

c) $$\frac{1146,09\,\sigma^{-2}/2}{(6000 - 4869,17)\,\sigma^{-2}/26} = 13,18$$

3. $$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & X \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix} \qquad \Omega = \begin{bmatrix} \sigma_{11} I & \sigma_{12} I \\ \sigma_{21} I & \sigma_{22} I \end{bmatrix}$$

$$\hat{\beta}_1 = \left[\sigma_{11} S_{xx} (\sigma_{22} \bar{Y}_1 - \sigma_{12} \bar{Y}_2) - \sigma_{12} \bar{x} (\sigma_{12} S_{x1} - \sigma_{11} S_{x2})\right] / \sigma_{11}\sigma_{22} S_{xx} - (\sigma_{12}\bar{x}$$

$S_{xx} = \frac{x'x}{n}$ $S_{x1} = x'Y_1$ $S_{x2} = x'Y_2$

...

Disciplina: LES-805 - Econometria II
Professora: Ana Lúcia Kassouf

EXERCÍCIOS - III

1. Os dados a seguir são em painel. Investimento (Y) e lucro (X) para n=3 firmas e T=10 períodos.

	i=1		i=2		i=3	
t	Y	X	Y	X	Y	X
1	13.32	12.85	20.30	22.93	8.85	8.65
2	26.30	25.69	17.47	17.96	19.60	16.55
3	2.62	5.48	9.31	9.16	3.87	1.47
4	14.94	13.79	18.01	18.73	24.19	24.91
5	15.80	15.41	7.63	11.31	3.99	5.01
6	12.20	12.59	19.84	21.15	5.73	8.34
7	14.93	16.64	13.76	16.13	26.68	22.70
8	29.82	26.45	10.00	11.61	11.49	8.36
9	20.32	19.64	19.51	19.55	18.49	15.44
10	4.77	5.43	18.32	17.06	20.84	17.87

a. Com os dados agrupados, calcule as estimativas dos coeficientes do modelo,

$$Y_{it} = \alpha + \beta X_{it} + \varepsilon_{it}$$

b. Estime o modelo de efeitos fixos, incluindo 3 variáveis binárias no modelo original, e teste a hipótese de que os termos constantes são os mesmos para as 3 equações.

2. Considere o seguinte modelo de componente de erros,

$$Y_{it} = \beta_1 + \beta_2 X_{it} + u_i + \varepsilon_{it}, \quad i = 1,2,3 \quad t = 1,2,3,4$$

e os seguintes dados:

	i=1		i=2		i=3	
	Y	X	Y	X	Y	X
t=1	51.03	32.52	43.90	32.86	64.29	41.86
t=2	27.75	18.71	23.77	18.52	42.16	28.33
t=3	35.72	27.01	28.60	22.93	61.99	34.21
t=4	35.85	18.66	27.71	25.02	34.26	15.69

Ache os valores das:

a. Estimativas de β_2, β_{11}, β_{12} e β_{13} para o modelo de efeitos fixos.

b. Estimativas de σ^2_ε e σ^2_u

c. Estimativas de β_2, u_1, u_2 e u_3 para o modelo de efeitos aleatórios.

d. Use o teste de Hausman para testar a independência de u_i com X_i

EX III

(1) $\hat{Y} = 0,747476 + 1,058959\,X$ $SQ_{Res} = 120,6687$

ef. fixo → $\hat{Y} = -1,4684\,l_1 - 2,8362\,l_2 + 0,12166\,l_3 + 1,102192\,X$

$SQ_{Res} = 79,183$

$F = 6,811 \ (2/26)$

38

Disciplina: LES-805 - Econometria II
professora: Ana Lúcia Kassouf
Período: 2005

EXERCÍCIOS - IV

1. Considere o seguinte modelo de efeito aleatório,

$$Y_{it} = \beta_1 + \beta_2 X_{it} + u_i + \varepsilon_{it}, \quad i = 1,2,3 \quad t = 1,2,3,4$$

e os seguintes dados:

	i=1		i=2		i=3	
	Y	X	Y	X	Y	X
t=1	51.03	32.52	43.90	32.86	64.29	41.86
t=2	27.75	18.71	23.77	18.52	42.16	28.33
t=3	35.72	27.01	28.60	22.93	61.99	34.21
t=4	35.85	18.66	27.71	25.02	34.26	15.69

Ache os valores das:

a. Estimativas de β_2, β_{11}, β_{12} e β_{13} para o modelo de efeitos fixos.

b. Estimativas de σ^2_ε e σ^2_u

c. Estimativas de β_2, u_1, u_2 e u_3 para o modelo de efeitos aleatórios.

d. Use o teste de Hausman para testar a independência de u_i com X_i

2. Com os seguintes dados,

	i=1		i=2	
	Y	X	Y	X
t=1	3	1	2	0
t=2	7.5	2	3	2
t=3	7.0	3	14	4
t=4	11.5	4	15	6
t=5	11.0	5	26	8

a. Obtenha a estimativa b_i (vetor 2x1) por mínimos quadrados ordinários para cada cross-section, onde

$$Y_i = \alpha_i + \beta_i X_i + \xi_i$$

b. Obtenha s_i^2 e $\hat{V}_i$ onde,

$$s_i^2 = \frac{e_i' e_i}{5-2} \qquad \text{e} \qquad \hat{V}_i = s_i^2 (X_i' X_i)^{-1}$$

c. Obtenha a estimativa de β (vetor 2x1) e de β_i (2x1) do modelo de Swamy.

$$Y_i = X_i \beta_i + \varepsilon_i \qquad \text{onde} \qquad \beta_i = \beta + v_i$$

Ao calcular Γ utilize a fórmula

$$\hat{\Gamma} = \frac{1}{n-1}\left(\sum_i b_i b_i' - n\bar{b}\bar{b}' \right)$$

caso a variância fique negativa com a fórmula completa.

Disciplina: LES-805 - Econometria II
professora: Ana Lúcia Kassouf
Período:
Data:

EXERCÍCIOS - V

1. Uma amostra aleatória de tamanho T é obtida de uma população com função de densidade de probabilidade.

$$f(y) = (\theta + 1)\, y^{\theta}, \quad 0 < y < 1$$

Obtenha o estimador de máxima verossimilhança de θ.

2. Seja $Y_1, \ldots, Y_T$ uma amostra aleatória de uma população com função de densidade de probabilidade

$$f(y) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)\theta^{\alpha}}\, y^{\alpha - 1} e^{-y/\theta}, \quad y > 0$$

que é a distribuição Gama, a qual tem média $E(y) = \alpha\theta$ e variância $var(y) = \alpha\theta^2$.
(a) Obtenha o estimador de máxima verossimilhança de θ se α é conhecido.
(b) Obtenha a esperança de θ e a variância de θ. Este estimador é consistente?
(c) Obtenha a matriz de informação $I(\theta)$, que no caso é (1x1),

$$I(\theta) = -E\left(\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \theta^2}\right)$$

onde L é a função de máxima verossimilhança, e conclua sobre a eficiência do estimador comparando a $var(\theta)$ com $[I(\theta)]^{-1}$.

3. Considere a seguinte equação, onde a quantidade de lã demandada q depende do preço da lã p e do preço dos materiais sintéticos s.

$$q_t = \beta_1 + \frac{\beta_2 (p_t^{\lambda} - 1)}{\lambda} + \frac{\beta_3 (s_t^{\lambda} - 1)}{\lambda} + \varepsilon_t$$

onde β_1, β_2, β_3 e λ são parâmetros desconhecidos e ε são erros aleatórios, independentes e identicamente distribuídos com média zero e variância σ^2.
(a) Obtenha, em termos dos parâmetros desconhecidos, a elasticidade da demanda de lã em relação ao preço da lã e em relação ao preço dos sintéticos.
(b) Mostre que a equação de demanda é uma função linear de "p" e "s" se $\lambda = 1$.
(c) Use as 45 observações da tabela para obter as estimativas dos parâmetros desconhecidos e as estimativas das elasticidades no ponto médio dos dados amostrais. Use as estimativas de mínimos

quadrados ordinários do modelo de demanda linear (λ=1) como valores iniciais dos parâmetros no processo iterativo.

q	p	s
580	184	230
690	116	154
460	228	220
340	281	219
221	286	120
791	106	233
651	133	159
239	304	164
182	334	173
353	260	181
74	348	104
233	305	155
196	309	140
279	294	184
325	303	243
169	337	162
727	108	166
500	190	162
167	362	230
178	363	216
609	176	242
167	377	247
296	309	230
123	358	165
80	357	129
148	350	171
694	139	225
174	328	157
601	130	121
411	262	248
530	182	174
205	324	172
668	145	227
377	253	188
539	148	105
355	253	168
183	363	231
26	381	121
563	146	119
601	140	142
628	162	226
572	149	137
67	398	184
641	141	178
570	169	184

4. Use métodos não lineares e os dados da tabela para estimar os parâmetros da função de produção CES (constant elasticity of substitution) nos logaritmos,

$$\log Y_t = \log\alpha - \frac{\eta}{\rho}\log[\,\delta\, L_t^{-\rho} + (1-\delta\,)\,K_t^{-\rho}\,] + \varepsilon_t$$

onde Y é o produto, L o insumo trabalho, K o insumo capital, α, δ, ρ e η são parâmetros desconhecidos. Use como valores iniciais α=–2, δ=0.67, ρ=0.07, η=0.97.

Estados	Capital (K) (milhões Cr$)	Mão de Obra (L) (eq homem/ano)	Produção (Y) (milhões Cr$)
Rondônia	50946	142666	5673
Acre	19815	73698	3475
Amazonas	34311	321391	12003
Roraima	8161	13384	1029
Pará	180763	794864	36108
Amapá	4201	11644	698
Maranhão	136247	1543263	29310
Piauí	69600	756577	10351
Ceará	204156	987502	29548
Rio Grande do Norte	90144	356506	11792
Paraíba	129783	552754	17806
Pernambuco	234412	1077349	47030
Alagoas	122229	464995	24609
Sergipe	103797	253551	9110
Bahia	944323	2137837	87811
Minas Gerais	2253280	2200000	197120
Espírito Santo	261234	319935	29417
Rio de Janeiro	273629	271306	29801
São Paulo	3320546	1497942	293661
Paraná	1650787	1612875	193634
Santa Catarina	513157	627820	88310
Rio Grande do Sul	1857999	1371790	220576
Mato Grosso do Sul	958566	248388	53214
Mato Grosso	375207	272870	25982
Goiás	1254680	777094	82059
Distrito Federal	19900	15217	2169

Fonte: Censo Brasil 1980, (IBGE).

(a) Obtenha, em termos dos parâmetros desconhecidos, as produtividades marginais do trabalho e capital, assim como, as elasticidades do produto em relação a mão de obra e ao capital para a função CES,

$$Y_t = \alpha[\,\delta\, L_t^{-\rho} + (1-\delta\,)\,K_t^{-\rho}\,]^{-\eta/\rho}$$

Calcule estes valores com os dados médios amostrais.

5. Admite-se que as variáveis X e Y estão relacionadas de acordo com o modelo

$$Y_t = \cos(\beta X_t) + \varepsilon_t$$

onde os ε_t são erros aleatórios independentes com média zero e variância σ^2.

a) Dado um conjunto de T valores de X e Y, mostre como é determinada a estimativa de mínimos quadrados de β, pelo método de Gauss-Newton.

b) Admitindo que o ângulo βX_t seja medido em radianos, e adotando $\beta_o = \pi/2$ como estimativa preliminar de β, determine o valor de sua correção ($\Delta\beta$), de acordo com o método de Gauss-Newton, para os seguintes dados:

X	Y
0	1,1
1	-0,5
2	-0,3
3	0,8
4	-0,4

c) Qual é o valor da correção quando se considera $\beta_o = 2\pi/3$ como estimativa preliminar?

d) Determine a estimativa de β e do respectivo desvio padrão.

Disciplina: LES805 – Econometria II
Professora: Ana Lúcia Kassouf

EXERCÍCIO - VI

1. Considere o modelo linear de probabilidade,

$$Y_i = E[Y_i] + \varepsilon_i$$

onde

$$E[Y_i] = P_i = \beta_1 + \beta_2 X_i$$

A variância do erro é:

$$Var(\varepsilon_i) = (X_i\beta)(1 - X_i\beta)$$

Com base na tabela abaixo,

X_i	Y_i
-48.5	0
24.4	0
82.8	1
-24.6	0
-31.6	0
91.0	1
52.1	1
-87.7	0
-17.0	0
-51.5	0
-90.7	0
65.5	1
-44.0	1
-7.0	0
51.6	1
32.4	1
-61.8	0
34.0	1
27.9	1
-72.9	0
49.9	1

(a) Estime os parâmetros do modelo utilizando o método de mínimos quadrados ordinários.
(b) Faça um gráfico de Y e de $\hat{Y}$ (ambos no mesmo gráfico).
(c) Estime a variância do erro para cada observação. Comente sobre essas estimativas. Que dificuldades você encontraria se fosse utilizar mínimos quadrados generalizados?
2. Com base na tabela abaixo, estime os modelos próbite e lógite, onde Y é função de um intercepto, X1 e X2.

Y	X1	X2
1	0.693	0.693
1	1.733	0.693
0	0.693	1.386
1	1.733	1.386
0	0.693	1.792
1	2.340	0.693
1	1.733	1.792
1	2.340	1.386
1	2.340	1.792
0	0.693	0.693
0	0.693	1.386
1	1.733	0.693
1	1.733	1.386
0	0.693	1.792
1	2.340	0.693
1	1.733	1.792
1	2.340	1.386
1	2.340	1.792
1	1.733	1.386
1	0.693	0.693

3. Considere a tabela com resultados da eleição para presidente dos Estados Unidos em 1976, por estado. A variável y assume valor 1 se a maioria dos votos foram para o candidato democrata (Jimmy Carter) e 0 se favoreceram o candidato republicano (Gerry Ford). As outras variáveis são:
Income - Renda média em 1975
School - número médio de anos de escola
Urban - porcentagem da população morando em áreas urbanas
Region - 1 se NE, 2 se SE, 3 se CO e 4 se Oeste e região montanhosa

(a) Estime um modelo próbite de y contra income, school, urban, e duas binárias (uma se region=3 ela assumirá valor 1 e os demais zero, e outra se region=4). Comente sobre os resultados obtidos como se você estivesse escrevendo um trabalho com base nos resultados (significância, o que afeta o que, etc).

State	Dem.	Rep.	Income	School	Urban	Region
Alabama	659	504	11785	12.2	61.8	2
Alaska	44	72	22432	12.7	43.7	4
Arizona	296	419	13569	12.6	74.7	4
Arkansas	499	268	10106	12.2	38.4	3
California	3742	3882	15069	12.7	92.7	4
Colorado	460	584	14992	12.8	80.6	4
Connecticut	684	719	16244	12.6	88.2	1
Delaware	123	110	15732	12.5	68.5	1
District of Columbia	138	28	15002	12.6	100.0	1
Florida	1636	1470	12205	12.4	85.9	2
Georgia	979	484	12441	12.3	56.8	2
Hawaii	147	140	17770	12.7	80.5	4
Idaho	127	204	12844	12.6	16.9	4
Illinois	2271	2364	16032	12.5	81.3	3
Indiana	1015	1184	14411	12.4	67.8	3
Iowa	620	663	14464	12.5	37.4	3
Kansas	430	503	13412	12.6	46.2	3
Kentucky	616	532	11019	12.1	45.1	3
Louisiana	661	587	12576	12.3	63.2	2
Maine	232	236	11839	12.5	23.3	1
Maryland	760	673	17556	12.6	84.8	1
Massachusetts	1429	1030	15531	12.6	86.1	1
Michigan	1697	1894	15385	12.5	81.3	3
Minnesota	1070	819	14740	12.5	63.9	3
Mississippi	381	367	9999	12.1	26.6	2
Missouri	998	927	13011	12.4	63.5	3
Montana	149	174	13608	12.6	24.4	4
Nebraska	234	360	14209	12.6	44.6	3
Nevada	92	101	14961	12.6	81.3	4
New Hampshire	148	186	14258	12.6	36.6	1
New Jersey	1445	1510	16432	12.4	92.1	1
New Mexico	201	211	11798	12.5	33.6	4
New York	3390	3101	15288	12.5	88.4	1
North Carolina	927	742	11834	12.2	45.2	2
North Dakota	136	153	13626	12.5	22.7	4
Ohio	2012	2001	14822	12.4	79.8	3
Oklahoma	532	546	12172	12.4	55.6	4
Oregon	490	492	13854	12.7	59.9	4
Pennsylvania	2329	2206	14153	12.4	80.4	1
Rhode Island	228	181	14530	12.4	92.2	1
South Carolina	451	346	12188	12.2	48.3	2
South Dakota	147	152	12051	12.5	27.9	4
Tennessee	826	634	11341	12.2	63.0	3
Texas	2082	1953	12672	12.4	79.4	4
Utah	182	338	14329	12.8	78.7	4
Vermont	81	102	12415	12.5	0.0	1
Virginia	814	837	14579	12.4	65.6	1
Washington	717	778	14962	12.7	71.1	4
West Virginia	436	315	12007	12.1	36.1	1
Wisconsin	1040	1005	15064	12.5	63.0	3
Wyoming	62	93	14784	12.6	0.0	4

(b) Dado um aumento na renda (income) de $ 1 nos estados de Louisiana, Oklahoma e California, qual o efeito que este aumento teria sobre a probabilidade do estado votar no candidato democrata?

(c) Qual a probabilidade estimada de que Oregon favoreceria o candidato democrata?

4. A tabela abaixo fornece dados de renda familiar (X) e se há ou não piscina no domicílio (Y). Considere um modelo lógite onde,

$$E[Y] = \frac{e^{\alpha+\beta X}}{1+e^{\alpha+\beta X}}$$

Teste a hipótese de que a renda não afeta a decisão de se ter piscina.

X	Y
80	0
95	1
105	0
115	0
125	1
135	1
145	0
155	0
165	1
175	1
185	1
200	1