

SEM0104 - Aula 12

Síntese de Mecanismos:

Gráfica e Analítica

Prof. Assoc. Marcelo Becker

USP - EESC - SEM

LabRoM

Sumário da Aula

• Introdução

- Tipos de Síntese
- Erros de Trajetória
- Erros Estruturais
- Síntese de Mecanismos
- Exemplos e Exercícios
- Bibliografia Recomendada

Introdução

- Até o momento, estudou-se a análise de mecanismos
- Agora: síntese cinemática:
 - projetar ou criar mecanismos que tenham certas características desejadas de movimento

Introdução

- A síntese tem 3 fases bem definidas:
 - 1ª. Definição do tipo de mecanismo ou juntas empregadas;
 - 2ª. Definição do número de corpos ('links') e juntas necessárias;
 - 3ª. Dimensionamento dos corpos ('links').

Introdução

1º Passo - Síntese

- Definição do tipo de mecanismo ou juntas empregadas:
 - *Know-how* sobre os mecanismos e juntas existentes;
 - Envolve critérios como:
 - Processos de Fabricação;
 - Materiais e Custos;
 - Espaço Disponível para Instalação;
 - Confiabilidade e Segurança.

Introdução

2º Passo - Síntese

- Definição do número de corpos (*'links'*) e juntas necessárias para se obter a “mobilidade” necessária:
 - Empregar as equações de GDLs – Graus de Liberdade (aula 2)

Kutzbach:

$$N = 3(B-1) - 2n_{J1} - n_{J2}$$

$$N = 3n_B - \sum_{i=1}^{n_J} (3 - f_i)$$

Introdução

3º Passo - Síntese

- Dimensionamento de cada corpo (*'link'*) que compõe o mecanismo, em função do movimento desejado, através da aplicação de algum método matemático...

Sumário da Aula



• Tipos de Síntese

- Erros de Trajetória
- Erros Estruturais
- Síntese de Mecanismos
- Exemplos e Exercícios
- Bibliografia Recomendada

Tipos de Síntese

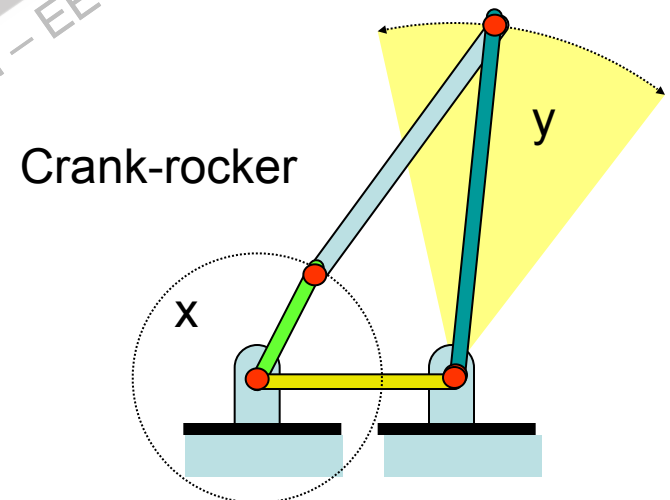
- Basicamente há três tipos de Síntese Cinemática:
 - Gerador de Função;
 - Gerador de Trajetória;
 - Movimentação de corpos / cargas.

Tipos de Síntese

Gerador de Função

- Tipo mais comum
- Deseja-se fazer com que um corpo movimente-se seguindo uma função
- Exemplos:
 - Mecanismo 4-barras

$$y = f(x)$$



Tipos de Síntese

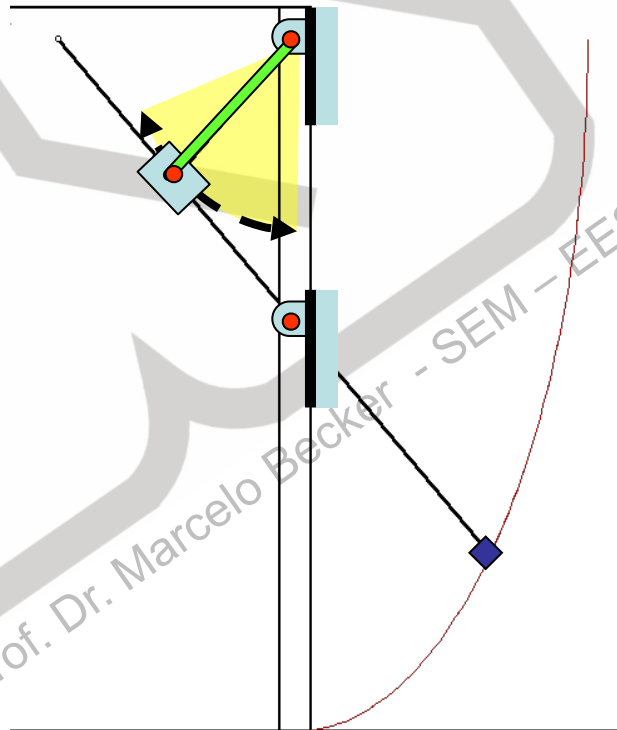
Gerador de Trajetória

- Deseja-se fazer com que um determinado ponto do mecanismo execute uma trajetória pré-determinada
- Em geral esta trajetória é composta de segmentos de reta, arcos de circunferência e elipses, etc.
- Exemplos: rever geradores de curvas e de retas (aula 3)

Tipos de Síntese

Gerador de Trajetória

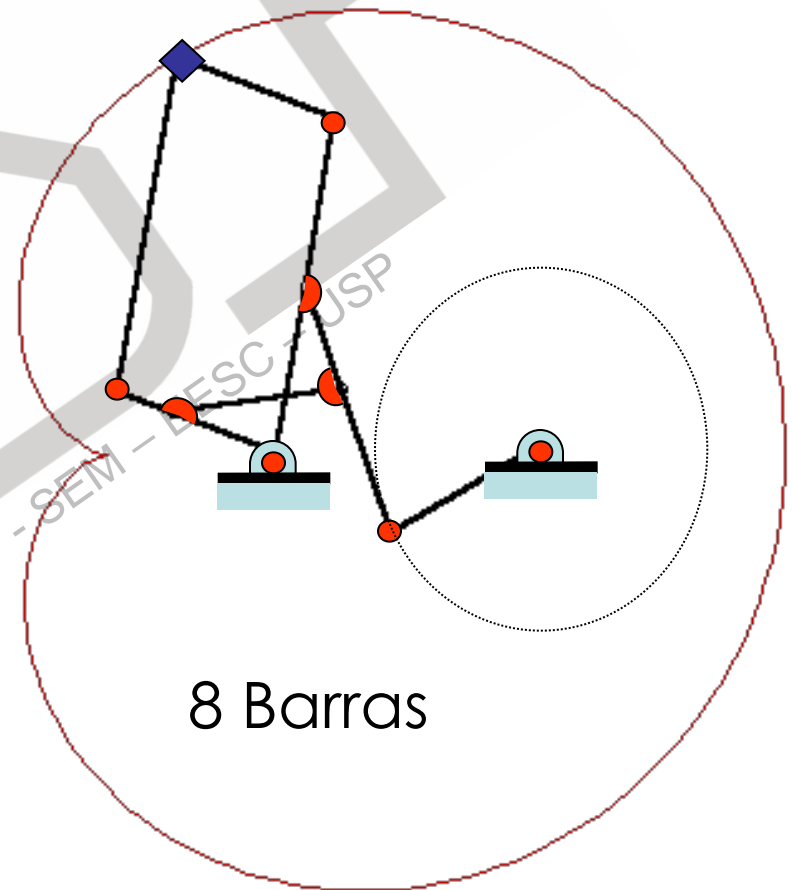
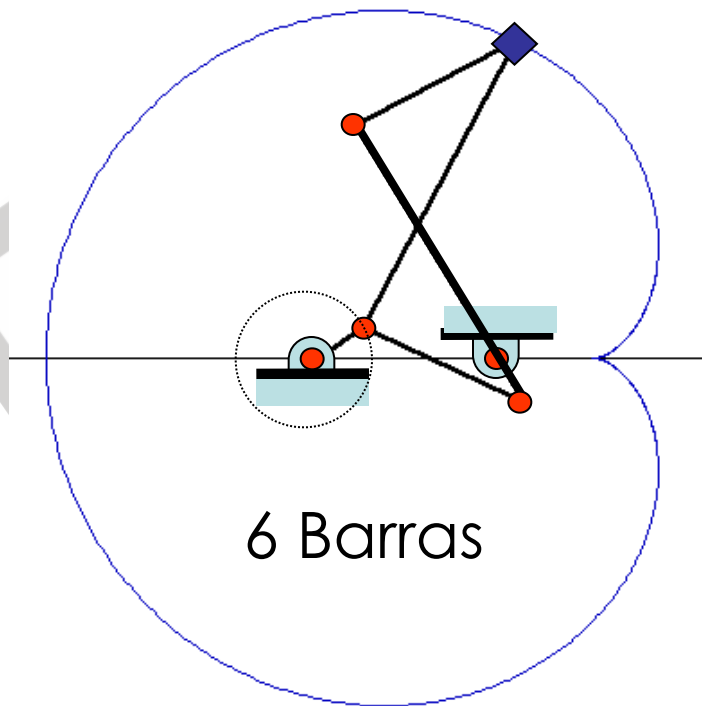
- Geradores de Curvas de L. E. Torfason empregando um mecanismo biela-manivela



Tipos de Síntese

Gerador de Trajetória

- Geradores de Curvas de L. E. Torfason



Tipos de Síntese

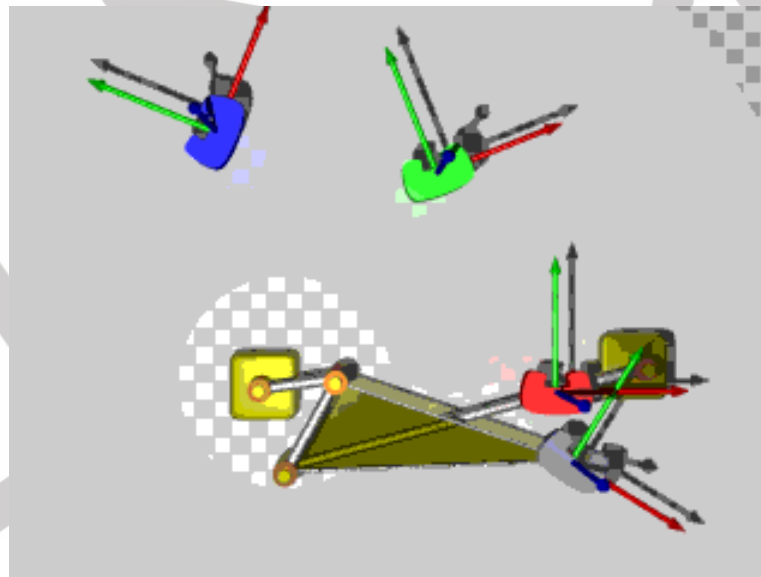
Movimentação de Corpos / Cargas

- Deseja-se movimentar corpos ou cargas de uma posição inicial a outra, final
- Em geral, o problema restringe-se a simples translação ou combinação de translação e rotação
- Exemplos: Movimentação de Cargas em retro-escavadeiras, indústrias, tratores, etc.

Tipos de Síntese

Movimentação de Corpos / Cargas

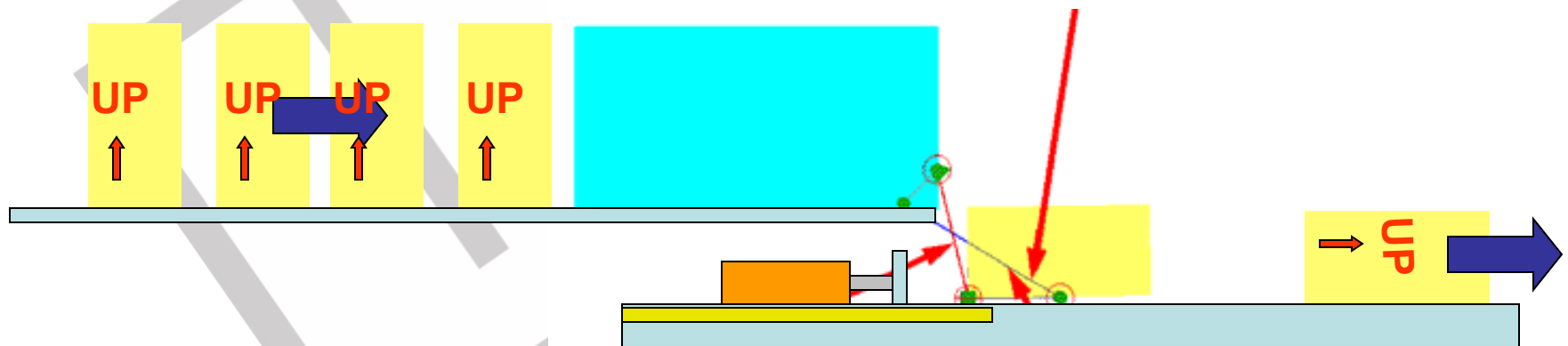
- Projeto de um mecanismo 4-barras que permita à peça passar pelas 3 posições em destaque (vermelho, verde e azul)



Tipos de Síntese

Movimentação de Corpos / Cargas

- Projeto de um mecanismo 4-barras que permita translação e rotação de uma caixa



Sumário da Aula

-
-

- **Erros de Trajetória**

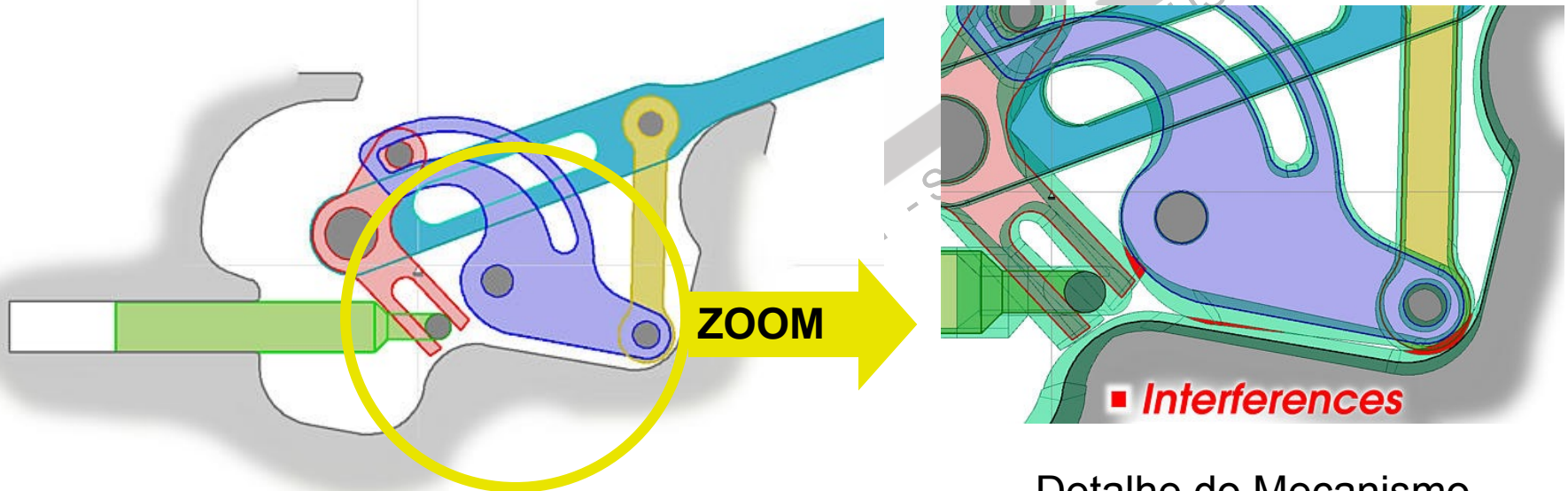
- Erros Estruturais
- Síntese de Mecanismos
- Exemplos e Exercícios
- Bibliografia Recomendada

Erros de Trajetória

- Duas fontes geradoras de erros:
 - Tolerâncias de fabricação
 - Má especificação...
 - Má fabricação...
 - Limitação do Mecanismo
 - Não consegue gerar uma trajetória desejada com 100% de acerto...

Erros de Trajetória

- Tolerâncias de fabricação
 - Exemplo de má especificação



Detalhe do Mecanismo

Sumário da Aula

-
-
-
- **Erros Estruturais**
- Síntese de Mecanismos
- Exemplos e Exercícios
- Bibliografia Recomendada

Erros Estruturais

- Em geral:
 - Mecanismos não produzem trajetórias exatamente como são desejadas
- Pontos de precisão: pontos satisfeitos pelo mecanismo
 - Se o mecanismo satisfaz estes pontos, a trajetória resultante deve desviar-se pouco da trajetória desejada
- Erros estruturais: diferença entre o obtido e o desejado...
- Independem da fabricação ou projeto (desvios / tolerâncias)

Erros Estruturais

- Espaçamento de Chebyshev:
 - Para n pontos no intervalo $x_0 \leq x \leq x_{n+1}$

$$X_j = \frac{1}{2}(X_{n+1} + X_0) - \frac{1}{2}(X_{n+1} - X_0) \cdot \cos \frac{(2j-1) \cdot \pi}{2n}$$

$$j = 1, 2, \dots, n$$

- Cuidado com defeitos de *branch* e *order*:
 - Impossibilidade de movimento contínuo do mecanismo
 - Seqüência dos pontos de precisão

Erros Estruturais

Exemplo

- Deseja-se o espaçamento de Chebychev para a função: $y = x^{0,8}$ para 3 pontos de precisão no intervalo $1 \leq x \leq 3$:

$$X_1 = \frac{1}{2}(3+1) - \frac{1}{2}(3-1) \cdot \cos \frac{(2-1) \cdot \pi}{2 \cdot 3} = 2 - \cos \frac{\pi}{6} = 1,134$$

$$X_2 = 2 - \cos \frac{3\pi}{6} = 2,000$$

$$X_3 = 2 - \cos \frac{5\pi}{6} = 2,866$$

Erros Estruturais

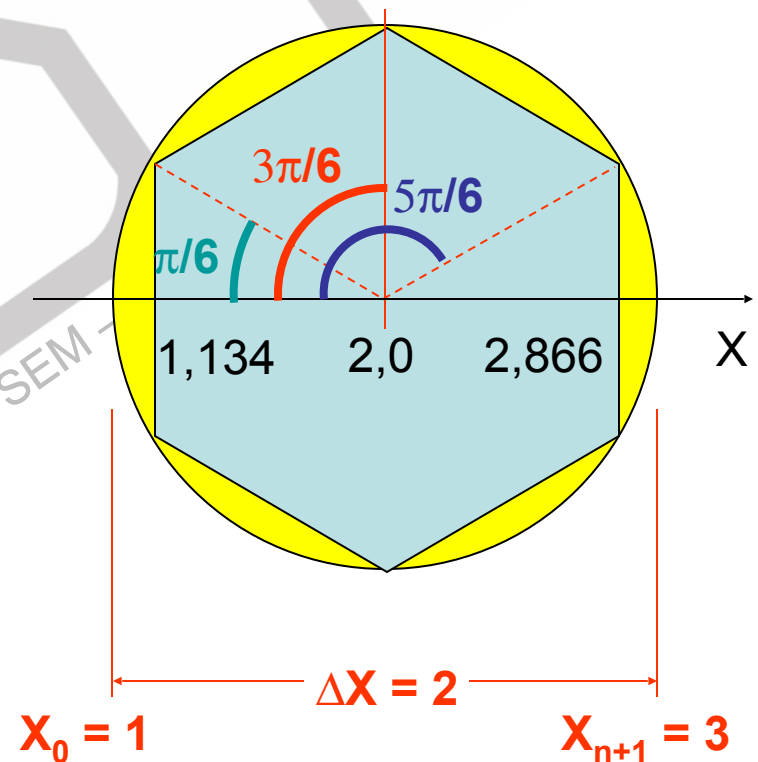
Exemplo

- Retornando à função: $y = x^{0,8}$, obtém-se para y :

$$X_1 = 1,134 \quad Y_1 = 1,106$$

$$X_2 = 2,000 \quad Y_2 = 1,741$$

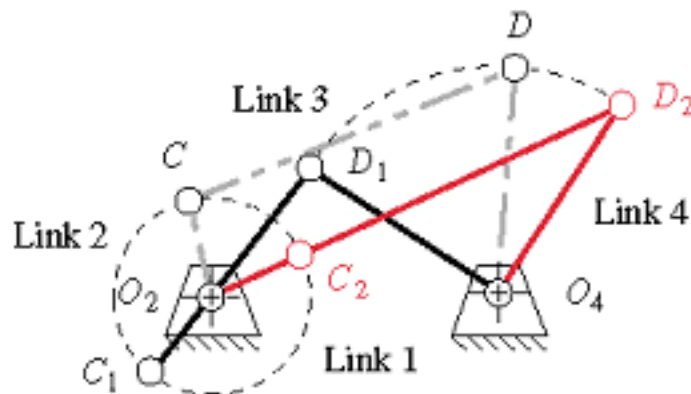
$$X_3 = 2,866 \quad Y_3 = 2,322$$



Condições Limite

Toggle Positions

- Verificar se o mecanismo pode realmente atingir todas as posições desejadas sem encontrar limitantes (**toggle positions**: colinearidade de 2 barras móveis - configuração triangular)...

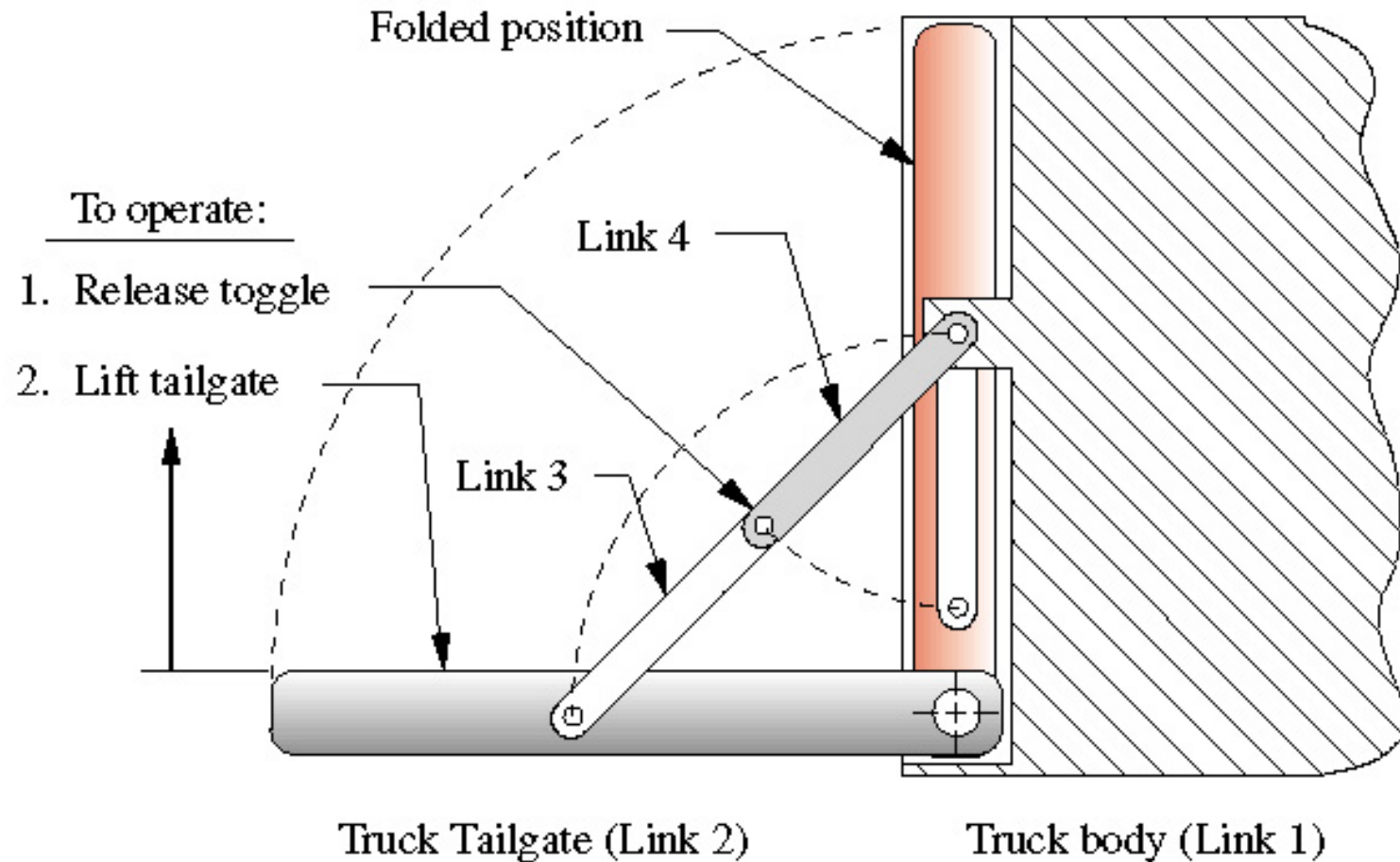


(a) Crank-rocker toggle positions

ACIONAMENTO!
Movimento desejado...

Condições Limite

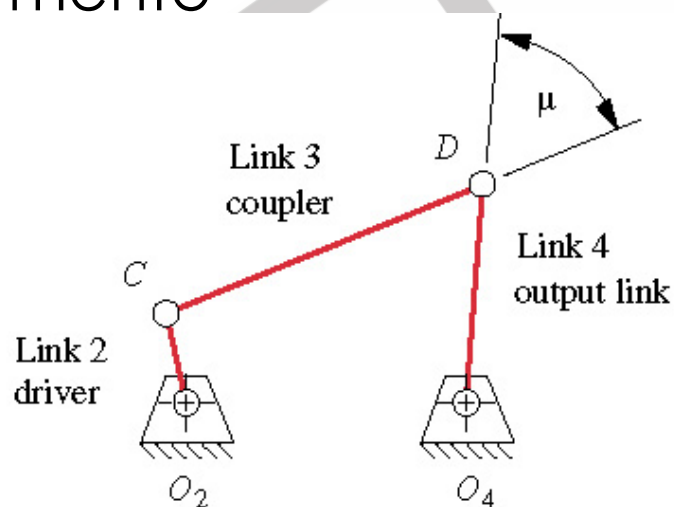
Toggle Positions



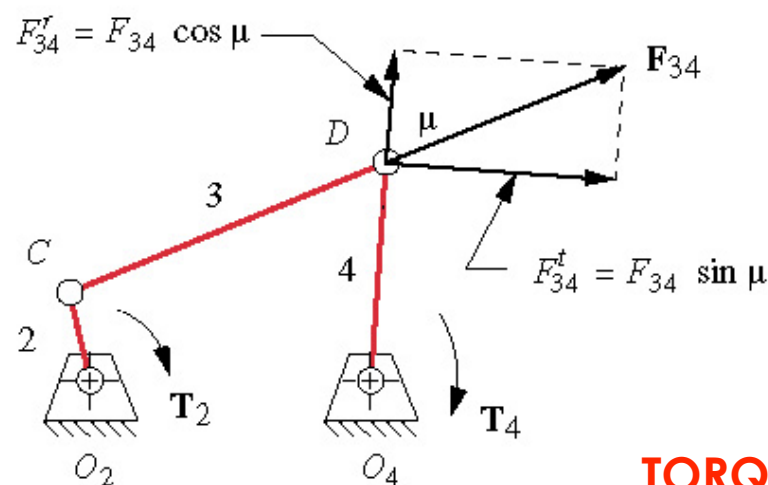
Condições Limite

Ângulo de Transmissão

- Ângulo de Transmissão é medido entre o link acoplador e o link seguidor (3 e 4)
- Varia entre valores máximo e mínimo durante o movimento



(a) Linkage transmission angle μ



TORQUES

(b) Static forces at a linkage joint

Sumário da Aula

- -
 -
 -
- **Síntese de Mecanismos**
 - Exemplos e Exercícios
 - Bibliografia Recomendada

Síntese de Mecanismos

- **Métodos Gráficos**

- 2 Posições
- 3 Posições
- 4 Posições

- **Métodos Analíticos**

- Ângulo de Transmissão Ótimo
- Método de Freudenstein
- Espaçamento de Chebychev

Síntese de Mecanismos

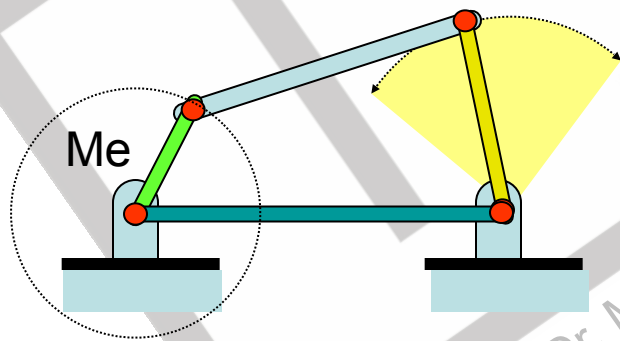
Métodos Gráficos

- Métodos Gráficos
 - **2 Posições**
 - **3 Posições**
 - 4 Posições - Hall, A. S. (1961) *Kinematics and Linkage Design*

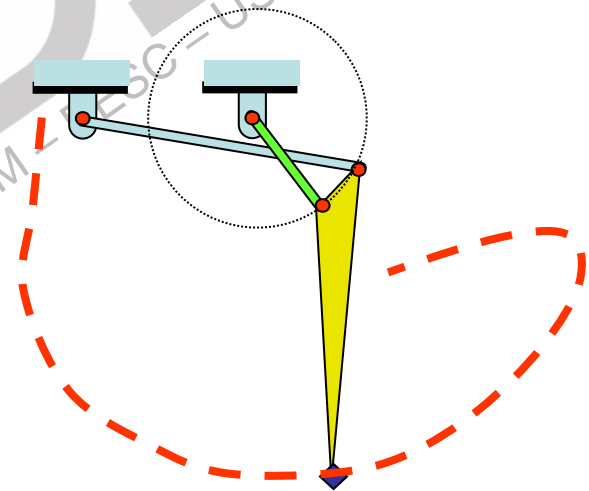
Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 2 Posições

- Duas categorias:
 - *Rocker output* (rotação pura) → gerador de fç
 - *Coupler output* (movimento mais complexo)
- gerador de trajetórias



Rocker output



Coupler output

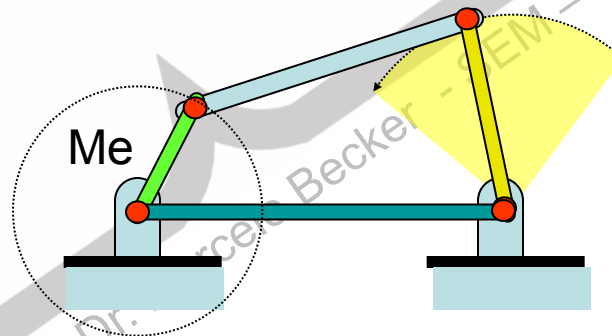
Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 2 Posições

Rocker output

Exemplo #1 (Norton 3.1)

- Projete um mecanismo de 4 barras tipo *crank-rocker* que permita 45° de rotação para o *rocker* para um intervalo idêntico de ida e retorno e rotação do motor de acionamento constante.



Crank-rocker

**Grashof
4-barras**

Lei de Grashof

Aula 3

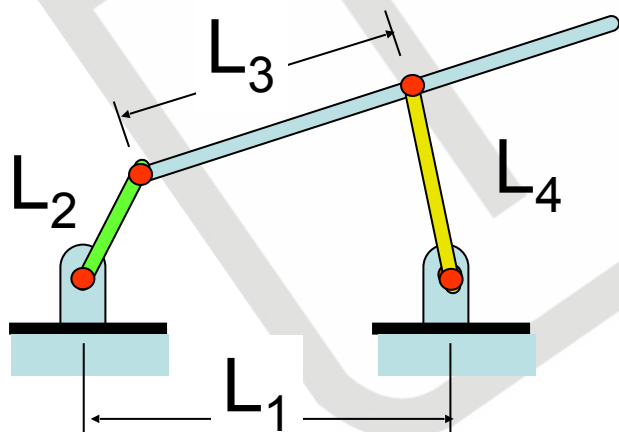
- **Franz Grashof** - Prof. na Univ. de Karlsruhe



*1826 +1893

Condição para rotação completa
barra motriz de mecanismo 4-barras

“A soma da menor e da maior barra de um mecanismo 4-barras não pode ser maior que a soma das 2 outras barras”



$$Me = L_2$$

$$Ma = L_1$$

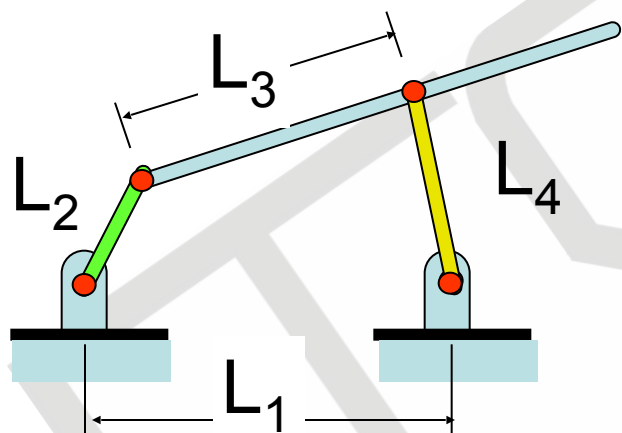
$$b_1 = L_3$$

$$b_2 = L_4$$

Lei de Grashof

Equação

Aula 3



$$Me + Ma \leq b_1 + b_2$$

$$Me = L_2$$

$$Ma = L_1$$

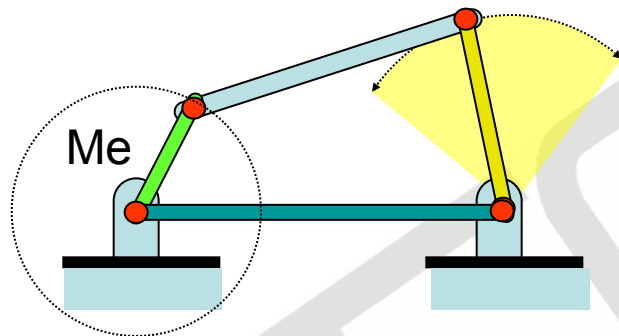
$$b_1 = L_3$$

$$b_2 = L_4$$

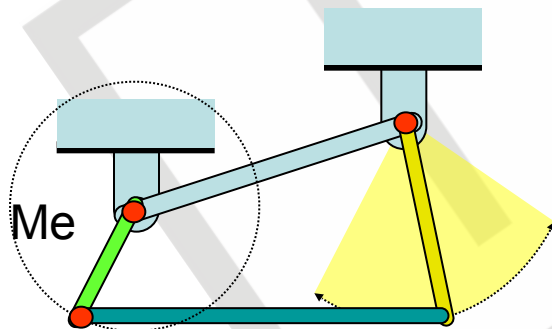
Lei de Grashof

Inversões do Mecanismo 4-Barras

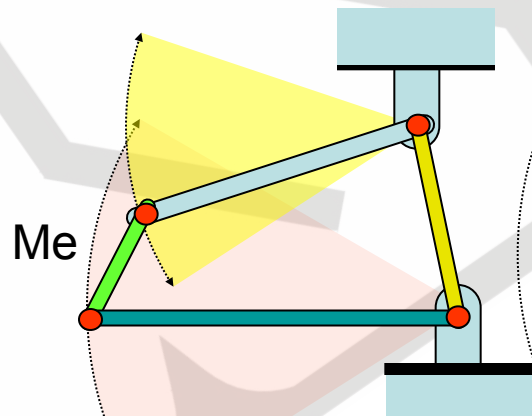
Aula 3



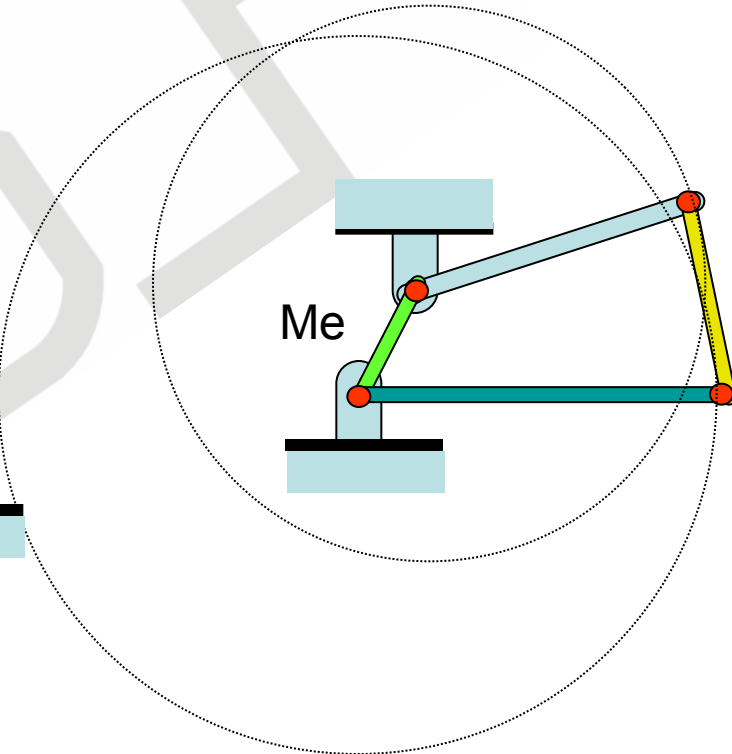
Crank-rocker



Crank-rocker



Double-rocker



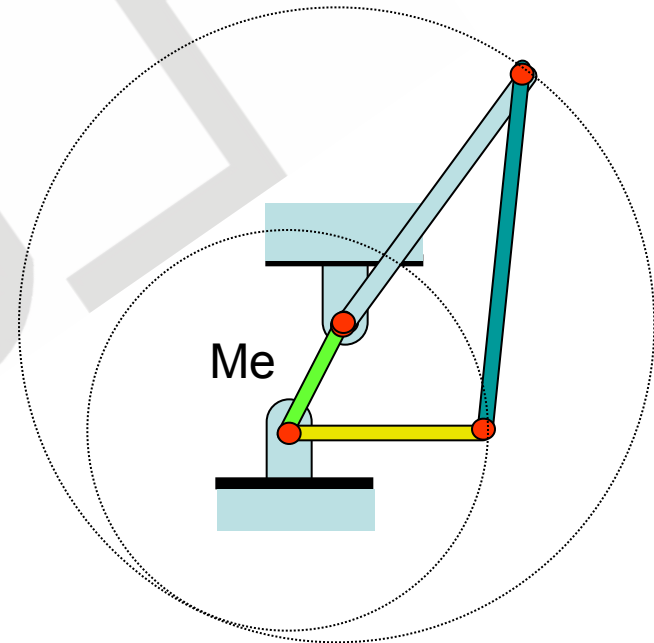
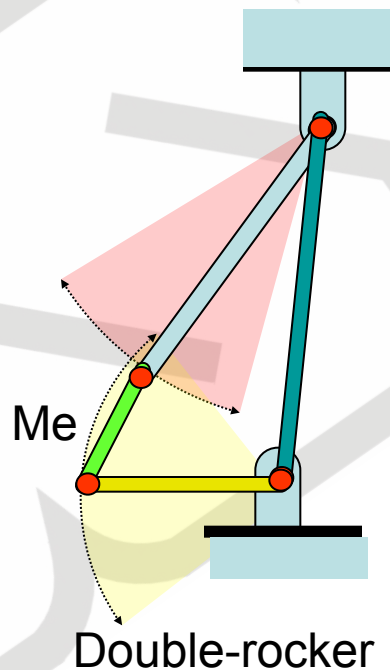
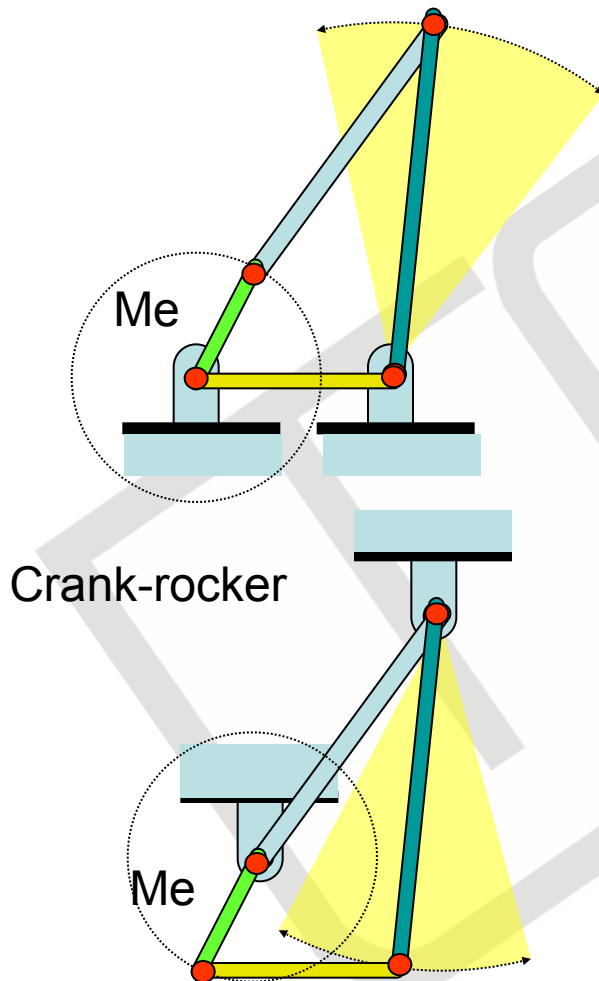
Double-crank

Me adjacente a Ma

Lei de Grashof

Inversões do Mecanismo 4-Barras

Aula 3



Me oposto a Ma

Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 2 Posições

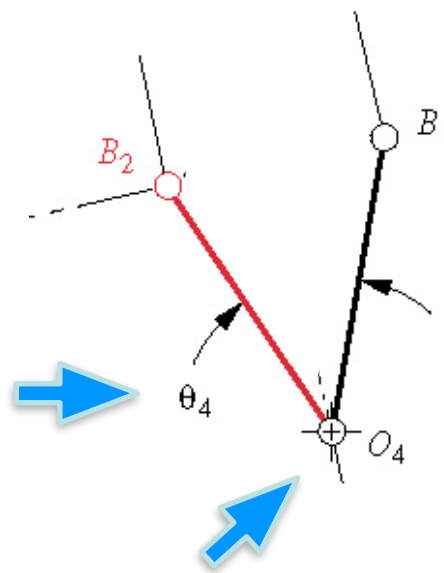
- Passos:

1. Desenhe o link 4 (rocker), O_4B , nas **duas posições** desejadas (B_1 e B_2) em uma posição qualquer, de tal forma que o intervalo angular de deslocamento θ_4 seja respeitado;

Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 2 Posições

Passo #1



Síntese de Mecanismos

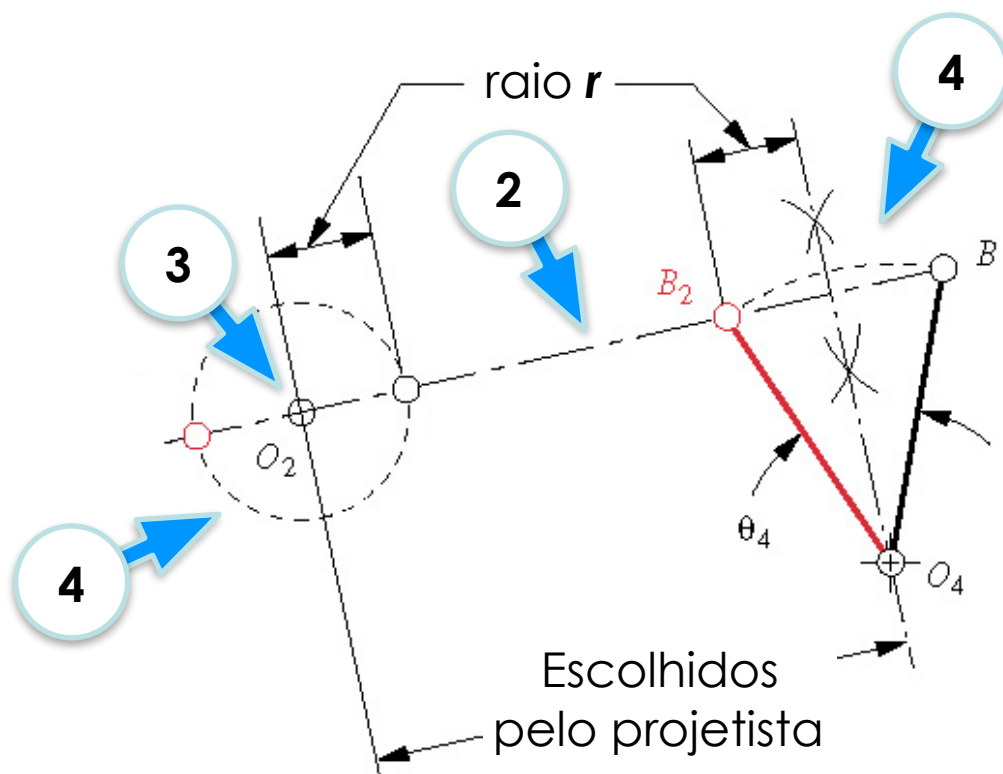
Métodos Gráficos: 2 Posições

- Passos:
 2. Desenhe a corda B_1B_2 e a estenda em uma direção qualquer;
 3. Selecione um ponto qualquer O_2 nesta linha;
 4. Desenhe a bissetriz do arco B_1B_2 e desenhe uma circunferência de raio r em O_2 ;

Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 2 Posições

Passos #2, #3 e #4



Síntese de Mecanismos

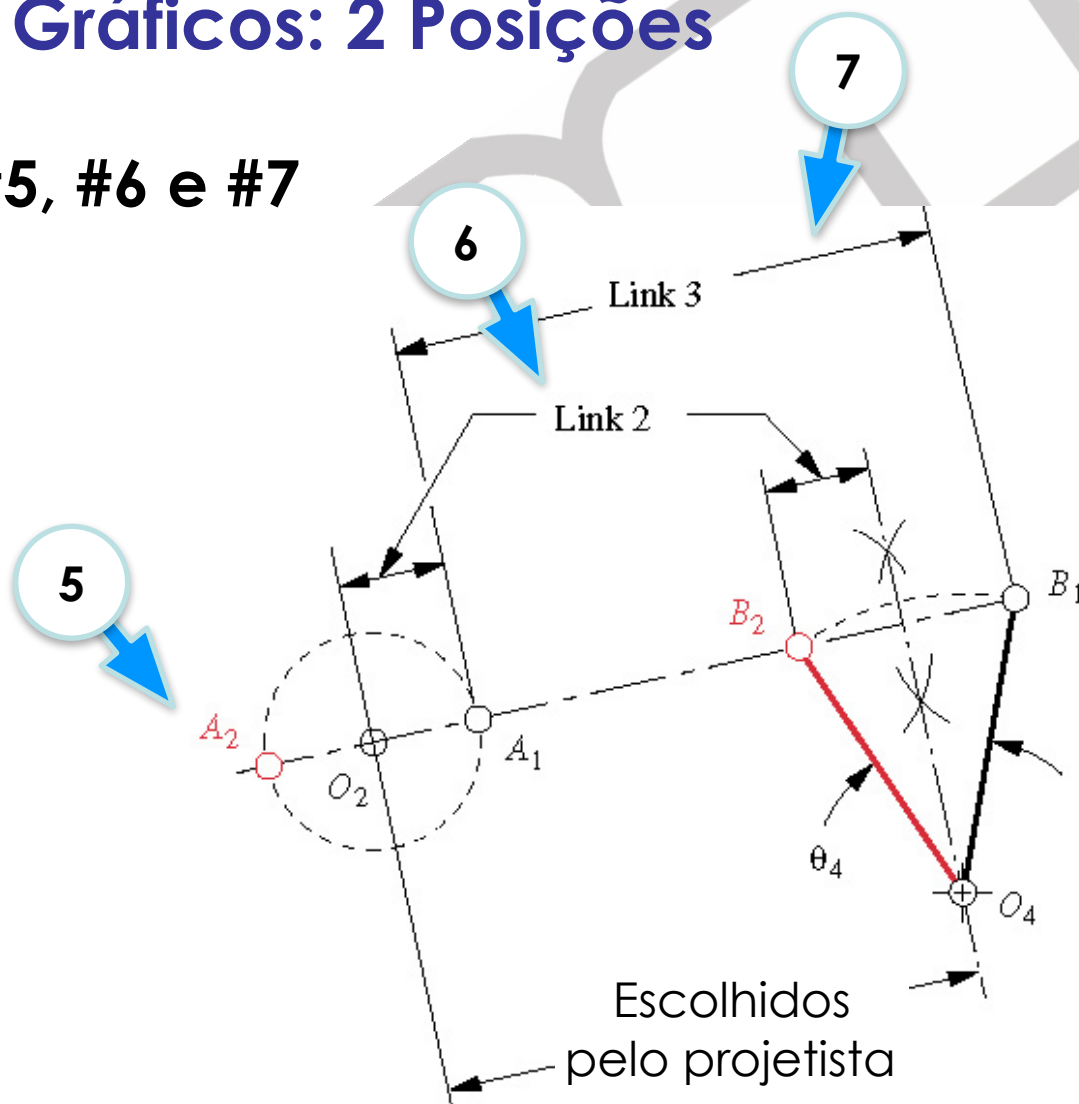
Métodos Gráficos: 2 Posições

- Passos:
 5. Nomeie as duas intersecções da circunferência com a extensão de B_1B_2 como A_1 e A_2 ;
 6. O link 2 tem medida igual ao raio r ;
 7. Meça a distância entre A_1 e B_1 (ou entre A_2 e B_2) e a assuma como o comprimento do link 3 ou acoplador (coupler);
 8. Meça a distância entre O_2 e O_4 e a assuma como o comprimento do link 1.

Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 2 Posições

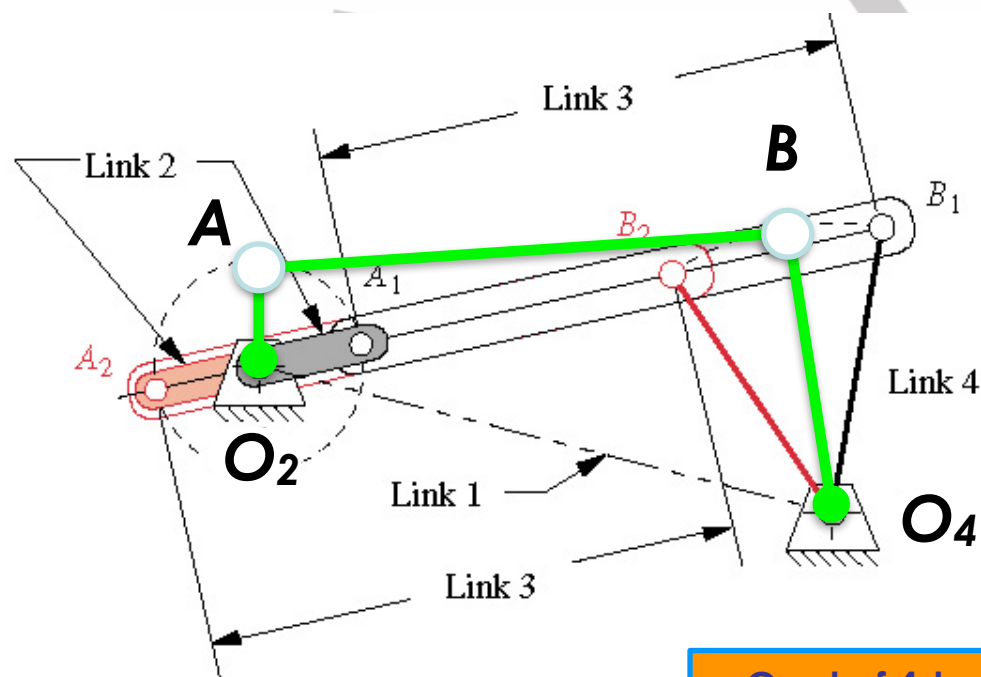
Passos #5, #6 e #7



Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 2 Posições

MECANISMO FINAL



Grashof 4-barras

Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 2 Posições

Rocker output

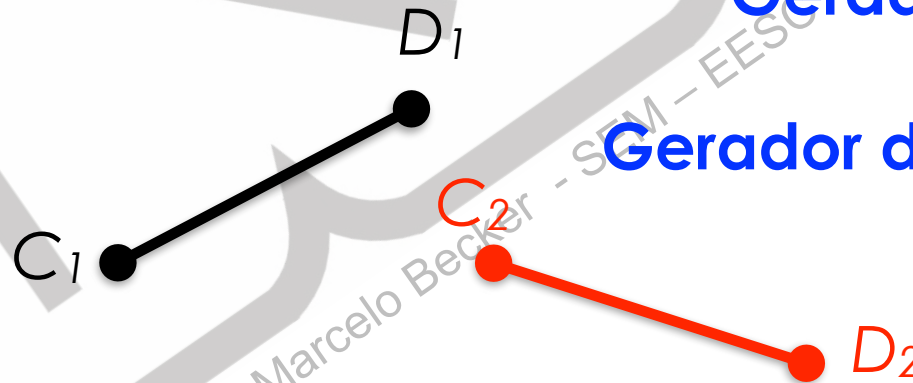
Exemplo #2 (Norton 3.2)

- Projete um mecanismo de 4 barras para mover o link CD (pertencente ao *link rocker*) das posições C_1D_1 para as posições C_2D_2 .

Gerador de fç?

Gerador de Trajetórias?

Grashof
4-barras



Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 2 Posições

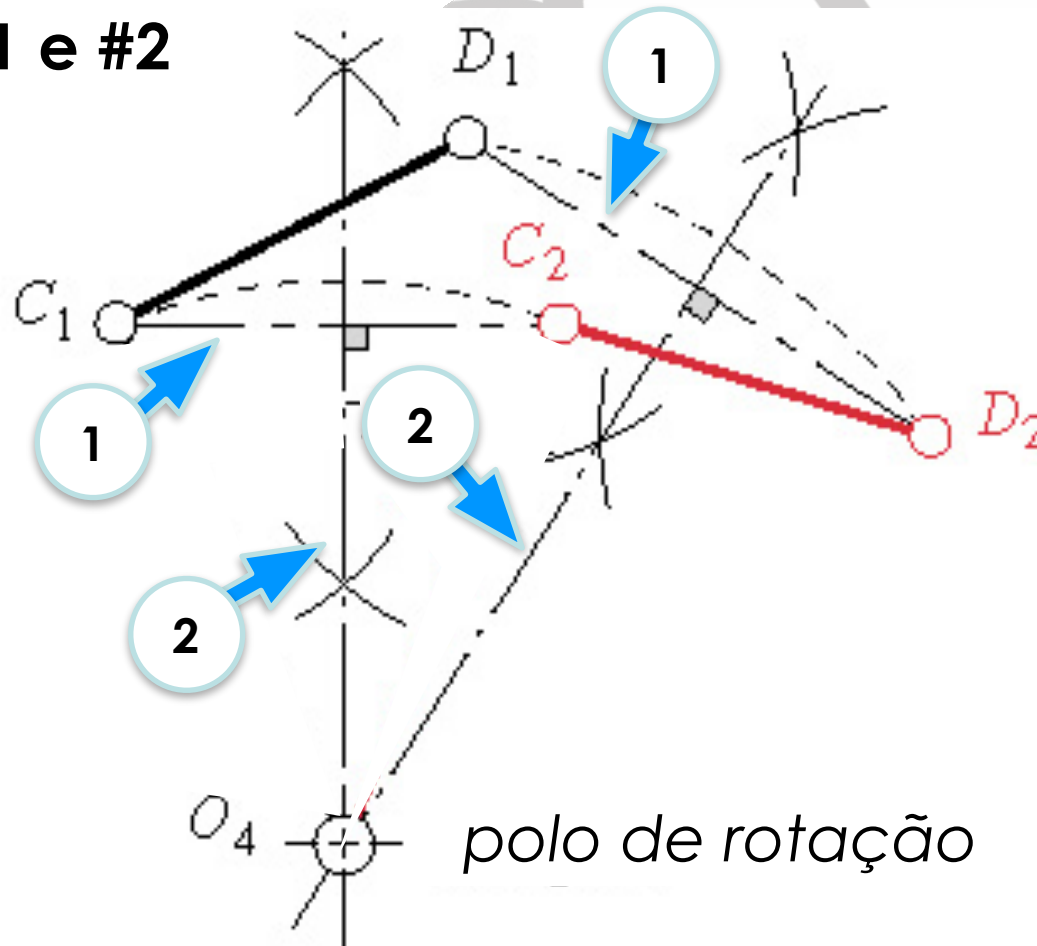
- Passos:

1. Desenhe linhas tracejadas de C_1 a C_2 e de D_1 a D_2 ;
2. Desenhe as mediatrizes dos segmentos de linha C_1C_2 e D_1D_2 , extendendo-as até se intersectarem em O_4 . Este ponto de intersecção é o **polo de rotação**;

Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 2 Posições

Passos #1 e #2



Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 2 Posições

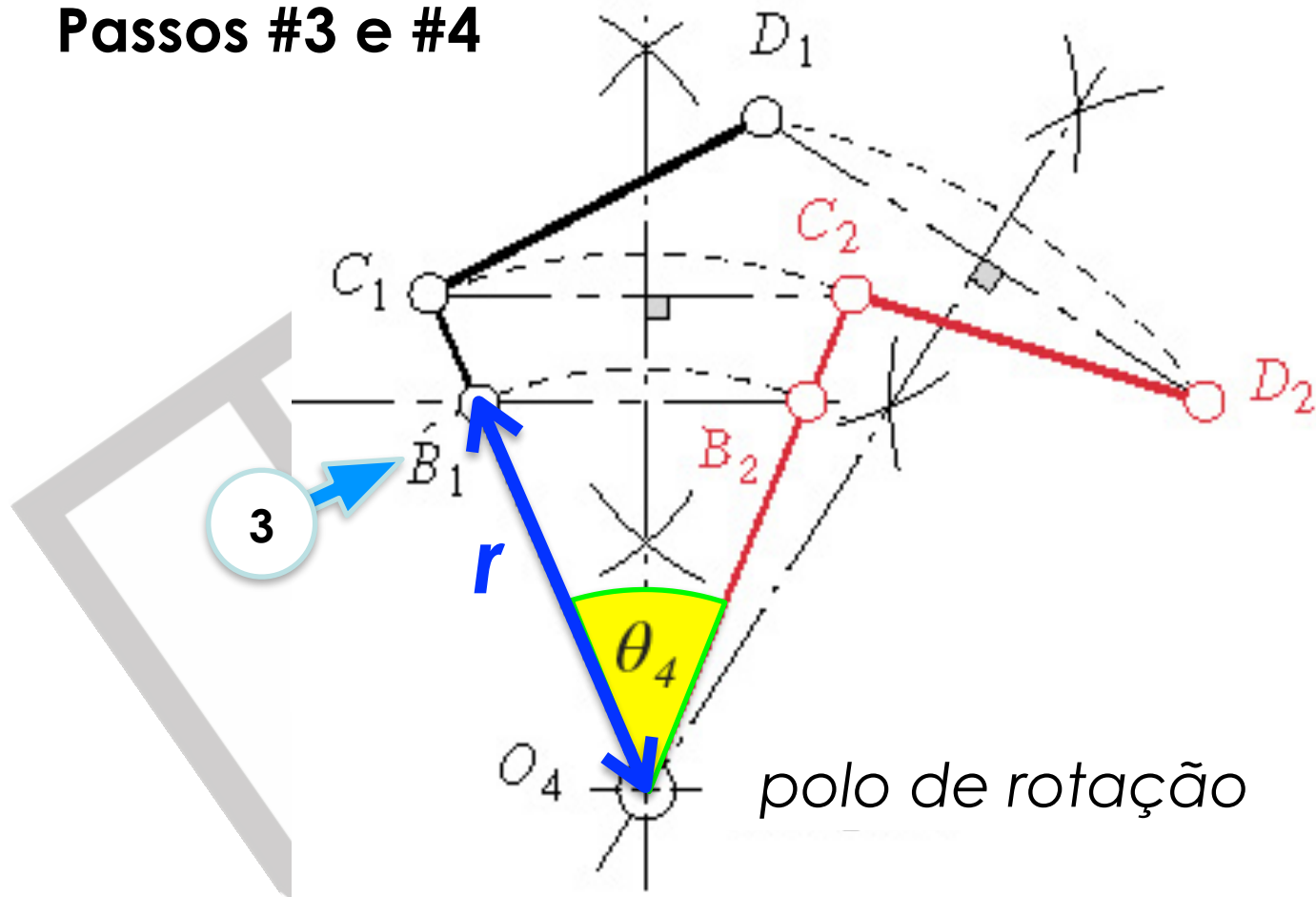
- Passos:
 3. Selecione um valor conveniente de raio r e desenhe um arco de circunferência centrado no polo de rotação que intersecte ambos segmentos de reta (O_4C_1 e O_4C_2). Nomeie as interseções como B_1 e B_2 ;
 4. Repita os passos 2 a 8 do exemplo anterior para completar o mecanismo.

Gerador de Trajetórias → **Gerador de fç...**

Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 2 Posições

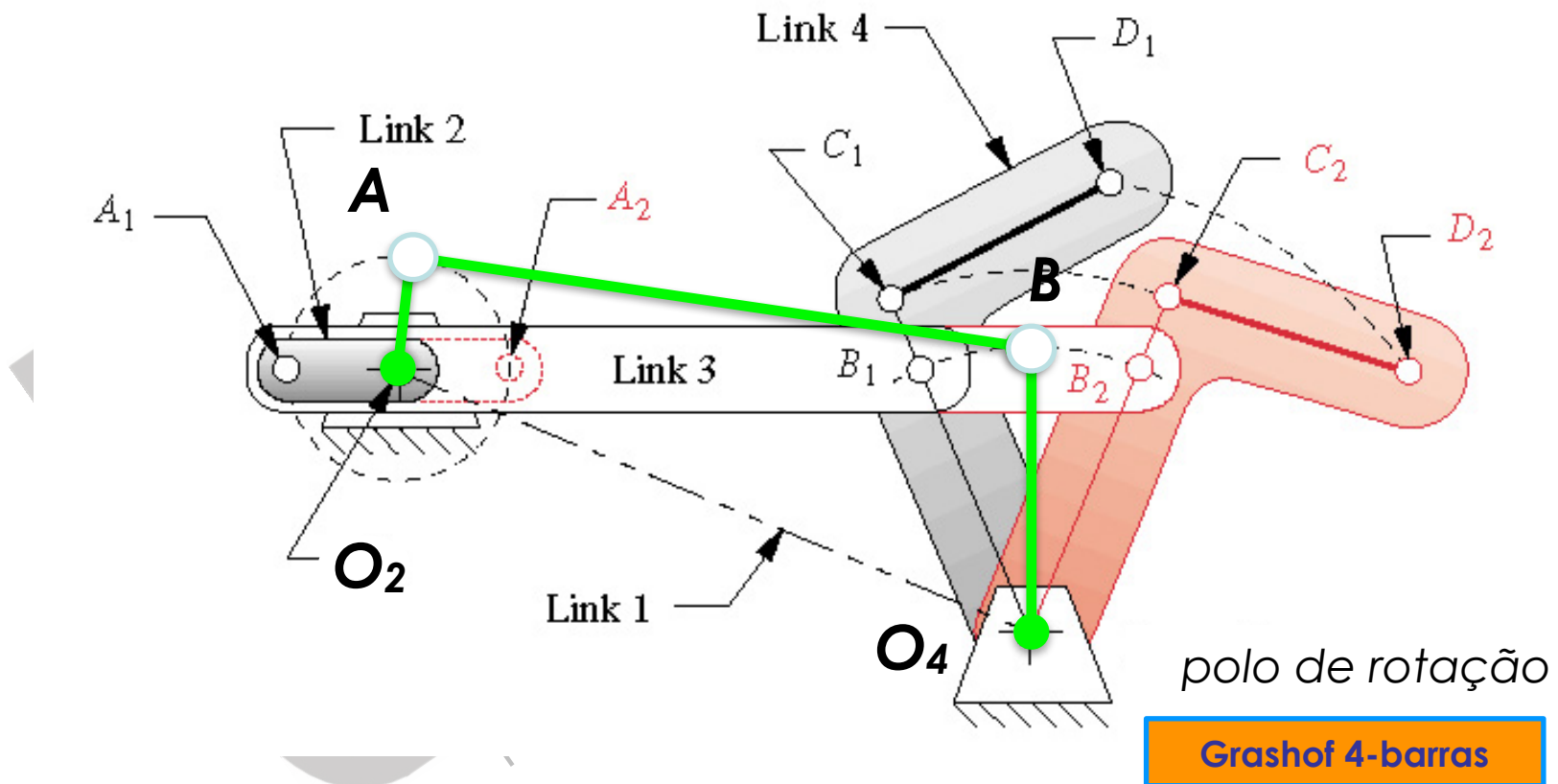
Passos #3 e #4



Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 2 Posições

MECANISMO FINAL



Síntese de Mecanismos

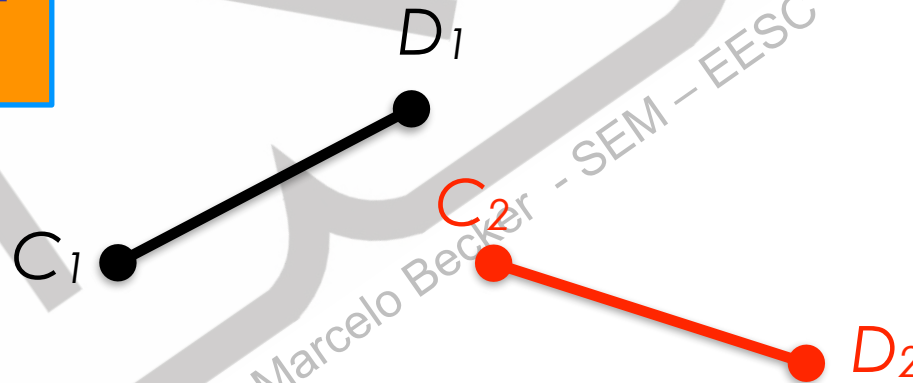
Métodos Gráficos: 2 Posições

Coupler output

Exemplo #3 (Norton 3.3)

- Projete um mecanismo de 4 barras para mover o link CD das posições C_1D_1 para as posições C_2D_2 .

ñ-Grashof 4-barras



Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 2 Posições

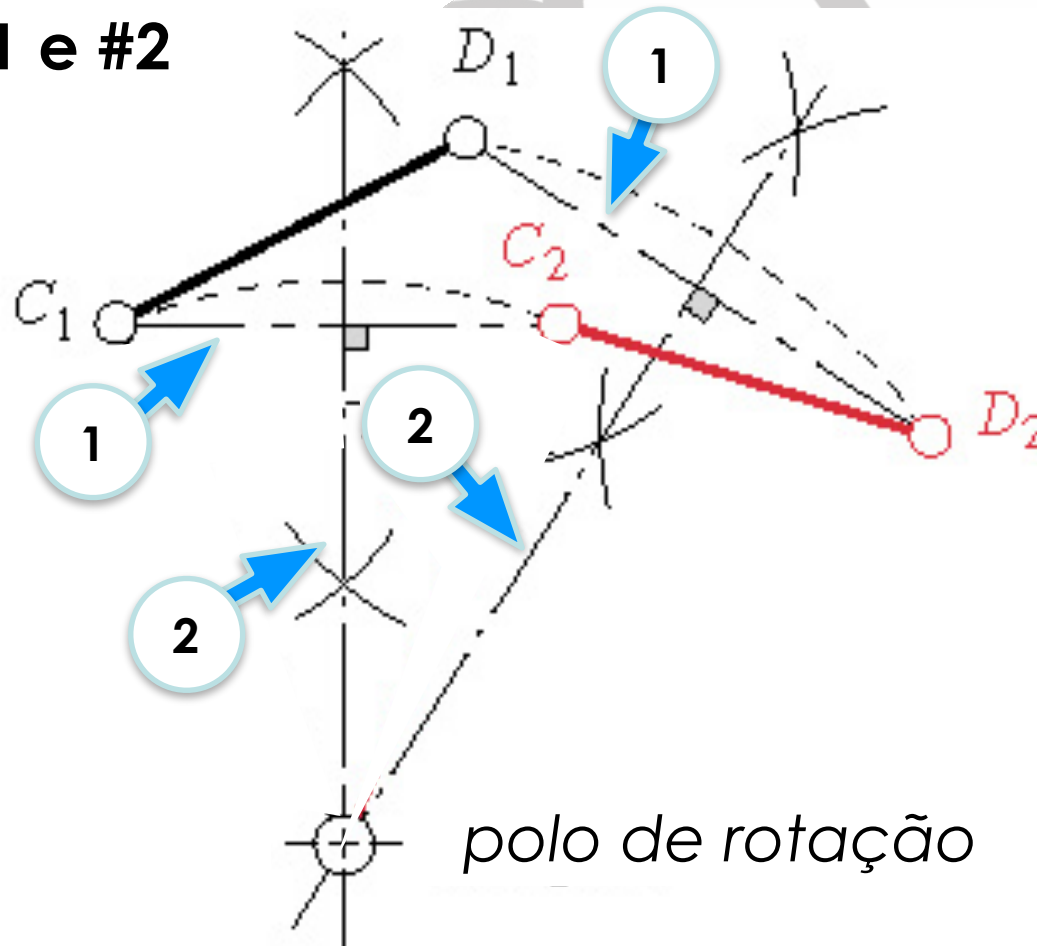
- Passos:

1. Desenhe linhas tracejadas de C_1 a C_2 e de D_1 a D_2 ;
2. Desenhe as mediatrizes dos segmentos de linha C_1C_2 e D_1D_2 , extendendo-as até se intersectarem. Neste caso, o ponto de intersecção (**polo de rotação**) não será empregado;

Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 2 Posições

Passos #1 e #2



Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 2 Posições

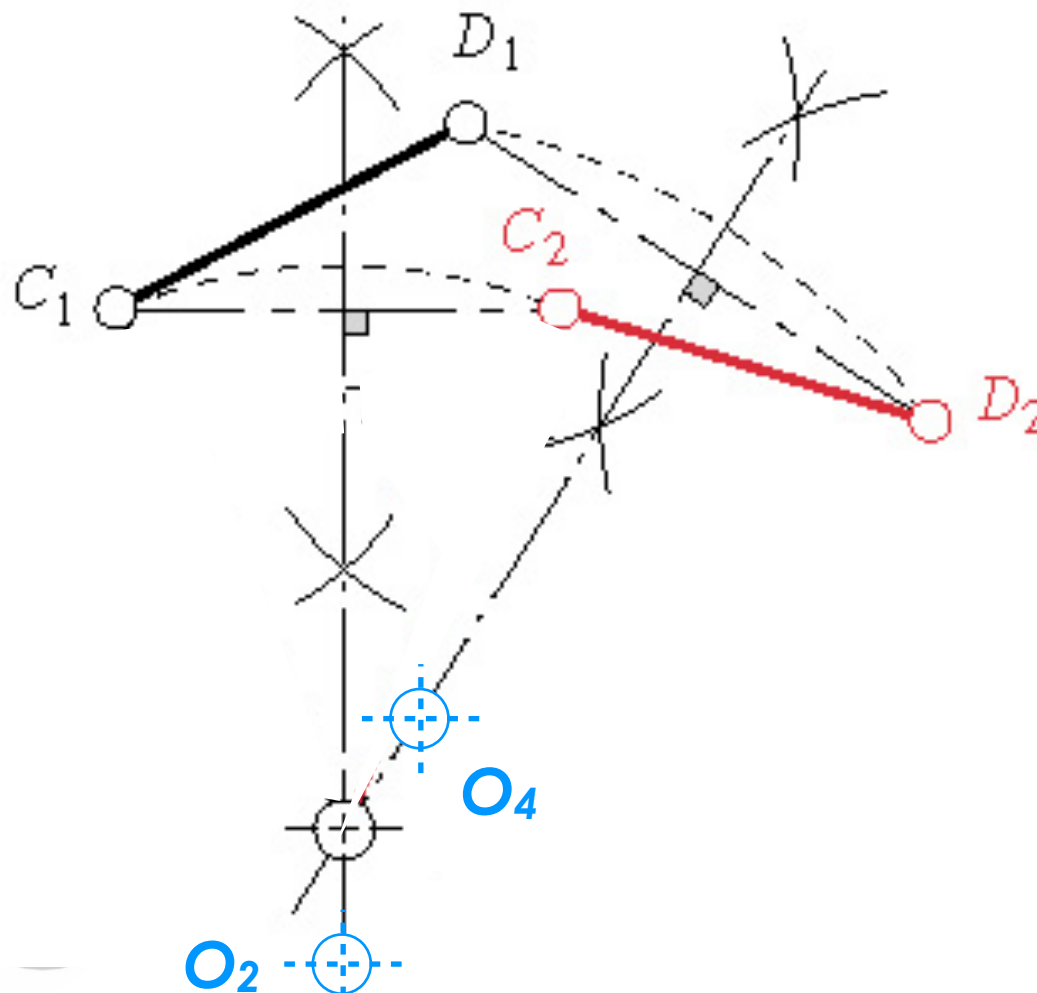
- Passos:

3. Selecione um ponto qualquer em cada mediatriz para serem as posições das juntas O_2 e O_4 ;
4. Conecte O_2 com C_1 e chame-o de **link 1**. Conecte O_4 com D_1 e chame-o de **link 4**; O **link 3** é C_1D_1 .
5. Verifique a condição de Grashof e repita os passos 3 a 4 até que se obtenha a condição desejada.

Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 2 Posições

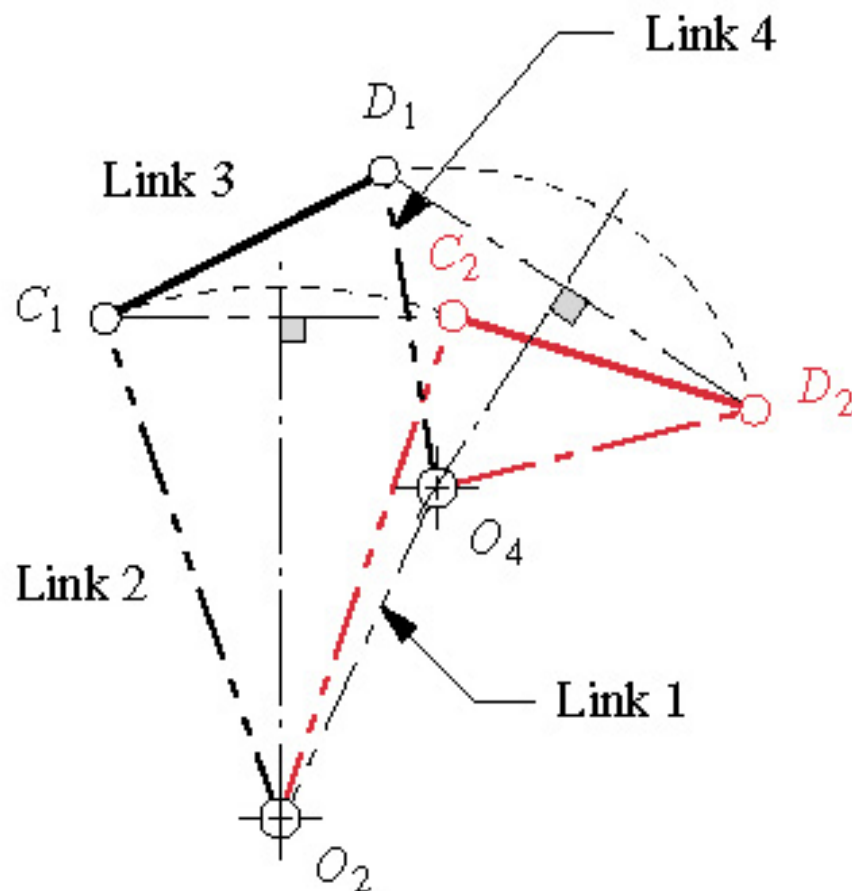
Passo #3



Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 2 Posições

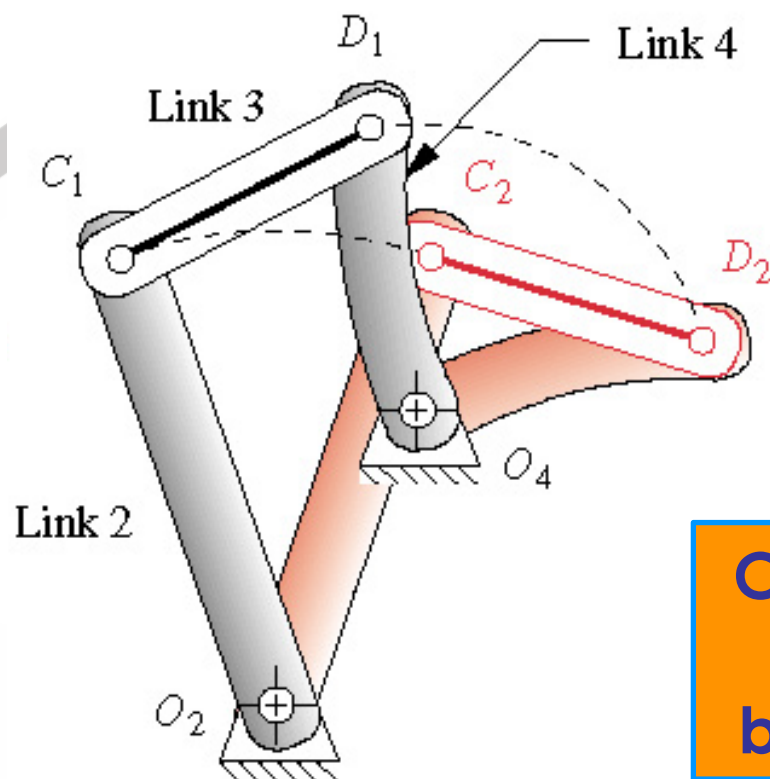
Passo #4



Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 2 Posições

MECANISMO FINAL



Como acionar um mecanismo 4-barras ñ-Grashof?

Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 2 Posições

Como adicionar um acionamento tipo **driver dyad**?

<https://www.youtube.com/watch?v=j3Hho1sDptQ>

Exemplo #4 (Norton 3.4)

- Adicione um acionamento tipo **driver dyad** ao mecanismo de 4 barras do exemplo anterior e limite os extremos do movimento a suas posições de projeto.

Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 2 Posições

- Passos:

1. Selecione um ponto conveniente no link 2 do mecanismo 4-barras. Note que este ponto tem que estar na linha O_2C_1 . Nomeie este ponto como B_1 ;
2. Desenhe um arco com centro em O_2 através de B_1 que intersecte a linha O_2C_2 na segunda posição do link 2. Nomeie este ponto como B_2 . A corda B_1B_2 retorna o problema ao exemplo #1;
3. Repita os passos do exemplo #1.

Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 2 Posições

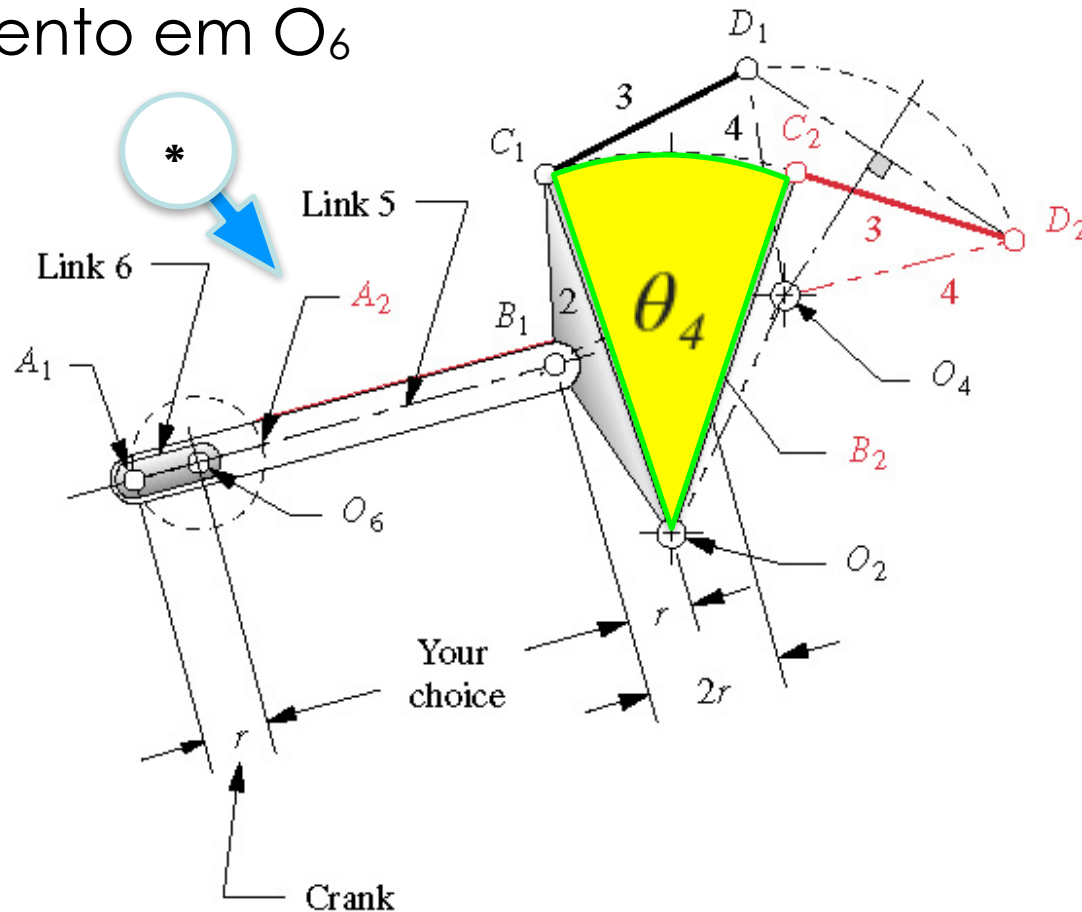
- Observações:

- * No procedimento para adicionar o acionamento, nomeie os links e junta, respectivamente como: link 5, link 6 e junta O_6 ;
- * O link 6 será o link de acionamento (**driver crank**);
- * O sub-sistema 4-barras adicionado ($O_6A_1B_1O_2$) tem que ser um **crank-rocker** que respeite a condição de Grashof.

Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 2 Posições

Adicionar um acionamento tipo **driver dyad** * com acionamento em O_6

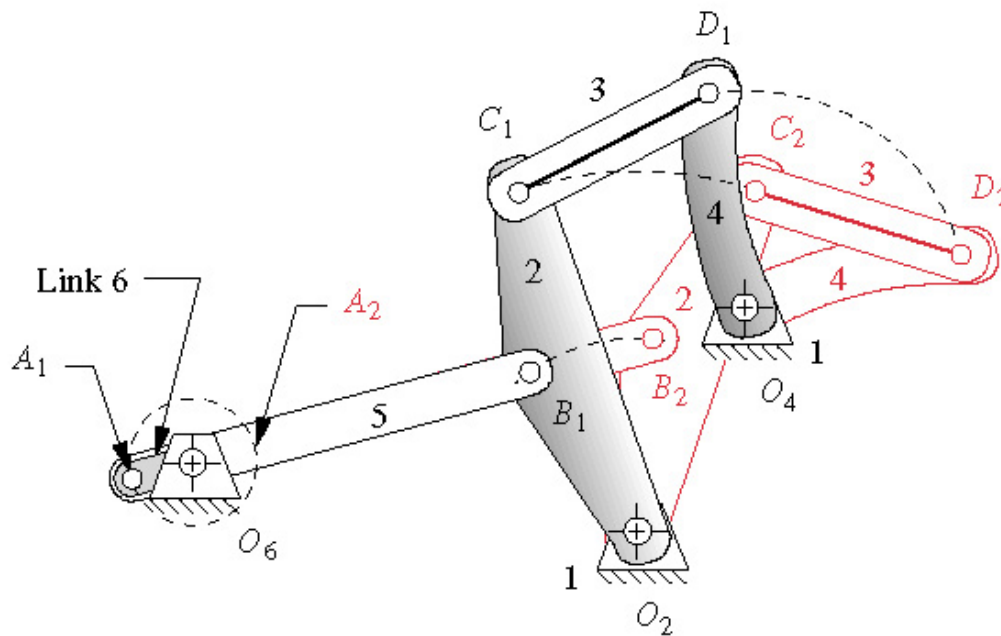


Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 2 Posições

MECANISMO FINAL - VERSÃO 1

Mecanismo Watt 6 barras completo com motor em O_6

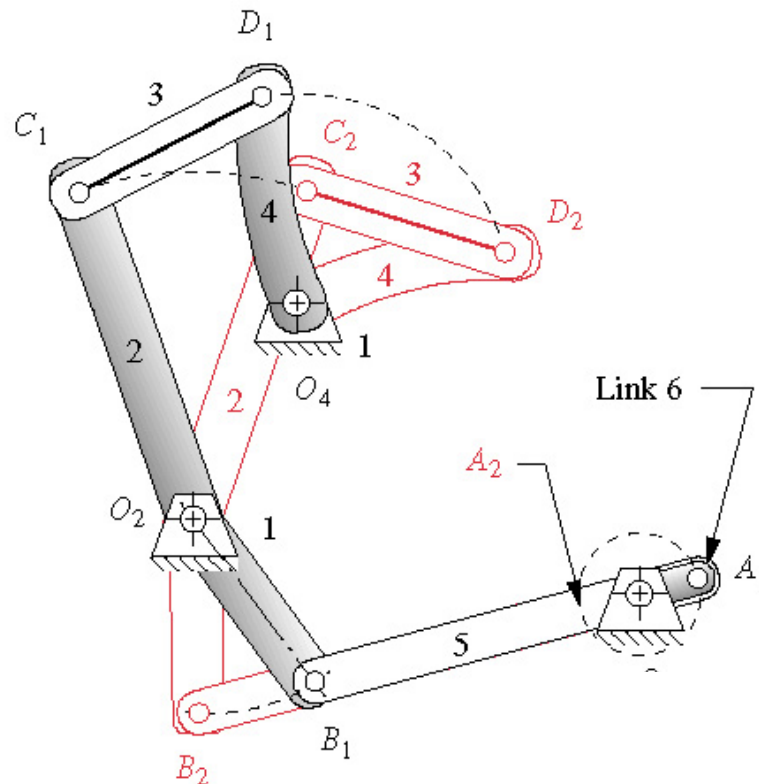


Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 2 Posições

VERSÃO ALTERNATIVA

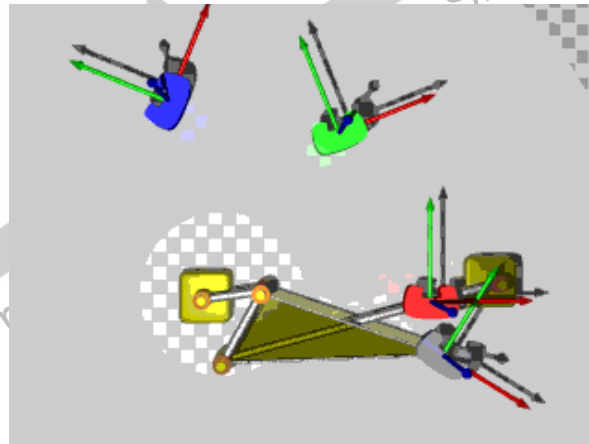
Acionamento tipo **driver dyad** com motor em O_6



Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 3 Posições

- Problema de Geração de Movimentos
- Extensão do Exemplo 3.2 (2 posições)
- Geralmente resulta em um mecanismo 4-barras tipo *Grashof* que necessita de um acionamento tipo *driver dyad*



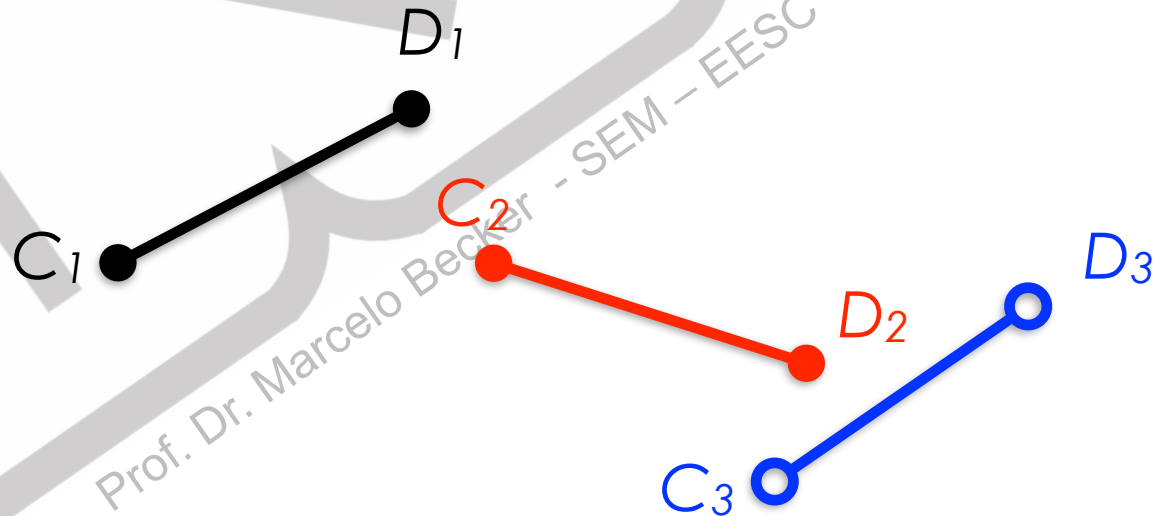
Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 3 Posições

ñ-Grashof 4-
barras

Exemplo #5 (Norton 3.5)

- Projete um mecanismo de 4 barras para mover o link CD das posições C_1D_1 para as posições C_2D_2 e depois para C_3D_3 .



Síntese de Mecanismos

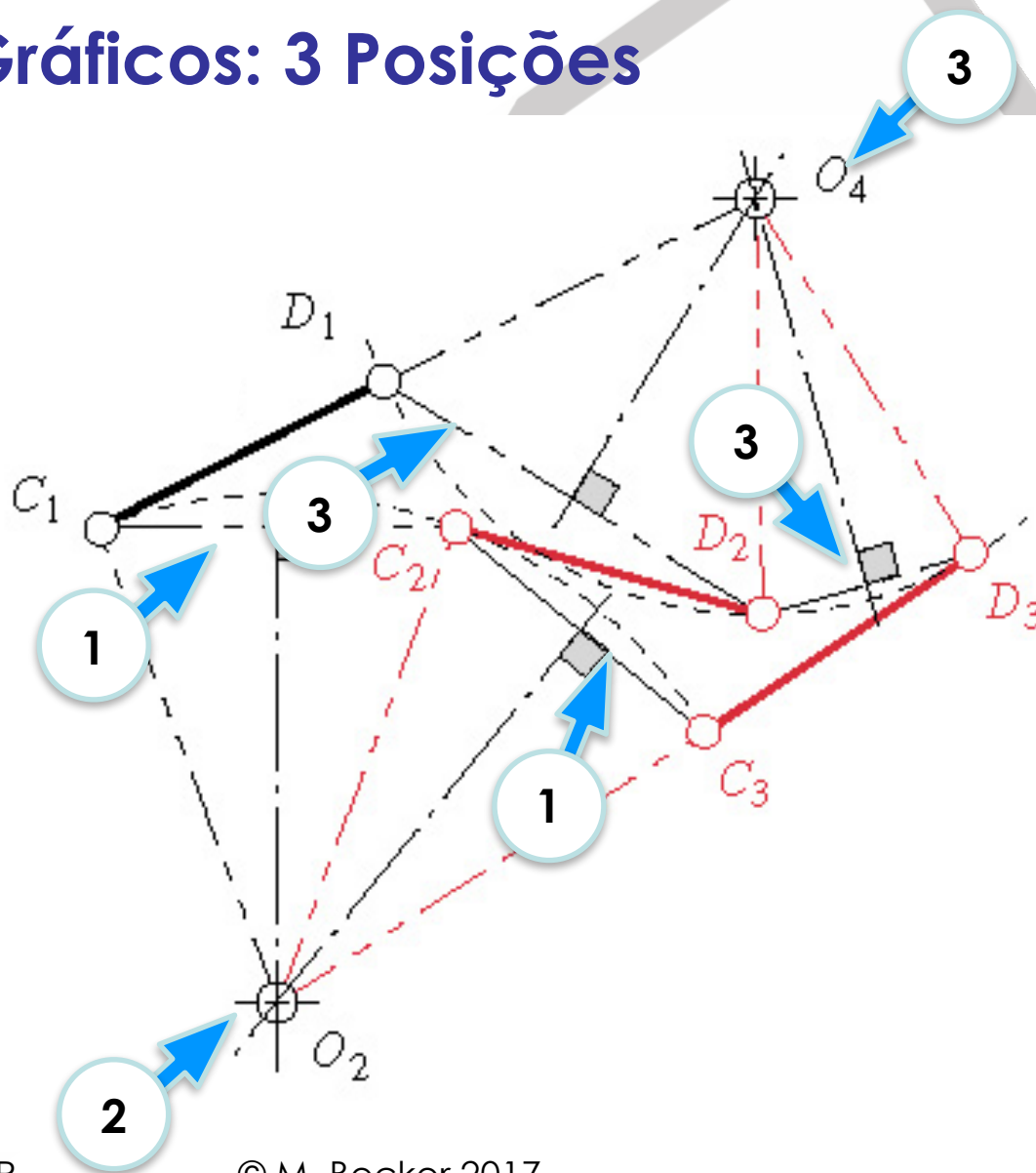
Métodos Gráficos: 3 Posições

- Passos:

1. Desenhe os segmentos de linha de C_1 a C_2 e de C_2 a C_3 ;
2. Desenhe as mediatrizes dos segmentos de linha C_1C_2 e C_2C_3 , extendendo-as até se intersectarem. Nomeie a intersecção como O_2 ;
3. Repita os passos 1 e 2 para os seguimentos de linha D_1D_2 e D_2D_3 , nomeie a intersecção como O_4 ;

Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 3 Posições



Síntese de Mecanismos

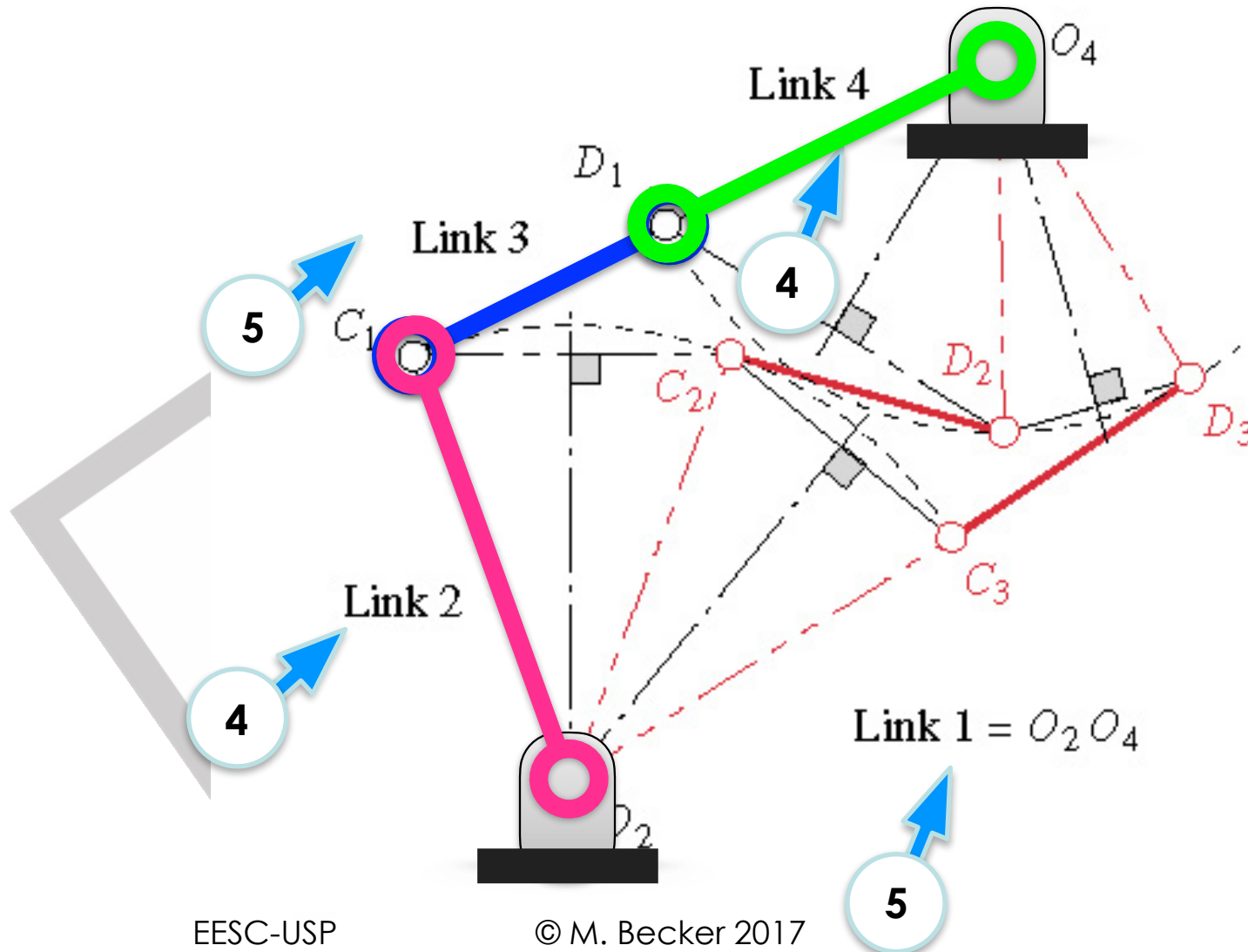
Métodos Gráficos: 3 Posições

- Passos:

4. Conecte O_2 com C_1 e nomeie esse link como link 2. Conecte O_4 com D_1 e nomeie esse link como link 4;
5. O segmento de linha C_1D_1 é o link 3. O_2O_4 é o link 1;
6. Verifique a condição de Grashof.

Síntese de Mecanismos

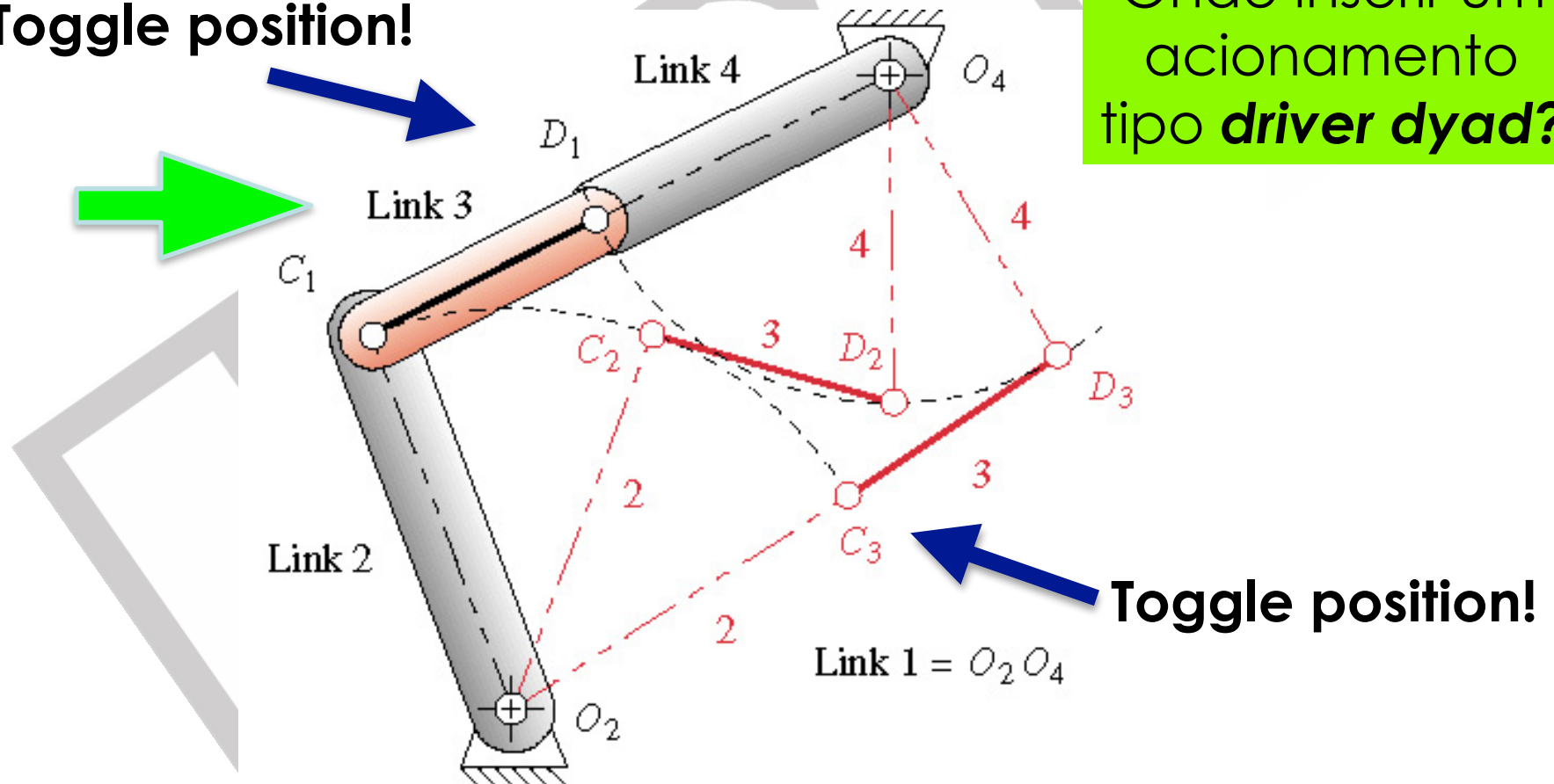
Métodos Gráficos: 3 Posições



Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 3 Posições

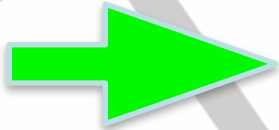
Toggle position!



Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 3 Posições

- Se uma ou mais juntas ficarem localizadas em posições indesejadas?



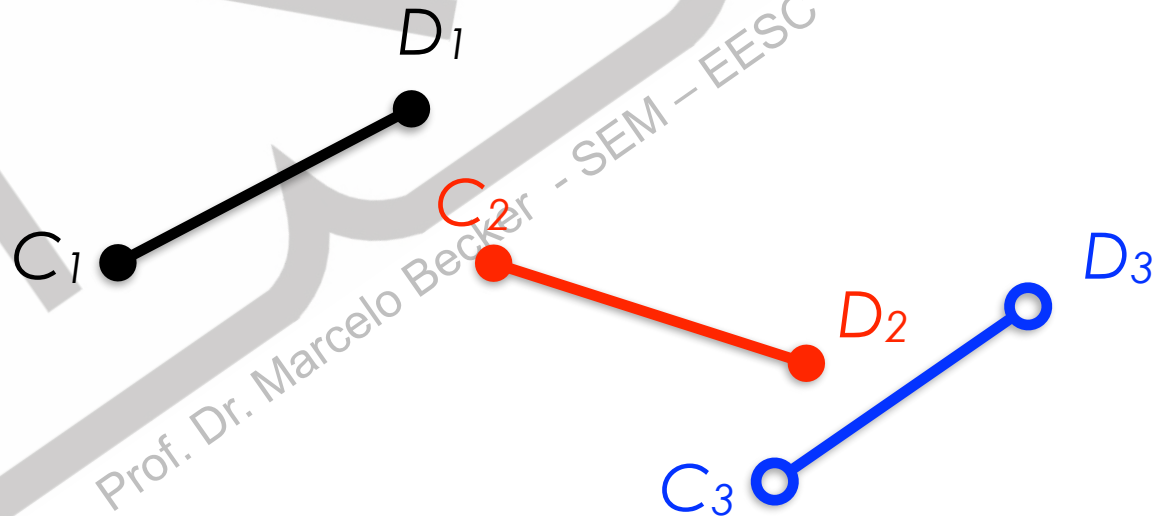
REPROJETAR!!

Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 3 Posições

Exemplo #6 (Norton 3.6)

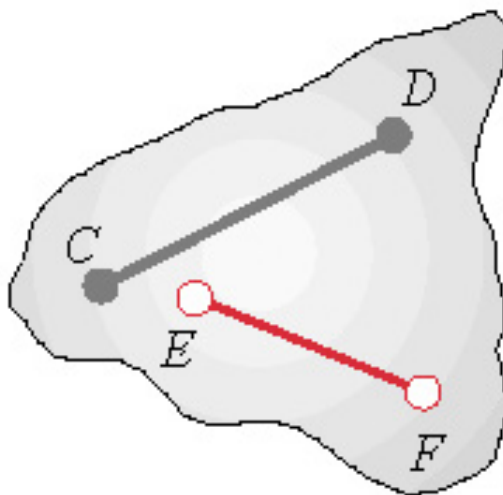
- Projete um mecanismo de 4 barras alternativo para mover o link CD das posições C_1D_1 para as posições C_2D_2 e depois para C_3D_3 , usando *pivots* diferentes...



Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 3 Posições

- O que são *pivots* diferentes?



Síntese de Mecanismos

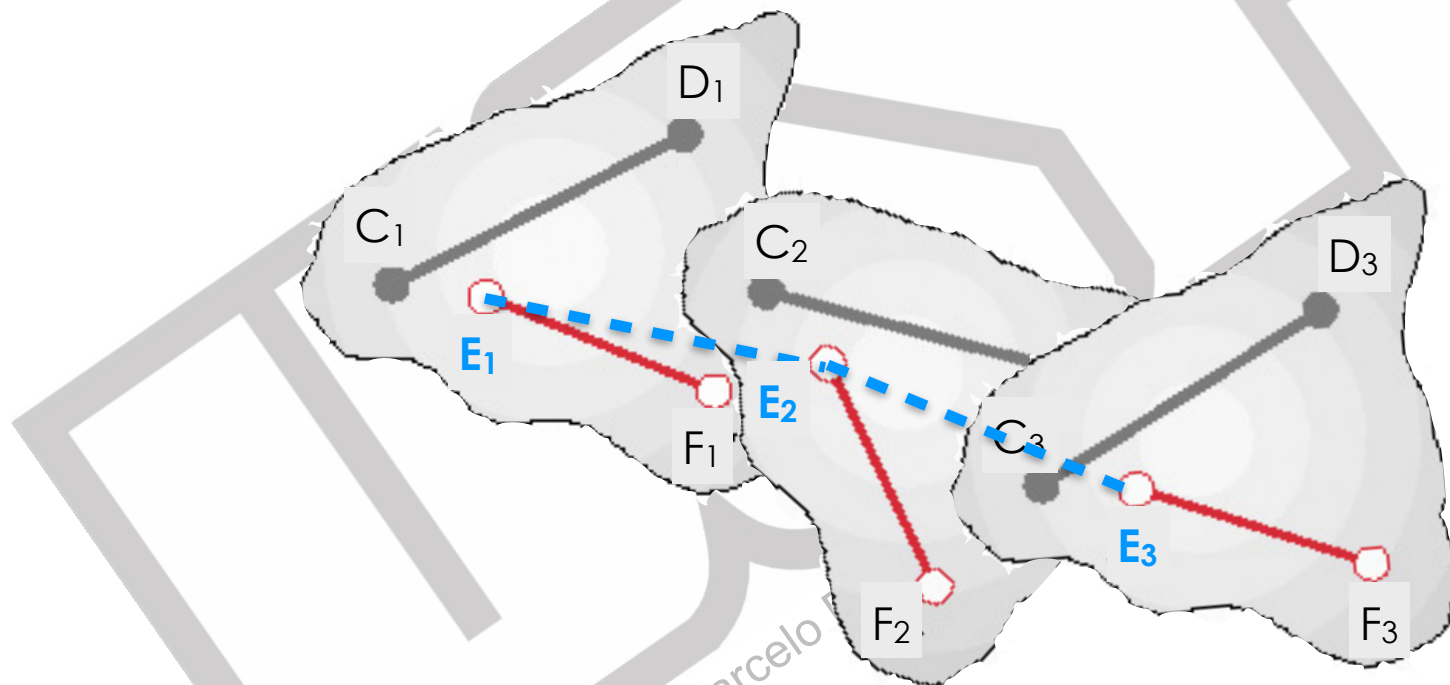
Métodos Gráficos: 3 Posições

- Passos:

1. Desenhe o link CD em suas 3 posições desejadas: C_1D_1 , C_2D_2 e C_3D_3 (como foi feito no exemplo anterior);
2. Defina os novos pontos para os pivots E_1 e F_1 que terão uma distância fixa aos pontos C_1 e D_1 . Use o segmento E_1F_1 para definir as 3 “novas” posições desejadas;
3. Desenhe os segmentos de linha de E_1 a E_2 e de E_2 a E_3 ;

Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 3 Posições



Prof. Dr. Marcelo

Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 3 Posições

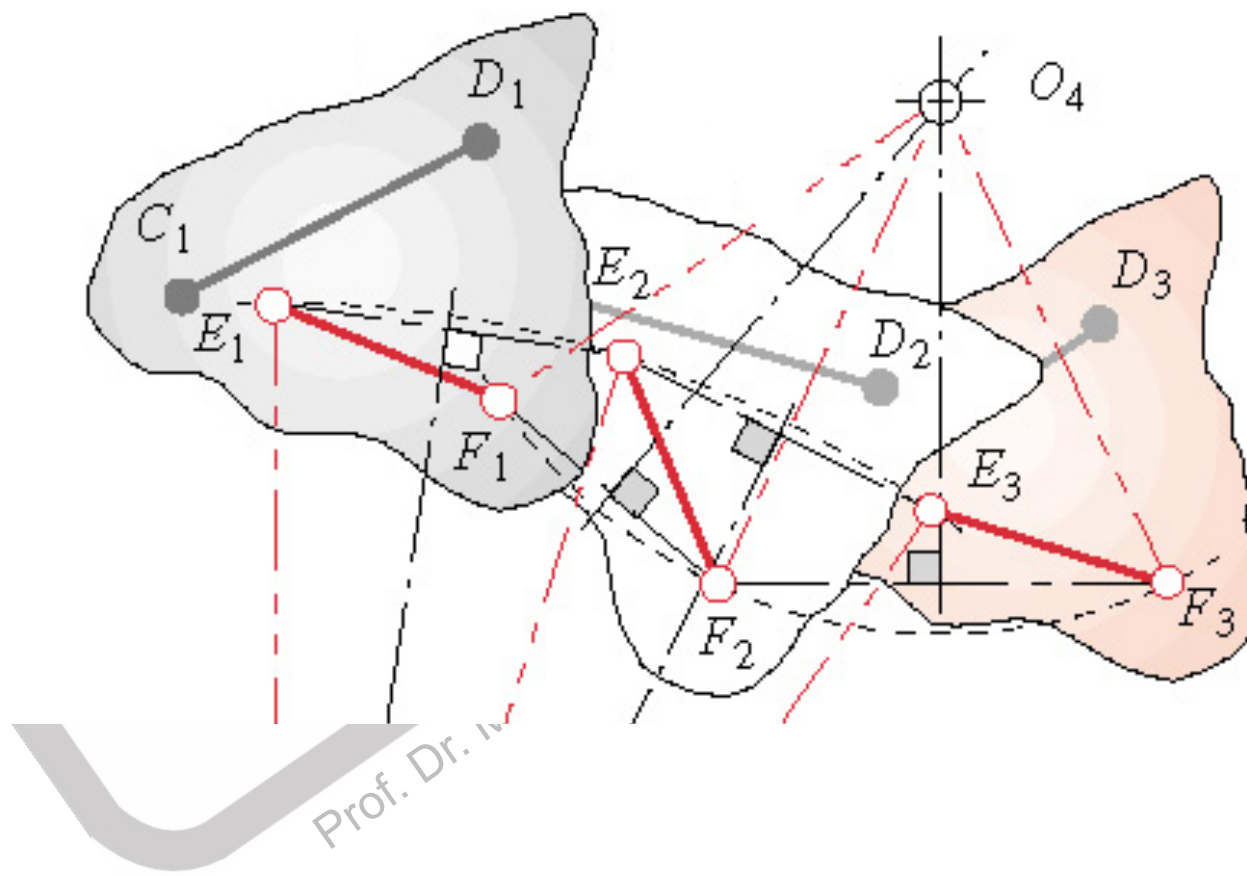
- Passos:

4. Desenhe as mediatrizes dos segmentos de linha E_1E_2 e E_2E_3 e estenda as suas perpendiculares até se intersectarem. Nomeie o ponto de intersecção como O_2 ;
5. Repita os passos 3 e 4 com F_1F_2 e F_2F_3 e nomeie o ponto de intersecção como O_4 ;

Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 3 Posições

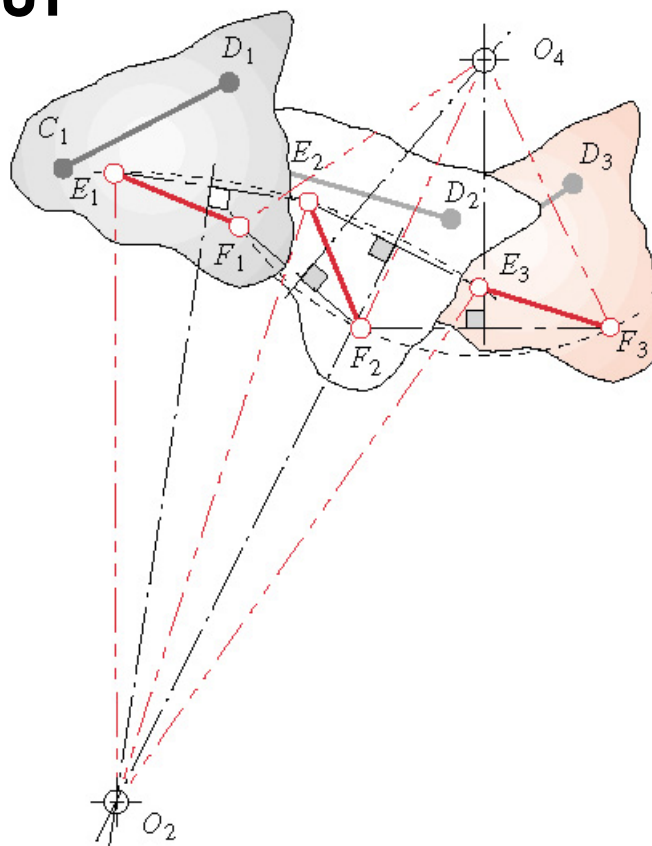
ZOOM IN



Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 3 Posições

ZOOM OUT



Síntese de Mecanismos

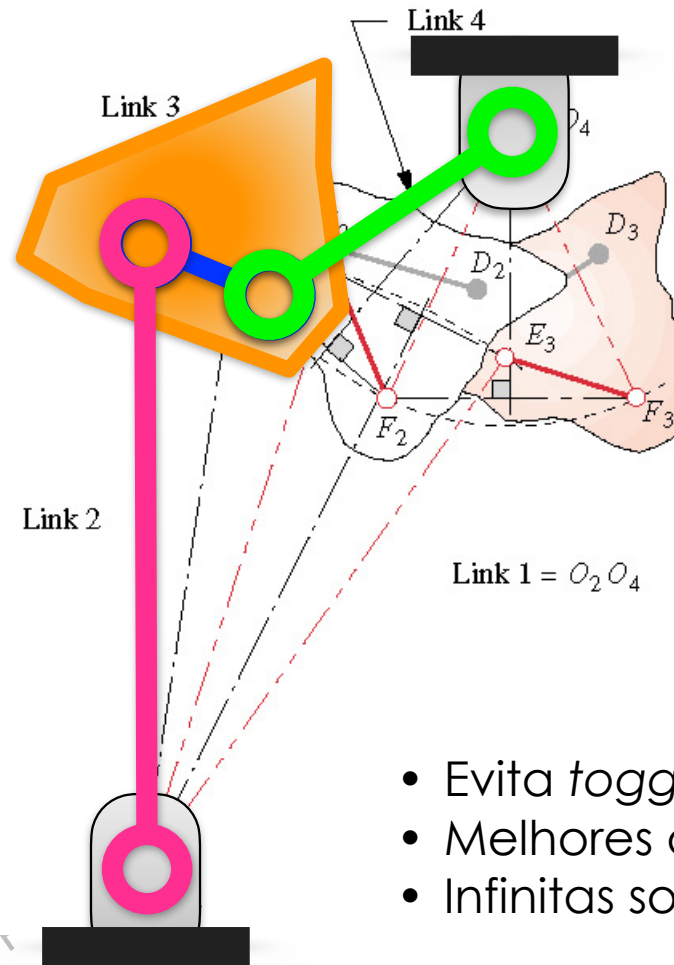
Métodos Gráficos: 3 Posições

- Passos:

6. Conecte O_2 com E_1 e nomeie este link como link 2. Conecte O_4 com F_1 e nomeie este link como link 4;
7. O segmento E_1F_1 é o link 3. O segmento O_2O_4 é o link 1;
8. Verifique a Condição de Grashof;
9. Verifique se há posições tipo toggle;
10. Construa um acionamento tipo driver dyad conectado no link 2.

Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 3 Posições



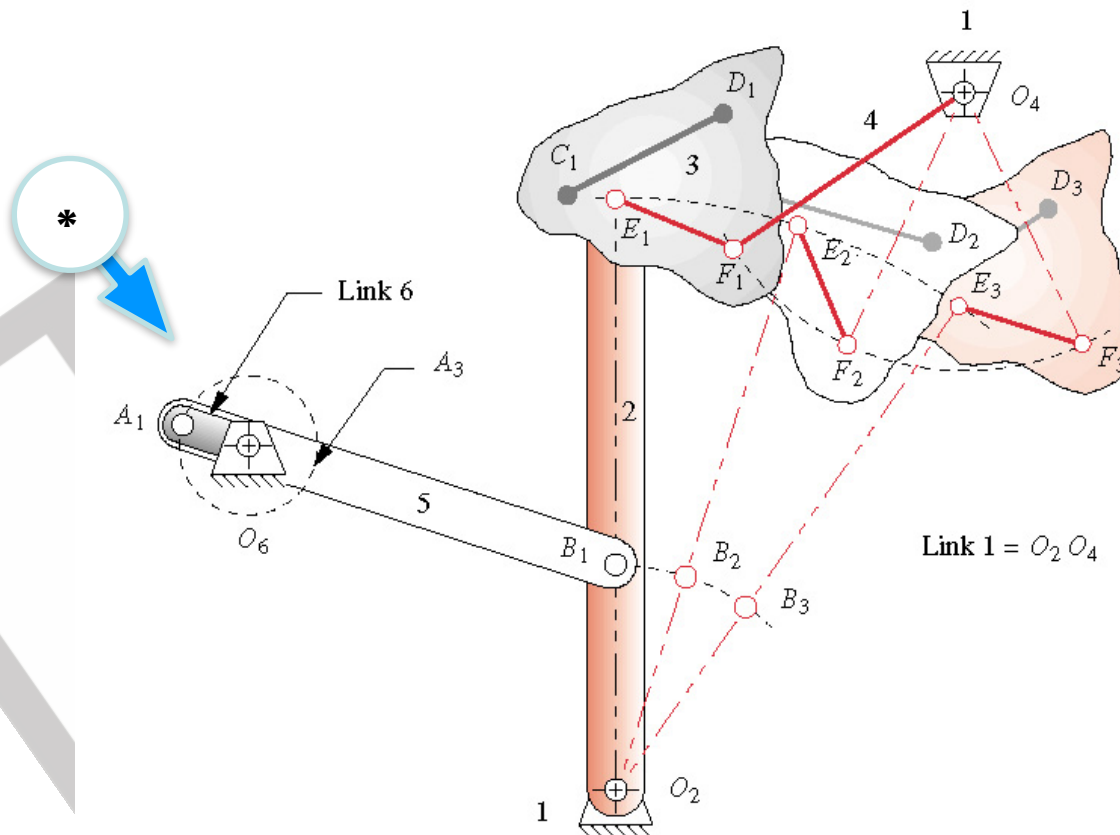
Onde inserir um acionamento tipo **driver dyad**?

- Evita *toggle positions*
- Melhores ângulos de transmissão
- Infinitas soluções...

Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 3 Posições

Acionamento tipo **driver dyad** com motor em O_6



Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 3 Posições

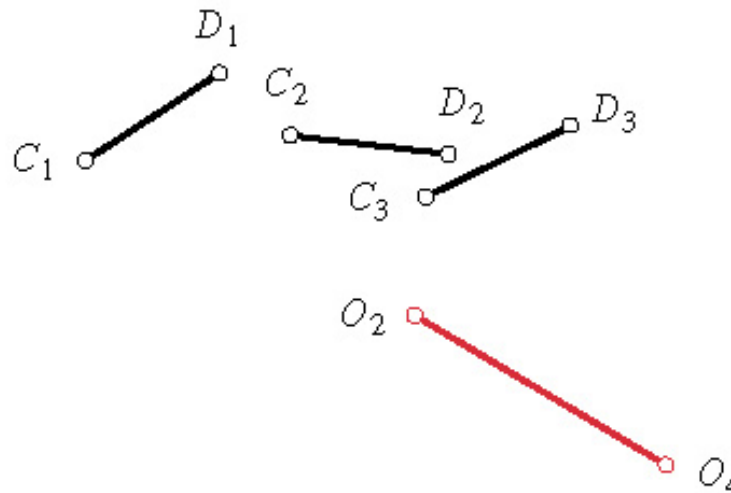
- Síntese para 3 posições com posições de **O₂** e **O₄** já definidas
 - Requisito de Projeto...
 - Pode necessitar o emprego do princípio da inversão [Referência: *Kinematic Design of Machines and Mechanisms*, Homer D. Eckhardt, 1998].

Síntese de Mecanismos

3 Posições - Princípio da Inversão

Exemplo #7 (Norton 3.7)

- Inverta o mecanismo 4-barras que movimenta o *link* CD das posições C_1D_1 para as posições C_2D_2 e depois para C_3D_3 , usando os *pivots* fixos O_2 e O_4 .



Síntese de Mecanismos

3 Posições - Princípio da Inversão

- Passos:

1. Desenhe o link CD em suas 3 posições desejadas: C_1D_1 , C_2D_2 e C_3D_3 (como foi feito nos exemplos anteriores);
2. Desenhe o link 1 O_2O_4 ;
3. Desenhe os arcos de C_2 a O_2 e de D_2 a O_2 , cujos raios definem os lados do triângulo $C_2D_2O_2$. Isto define a relação entre o pivot fixo O_2 e link acoplador CD (na segunda posição desejada);

Síntese de Mecanismos

3 Posições - Princípio da Inversão

- Passos:

4. Desenhe os arcos de C_2 a O_4 e de D_2 a O_4 , cujos raios definem os lados do triângulo $C_2D_2O_4$. Isto define a relação entre o pivot fixo O_4 e link acoplador CD (na segunda posição desejada);

3 Posições - Princípio da Inversão



Síntese de Mecanismos

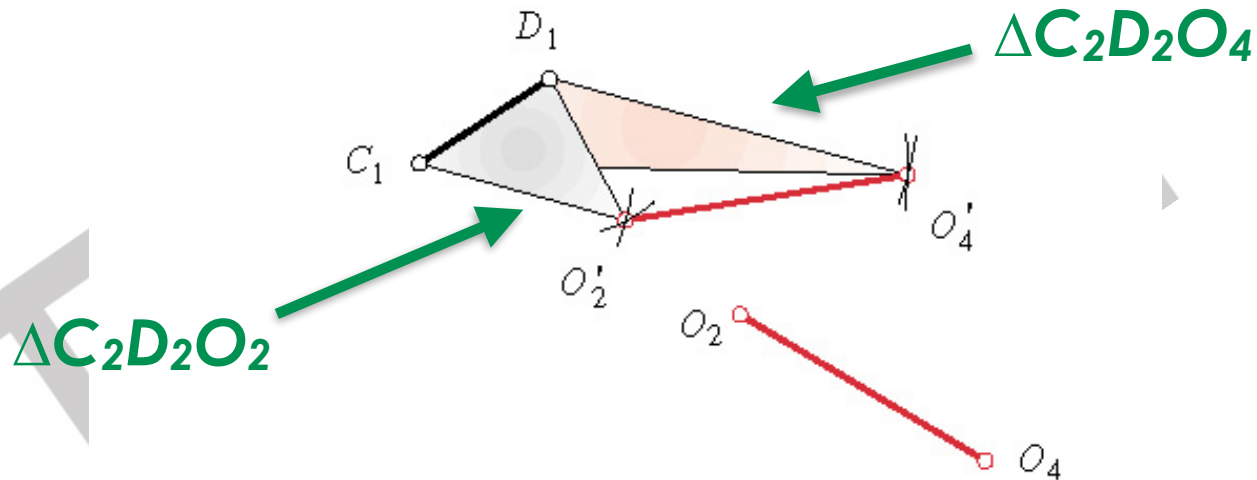
3 Posições - Princípio da Inversão

- Passos:

5. *Transfira as duas relações para a primeira posição do link acoplador (posição C_1D_1). Obtenha a posição $O_2'O_4'$ (que mantém a relação existente entre C_2D_2 e O_2O_4);*

Síntese de Mecanismos

3 Posições - Princípio da Inversão



É como se os *pivots* fixos estivessem se movimentado (de O_2O_4 para $O_2'O_4'$) e o link C_1D_1 estivesse fixo...

Síntese de Mecanismos

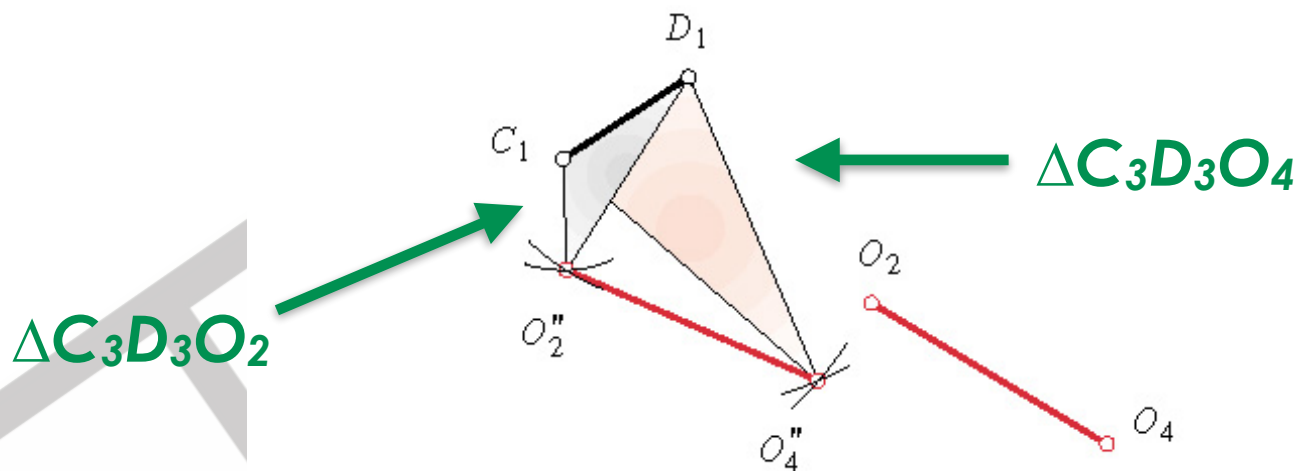
3 Posições - Princípio da Inversão

- Passos:

6. Repita o processo para a terceira posição do link acoplador (posição C_3D_3). Obtenha a posição $O_2''O_4''$ (que mantém a relação existente entre C_3D_3 e O_2O_4);

Síntese de Mecanismos

3 Posições - Princípio da Inversão



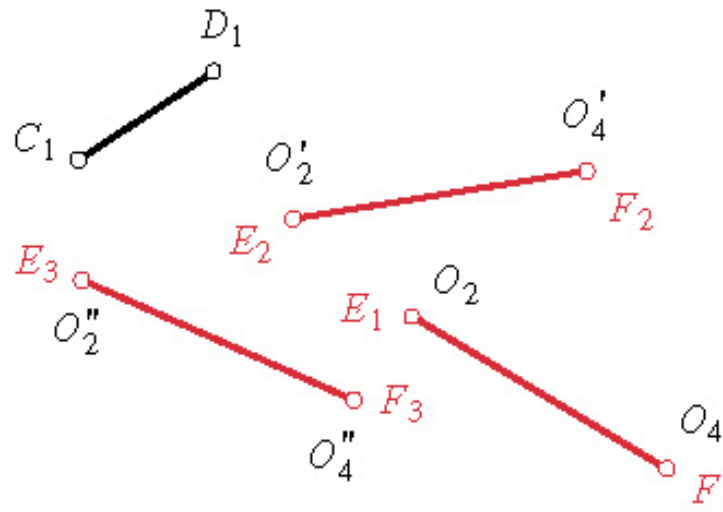
Prof. Dr. Marcelo Becker

Síntese de Mecanismos

3 Posições - Princípio da Inversão

- Passos:

7. No final, tem-se as 3 posições do movimento invertido do link 1 (O_2O_4 , $O_2'O_4'$ e $O_2''O_4''$) para a primeira posição do link acoplador (posição C_1D_1).

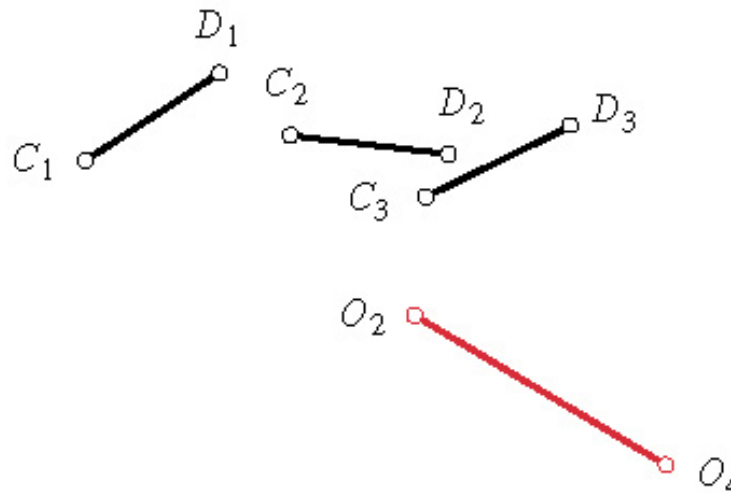


Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 3 Posições

Exemplo #8 (Norton 3.8)

- Projete um mecanismo 4-barras que movimentará o *link* CD das posições C_1D_1 para as posições C_2D_2 e depois para C_3D_3 , usando os *pivots* fixos O_2 e O_4 . Encontre as posições dos *pivots* no acoplador através do Princípio de Inversão.



Síntese de Mecanismos

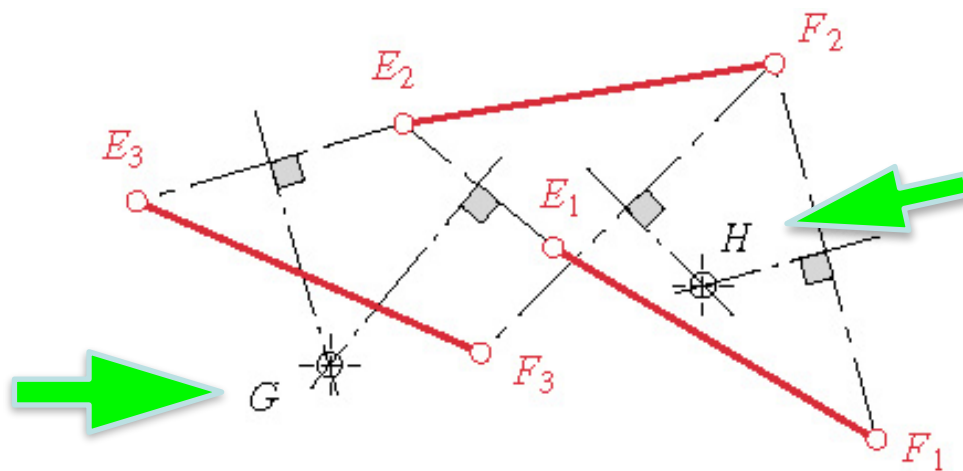
Métodos Gráficos: 3 Posições

- Passos:

1. Inicie aplicando o Princípio da Inversão (como mostrado no exemplo anterior) e determine as 3 posições desejadas: E_1F_1 , E_2F_2 e E_3F_3 ;
2. Desenhe os segmentos de reta do ponto E_1 ao ponto E_2 e do ponto E_2 ao ponto E_3 ;
3. Desenhe as mediatrizes de E_1E_2 e de E_2E_3 e estenda-as até que se intersectem. Nomeie esta intersecção como sendo o Ponto G. Repita o procedimento para os Pontos F_1 , F_2 e F_3 , nomeando o ponto de intersecção como Ponto H;

Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 3 Posições



Prof. Dr. Marc

Síntese de Mecanismos

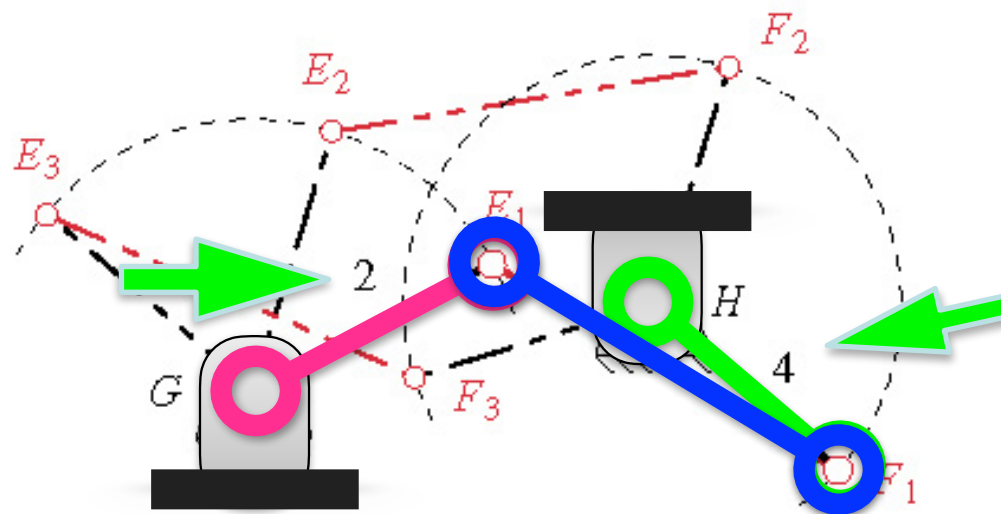
Métodos Gráficos: 3 Posições

- Passos:

4. Conecte o Ponto G com E_1 e nomei-o como link 2.
Conecte o Ponto H com F_1 e nomei-o como link 4;
5. O link 3 é o segmento E_1F_1 e o link 1, o segmento GH ;

Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 3 Posições



Síntese de Mecanismos

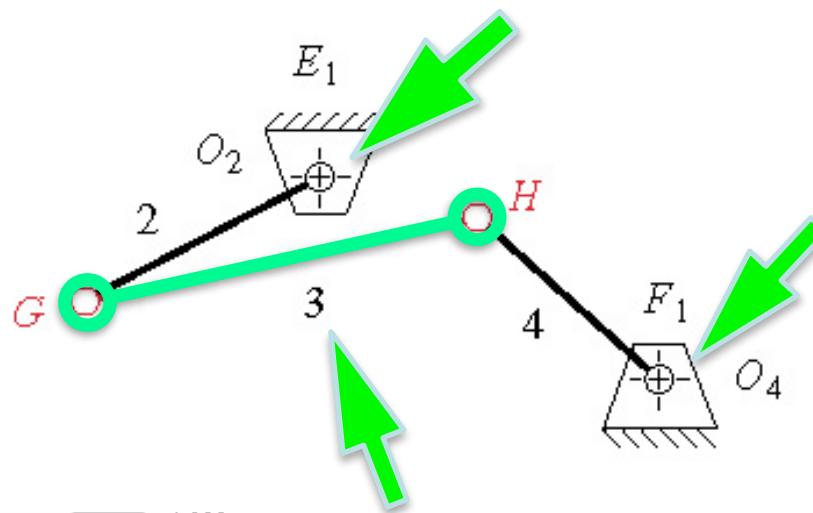
Métodos Gráficos: 3 Posições

- Passos:

6. Deve-se “reinverter” o mecanismo para retornar ao arranjo inicial. O segmento de linha E_1F_1 era a posição inicial dos pivots fixos O_2 e O_4 e GH, a barra acopladora;

Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 3 Posições



Prof. Dr. Ma.

Síntese de Mecanismos

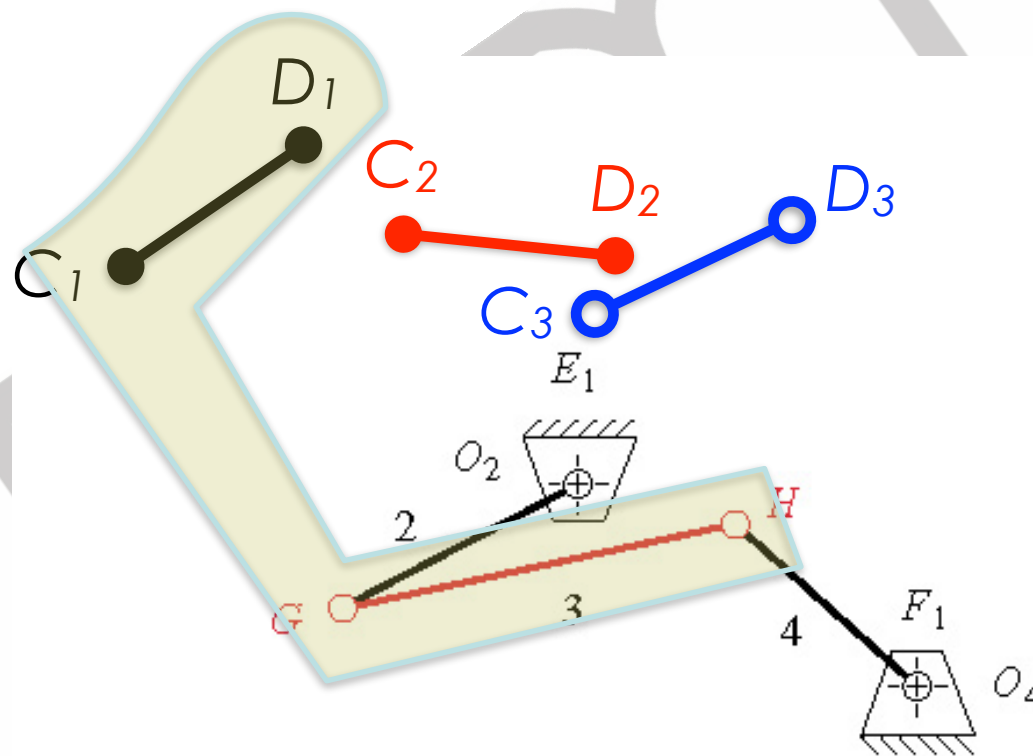
Métodos Gráficos: 3 Posições

- Passos:

7. Re-introduza a posição desejada C_1D_1 e sua relação com os pivots fixos O_2 e O_4 . Altere o formato da barra acopladora para que o link 3 possa atingir a posição desejada;
8. As relações entre as posições permanecem inalteradas.

Síntese de Mecanismos

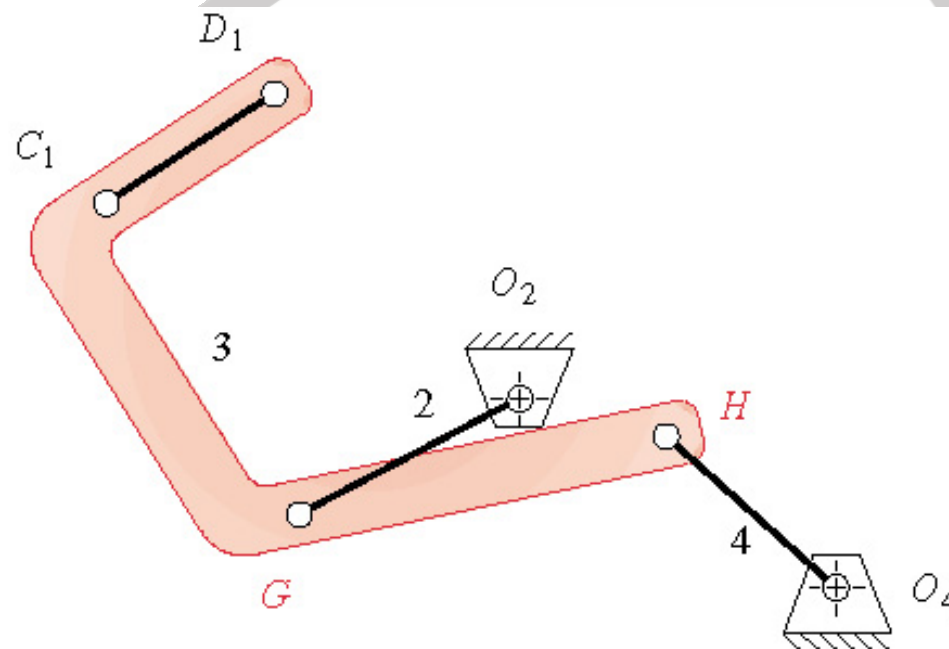
Métodos Gráficos: 3 Posições



Prof. Dr. Ma.

Síntese de Mecanismos

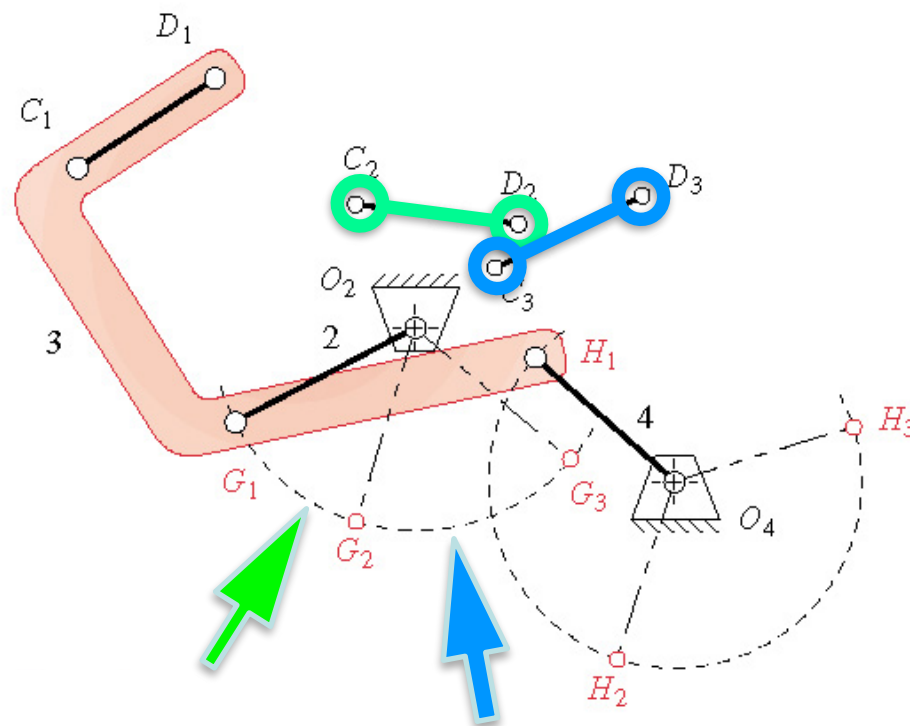
Métodos Gráficos: 3 Posições



Prof. Dr.

Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: 3 Posições



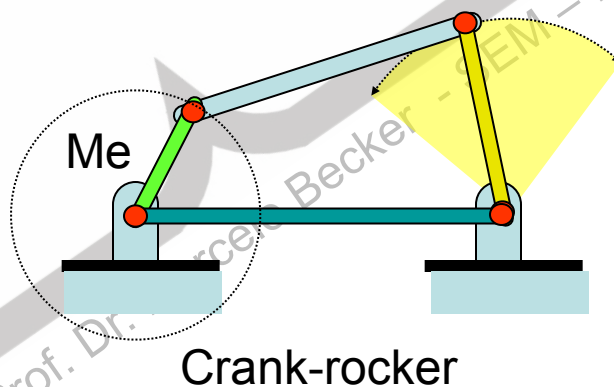
Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: Mecanismo de Retorno Rápido

Exemplo #1 (Norton 3.1)

- Projete um mecanismo de 4 barras tipo *crank-rocker* que permita 45° de rotação para o *rocker* para um intervalo idêntico de ida e retorno e rotação do motor de acionamento constante.

Rocker output



Grashof
4-barras

Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: Mecanismo de Retorno Rápido

- Razão de tempo entre avanço e retorno:

$$Q = \frac{\text{tempo de avanço}}{\text{tempo de retorno}}$$

- Mecanismo que executa operações repetitivas, Q grande...
- Na Figura, ângulos α e β

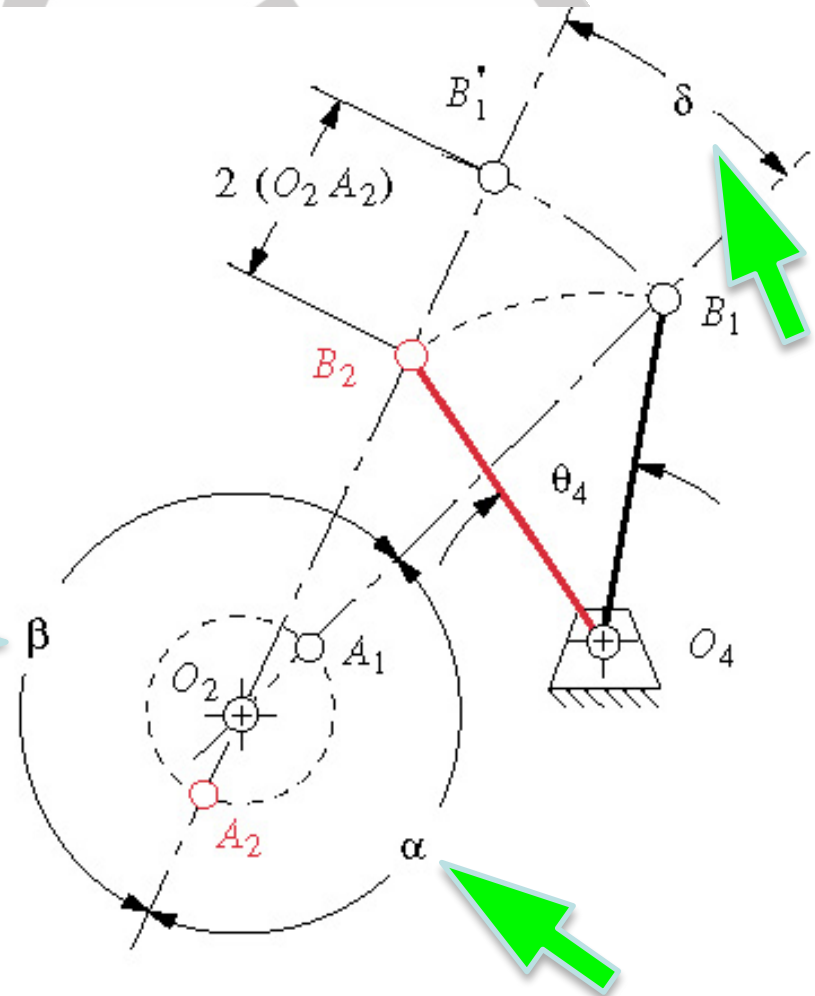
Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: Mecanismo de Retorno Rápido

$$T_R = \frac{\alpha}{\beta}$$

$$\alpha + \beta = 360^\circ$$

$$\delta = |180^\circ - \alpha| = |180^\circ - \beta|$$

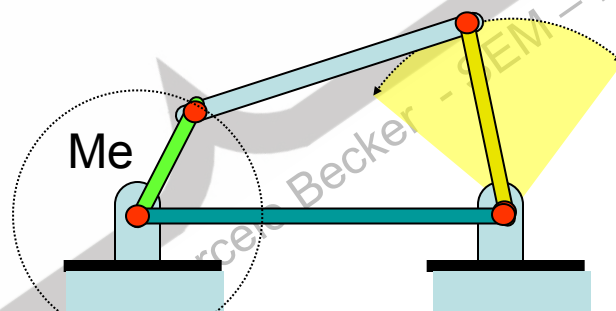


Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: Mecanismo de Retorno Rápido

Exemplo #9 (Norton 3.9)

- Re-projete o mecanismo do exemplo 3.1 para que tenha-s uma razão de 1:1,25 com 45° de amplitude do movimento da barra rocker.



Crank-rocker

**Grashof
4-barras**

Rocker output

Síntese de Mecanismos

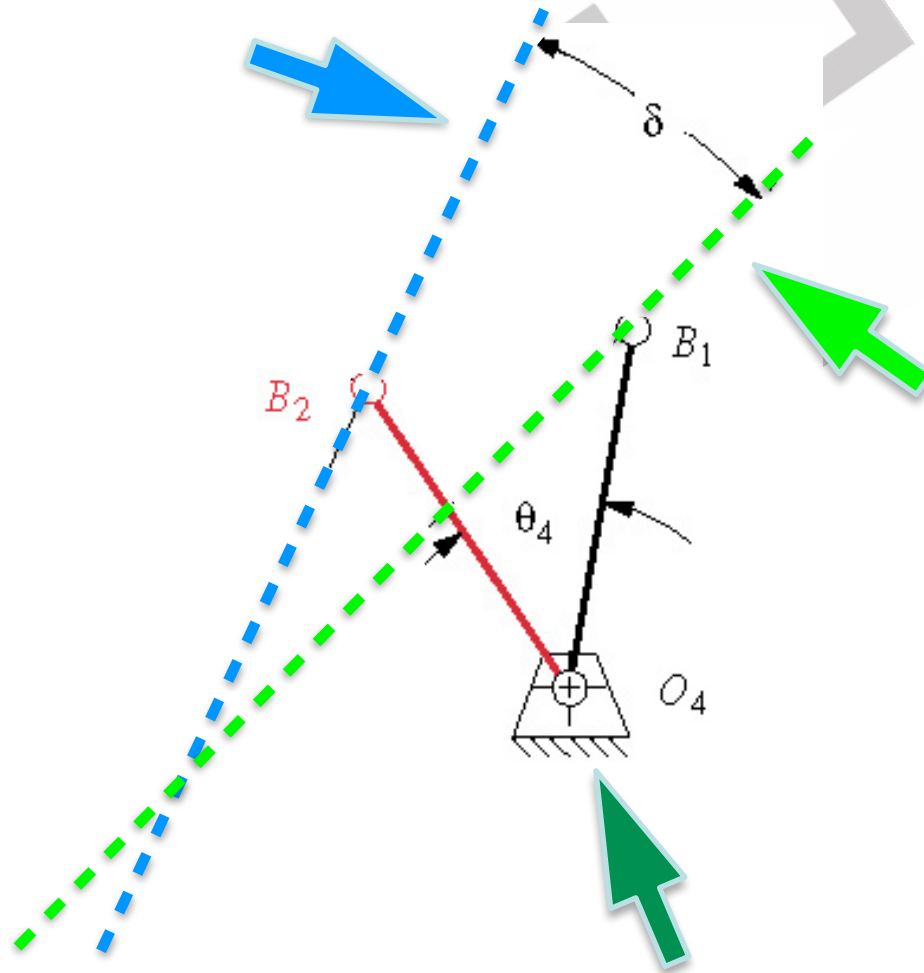
Métodos Gráficos: Mecanismo de Retorno Rápido

- Passos:

1. Desenhe o link seguidor (O_4B) nas duas posições extremas, em qualquer posição, com o intervalo angular desejado (neste caso, $\theta_4 = 45^\circ$);
2. Calcule os valores dos ângulo: α , β e δ . Neste exemplo, $\alpha = 160^\circ$; $\beta = 200^\circ$ e $\delta = 20^\circ$;
3. Desenhe um segmento de reta passando por B_1 em qualquer posição angular conveniente;
4. Desenhe um segmento de reta passando por B_2 a um ângulo δ do segmento anterior;

Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: Mecanismo de Retorno Rápido



Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: Mecanismo de Retorno Rápido

- Passos:

5. Nomeie a intersecção dos dois segmentos de reta como O_2 ;

6. O segmento O_2O_4 define o link “terra”;

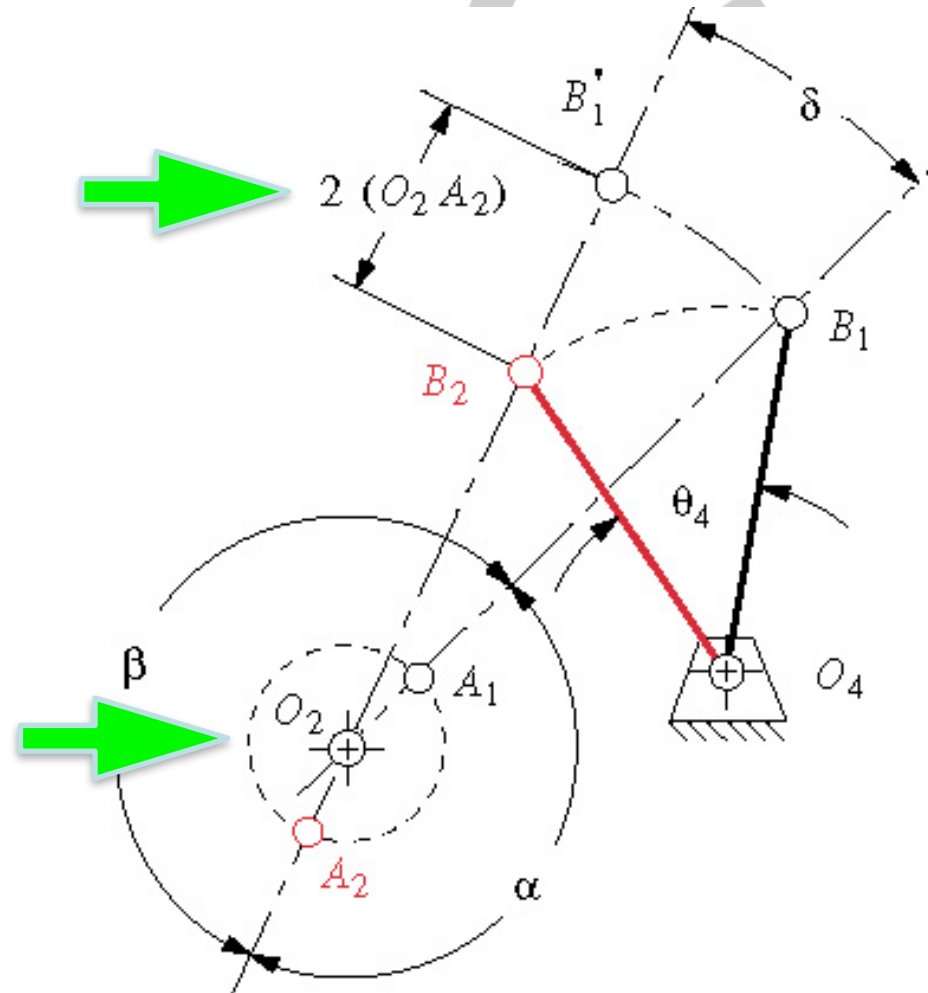
7. Calcule as dimensões dos demais links, medindo as dimensões O_2B_1 e O_2B_2 e resolvendo o sistema de equações:

I. $\text{Link Seguidor} + \text{Link Motor} = O_2B_1$

II. $\text{Link Seguidor} - \text{Link Motor} = O_2B_2$

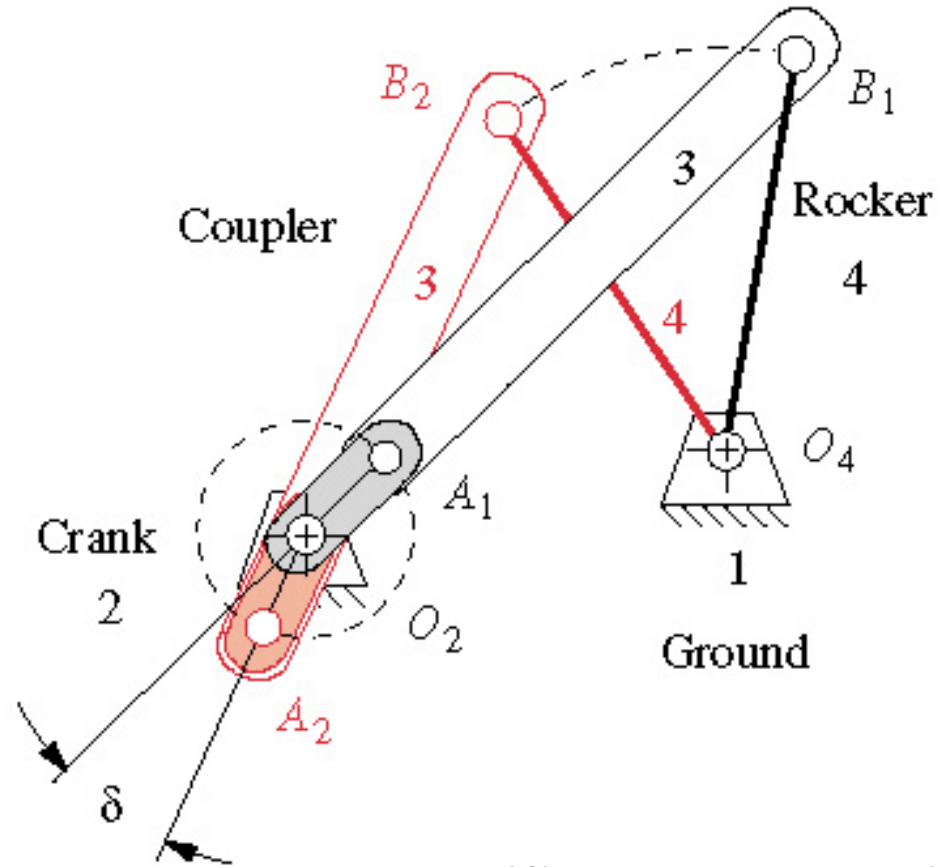
Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: Mecanismo de Retorno Rápido



Síntese de Mecanismos

Métodos Gráficos: Mecanismo de Retorno Rápido

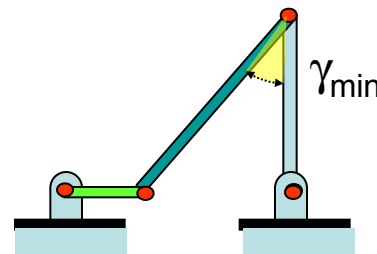
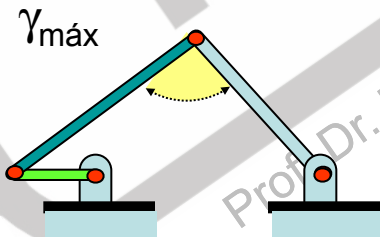


Verifique a Condição de Grashof!!

Síntese de Mecanismos

Métodos Analíticos – Âng. Trans. Ótimo

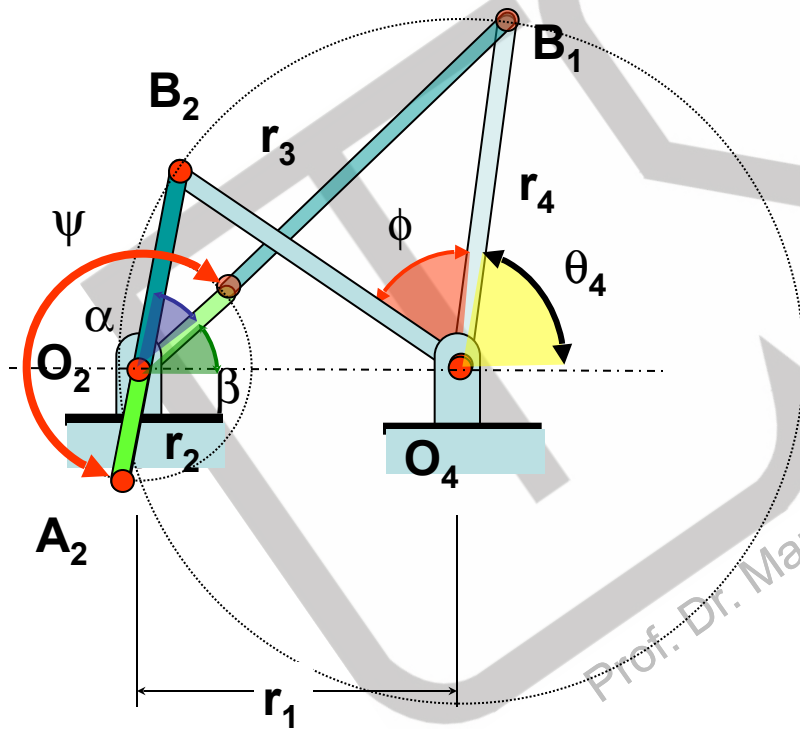
- Ângulo de Transmissão Ótimo
 - Mecanismos 4-barras
 - Brodell e Soni (1970)
 - $Q = 1$ (razão de tempo):
 - $\gamma_{\min} = 180^\circ - \gamma_{\max}$ (ângulo de transmissão) Eq.(1)



Síntese de Mecanismos

Métodos Analíticos – Âng. Trans. Ótimo

- Aplicando a Lei dos Co-senos nas inversões de movimento:



$$\Delta O_4 O_2 B_2 \quad \text{Eq.(2)}$$

$$\cos(\theta_4 + \phi) = \frac{r_1^2 + r_4^2 - (r_3 - r_2)^2}{2 \cdot r_1 r_4}$$

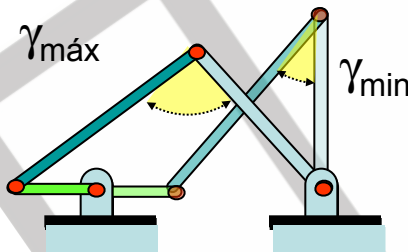
$$\Delta O_4 O_2 B_1 \quad \text{Eq.(3)}$$

$$\cos \theta_4 = \frac{r_1^2 + r_4^2 - (r_3 + r_2)^2}{2 \cdot r_1 r_4}$$

Síntese de Mecanismos

Métodos Analíticos – Âng. Trans. Ótimo

- Aplicando a Lei dos Co-senos nos ângulos mínimo e máximo de transmissão:



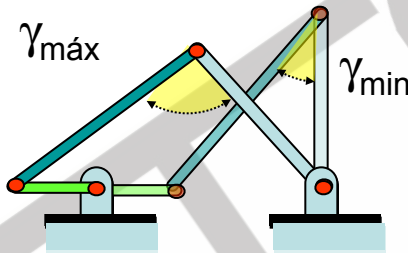
$$\cos \gamma_{\min} = \frac{r_3^2 + r_4^2 - (r_1 - r_2)^2}{2 \cdot r_3 r_4} \quad \text{Eq.(4)}$$

$$\cos \gamma_{\max} = \frac{r_3^2 + r_4^2 - (r_1 + r_2)^2}{2 \cdot r_3 r_4} \quad \text{Eq.(5)}$$

Síntese de Mecanismos

Métodos Analíticos – Âng. Trans. Ótimo

- Resolvendo as Eqs. 1 a 5 simultaneamente:



$$\frac{r_3}{r_1} = \sqrt{\frac{1 - \cos \phi}{2 \cdot \cos^2 \gamma_{\min}}}$$

$$\frac{r_4}{r_1} = \sqrt{\frac{1 - (r_3 / r_1)^2}{1 - (r_3 / r_1)^2 \cdot \cos^2 \gamma_{\min}}}$$

Segundo Brodell e Soni:
 γ deve ser maior que 30°

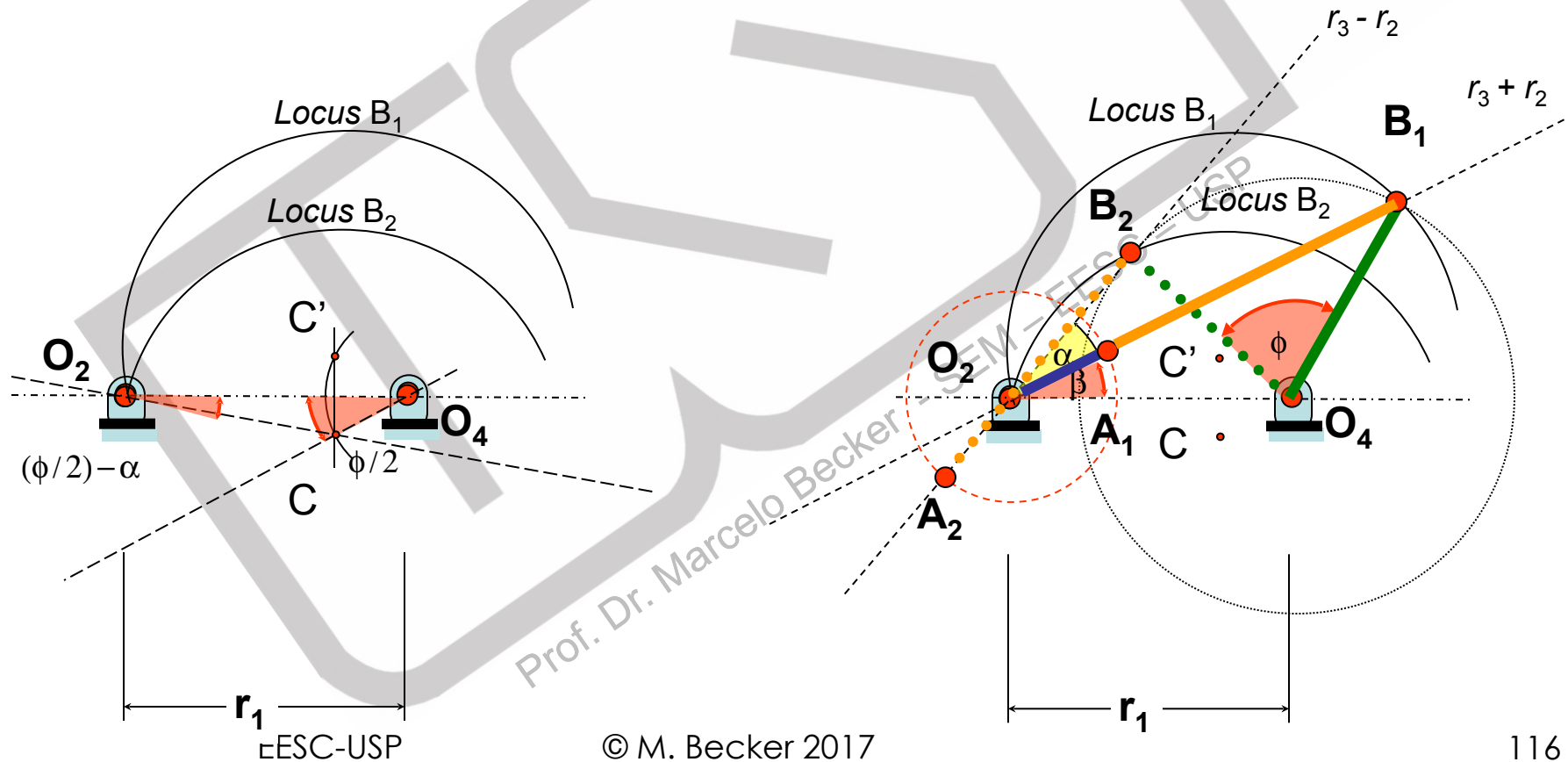
$$\frac{r_2}{r_1} = \sqrt{\left(\frac{r_3}{r_1}\right)^2 + \left(\frac{r_4}{r_1}\right)^2 - 1}$$

Síntese de Mecanismos

Métodos Analíticos – Âng. Trans. Ótimo

- Caso Q não seja 1, o procedimento é:
 - Determinar a posição de O_2 e O_4 ;
 - Determinar os pontos C e C' , simétricos a O_2 e O_4 e definidos pelos ângulos $(\phi/2)-\alpha$ e $\phi/2$;
 - Usando C como centro e a distância CO_2 como raio, desenhar um arco (*locus* B_2);
 - Usando C' como centro e a distância CO_2 como raio, desenhar um arco (*locus* B_1);
 - Selecione um ponto B_1 no *locus* B_1 ;
 - Com a distância B_1O_4 desenhe um arco centrado em O_4 marcando o ponto no *locus* B_2 .
- Estes pontos determinam as dimensões de r_2 e r_3 .

Métodos Analíticos – Âng. Trans. Ótimo



Síntese de Mecanismos

Método Overlay

- Método rápido e fácil
- Nem sempre é possível obter uma solução
- Acuracidade pode ser baixa
- Teoricamente pode-se empregar quantos pontos se desejar...

Síntese de Mecanismos

Método Overlay - Exemplo

- Para a função $y = x^{0,8}$ no intervalo $1 \leq x \leq 3$:
- Escolhendo 6 pontos com espaçamento constante da posição angular da barra de saída

Posição	x	Ψ [°]	y	Φ [°]
1	1	0	1	0
2	1,366	22,0	1,284	14,2
3	1,756	45,4	1,568	28,4
4	2,160	69,5	1,852	42,6
5	2,580	94,8	2,136	56,8
6	3,020	121,0	2,420	71,0

Síntese de Mecanismos

Método Overlay - Exemplo

Posição	x	Ψ [°]	y	Φ [°]
1	1	0	1	0
2	1,366	22,0	1,284	14,2
3	1,756	45,4	1,568	28,4
4	2,160	69,5	1,852	42,6
5	2,580	94,8	2,136	56,8
6	3,020	121,0	2,420	71,0

- Construção da tabela:

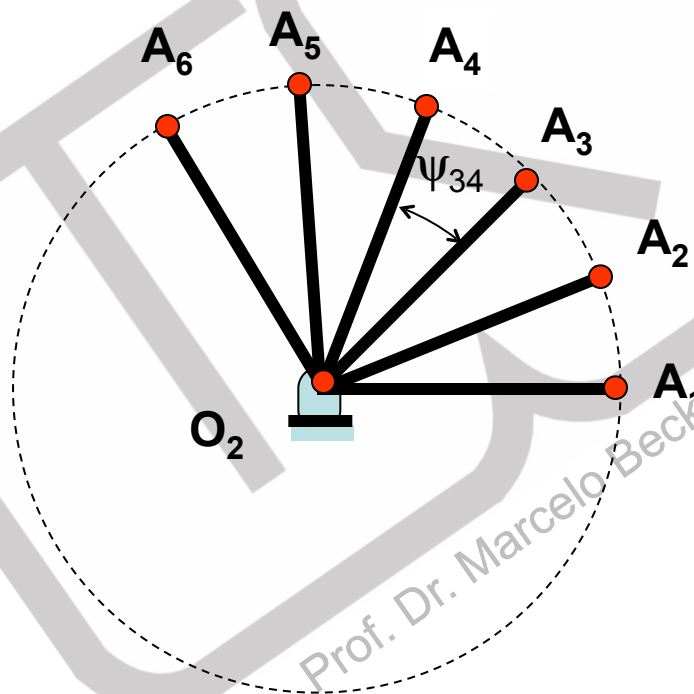
- ✓ Escolhe-se os intervalos para ψ e ϕ

- ✓ Emprega-se as equações $\phi = ax + b$ e $\psi = cy + d$

Síntese de Mecanismos

Método Overlay - Exemplo

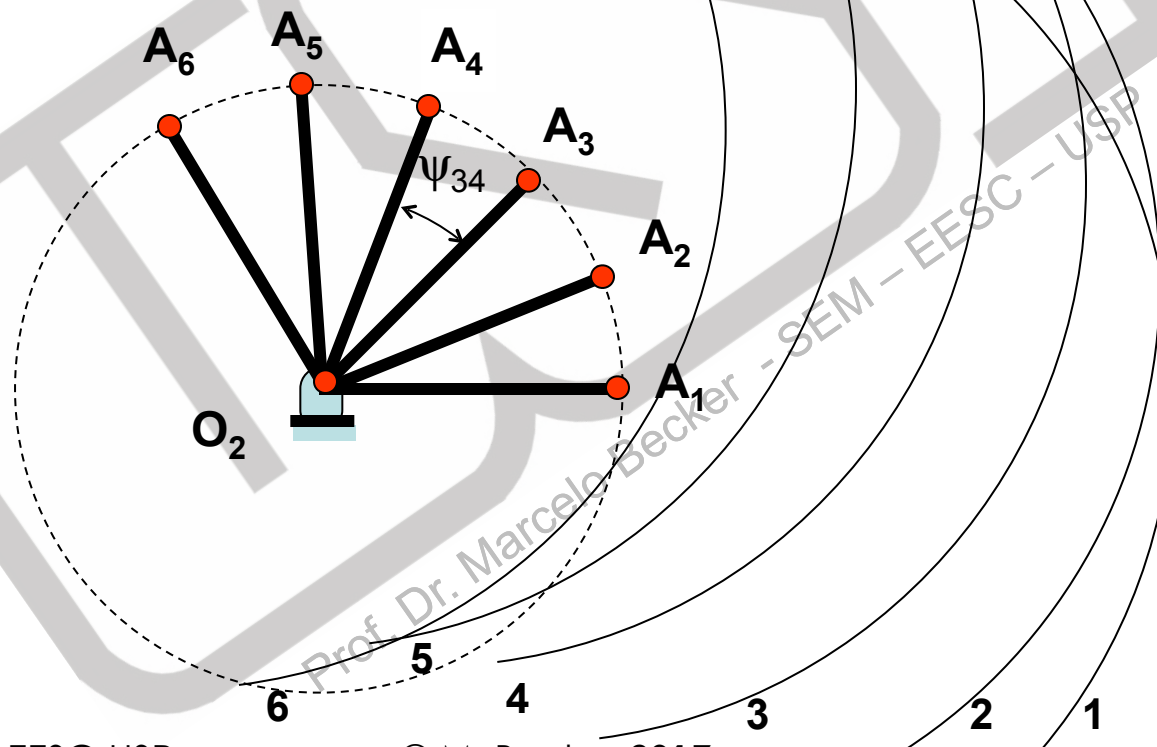
- 1º Passo: determinar a posição da barra motora O_2A
- 2º Passo: desenhar todas as 6 posições desta barra



Síntese de Mecanismos

Método Overlay - Exemplo

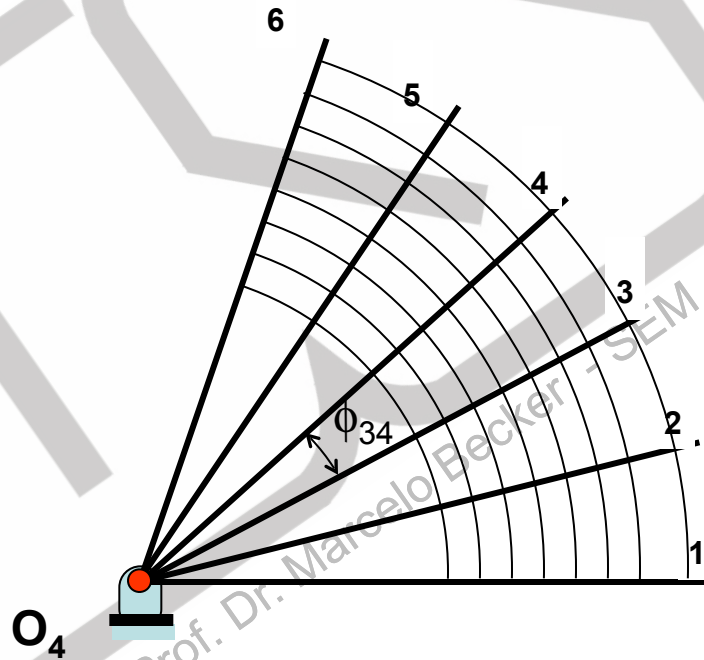
- 3º Passo: determinar um comprimento para a barra intermediária AB
- 4º Passo: traçar os arcos centrados nas posições A_i com raio AB



Síntese de Mecanismos

Método Overlay - Exemplo

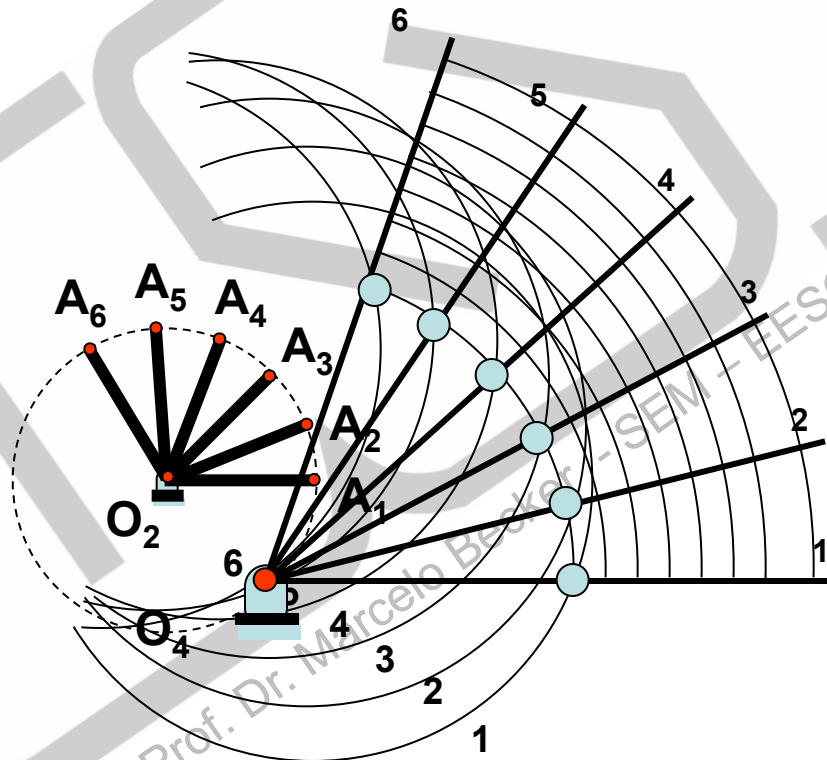
- 5º Passo: traçar todas as posições da barra O_4B , cujo comprimento é desconhecido, com raios igualmente espaçados.



Síntese de Mecanismos

Método Overlay - Exemplo

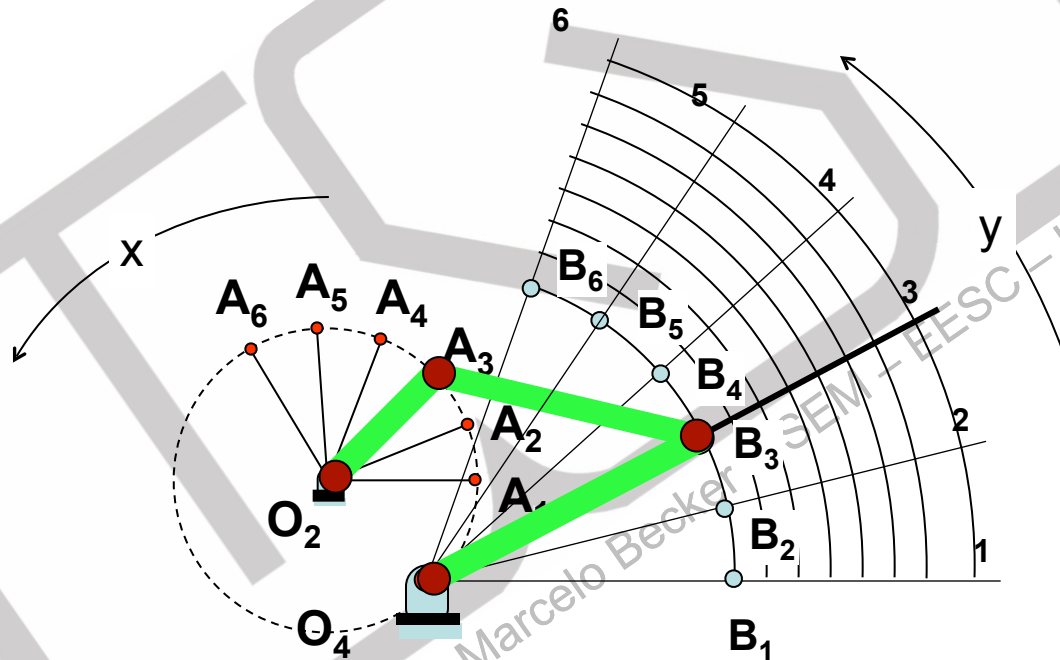
- 6º Passo: encontrar as linhas de intersecção O_41 , O_42 , ...



Síntese de Mecanismos

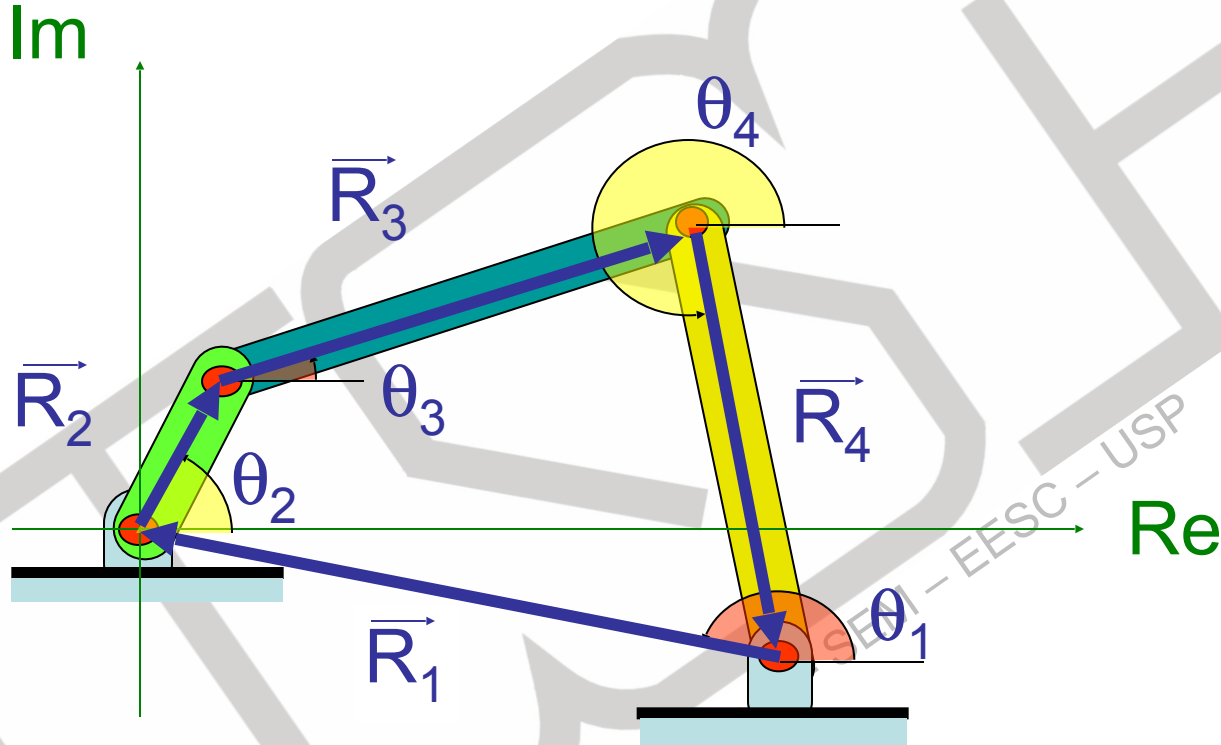
Método Overlay - Exemplo

- Visualização das funções x e y



Síntese de Mecanismos

Método de Bloch



$$\vec{R}_1 + \vec{R}_2 + \vec{R}_3 + \vec{R}_4 = 0$$

Síntese de Mecanismos

Método de *Bloch*

Usando a notação complexa polar:

$$R_1 \cdot e^{i\theta_1} + R_2 \cdot e^{i\theta_2} + R_3 \cdot e^{i\theta_3} + R_4 \cdot e^{i\theta_4} = 0$$

As derivadas 1ª e 2ª:

$$R_2 \cdot \omega_2 \cdot e^{i\theta_2} + R_3 \cdot \omega_3 \cdot e^{i\theta_3} + R_4 \cdot \omega_4 \cdot e^{i\theta_4} = 0$$

$$R_2 \cdot (\alpha_2 + i \cdot \omega_2^2) \cdot e^{i\theta_2} + R_3 \cdot (\alpha_3 + i \cdot \omega_3^2) \cdot e^{i\theta_3} + R_4 \cdot (\alpha_4 + i \cdot \omega_4^2) \cdot e^{i\theta_4} = 0$$

Síntese de Mecanismos

Método de Bloch

Retornando à notação vetorial:

$$\vec{R}_1 + \vec{R}_2 + \vec{R}_3 + \vec{R}_4 = 0$$

$$\omega_2.R_2\vec{e}_2 + \omega_3.R_3\vec{e}_3 + \omega_4.R_4\vec{e}_4 = 0$$

$$(\alpha_2 + i.\omega_2^2).\vec{R}_2 + (\alpha_3 + i.\omega_3^2).\vec{R}_3 + (\alpha_4 + i.\omega_4^2).\vec{R}_4 = 0$$

Obtém-se um conjunto de equações vetoriais homogêneas

Especifica-se as velocidades e acelerações desejadas e resolve-se o sistema de eqs.

Síntese de Mecanismos

Método de Bloch

Assim, resolvendo o sistema para $\vec{R}_2$:

$$\vec{R}_2 = \begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 0 & \omega_3 & \omega_4 \\ 0 & (\alpha_3 + i.\omega_3^2) & (\alpha_4 + i.\omega_4^2) \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \omega_2 & \omega_3 & \omega_4 \\ (\alpha_2 + i.\omega_2^2) & (\alpha_3 + i.\omega_3^2) & (\alpha_4 + i.\omega_4^2) \end{vmatrix}$$

Síntese de Mecanismos

Método de Bloch

Assim:

$$\vec{R}_2 = \omega_4 \cdot (\alpha_3 + i \cdot \omega_3^2) - \omega_3 \cdot (\alpha_4 + i \cdot \omega_4^2)$$

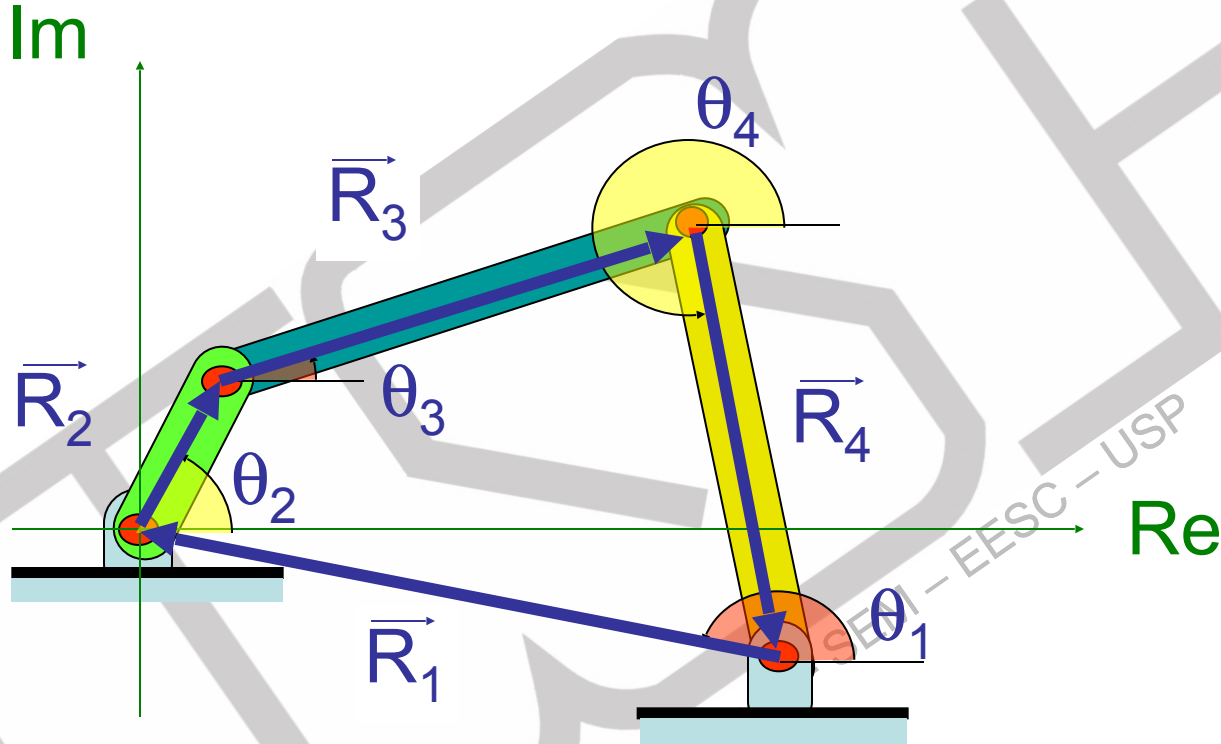
$$\vec{R}_3 = \omega_2 \cdot (\alpha_4 + i \cdot \omega_4^2) - \omega_4 \cdot (\alpha_2 + i \cdot \omega_2^2)$$

$$\vec{R}_4 = \omega_3 \cdot (\alpha_2 + i \cdot \omega_2^2) - \omega_2 \cdot (\alpha_3 + i \cdot \omega_3^2)$$

$$\vec{R}_1 = -\vec{R}_2 - \vec{R}_3 - \vec{R}_4$$

Síntese de Mecanismos

Equação de *Freudenstein*



$$\vec{R}_1 + \vec{R}_2 + \vec{R}_3 + \vec{R}_4 = 0$$

Síntese de Mecanismos

Equação de *Freudenstein*

Usando a notação vetorial sin-cos:

$$R_1.\cos\theta_1 + R_2.\cos\theta_2 + R_3.\cos\theta_3 + R_4.\cos\theta_4 = 0$$

$$R_1.\sin\theta_1 + R_2.\sin\theta_2 + R_3.\sin\theta_3 + R_4.\sin\theta_4 = 0$$

Isolando θ_3 em ambas eqs. E elevando-as a 2:

$$R_3^2.\cos^2\theta_3 = (-R_1.\cos\theta_1 - R_2.\cos\theta_2 - R_4.\cos\theta_4)^2$$

$$R_3^2.\sin^2\theta_3 = (-R_1.\sin\theta_1 - R_2.\sin\theta_2 - R_4.\sin\theta_4)^2$$

Síntese de Mecanismos

Equação de *Freudenstein*

Somando as 2 equações:

$$\begin{aligned} R_3^2 = & R_1^2 + R_2^2 + R_4^2 + 2.R_1.R_2.(\cos\theta_1.\cos\theta_2 + \sin\theta_1.\sin\theta_2) + \dots \\ & \dots + 2.R_1.R_4.(\cos\theta_1.\cos\theta_4 + \sin\theta_1.\sin\theta_4) + \dots \\ & \dots + 2.R_2.R_4.(\cos\theta_2.\cos\theta_4 + \sin\theta_2.\sin\theta_4) \end{aligned}$$

Note que : $\cos\theta_a.\cos\theta_b + \sin\theta_a.\sin\theta_b = \cos(\theta_a - \theta_b)$

Dividindo a expressão por $2.R_2.R_4$:

$$\frac{R_3^2 - R_1^2 - R_2^2 - R_4^2}{2.R_2.R_4} + \frac{R_1.\cos(\theta_1 - \theta_2)}{R_4} + \frac{R_1.\cos(\theta_1 - \theta_4)}{R_2} = \cos(\theta_2 - \theta_4)$$

Síntese de Mecanismos

Equação de *Freudenstein*

Supondo que $\theta_1 = 0$, tem-se:

$$\underbrace{\frac{R_3^2 - R_1^2 - R_2^2 - R_4^2}{2 \cdot R_2 \cdot R_4}}_{K_1} + \underbrace{\frac{R_1 \cdot \cos\theta_2}{R_4}}_{K_2} + \underbrace{\frac{R_1 \cdot \cos\theta_4}{R_2}}_{K_3} = \cos(\theta_2 - \theta_4)$$

Substituindo os índices K_i :

$$K_1 + K_2 \cdot \cos\theta_2 + K_3 \cdot \cos\theta_4 = \cos(\theta_2 - \theta_4)$$

Síntese de Mecanismos

Equação de *Freudenstein*

No caso de projetar-se um mecanismo 4-barras gerador de funções, com 3 pontos de precisão:

$$K_1 + K_2 \cdot \cos \phi_1 + K_3 \cdot \cos \psi_1 = \cos(\phi_1 - \psi_1)$$

$$K_1 + K_2 \cdot \cos \phi_2 + K_3 \cdot \cos \psi_2 = \cos(\phi_2 - \psi_2)$$

$$K_1 + K_2 \cdot \cos \phi_3 + K_3 \cdot \cos \psi_3 = \cos(\phi_3 - \psi_3)$$

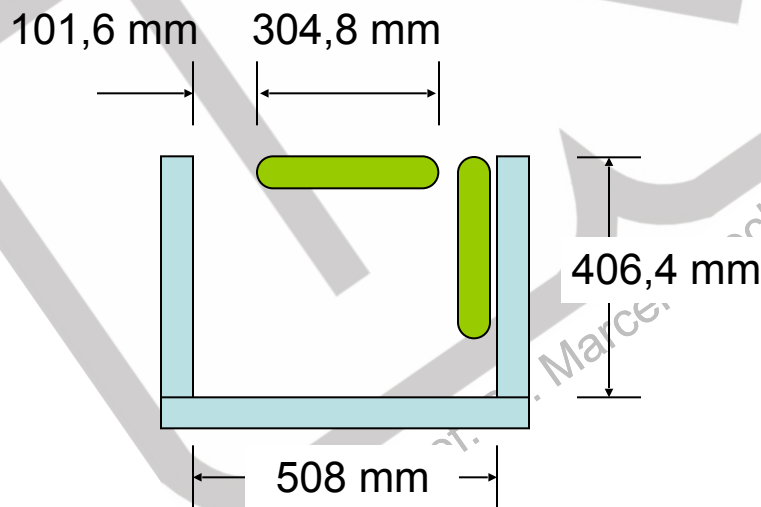
Prof. Dr. Marcelo Becker

Sumário da Aula

-
-
-
-
-
-
- **Exemplos e Exercícios**
- Bibliografia Recomendada

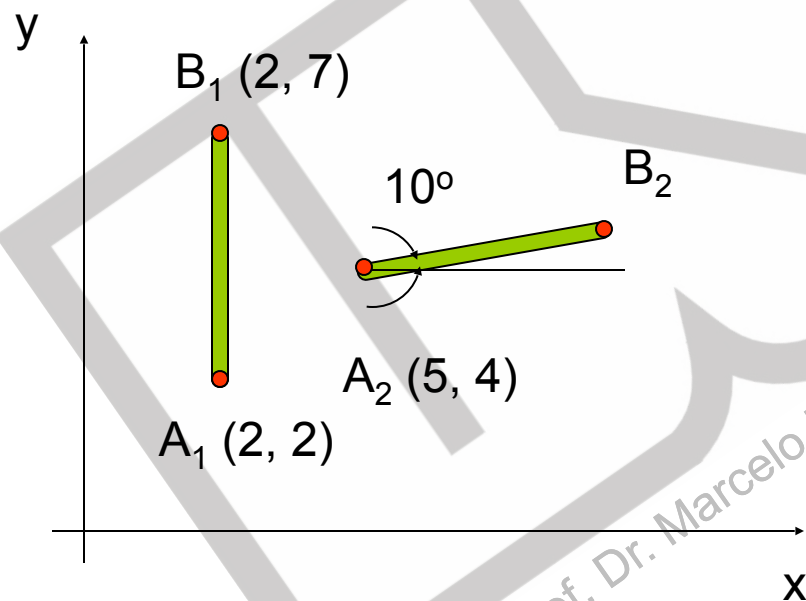
Exemplos

- A Figura mostra 2 posições de um assento flutuante empregado para acomodar a comissária de bordo durante pouso / decolagem. Projete um mecanismo 4-barras para executar este movimento.



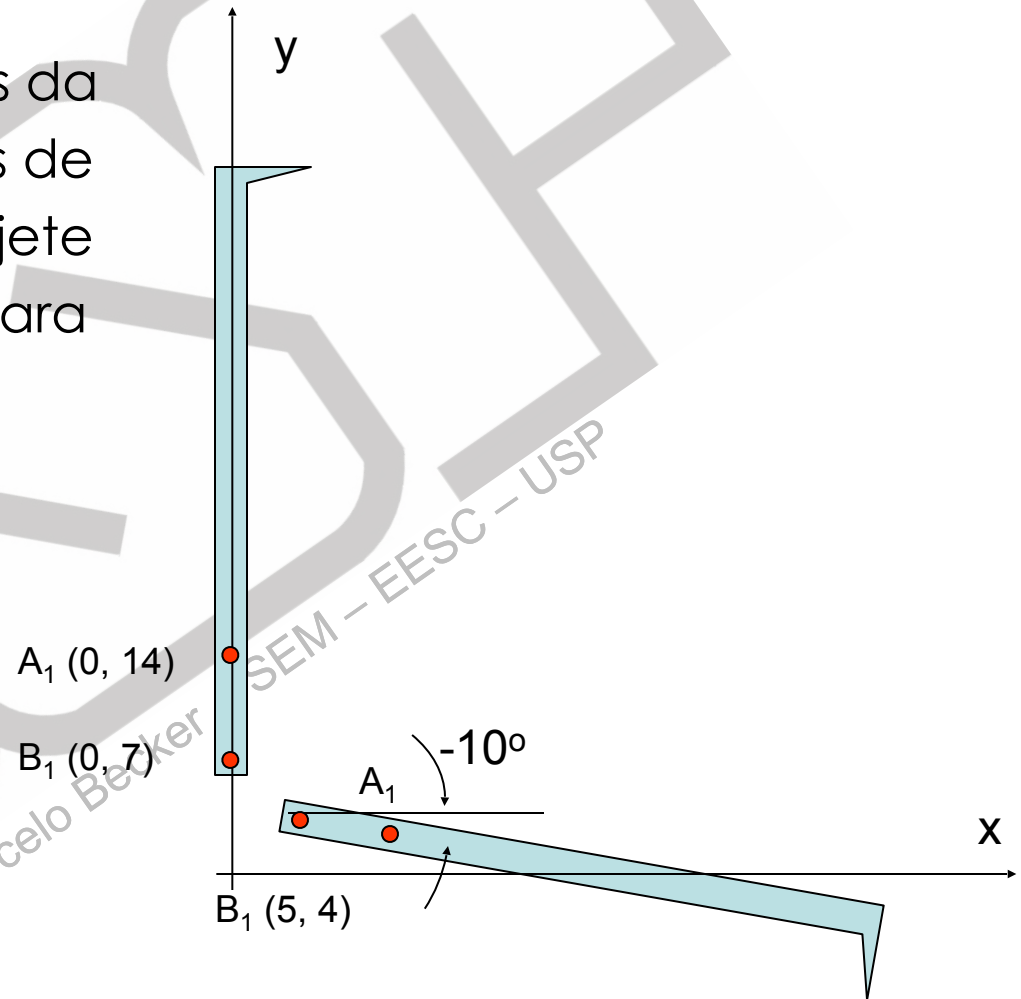
Exemplos

- A Figura mostra 2 posições de uma barra AB. Projete um mecanismo 4-barras para executar este movimento.



Exemplos

- A Figura mostra 2 posições da tampa de um porta malas de automóvel (barra AB). Projete um mecanismo 4-barras para executar este movimento.



Exemplos

- Projete um mecanismo 4-barras utilizando o método de Bloch que produza os seguintes valores de velocidade e aceleração

$$\omega_2 = 200 \text{ rad/s}$$

$$\alpha_2 = 0 \text{ rad/s}^2$$

$$\omega_3 = 85 \text{ rad/s}$$

$$\alpha_3 = -1000 \text{ rad/s}^2$$

$$\omega_4 = 130 \text{ rad/s}$$

$$\alpha_4 = -16000 \text{ rad/s}^2$$

Exemplos

- Projete um mecanismo 4-barras utilizando o método de Freudenstein e espaçamento de Chebychev com 3 pontos de precisão que produza um gerador de funções para a seguinte equação:

$$y = 1/x \quad \text{para } 1 \leq x \leq 2$$

Exercícios (Norton)

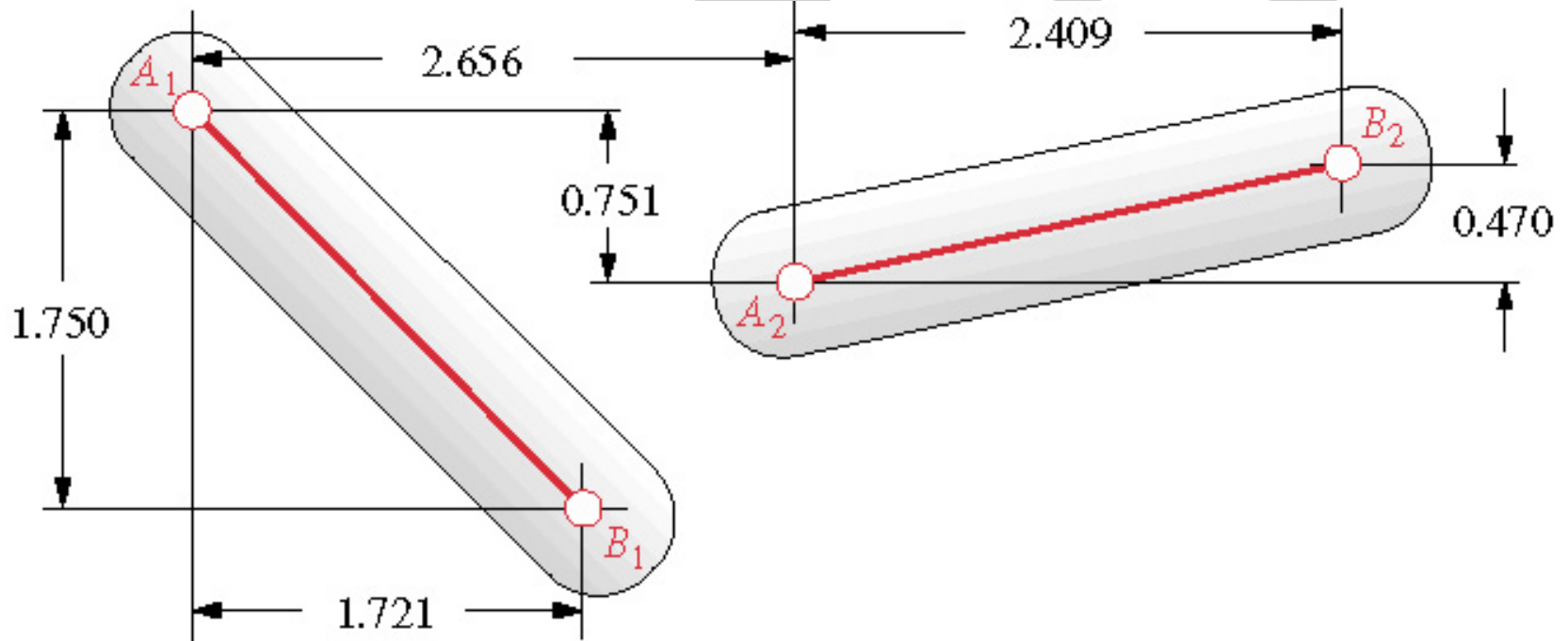


FIGURE P3-1

Problems 3-3 to 3-4

Exercícios (Norton)

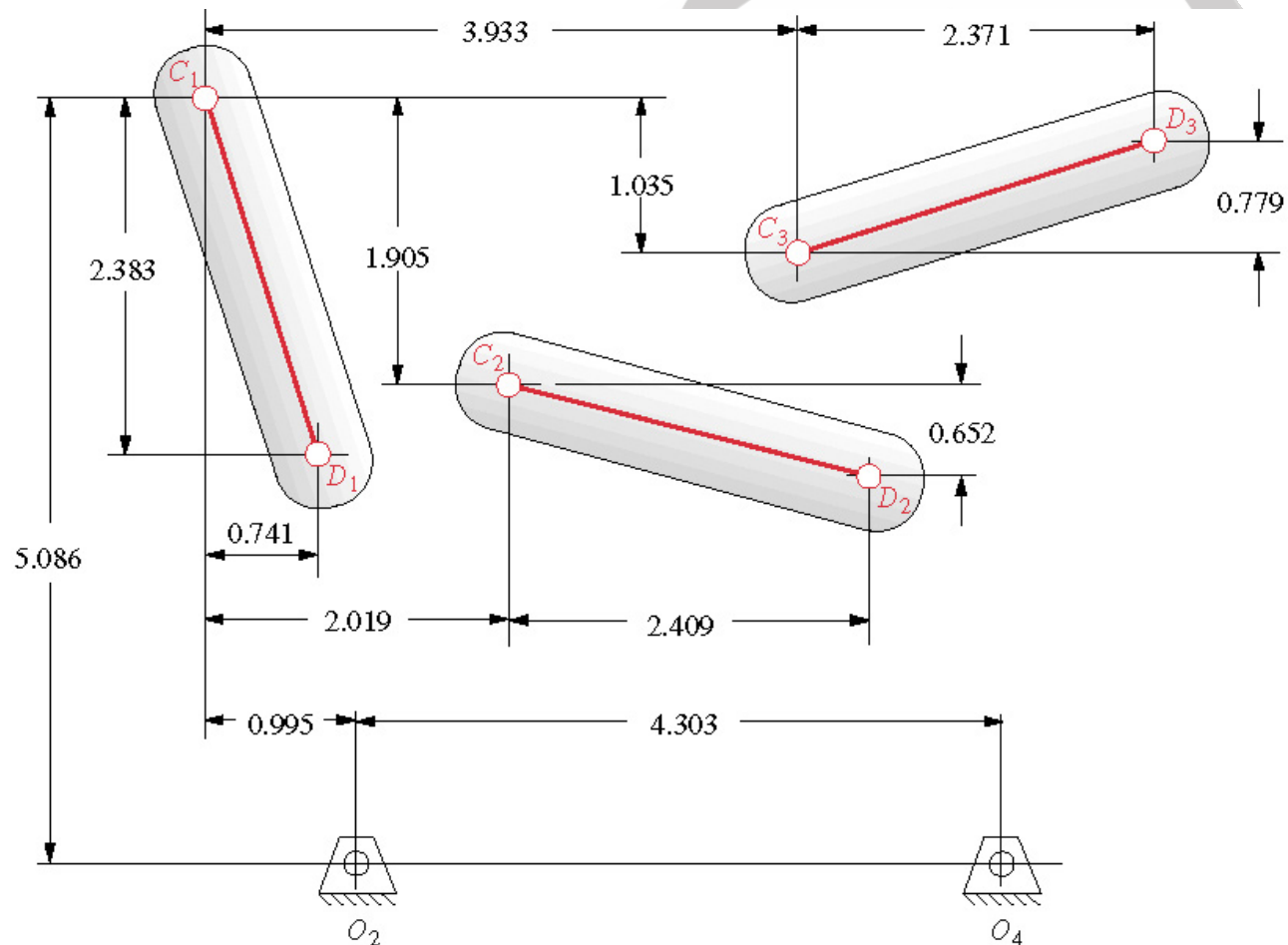


FIGURE P3-2

Problems 3-5 to 3-6

Exercícios (Norton)

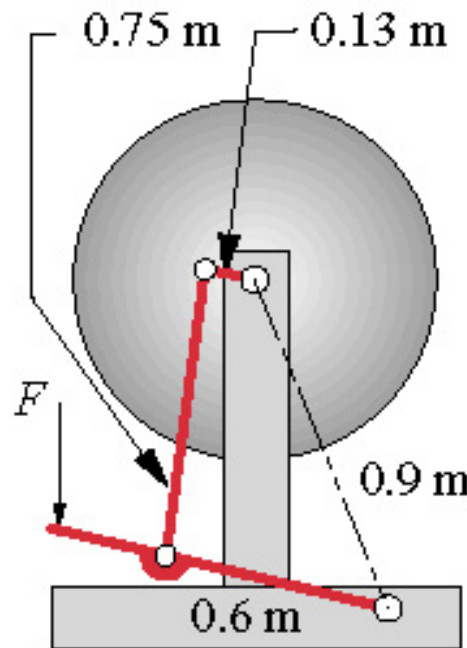


FIGURE P3-3

Problem 3-14. Treadle
operated grinding
wheel

Exercícios (Norton)

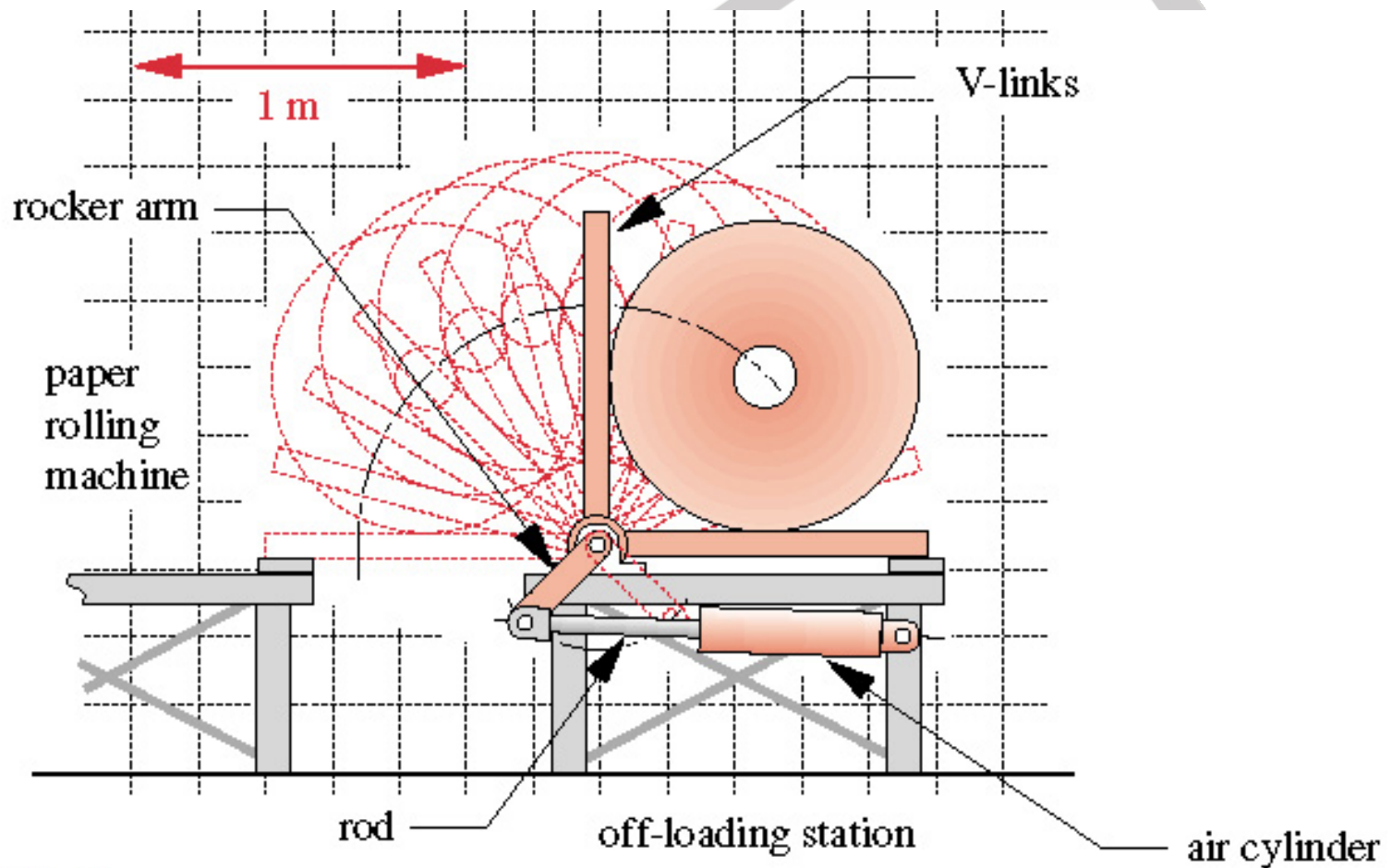


FIGURE P3-6

Problem 3-20

Exercícios (Norton)

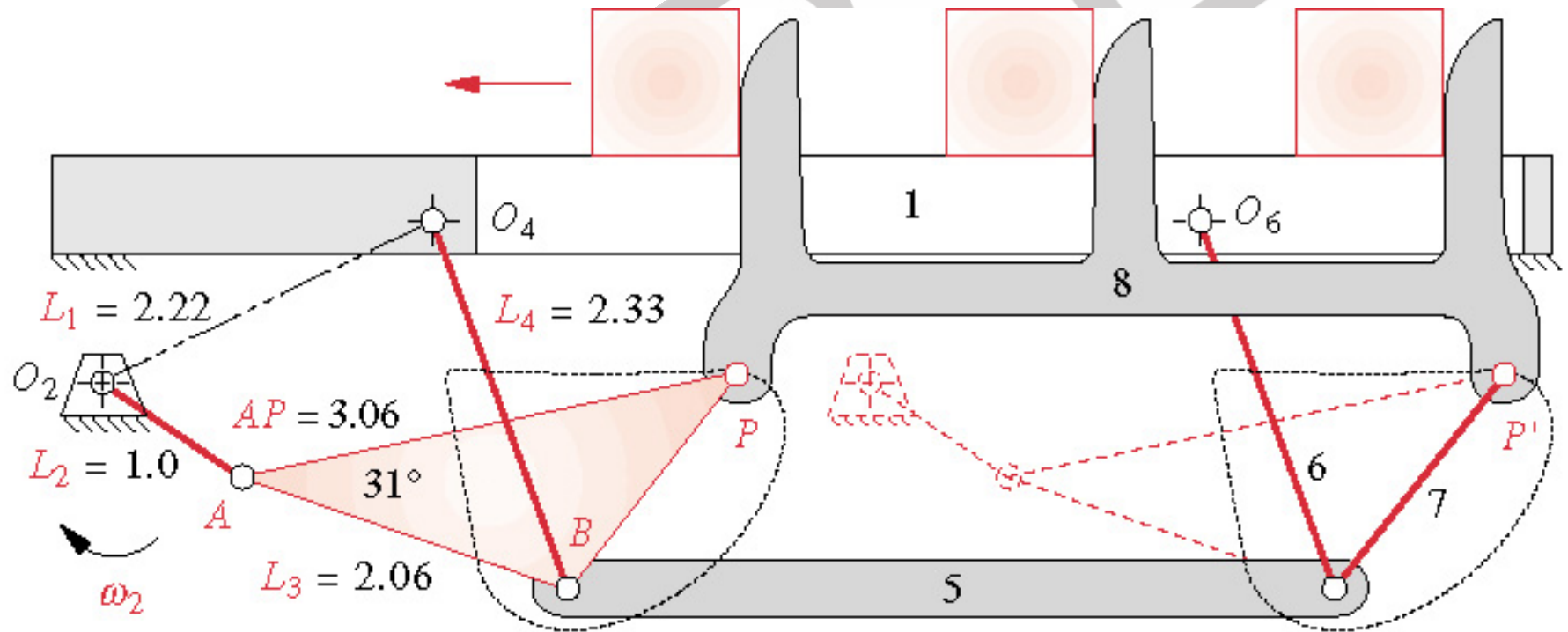


FIGURE P3-7

Problems 3-21 to 3-22 Straight-line walking-beam eightbar transport mechanism

Exercícios (Norton)

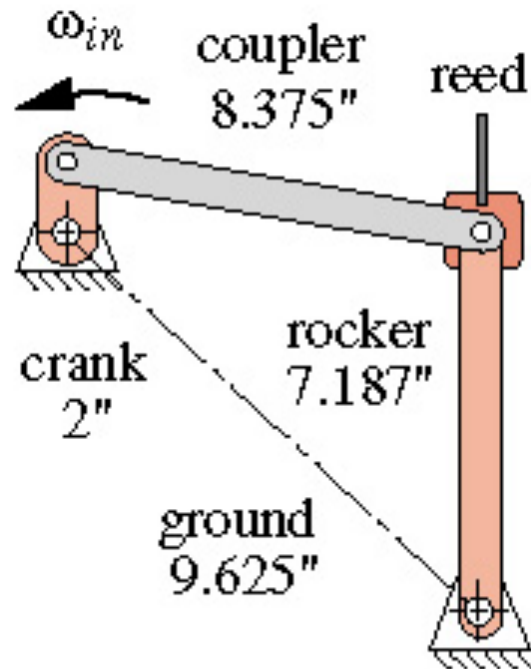


FIGURE P3-8

Problem 3-23

Pro Loom laybar drive

Exercícios (Norton)

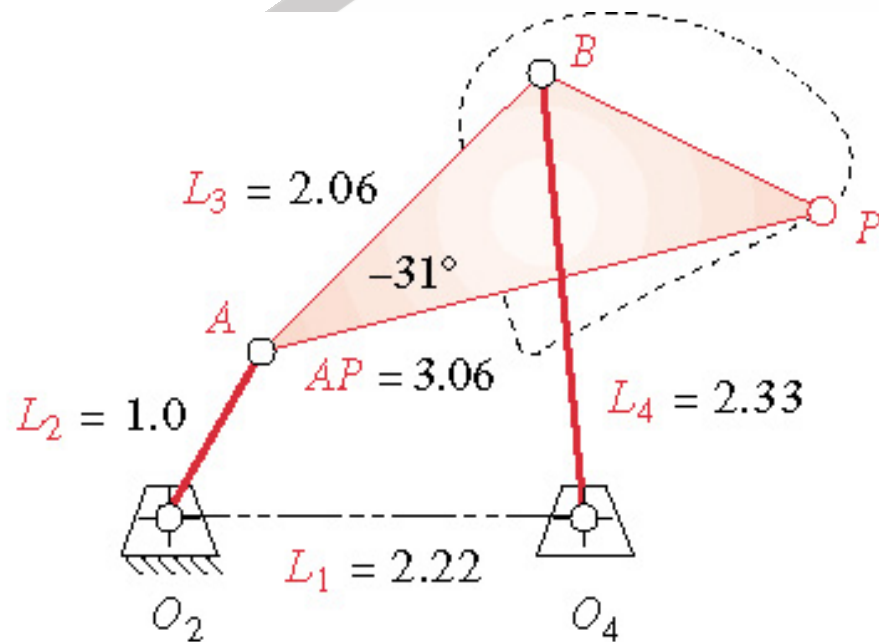


FIGURE P3-9

Problems 3-24 to 3-27

Exercícios (Norton)

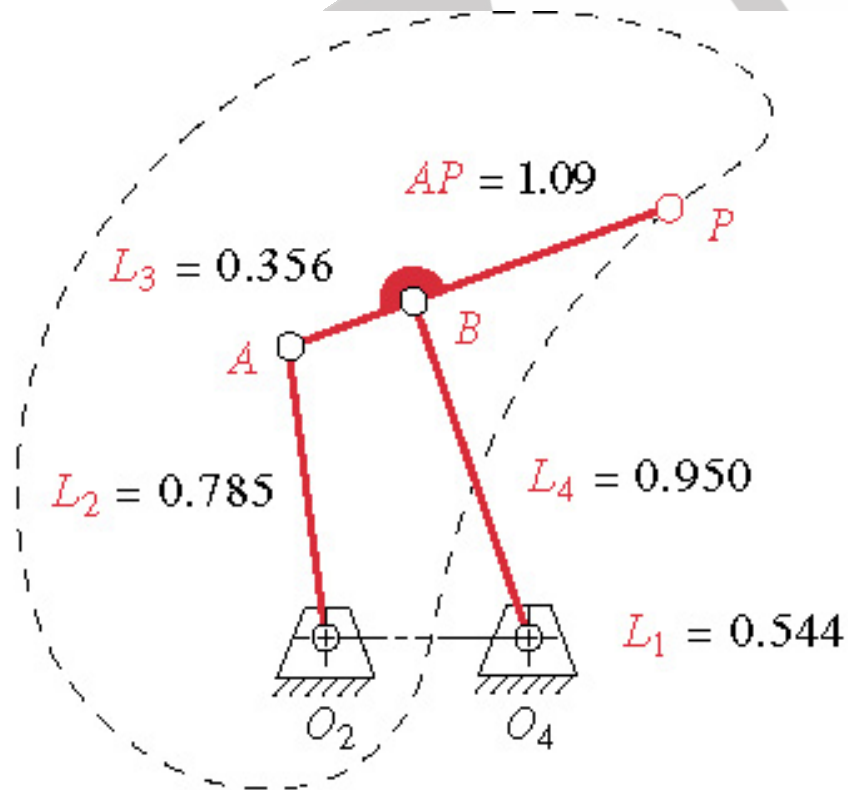


FIGURE P3-10

Problems 3-36 to 3-38

Exercícios (Norton)

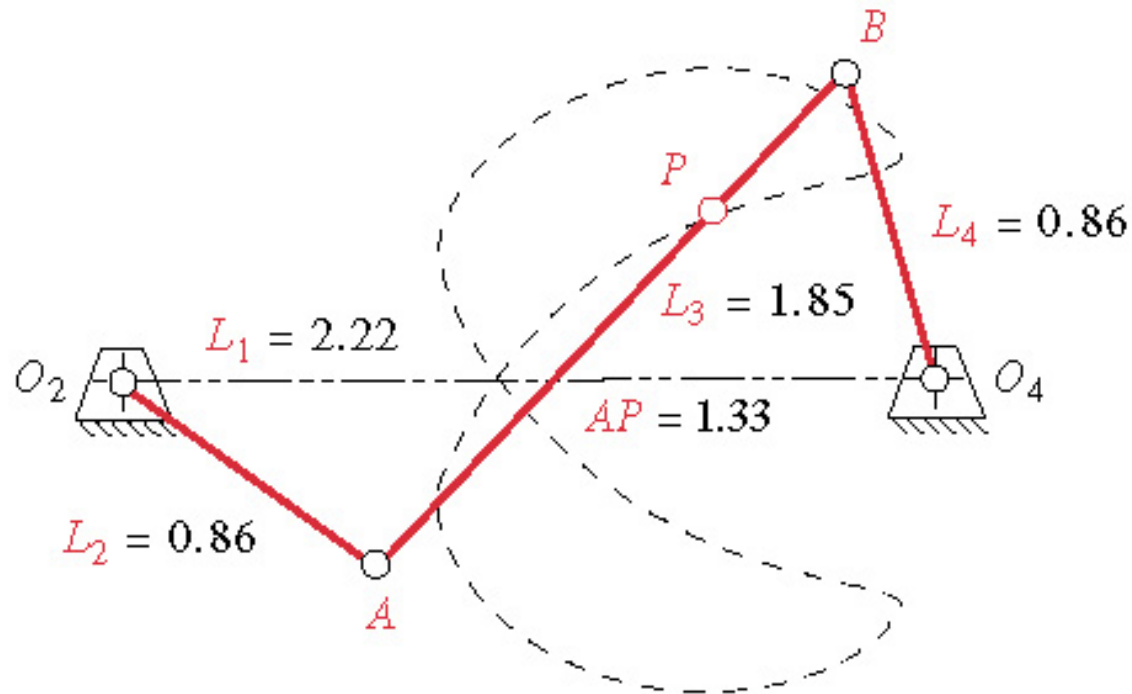


FIGURE P3-11

Problems 3-39 to 3-41

Exercícios (Norton)

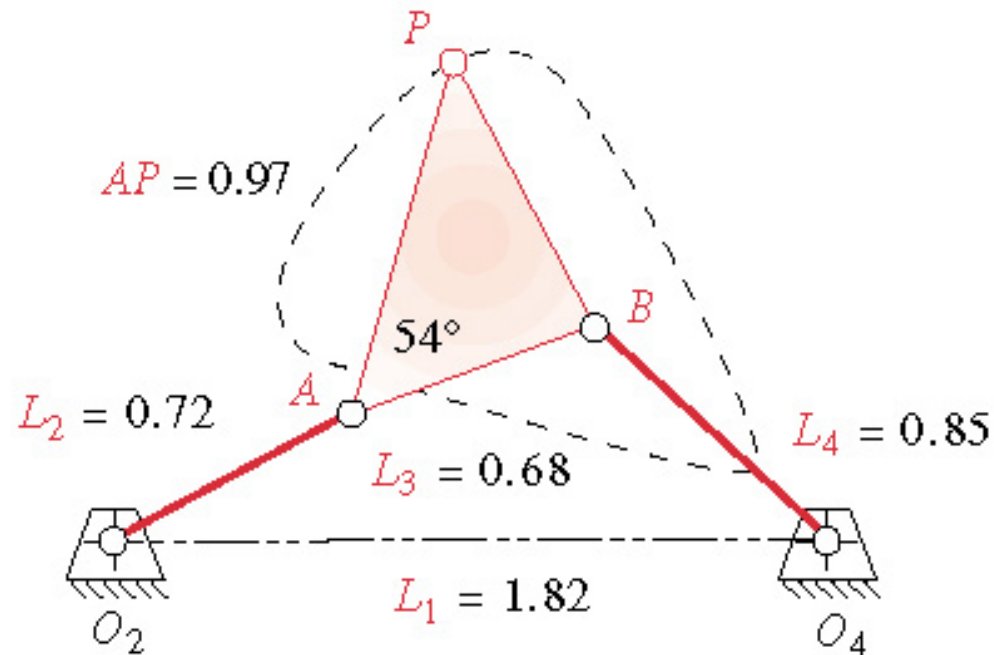


FIGURE P3-12

Problems 3-42 to 3-44

Exercícios (Norton)

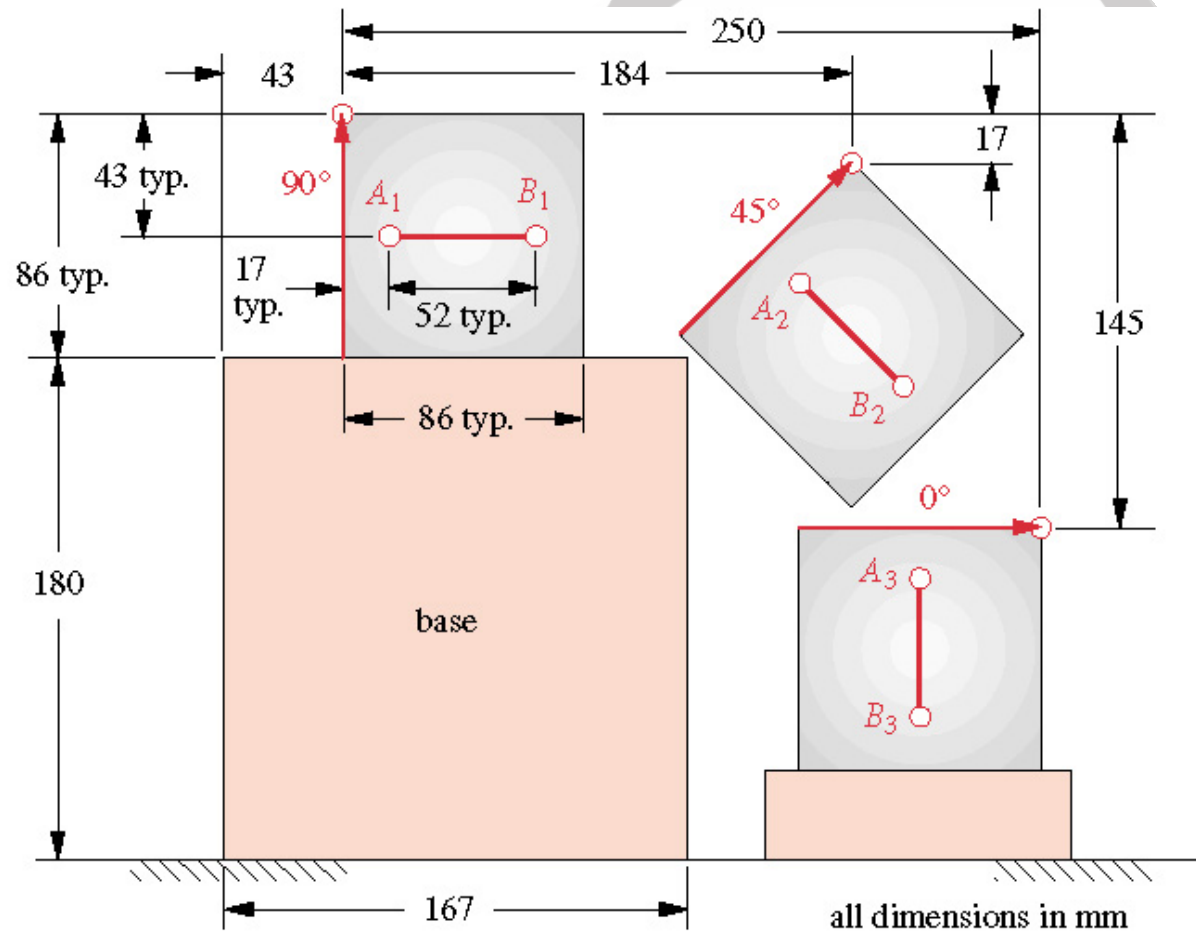


FIGURE P3-13

Problems 3-46 to 3-48

Exercícios (Norton)

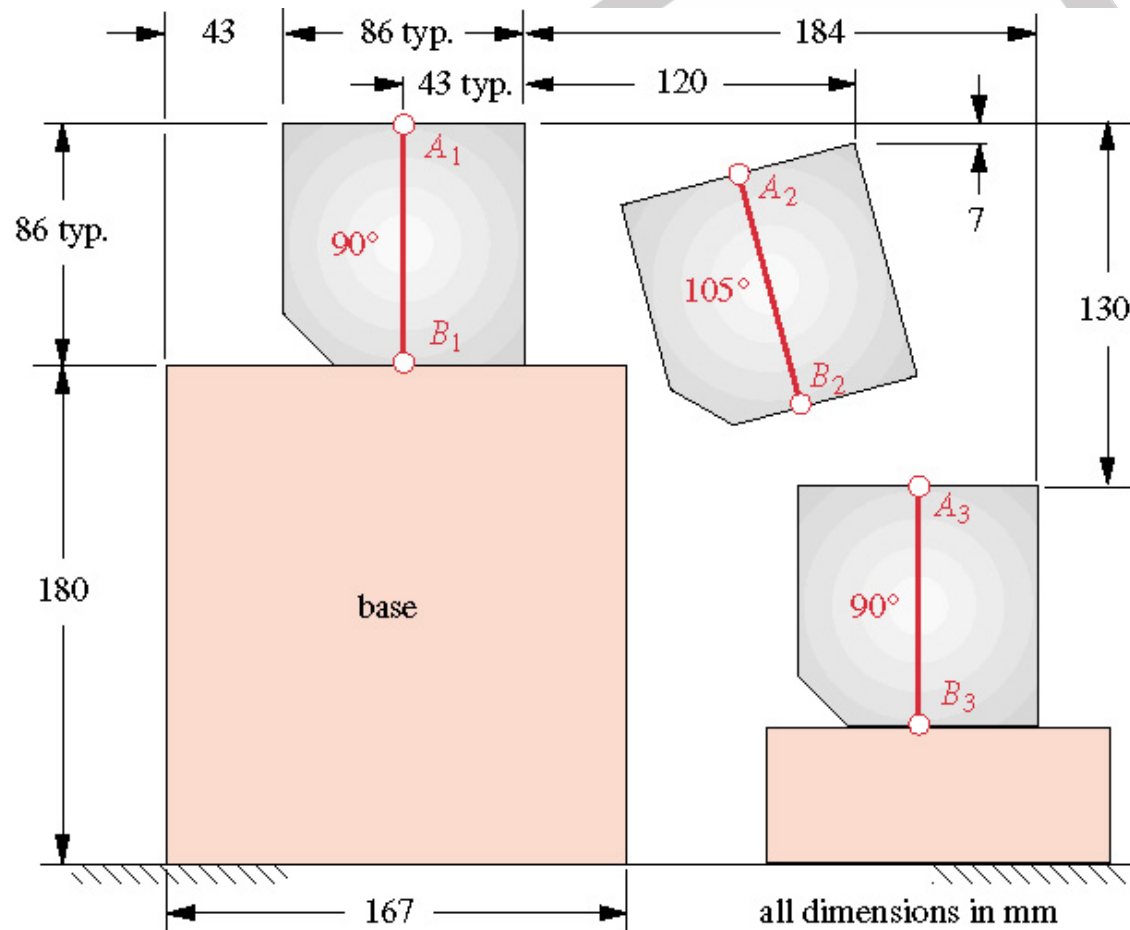


FIGURE P3-14

Problems 3-49 to 3-51

Exercícios (Norton)

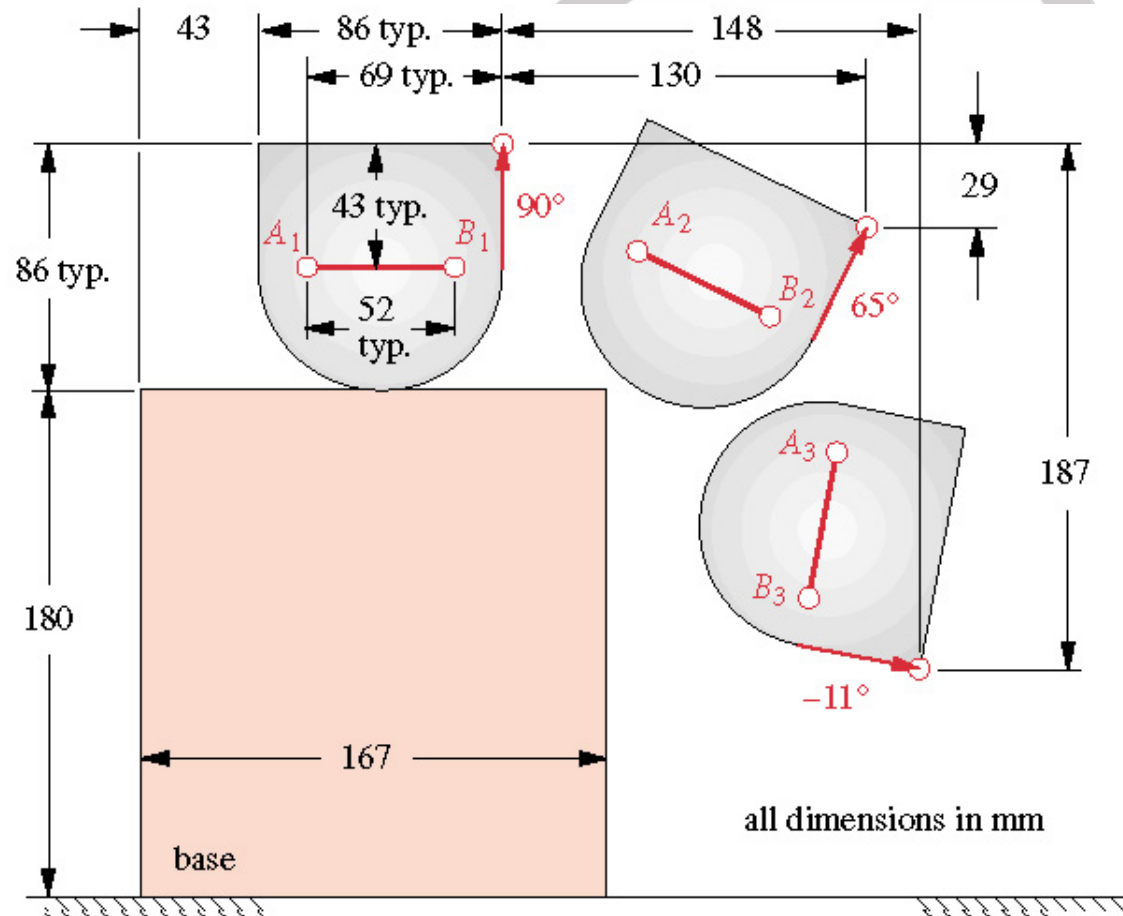


FIGURE P3-15

Problems 3-52 to 3-54

Exercícios (Norton)

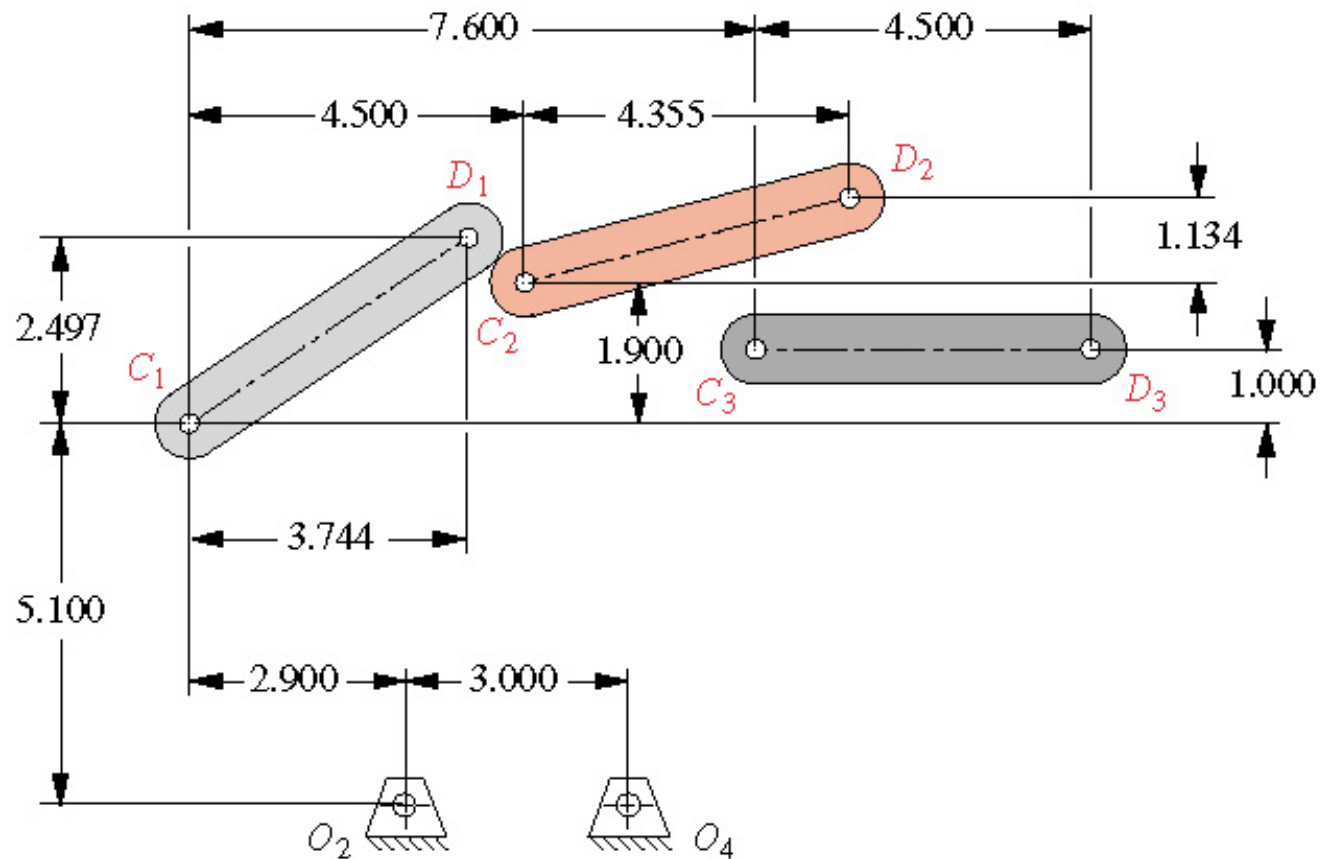


FIGURE P3-16

Problems 3-55 to 3-58

Exercícios (Norton)

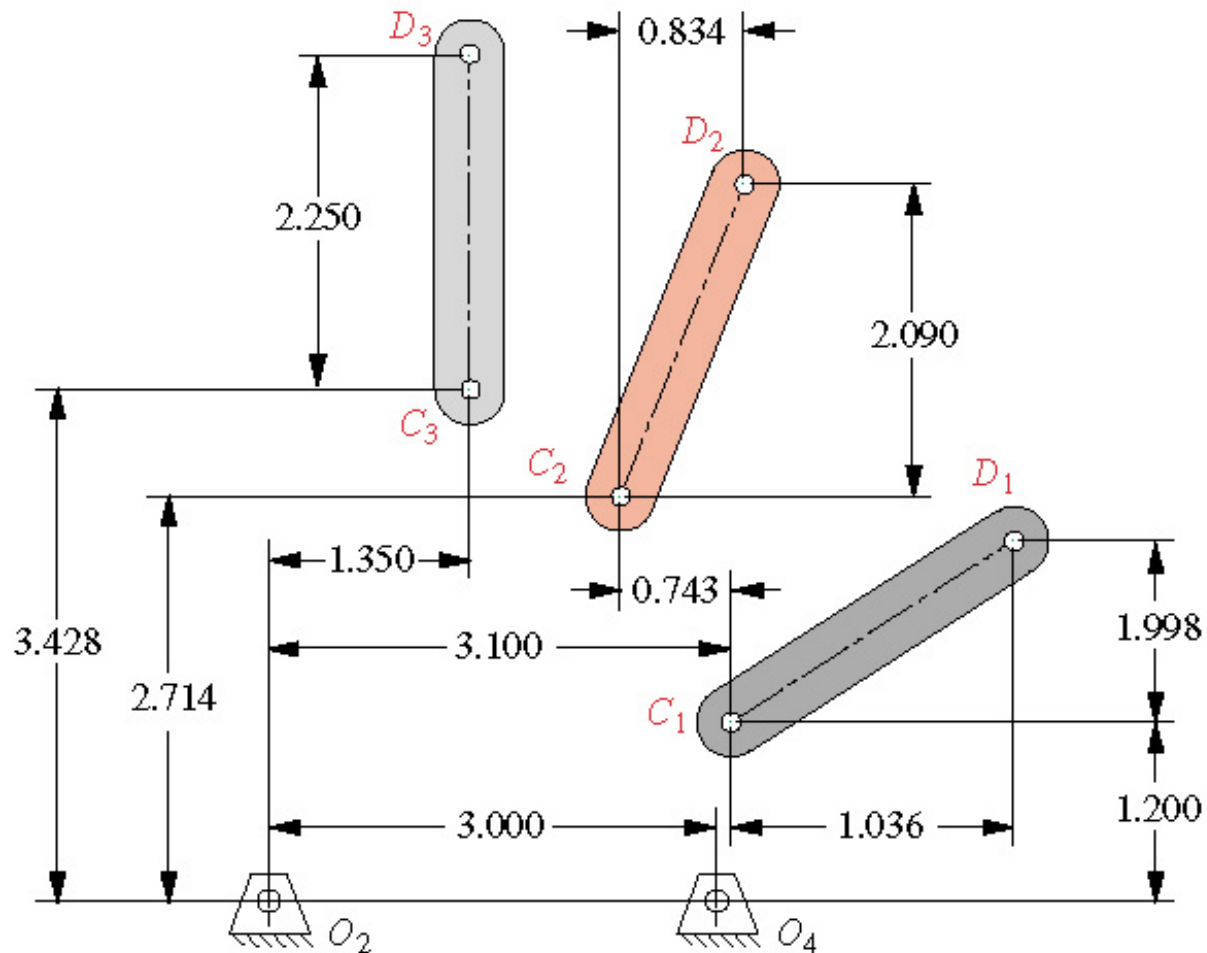


FIGURE P3-17

Problems 3-59 to 3-62

Exercícios (Norton)

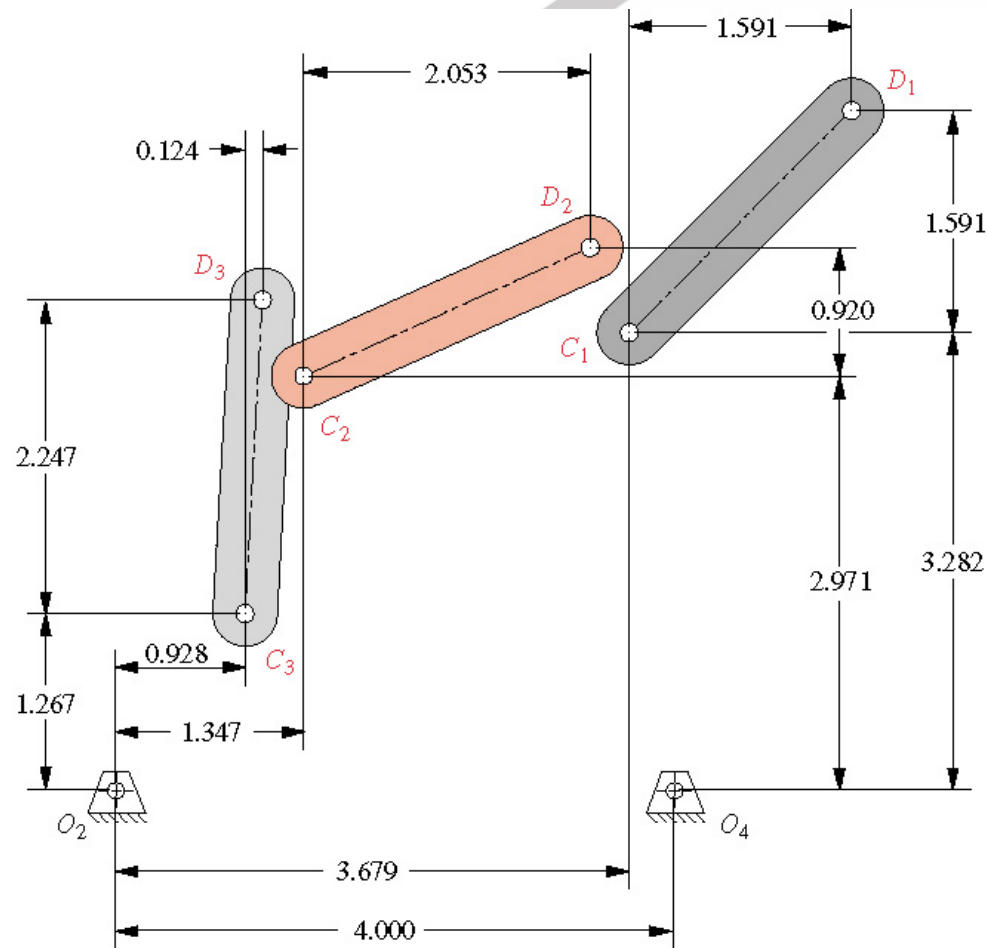


FIGURE P3-18

Problems 3-63 to 3-66

Exercícios (Norton)

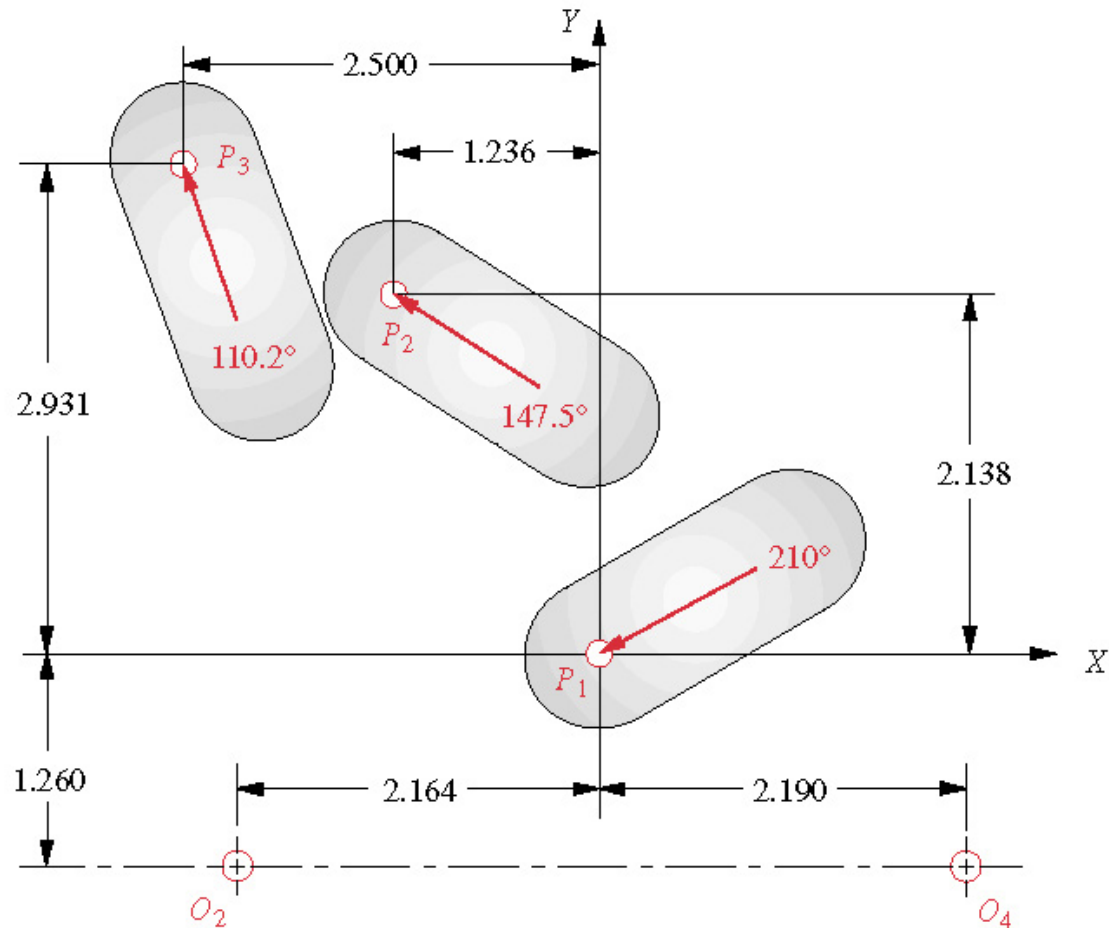


FIGURE P5-1

Data for Problems 5-8 to 5-11

Exercícios (Norton)

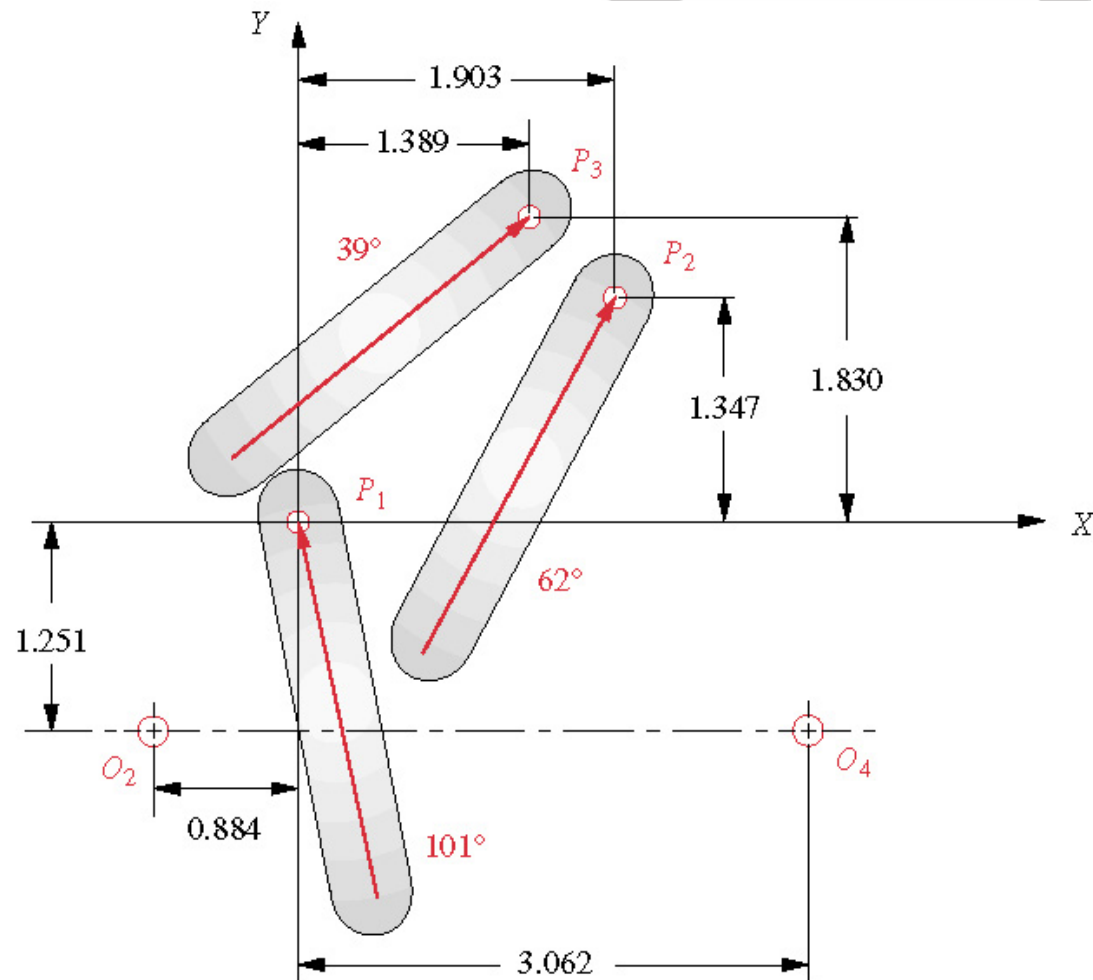


FIGURE P5-2

Data for Problems 5-12 to 5-15

Exercícios (Norton)

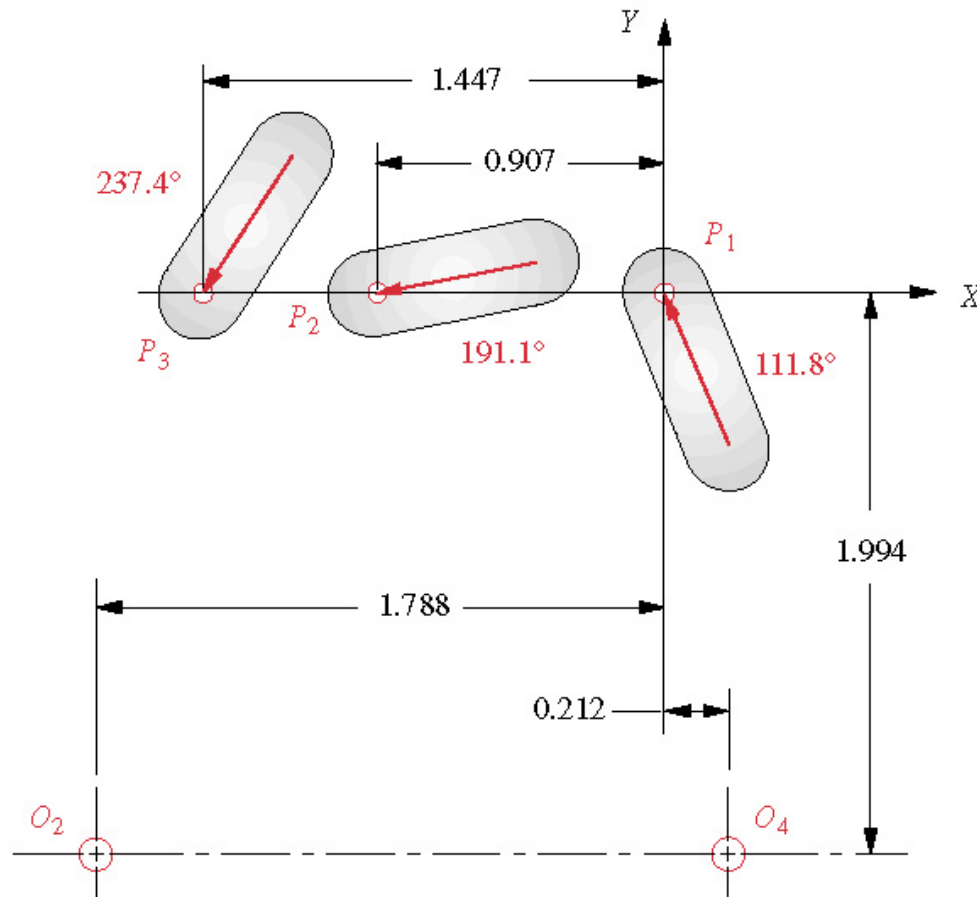


FIGURE P5-3

Data for Problems 5-16 to 5-20

Exercícios (Norton)

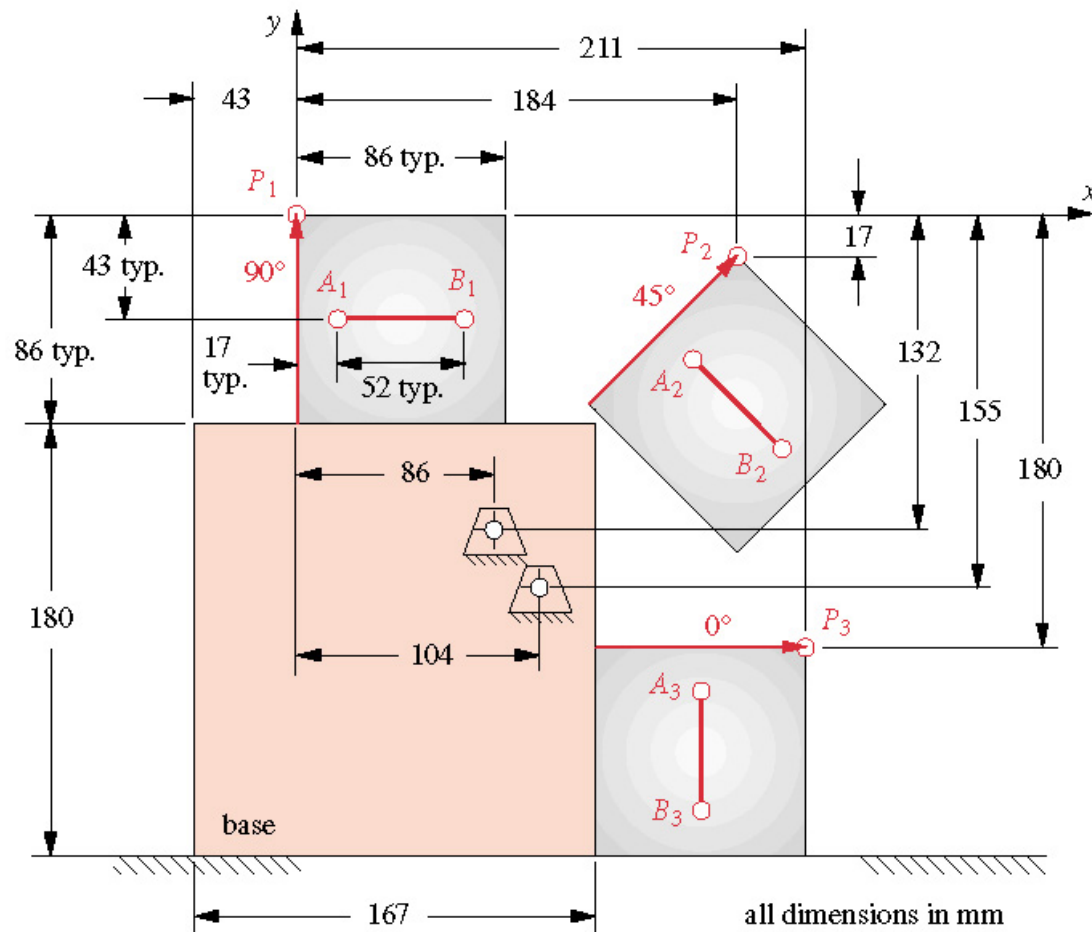


FIGURE P5-4

Data for Problems 5-21 to 5-26

Exercícios (Norton)

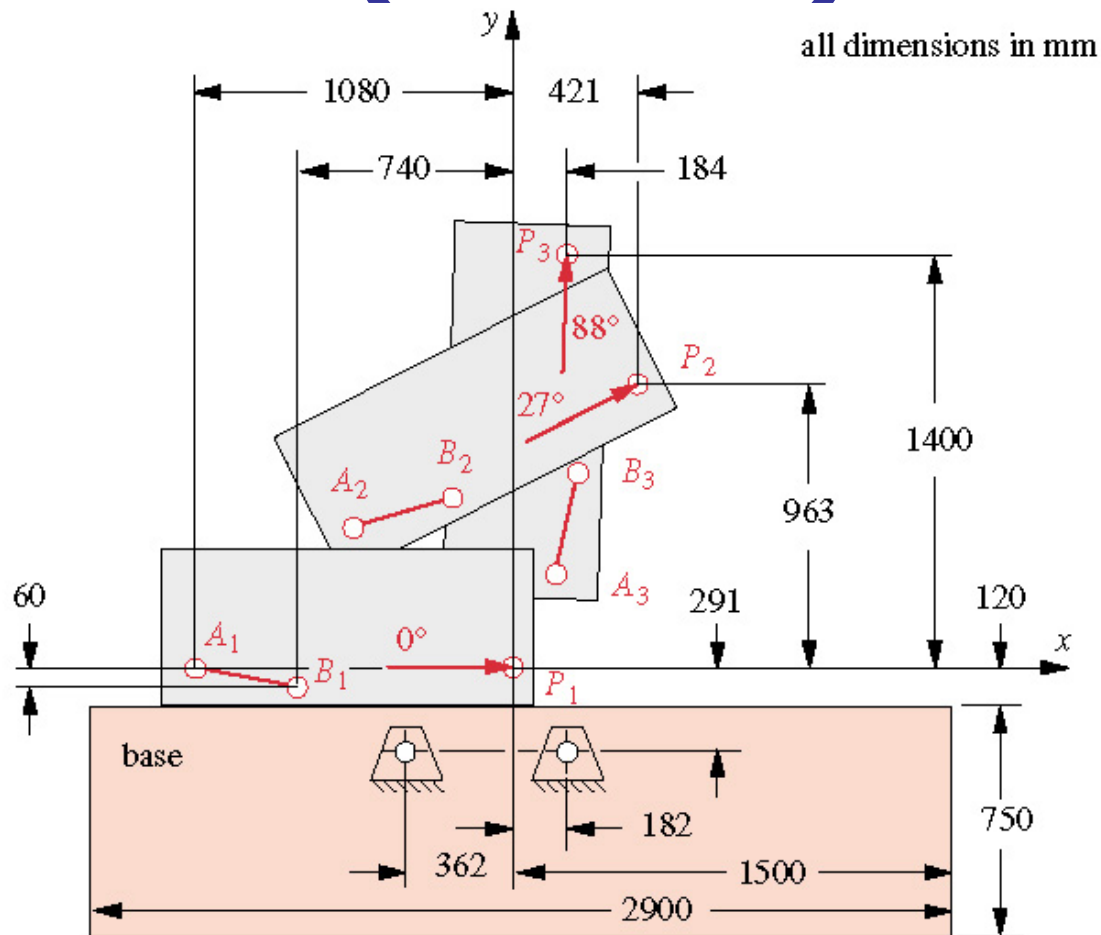


FIGURE P5-5

Data for Problems 5-27 to 5-30

Exercícios (Norton)

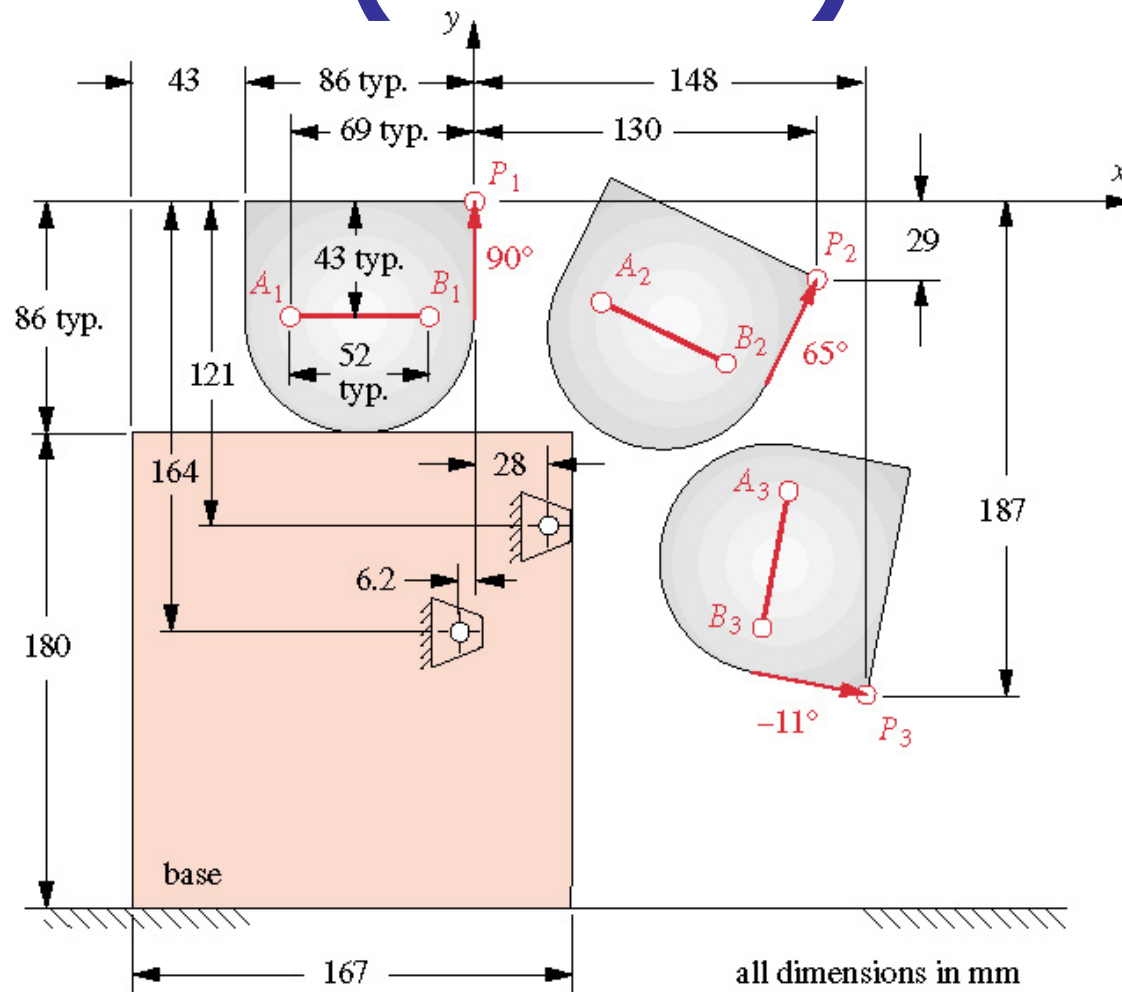


FIGURE P5-6

Data for Problems 5-31 to 5-33

Exercícios (Norton)

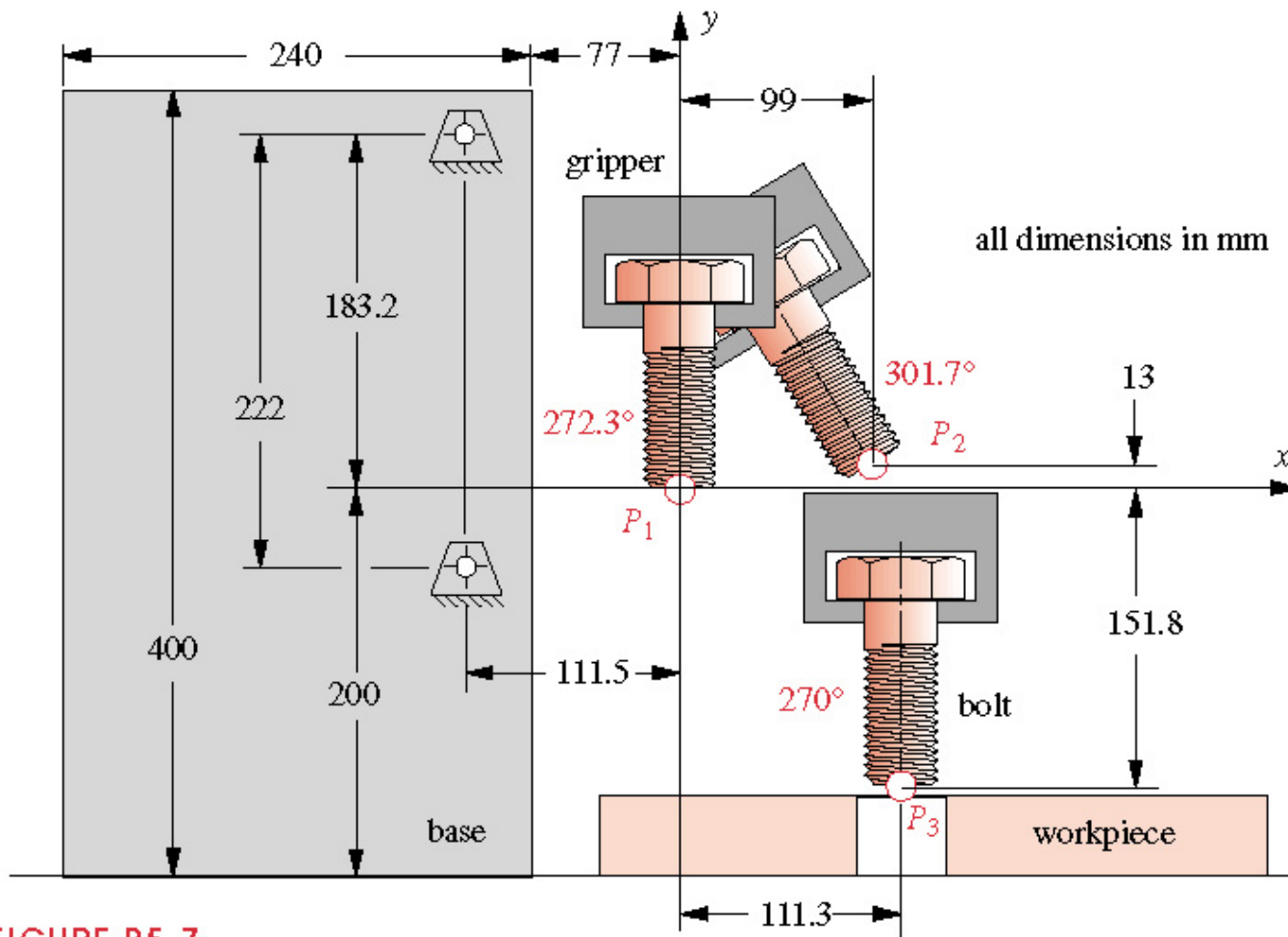


FIGURE P5-7

Data for Problems 5-34 to 5-36

Exercícios (Norton)

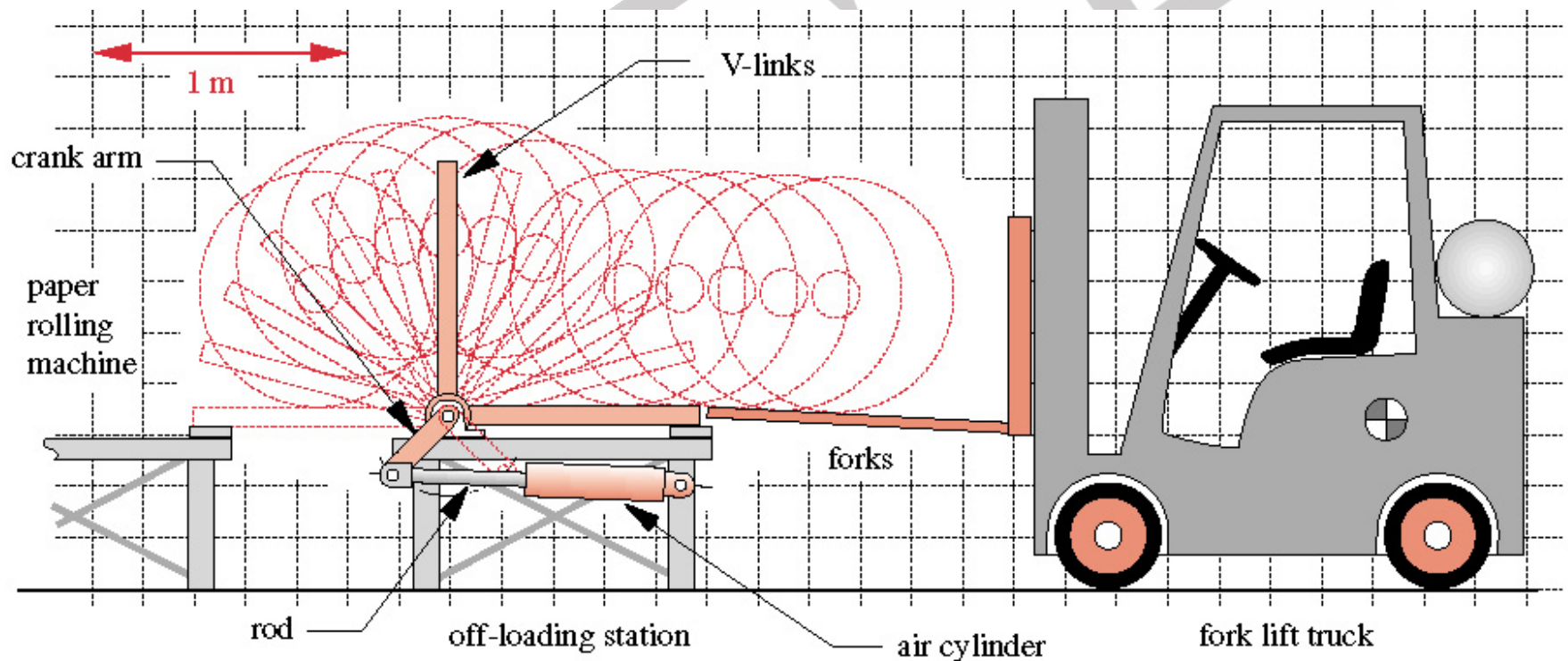


FIGURE P5-8

Problem 5-37

Exercícios (Norton)

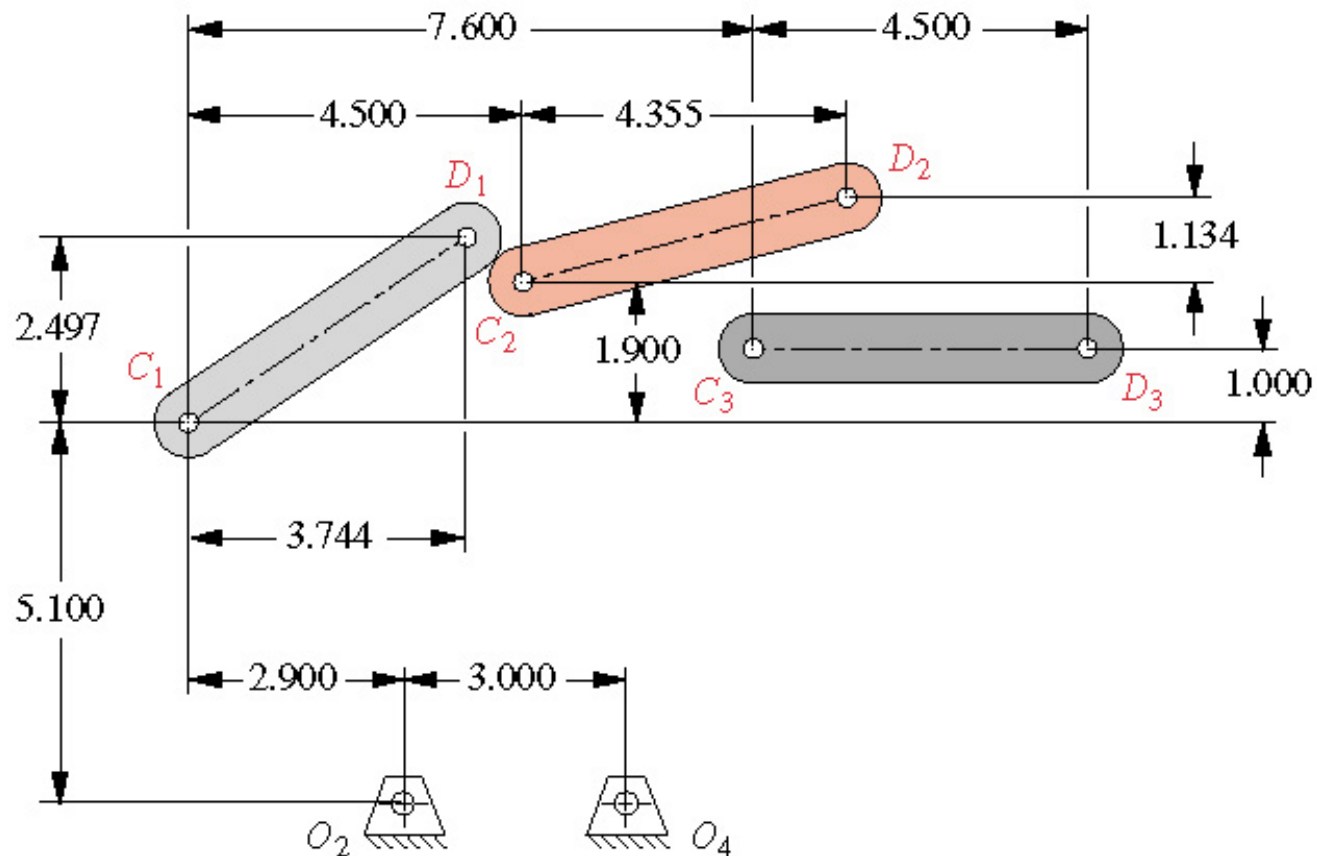


FIGURE P5-9

Data for problems 5-38 to 5-40 and 5-47

Exercícios (Norton)

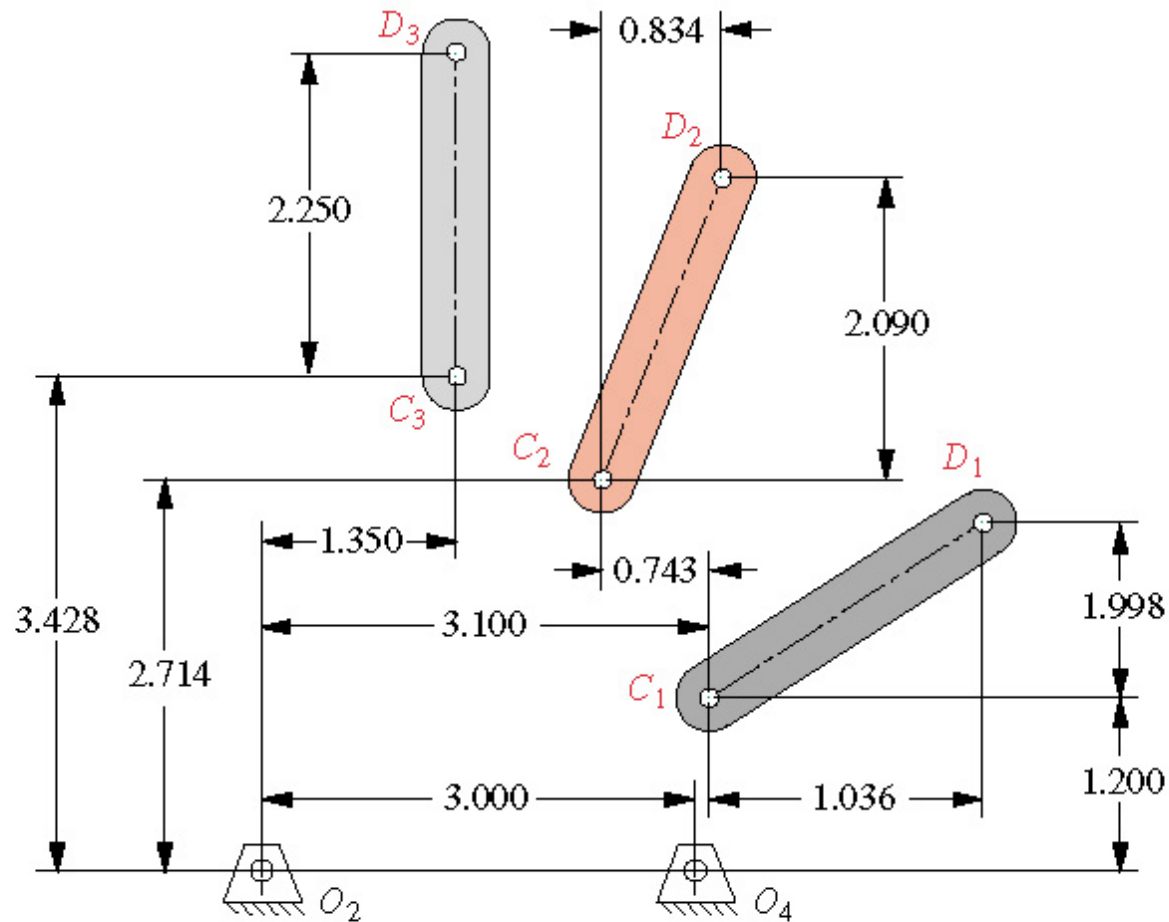


FIGURE P5-10

Data for problems 5-41 to 5-43 and 5-48

Exercícios (Norton)

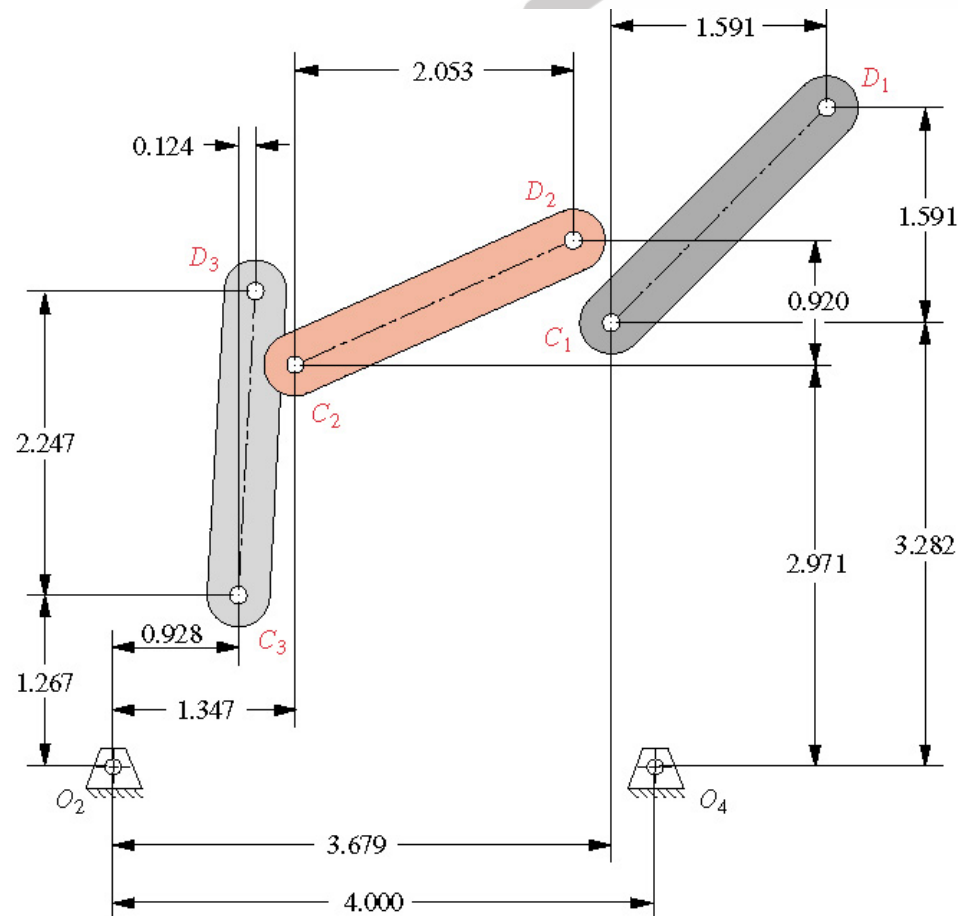


FIGURE P5-11

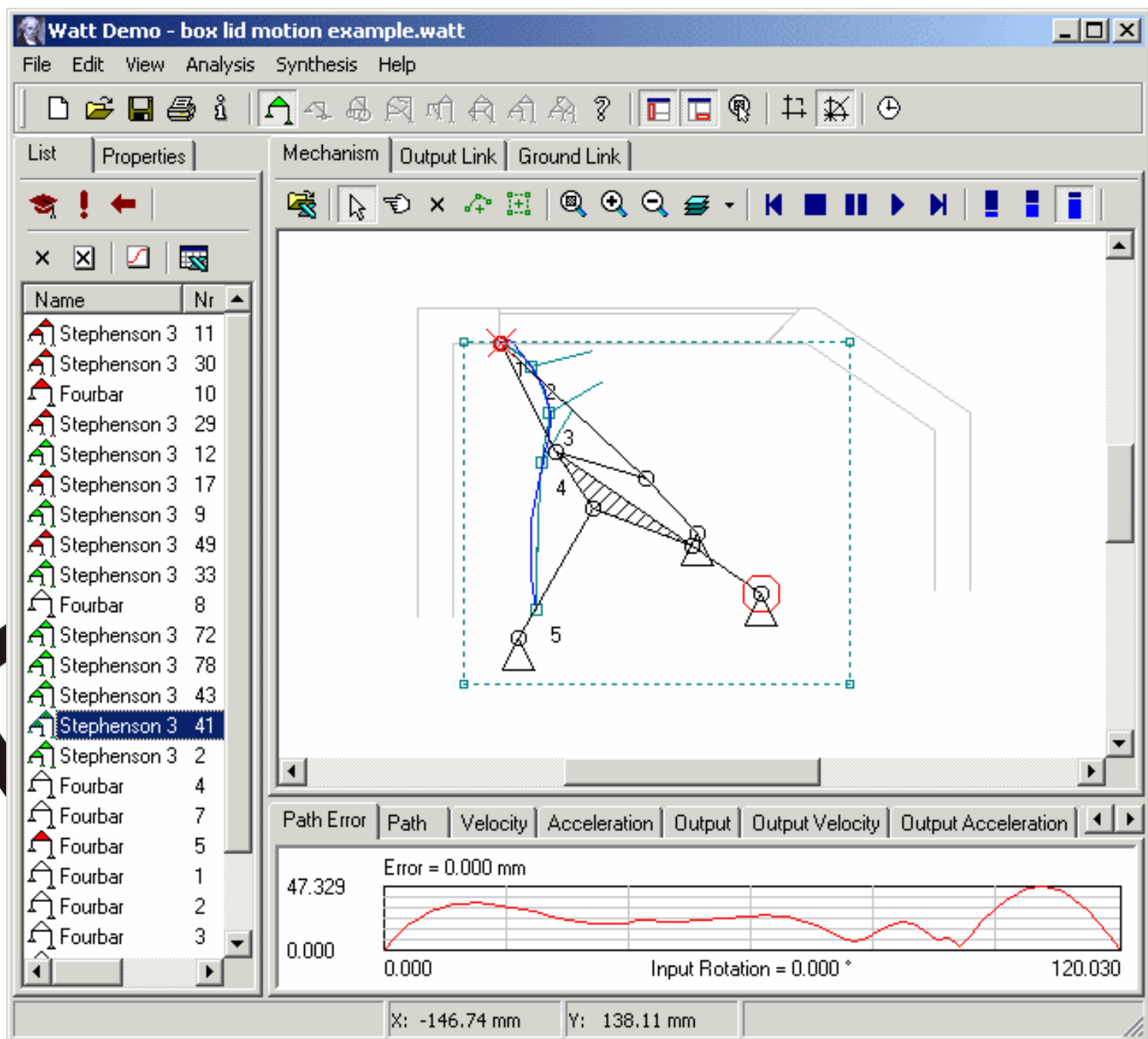
Data for problems 5-44 to 5-46 and 5-49

Exemplo de Software

Watt – Heron Technologies



- Programa para Síntese de Mecanismos
 - Importa desenhos tipo CAD
 - Síntese por Trajetória
 - *Rank* em função dos erros de trajetória
 - Cinemática:
 - Trajetória
 - Velocidade
 - Aceleração



Exemplo de Software

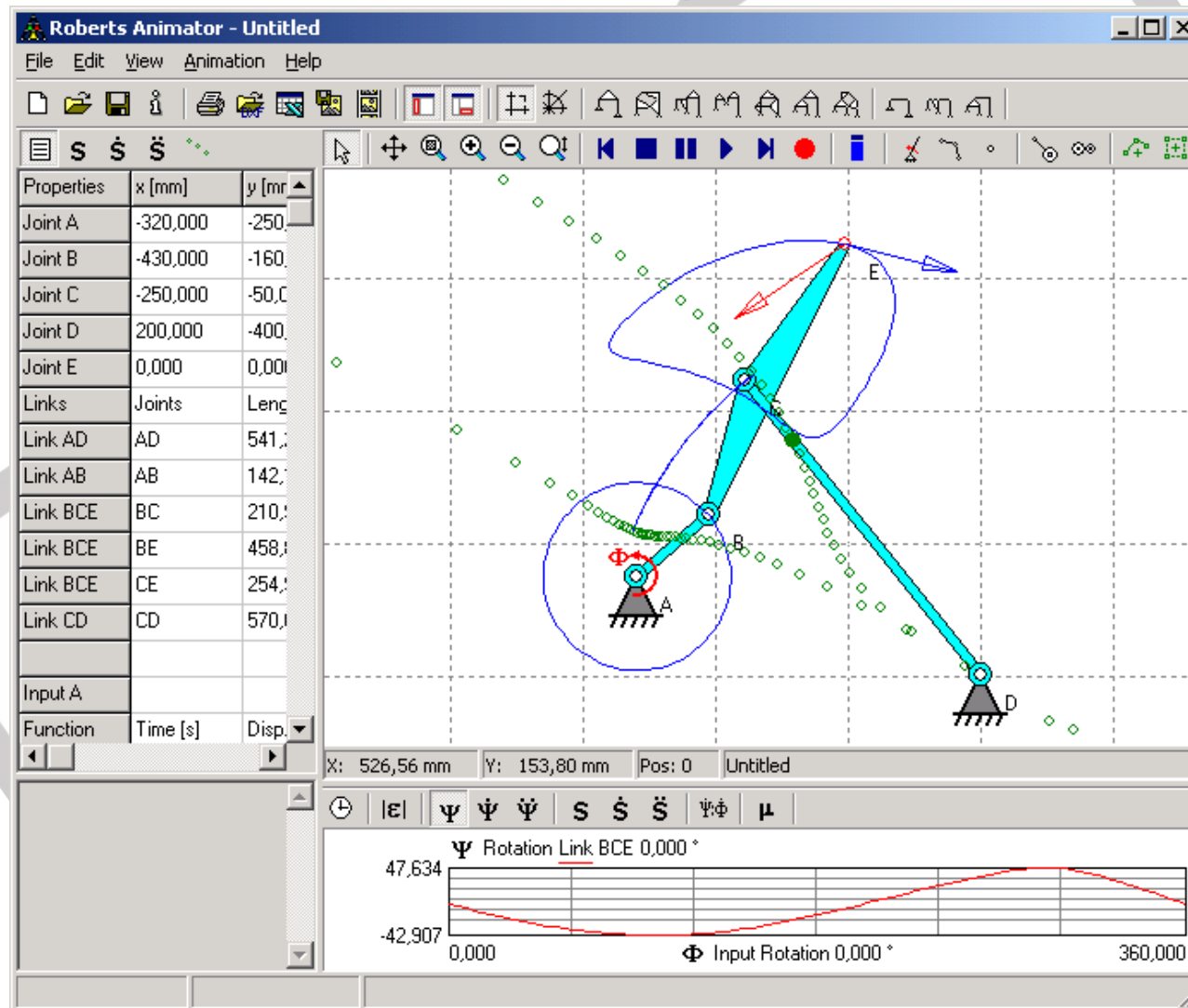
Roberts – Heron Technologies

- Programa para análise de mecanismos
 - Importa desenhos tipo CAD
 - Cinemática e Dinâmica
 - Posições
 - Velocidades
 - Acelerações
 - Forças
 - Torques

Prof. Dr. Marcelo Becker - SEM - EESC - USP

Exemplo de Software

Roberts – Heron Technologies



Sumário da Aula

-
-
-
-
-
-
-

• Bibliografia Recomendada

Bibliografia Recomendada

- Shigley, JE. e Uicker, JJ., 1995, "*Theory of Machines and Mechanisms*".
- MABIE, H.H., OCVIRK, F.W. "Mecanismos e dinâmica das máquinas".
- MARTIN, G.H. "Cinematics and dynamics of machines".
- NORTON, R. L. "Machinery dynamics".
- NORTON, R. L. "Design of Machinery" 3rd Ed.
- Notas de Aula