

Física para Engenharia II

4320196 (antiga FEP2196)

Turma 09 – Sala C2-09 3as – 13h10 / 5as – 9h20.

Turma 10 – Sala C2-10 3as – 15h00 / 5as – 7h30.

Profa. Márcia Regina Dias Rodrigues

Depto. Física Nuclear – IF – USP

Ed. Oscar Sala, sala 222

marciadr@if.usp.br

Página do curso ([Stoa -> Cursos -> IF -> 432 -> 4320196](#))

<http://disciplinas.stoa.usp.br/course/view.php?id=80>

O que será abordado neste curso:

Três *Módulos* (quase) independentes:

- Módulo 1 (8 aulas):
 - Oscilações
 - Oscilações forçadas e amortecidas
- Módulo 2 (9 aulas):
 - Ondas.
 - Som.
- Módulo 3 (9 aulas):
 - Teoria da Relatividade Restrita (Einstein).

Bibliografia do curso:

■ Módulo 1 (Oscilações):

- "Sears & Zemansky" de Young & Freedman: **Física II** Capítulo 13 (Movimento Periódico)
- H. Moisés Nussenzveig, *Curso de Física Básica*, **vol. 2**, Cap. 3 (Oscilador Harmônico) e Cap. 4 (Oscilações Amortecidas e Forçadas).

■ Módulo 2 (Ondas):

- "Sears & Zemansky" de Young & Freedman: **Física II** Capítulos 15 (Ondas Mecânicas) e 16 (Som e audição).
- H. Moisés Nussenzveig, *Curso de Física Básica*, **vol. 2** – Capítulo 5 (Ondas) e Capítulo 6 (Som).

■ Módulo 3 (Relatividade):

- "Sears & Zemansky" de Young & Freedman: **Física IV** Capítulo 37 (Relatividade).
- H. Moisés Nussenzveig, *Curso de Física Básica*, (Ed. Edgard Blücher, 2002) - **vol. 4**, Capítulo 6 (Introdução à Relatividade).
- (*)R. Resnick, *Introdução à relatividade especial* (Ed. USP, 1971)

(*) Texto auxiliar, recomendados para leitura.

Calendário:

Módulo 1

Módulo 1	julho	29	30	31	1	2	3	4	Aula 1: Causas da Oscilação e Mov. Harmônico Simples (13.1 e 13.2) Aula 2: Energia no MHS (13.3) Aplicações (Balanças, pêndulo de torção, vibrações de moléculas) (13.4)
	agosto	5	6	7	8	9	10	11	Aula 3: Pêndulo Simples (13.5) Exemplos/exercícios Aula 4: Pêndulo Físico (13.6) Exemplos/exercícios
		12	13	14	15	16	17	18	Aula 5: Oscilações Amortecidas (13.5) Exemplos e exercícios. Aula 6: Oscilações Forçadas (13.5) Exemplos e exercícios
		19	20	21	22	23	24	25	Aula 7 Ressonância (13.5) Aula 8 Revisão e exercícios
		26	27	28	29	30	31	1	P1: 30 ago (quinta) - 13h10
		2	3	4	5	6	7	8	3 a 8/ set Semana da Pátria
	setembro	9	10	11	12	13	14	15	Aula 1 Tipos de Ondas Mecânicas (15.1) Ondas Harmônicas (15.2) Aula 2 Descrição Matemática de Ondas (15.3) Velocidade de uma onda transversal (15.4)
		16	17	18	19	20	21	22	Aula 3 Energia do movimento ondulatório (16.5) Interferência de ondas (15.6) Princípio de superposição, Batimentos Aula 4 Ondas Estacionárias (15.7)
		23	24	25	26	27	28	29	Aula 5 Modos normais (15.8) Exemplos e Exercícios. Aula 6 Ondas sonoras (16.1) Velocidade de ondas sonoras (16.2) Intersidade do Som (em 1D e 3D) (16.3)
		30	1	2	3	4	5	6	Aula 7 Som: ondas estacionárias e modos normais (cordas, tubos, etc.) (16.4) Interferência e batimentos (16.6, 16.7) Aula 8 Efeito Doppler (16.8) e Ondas de Choque, Cone de Mach (16.9). Aula 9 (9/10) Revisão e Exercícios
		7	8	9	10	11	12	13	P2: 11 de Outubro (quinta) - 13h10 (12 out/ Nossa Senhora Aparecida)

Módulo 2

Calendário:

Módulo 3

Módulo 3	outubro	14	15	16	17	18	19	20	Aula 1 (18/10) Motivação histórica, Transformações de Galileu; experimento de Michelson-Morley;
		21	22	23	24	25	26	27	Aula 2 (23/10) Postulados da Relatividade e Invariância das Leis Físicas (37.1) Conceito de Simultaneidade (37.2) Aula 3 (25/10) Dilatação do tempo, tempo próprio, "paradoxos" (37.3) Contração do espaço (37.4). Transformações de Lorentz (37.5).
		28	29	30	31	1	2	3	Aula 4 (30/10) Transformações de Lorentz (cont); adição relativística de velocidades (velocidade relativa) (37.5) Efeito Doppler (37.6) Aula 5 (1/11) Momento relativístico e massa relativística (37.7) (2 Nov - Finados)
		4	5	6	7	8	9	10	Aula 6 (6/11) Energia cinética relativística e energia de repouso (37.8) Aula 7 (8/11) Relação energia-momento (37.8)
	novembro	11	12	13	14	15	16	17	Aula 8 (13/11) Conservação de energia e momento relativísticos; Colisões. Exemplos/exercícios. (15/nov Proc. República - 16 e 17/ nov Recesso)
		18	19	20	21	22	23	24	(20/nov - Dia da Consciência Negra) Aula 9 (22/11) Revisão e exercícios
		25	26	27	28	29	30	1	P3: 29 de Novembro (quinta) - 13h10
		2	3	4	5	6	7	8	SUB: 6 de Dezembro (quinta) - 13h10

Provas e avaliação (regras do jogo):

■ Provas:

- P1 (Módulo 1) – Dia **30 de agosto** (quinta-feira, 13h10-15h10).
- P2 (Módulo 2) – Dia **11 de outubro** (quinta-feira, 13h10-15h10).
- P3 (Módulo 3) – Dia **29 de novembro** (quinta-feira, 13h10-15h10).
- SUB (Módulos 1,2 e 3)(*) – Dia **6 de dezembro** (quinta-feira, 13h10).

■ Critério de Avaliação:

$$N_P = \frac{P_1 + P_2 + P_3}{3}$$

N_P : Média das provas
 N_F : Nota final

- Se $N_P \geq 5.0$ (e freqüência mínima 70%) → $N_F := N_P$ (aprovado)
- Se $3.0 \leq N_P < 5.0$ (+freq. min. 70%) → **REC** (N_R , data a definir, Mods. 1,2,3)

$$N_F = (N_P + N_R) / 2$$

- Se $N_P < 3.0$ → $N_F := N_P$ (reprovado)

■ Critério de Aprovação: $N_F \geq 5.0$ (e freqüência mínima 70%).

(*) Todo e qualquer conteúdo ministrado durante o curso pode ser cobrado na SUB, podendo inclusive haver provas diferenciadas dependendo de qual prova foi perdida.

Lembrando que:

4.9 $\neq$ 5.0

Importante:

- Cada professor disponibilizará dia(s) e horário(s) específico(s) para revisão das provas do curso. Pedidos de revisão fora desses horários deverão ser feitos diretamente ao professor em até cinco dias úteis após a divulgação das notas.
- Pedidos de correção(*) de questões devem ser justificados por escrito, com base no gabarito oficial. Só serão atendidos pedidos em que ERROS DE CORREÇÃO sejam identificados.
- Situações típicas de erro de correção são (i) somas incorretas de pontos nas questões/ítems da prova e (ii) soluções corretas e com resultado final indêntico ao do gabarito que foram consideradas incorretas pelo corretor.
- É importante notar que pedidos de “pontos extras” por resultados parciais em questões/ítems cujo resultado final esteja em desacordo com o gabarito não serão, em geral, considerados.
- A SUB é "fechada": apenas quem perdeu alguma das provas poderá realizá-la.
- Todo e qualquer conteúdo ministrado durante o curso pode ser cobrado na SUB, podendo inclusive haver provas diferenciadas dependendo de qual prova foi perdida.
- Listas de exercício: serão disponibilizadas no site da disciplina.

Oscilador Harmônico

Oscilações



pêndulos, diapasões, cordas em instrumentos musicais, colunas de ar em instrumentos de sopro, corrente alternada, filtros, sistemas de transmissão, ...

Oscilações



Vibrações localizadas

Ondas



propagação

Oscilador Harmônico

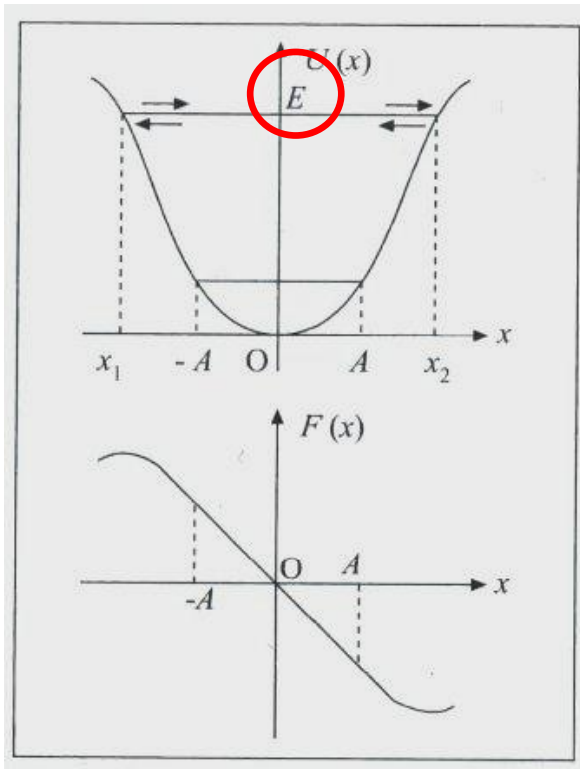
Oscilações
periódicas 1D



Ação de forças
conservativas



Energia potencial $U(x)$



Poço Potencial

$$F(x) = -\frac{dU}{dx}$$

Pequenas oscilações
ao redor da posição
de equilíbrio



$$F(x) \sim \text{linear}$$

$$-A \leq x \leq A$$

$$F(x) = -kx$$

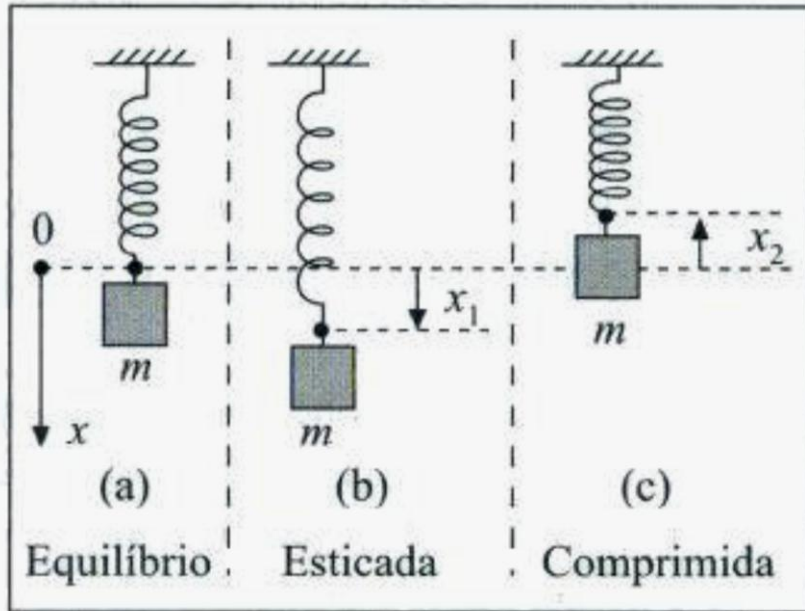
Força restauradora – lei de Hooke

$$U(x) = \frac{1}{2}kx^2$$

~parábola

Oscilador Harmônico

Sistema massa-mola



$$mg = kx_0$$

Qualquer sistema
com um grau de
liberdade

Pequenos desvios
de uma posição de
equilíbrio estável

Obedece com boa
aproximação a equação
do movimento do
Oscilador Harmônico
Unidimensional

Equação do movimento

$$m\ddot{x} = F(x) = -kx$$

$$\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Oscilador Harmônico Unidimensional

Oscilador Harmônico

Movimento de um
oscilador harmônico



Movimento Harmônico
Simples (MHS)

Lei horária do MHS → Resolver a equação do movimento

$$\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$$

Equação diferencial
de segunda ordem
para $x(t)$

Dadas as condições iniciais, equações diferenciais podem ser resolvidas por métodos numéricos (computador).

Oscilador Harmônico

Para Δt suficientemente pequeno:

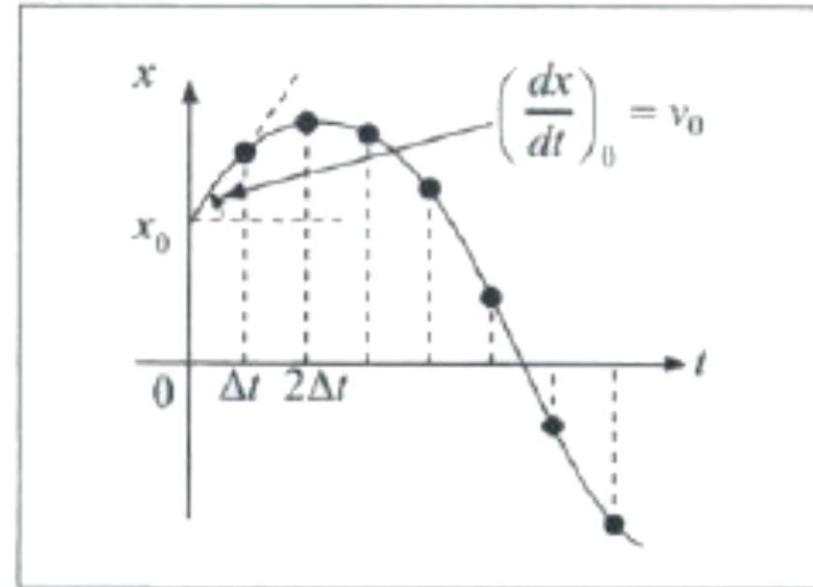
$$\frac{d^2x}{dt^2}(t) \approx \frac{1}{\Delta t} \left[\frac{dx}{dt}(t + \Delta t) - \frac{dx}{dt}(t) \right]$$

$$\frac{dx}{dt}(t) \approx \frac{1}{\Delta t} [x(t + \Delta t) - x(t)]$$

Partindo de $t = 0$:

$$x(\Delta t) \approx x(0) + \Delta t \frac{dx}{dt}(0) = x_0 + v_0 \Delta t$$

$$\frac{dx}{dt}(\Delta t) \approx \frac{dx}{dt}(0) + \Delta t \underbrace{\frac{d^2x}{dt^2}(0)}_{= -\omega^2 x(0)} = v_0 - \omega^2 x_0 \Delta t$$



Repetindo o mesmo
processo para os
intervalos sucessivos

Oscilador Harmônico

Equação diferencial linear → só contém termos lineares na função incógnita → Coeficientes independem de x

$$A \frac{d^2 x}{dt^2} + B \frac{dx}{dt} + Cx = F \qquad F = 0 \rightarrow \text{homogênea}$$

Propriedades de uma equação diferencial linear:

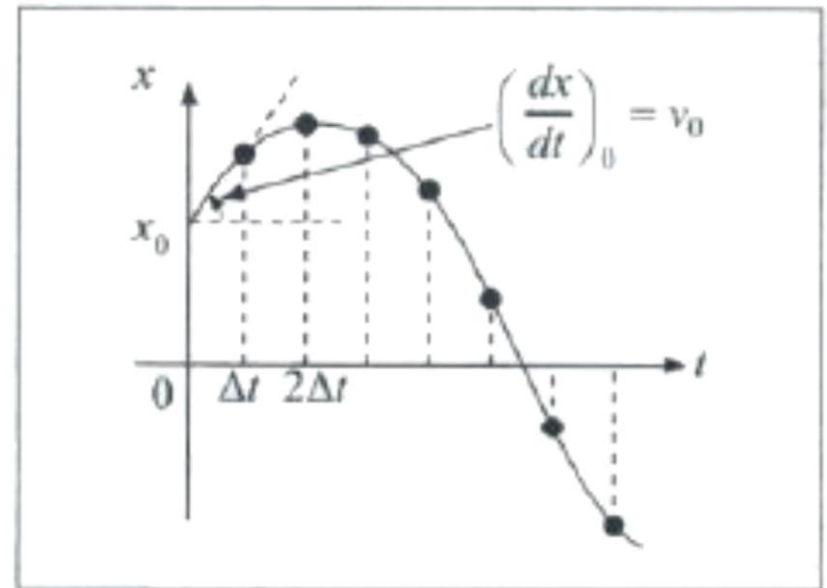
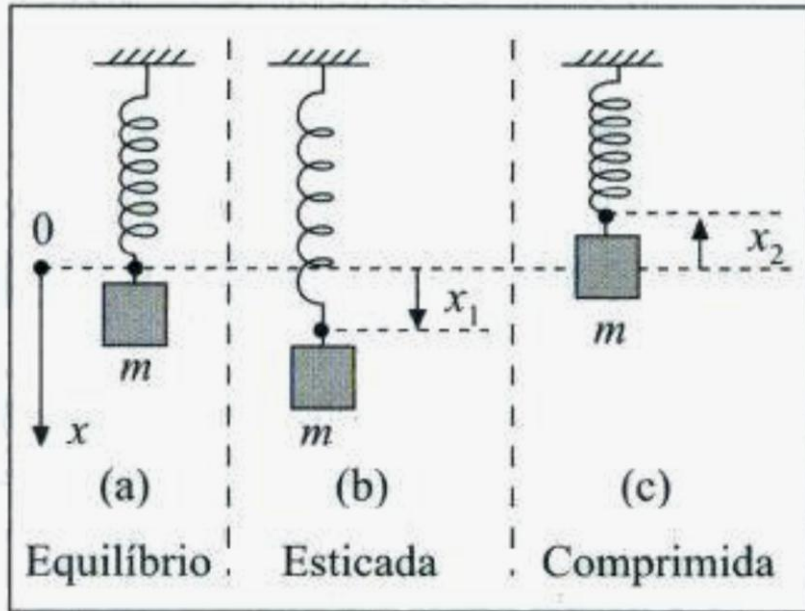
- (a) Se $x_1(t)$ e $x_2(t)$ são soluções $\rightarrow x_1(t) + x_2(t)$ também é solução.
- (b) Se $x(t)$ é solução $\rightarrow ax(t)$ ($a = \text{constante}$) também é solução.

Portanto se $x_1(t)$ e $x_2(t)$ são soluções (independentes) $\rightarrow$ qualquer combinação linear: $x(t) = ax_1(t) + bx_2(t)$, com a e b constantes, também é solução (geral).

Princípio da
superposição

Oscilador Harmônico

Sistema massa-mola



A solução aproximada parece uma função do tipo senoidal

Considerando solução do tipo seno e cosseno

$$x_1(t) = \text{sen}(\omega t) \quad x_2(t) = \text{cos}(\omega t)$$

$$\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Oscilador Harmônico

$$\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$x_1(t) = \text{sen}(\omega t) \quad x_2(t) = \text{cos}(\omega t)$$

Solução geral das oscilações livres do oscilador harmônico

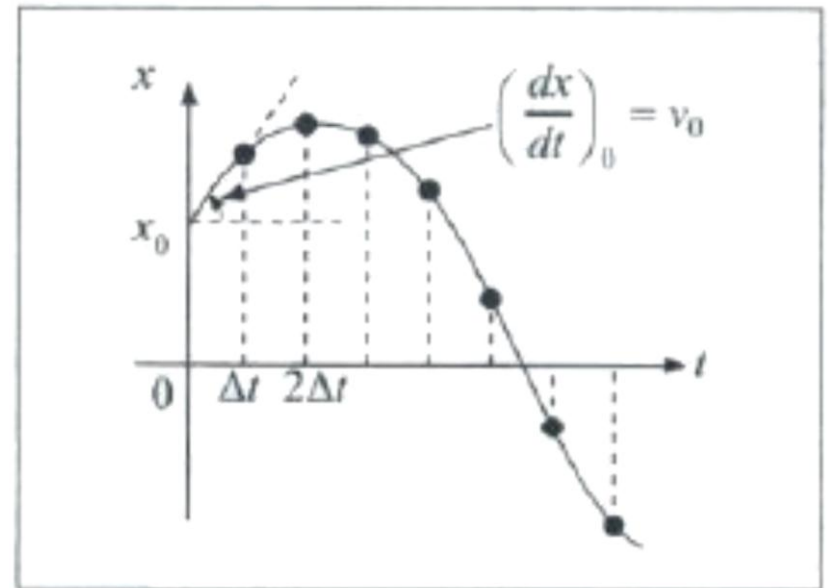
$$x(t) = a \text{sen}(\omega t) + b \text{cos}(\omega t)$$

ou

Com a, b, A e φ constantes

$$x(t) = A \text{cos}(\omega t + \varphi)$$

$$\begin{cases} a = A \text{cos}(\varphi) \\ b = -A \text{sen}(\varphi) \end{cases} \quad \begin{cases} A = \sqrt{a^2 + b^2} \\ \text{cos}(\varphi) = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \end{cases}$$



Oscilador Harmônico

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

Oscila entre os extremos $-A$ e $A \rightarrow$ Amplitude de oscilação

$(\omega t + \varphi) \rightarrow$ Função periódica de ωt de período 2π

Período de uma oscilação $\rightarrow \tau = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{\nu}$  frequência de oscilação

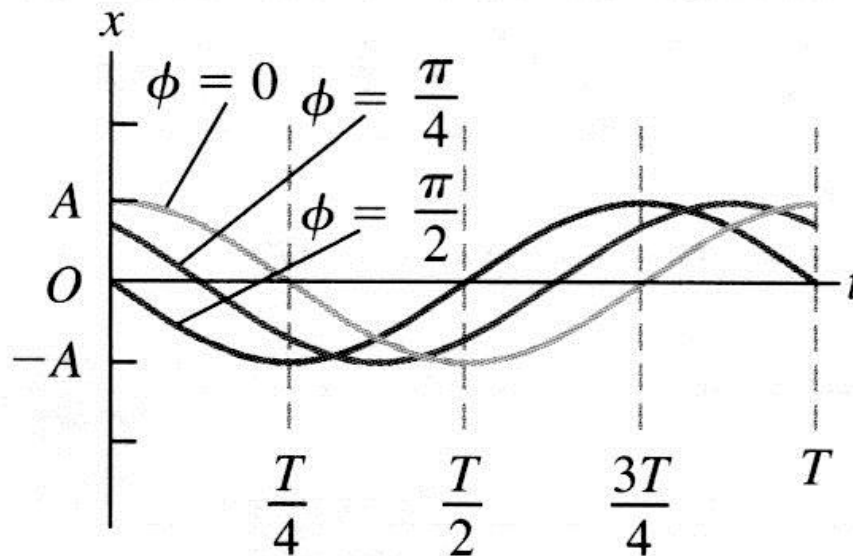
$\nu \rightarrow$ ciclos/s ou hertz (Hz)

$\omega = 2\pi\nu \rightarrow$ frequência angular rad/s ou s^{-1}

$\theta = (\omega t + \varphi) \rightarrow$ fase do movimento $\varphi \rightarrow$ fase inicial

Oscilador Harmônico

Essas três curvas mostram MHS com o mesmo período T e amplitude A , mas com ângulos ϕ de fase diferentes.

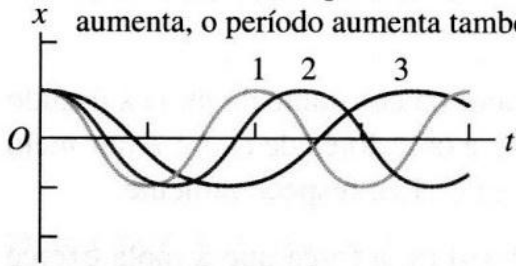


variando $\phi \rightarrow$ desloca a curva como um todo

Oscilador Harmônico

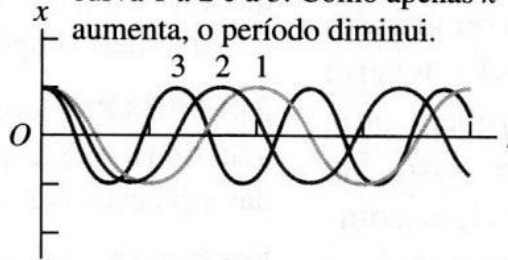
(a) m aumenta; A e k não variam.

A massa m aumenta da curva 1 a 2 e a 3. Como apenas m aumenta, o período aumenta também.



(b) k aumenta; A e m não variam.

A constante da mola k aumenta da curva 1 a 2 e a 3. Como apenas k aumenta, o período diminui.



(c) A aumenta; k e m não variam.

A amplitude A aumenta da curva 1 a 2 e a 3. Como apenas A varia, o período não se altera.

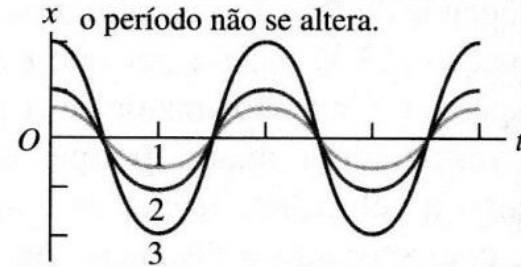


Figura 13.10 Variações em um movimento harmônico simples. Todos os casos indicados são para $\phi = 0$.

$$\tau = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{\nu} \quad \text{Independente de } A$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad k = \left| \frac{F}{x} \right|$$

↓
Força restauradora por unidade de deslocamento e por unidade de massa

Oscilador Harmônico

$$\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\dot{x}(t) = v(t) = -\omega A \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\ddot{x}(t) = a(t) = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi)$$

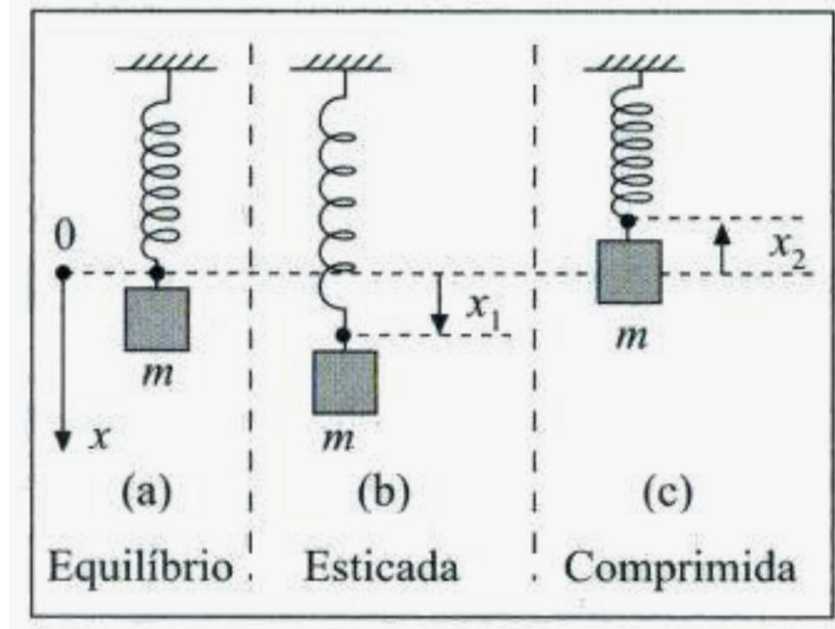
Condições iniciais $x(0) = x_0$ e $v(0) = v_0$

$$\begin{cases} A \cos(\varphi) = x_0 \\ -\omega A \sin(\varphi) = v_0 \end{cases} \quad \begin{cases} A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} \\ \cos(\varphi) = \frac{x_0}{A} \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = \sqrt{a^2 + b^2} \\ \cos(\varphi) = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \end{cases}$$

$$x(t) = a \sin(\omega t) + b \cos(\omega t)$$

$$x(t) = x_0 \sin(\omega t) + \frac{v_0}{\omega} \cos(\omega t)$$



Oscilador Harmônico

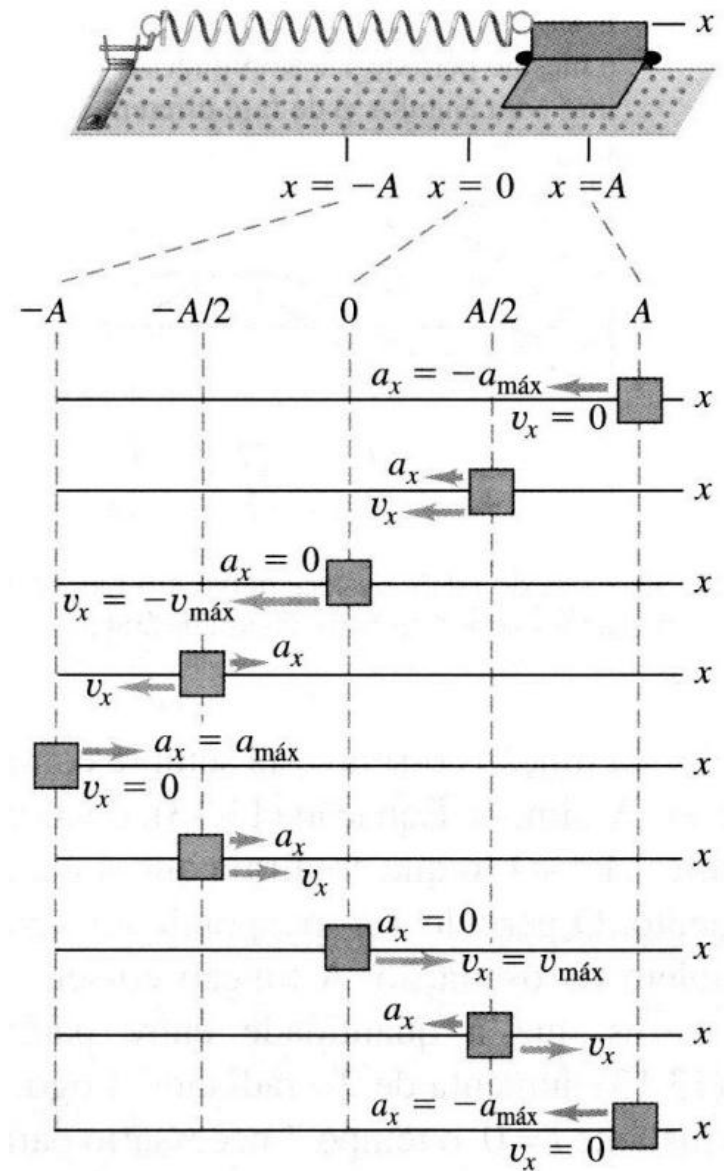
$$\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\dot{x}(t) = v(t) = -\omega A \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\ddot{x}(t) = a(t) = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi)$$



Oscilador Harmônico

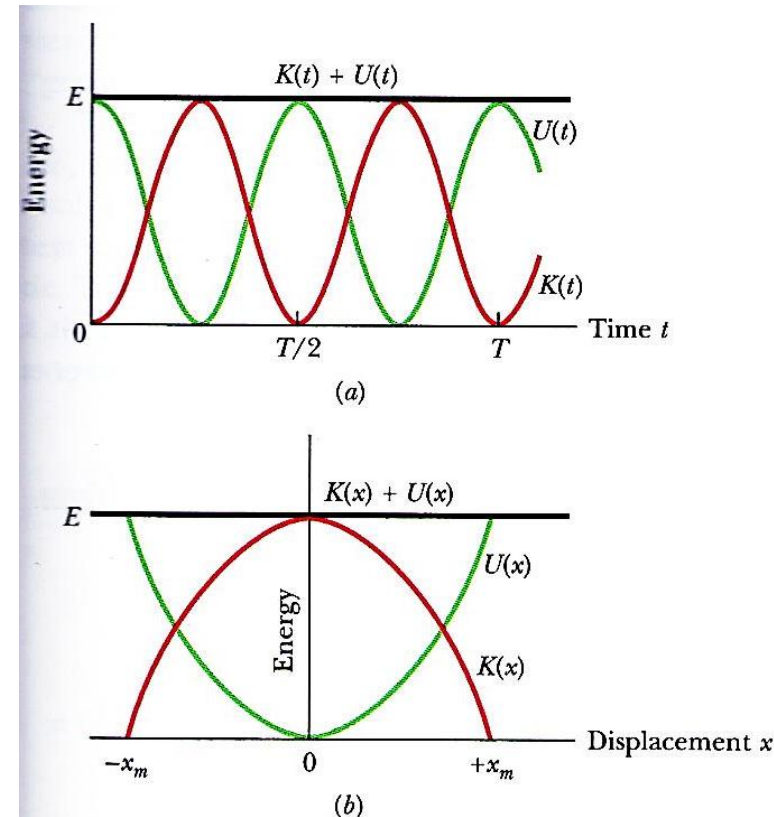
Energia do oscilador harmônico

$$K(t) = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$$

$$\begin{aligned} U(t) &= \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 \\ &= \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \varphi) \end{aligned}$$

A energia total do sistema se conserva

$$E_{total} = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \text{constante}$$



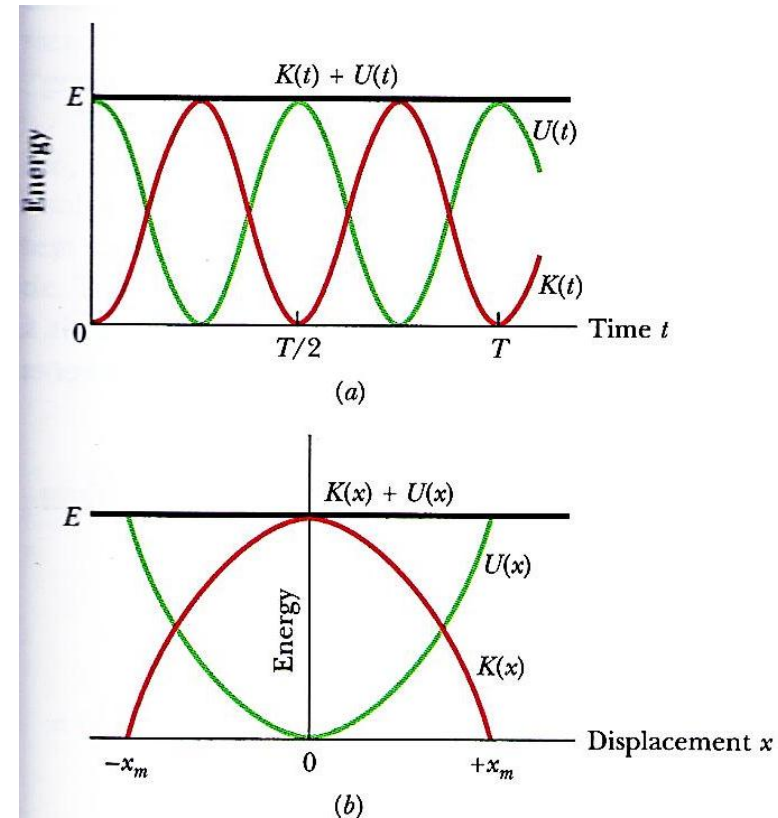
Oscilador Harmônico

Valor médio $f(t)$ $0 \leq t \leq \tau$

$$\bar{f}(t) = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} f(t) dt$$

K e U são simétricos em torno de $E/2$
(mesma área)

$$\bar{K} = \bar{U} = \frac{1}{2} E = \frac{1}{4} m \omega^2 A^2$$



Oscilador Harmônico

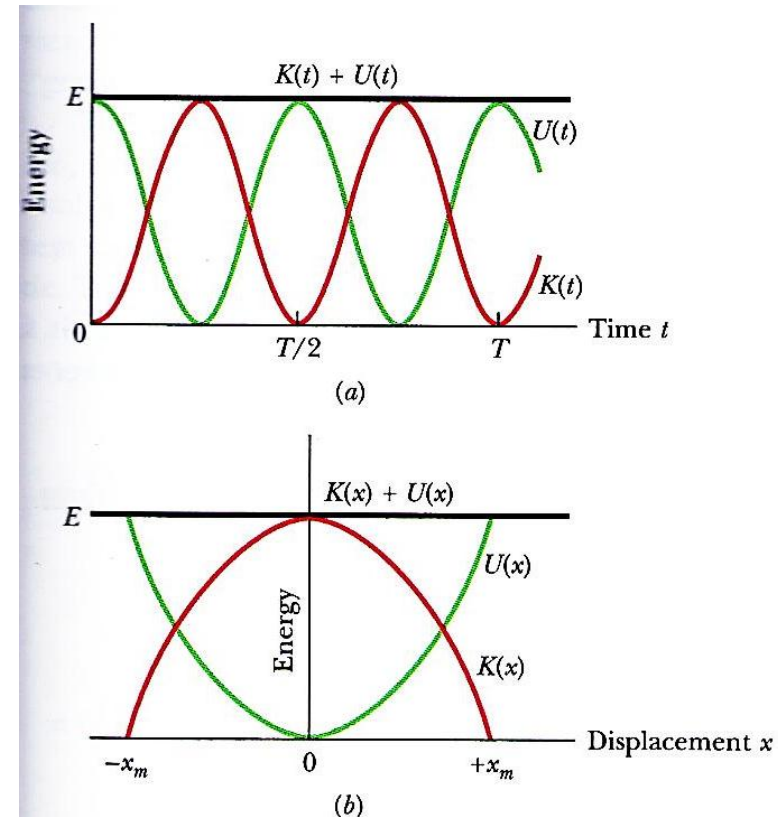
Energia do oscilador harmônico

$$E_{total} = K + U = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$$

$$K = E - U = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 - \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$$

$$K = \frac{1}{2}m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 (A^2 - x^2)$$

$$v = \frac{dx}{dt} = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2}$$



Oscilador Harmônico

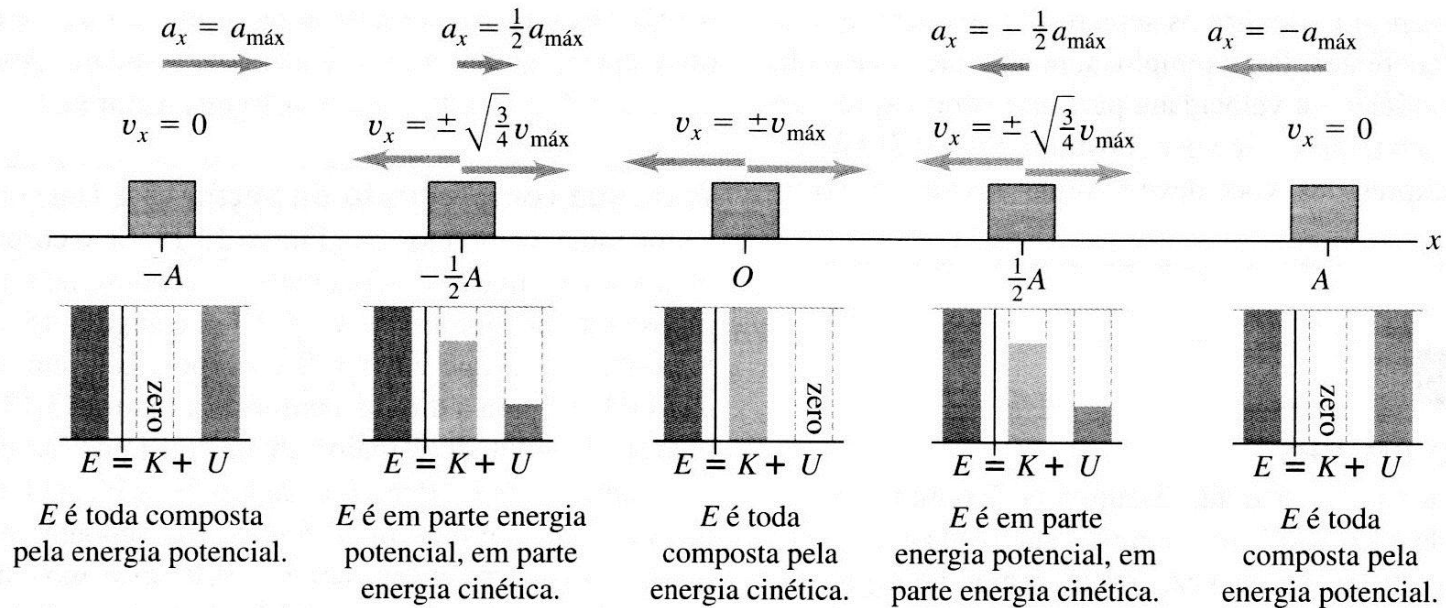
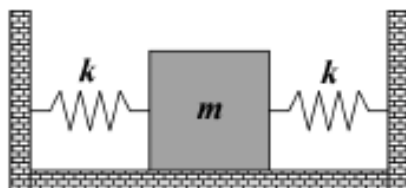


Figura 13.14 Gráficos de E , K e U em função do deslocamento em MHS. A velocidade do corpo *não* é constante, portanto essas imagens do corpo em posições com intervalos espaciais iguais entre si *não* estão colocadas em intervalos iguais no tempo.

$$v = \frac{dx}{dt} = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2}$$

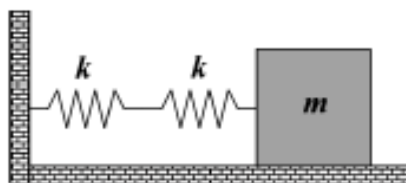
1. Na figura abaixo, mostramos duas molas idênticas (de constante k) ligadas a um mesmo bloco de massa m , sendo que as outras extremidades das molas estão fixas em suportes rígidos. Mostre que a frequência de oscilação do bloco sobre a superfície horizontal sem atrito é dada por:

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2k}{m}}.$$



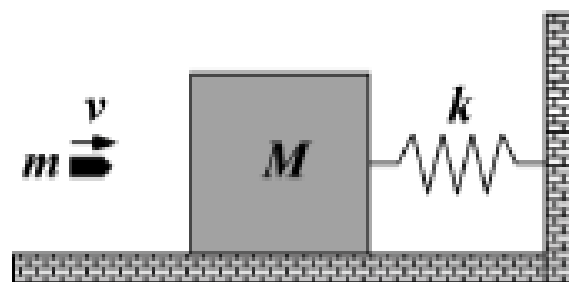
Suponha agora que as duas molas sejam conectadas ao bloco de massa m , conforme é indicado na figura abaixo. Mostre que a frequência de oscilação é dada por:

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{2m}}.$$

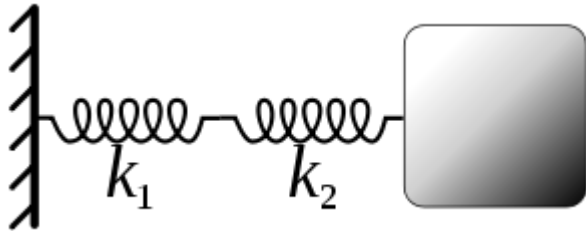


2. A figura abaixo mostra um bloco de massa M , em repouso sobre uma superfície horizontal sem atrito, preso a uma mola de constante k . Uma bala de massa m e velocidade v atinge o bloco em $t = 0$, conforme é indicado na figura abaixo. A bala permanece dentro do bloco. Determine:

- (a) a velocidade do bloco imediatamente após a colisão;
- (b) a expressão do deslocamento x do sistema para $t > 0$.



Revisão molas em série e em paralelo



As forças são iguais

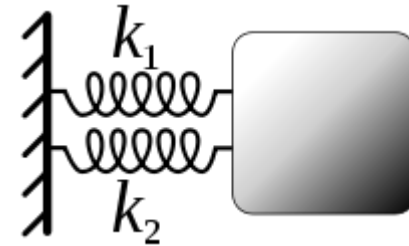
$$F_{eq} = F_1 = F_2$$

$$x_{eq} = x_1 + x_2$$

$$k_{eq} = \frac{F_{eq}}{x_{eq}} = \frac{F_{eq}}{x_1 + x_2}$$

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{x_1}{F_{eq}} + \frac{x_2}{F_{eq}} = \frac{x_1}{F_1} + \frac{x_2}{F_2}$$

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$



As distâncias são iguais

$$x_{eq} = x_1 = x_2$$

$$F_{eq} = F_1 + F_2$$

$$k_{eq} = \frac{F_{eq}}{x_{eq}} = \frac{F_1 + F_2}{x_{eq}}$$

$$k_{eq} = \frac{F_1}{x_1} + \frac{F_2}{x_2}$$

$$k_{eq} = k_1 + k_2$$