

---

# SOBRE O PAPEL DA RESOLUÇÃO LITERAL DE PROBLEMAS NO ENSINO DA FÍSICA: EXEMPLOS EM MECÂNICA<sup>+</sup>

---

Luiz O.Q. Peduzzi  
Sônia Silveira Peduzzi  
Departamento de Física - UFSC  
Florianópolis - SC

## **Resumo**

*Neste trabalho, discute-se e exemplifica-se a resolução literal de problemas de lápis e papel, de enunciados fechados e abertos, como forma de estimular o aluno à resolução significativa de problemas. Esta abordagem salienta a importância da análise física de casos particulares da situação recém resolvida, transformando-a em fonte geradora de novos problemas. 'Parar e pensar', ao invés de passar, de imediato, para o próximo problema da lista, é a nova ordem que se impõe.*

## **I - Introdução**

Em cursos de física, tanto no ensino médio como universitário, a resolução de problemas de lápis e papel aparece como uma atividade essencial e prioritária no aprendizado do aluno. Os 'exemplos de aplicação da teoria', as extensas listas de 'exercícios/problemas', as aulas de problemas e as avaliações, constituídas quase que inteiramente de questões envolvendo a resolução de problemas, evidenciam claramente isso.

Paradoxalmente, contudo, esta atividade não tem sido objeto de uma discussão específica, em termos didáticos, nem por parte de professores e nem por livros de texto, onde, particularmente, ela se mostra mais necessária - nos primeiros contatos do aluno com a física, no segundo grau, e no início de seus estudos na universidade.

Sem, por exemplo, passar por uma discussão prévia de assuntos tais como os que envolvem:

- a distinção entre problemas e exercícios (Echeverría e Pozo, 1994);

---

<sup>+</sup> Síntese do texto preparado para o curso de Mecânica - PRÓ-CIÊNCIAS / FÍSICA / UFSC, 1999.

- o intercâmbio entre problemas e teoria (Kuhn, 1987);
- o papel de estratégias gerais e específicas na resolução de problemas (Peduzzi, 1997; Costa, e Moreira, 1997a; Reif, et all, 1976);
- aspectos que distinguem bons e maus solucionadores de problemas (Costa e Moreira, 1996; Rosa et all, 1992);
- resolução significativa x resolução mecânica de problemas (Ausubel et all, 1980);
- resolução individual e resolução em grupo: vantagens e desvantagens (Gaspar, 1994);
- a questão dos problemas abertos no ensino da física (Gil-Pérez e Martinez-Torregrosa, 1987; Gil-Pérez et all, 1992),

o aluno acaba acumulando noções e procedimentos indevidos em relação à resolução de problemas ao longo de boa parte de sua formação.

Neste texto, procura-se mostrar, através da análise de alguns exemplos, que a resolução literal de problemas de enunciados fechados e abertos pode se constituir em um instrumento bastante útil para estimular o estudante a desenvolver certas ações indispensáveis à resolução significativa de problemas.

Como, usualmente, é através da mecânica que tanto o aluno do ensino médio como o universitário começam a se envolver em tarefas de resolução de problemas, os exemplos apresentados estarão restritos a esta área de seu aprendizado. O leitor interessado poderá, sem dificuldades, generalizar os procedimentos descritos para outros segmentos da física.

## **II - A resolução de problemas centrada no desenvolvimento literal**

No ensino da física, as listas de exercícios/problemas cumprem um importante papel no aprendizado do aluno. Para muitos professores, é através da resolução das questões propostas que o estudante demonstra a sua compreensão dos assuntos estudados e prepara-se adequadamente para as avaliações de aproveitamento. No entanto, a forma como estas listas são usualmente estruturadas, tanto por parte dos professores como pelos livros de texto, é passível de muitas críticas.

Via de regra, elas priorizam a resolução de um número excessivamente grande de problemas essencialmente numéricos, que envolvem a determinação da(s) grandeza(s) incógnita(s) a partir de dados conhecidos. Como a resolução literal de problemas é pouco explorada no ensino da física, a tendência do aluno é a de identificar a(s) equação(ões) que julga relevante(s) à resolução e, de imediato, inserir os valores numéricos correspondentes para a determinação do que precisa. Muitas vezes, contudo, este processo se efetiva com pouca ou nenhuma compreensão conceitual. O emprego incorreto de conceitos, leis e princípios, que geram ‘soluções sem sentido’, evidencia isso.

Pressionados pela forma e dimensão da lista (e por outros afazeres), a primeira ‘providência’ adotada por muitos estudantes é a de deixar de lado a leitura do livro de texto, acreditando que as suas anotações em sala de aula são suficientes para introduzi-los com sucesso nesta atividade. Pura ilusão, como mostra amplamente a prática em sala de aula. O deslocamento prematuro do aluno da teoria para a prática, combinado com o tipo de problema que lhe é apresentado e a solução que dele se espera, torna a resolução mecânica quase que inevitável.

Por outro lado, mesmo quando o estudante entende o que faz, o impacto da solução bem sucedida sobre a sua estrutura cognitiva é bastante limitado. Sem, por exemplo, dispor de uma relação de dependência da grandeza incógnita com as outras grandezas do problema, ele não pode fazer uma análise mais aprofundada da resposta e nem examinar casos particulares da situação tratada. Assim, não tendo, aparentemente, mais nada a fazer, o solucionador passa para o próximo problema, sem levantar outras questões a respeito da situação tratada.

Em ambos os casos, enfim, o indivíduo não aprende o que poderia e/ou deveria. Um novo posicionamento do professor em relação às listas e às aulas de problemas, e, como consequência, às suas avaliações constituídas de problemas, pode alterar sensivelmente este quadro.

A substituição dos dados numéricos por ‘dados literais’ em um bom número de situações-problema tradicionalmente propostas ao aluno e nos exemplos discutidos em sala de aula é condição indispensável para que o estudante assimile e ponha em prática uma metodologia mais eficiente e produtiva na abordagem de problemas.

Como se procura mostrar através dos exemplos discutidos na próxima seção, o desenvolvimento literal de problemas numéricos e não numéricos enseja a análise física de casos particulares da situação recém resolvida, transformando-a em fonte geradora de novos problemas.

Bem instruído e com uma lista de problemas compatível com esta nova metodologia, o aluno transforma o número menor de problemas com que se depara em um número de situações resolvidas e compreendidas significativamente muito maior do que aquele oferecido por uma lista tradicional. A preocupação do professor (e do aluno) com a resolução mecânica tende a desaparecer naturalmente. ‘Parar e pensar’ é a nova ordem que se impõe.

### **III - A resolução de problemas de enunciados fechados: exemplos de aplicação da metodologia proposta**

Nesta seção, apresenta-se e discute-se três situações-problema à luz da metodologia proposta.

No primeiro exemplo, o enunciado orienta o estudante a discutir casos particulares da solução encontrada. No segundo, pede que seja feita uma análise da grandeza física encontrada, em função dos parâmetros do qual depende. Estes procedimentos, no começo, mostram-se particularmente necessários para ‘forçar’ a mudança de atitude do solucionador, isto é, a fim de fazer com que ele adquira o hábito de levantar outras questões a partir de um problema proposto, seja ele literal ou com dados numéricos, e, além disso, se conscientize que a resposta obtida pode e deve ser discutida fisicamente. O exemplo 1, em especial, mostra que a análise de certos casos particulares nem sempre é ‘trivial’, demandando alguns cuidados.

É evidente que para discutir a resposta de um problema o aluno deve, antes, chegar à sua solução. No entanto, este trabalho não examina as dificuldades encontradas pelo estudante na consecução deste objetivo. Enunciados como os apresentados nos exemplos 3 e 4, do tipo ‘demonstre que’ fornecem previamente a resposta que deve ser encontrada e também podem ser úteis na implementação da metodologia aqui proposta.

*Exemplo 1:* Um corpo de massa  $m$  sobe um plano inclinado de um ângulo  $\theta$  com uma aceleração  $a$ , empurrado por uma força paralela à base do plano. Encontre a intensidade da força acima mencionada sabendo, ainda, que o coeficiente de atrito cinético é  $\mu_c$  e que a intensidade da aceleração da gravidade é  $g$ . Estude casos particulares da relação obtida.

Solução:

Dados e incógnita:

$m$

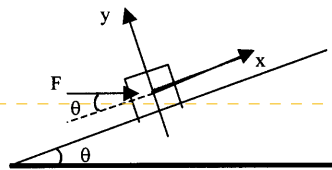
$\theta$

$a$

$\mu_c$

$g$

$F = ?$



PEDUZZI  
Comment:

Fig.1

Aplicando a segunda lei de Newton para esta situação, obtém-se

$$\Sigma F_x = ma \quad ,$$

$$F \cos\theta - mg \operatorname{sen}\theta - \mu_c N = ma \quad (1)$$

e

$$\Sigma F_y = 0 \quad ,$$

$$N - mg \cos \theta - F \sin \theta = 0 \quad ,$$

$$N = mg \cos \theta + F \sin \theta \quad . \quad (2)$$

De (2) em (1), resulta

$$F \cos \theta - mg \sin \theta - \mu_c (mg \cos \theta + F \sin \theta) = ma \quad ,$$

$$F (\cos \theta - \mu_c \sin \theta) = ma + mg (\sin \theta + \mu_c \cos \theta) \quad ,$$

$$F = \frac{m [a + g (\sin \theta + \mu_c \cos \theta)]}{\cos \theta - \mu_c \sin \theta} \quad . \quad (3)$$

Discussão:

a) Se  $a = 0$  ,

$$F = \frac{mg (\sin \theta + \mu_c \cos \theta)}{\cos \theta - \mu_c \sin \theta} \quad . \quad (4)$$

b) Para  $a = 0$  e  $\mu_c = 0$  (atrito desprezível), a eq.(4) se reduz a

$$F = \frac{mg \sin \theta}{\cos \theta} \quad (5)$$

ou

$$F \cos \theta = mg \sin \theta \quad , \quad (6)$$

isto é, a componente  $x$  da força aplicada é igual a componente  $x$  da força peso. Neste caso, o corpo está parado ou em movimento com velocidade constante.

c) Para  $\theta = 0$ , o movimento se dá ao longo de um plano horizontal (Fig.2). Nestas condições, a partir da eq.(3), resulta

$$F = m(a + \mu_c g) \quad (7)$$

ou

$$F - \mu_c mg = ma \quad . \quad (8)$$

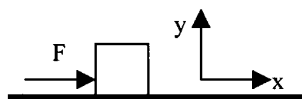


Fig.2

Se  $F > \mu_c mg$ , a aceleração é constante e maior do que zero e o corpo aumenta a sua velocidade com o tempo (MRUA);

Se  $F < \mu_c mg$ , o corpo desloca-se em movimento retilíneo uniformemente retardado;

Se  $F = \mu_c mg$ , o corpo percorre distâncias iguais em intervalos de tempos iguais.

d) E se  $\theta = 90^\circ$  ?

Neste caso, a relação ( 3 ) se reduziria a

$$F = \frac{m(a + g)}{-\mu_c} \quad , \quad (9)$$

ou

$$-\mu_c F - mg = ma \quad , \quad (10)$$

provavelmente causando dificuldades ao aluno para interpretá-la. Isto é, ele precisa perceber, aqui, que ‘há alguma coisa errada’. De fato, a relação ( 10 ) não é válida como um caso particular de ( 3 ) porque, quando  $\theta = 90^\circ$ , não há componente de  $F$  na direção do movimento.

Assim, é preciso analisar bem a viabilidade física dos casos particulares considerados e não tomá-los aleatória ou cegamente. De qualquer forma, um ‘impasse’ como este representa mais uma possibilidade de aprendizagem para o aluno.

Exemplo 2: No conjunto mostrado na Fig.3, a separação entre  $M$  e  $m$  é  $x$ , estando  $m$  a uma altura  $y$  do solo. Quando o obstáculo que impede o deslocamento dos corpos é retirado, o sistema entra em movimento. Obtenha a velocidade com a qual  $M$  se choca contra o solo usando considerações de energia. A polia é lisa e o fio que liga os corpos é ideal. A intensidade da aceleração da gravidade é  $g$ . Analise a relação encontrada explicitando como a velocidade varia em função das grandezas que a definem.

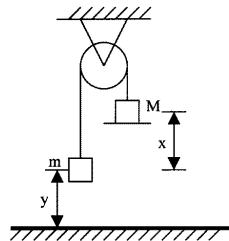
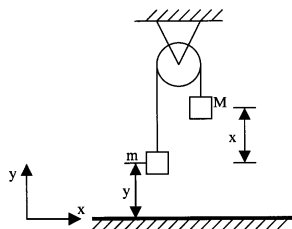


Fig.3

6



Solução:

Dados e incógnita:

$M$

$m$

$x$

$y$

$g$

$V = ?$

*Fig.4*

Designando por  $E_i$  a energia mecânica do sistema no instante  $t = 0$ , isto é, no momento em que os corpos são liberados a partir do repouso, e por  $E_f$  a energia mecânica do sistema quando  $M$  atinge o solo, e admitindo-se ainda que a energia potencial gravitacional no solo é nula, pode-se escrever que

$$E_i = mgy + Mg(x + y) \quad (1)$$

e

$$E_f = (m + M) \frac{V^2}{2} + mg(x + 2y) , \quad (2)$$

sendo  $V$  a intensidade da velocidade dos corpos no momento do impacto.

Como a força peso é uma força conservativa, a energia mecânica do sistema é constante. Assim,

$$E_i = E_f \quad . \quad (3)$$

De (1) e (2) em (3), resulta

$$mgy + Mg(x + y) = (m + M) \frac{V^2}{2} + mg(x + y) + mgy \quad ,$$

$$g(x + y)(M - m) = (m + M) \frac{V^2}{2} \quad ,$$

$$V = \sqrt{\frac{2g(x + y)(M - m)}{M + m}} \quad , \quad M > m \quad . \quad (4)$$

A análise desta relação mostra que, nas condições apresentadas pelo problema, quanto maior for o valor de  $y$  ou  $x$  maior será a velocidade de  $M$  no momento do choque.

Independentemente do valor relativo das massas dos corpos, se  $g = 0$ , não há movimento.

Para valores fixos de  $x$ ,  $y$  e  $M$ , quanto menor for a massa  $m$ , maior será a intensidade de  $V$ .

Se  $m = 0$ , a velocidade máxima atingida por  $M$  independe de sua massa, sendo função apenas da altura de queda, isto é,

$$V = \sqrt{2g(x + y)} \quad . \quad (5)$$

*Exemplo 3:* Um estudante demonstrou, corretamente, que o alcance horizontal de um projétil de massa  $m$ , arremessado com velocidade inicial de módulo  $V_0$ , formando um ângulo  $\theta_0$  com a horizontal, em uma região plana em que a intensidade da aceleração da gravidade,  $g$ , é constante, é

$$A = \frac{V_0^2}{g} 2 \operatorname{sen} \theta_0 \cos \theta_0$$

Encontre esta relação e discuta casos particulares da mesma.

*Exemplo 4:* Um bloco de massa  $m_1$  e velocidade de módulo  $v$  colide frontal e elasticamente com outro, de massa  $m_2$ , que se encontra em repouso. Demonstre que as intensidades das velocidades de  $m_1$  e  $m_2$  após a colisão são, respectivamente, iguais a

$$v_1 = \frac{(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} v \quad \text{e} \quad v_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v \quad .$$

Discuta casos particulares desta situação.

#### **IV - A resolução de problemas de enunciados abertos à luz da metodologia proposta**

Problemas de enunciados abertos apresentam-se, também, como componentes indispensáveis da metodologia de resolução de problemas que está sendo objeto de discussão neste texto.

Apoiando-se amplamente na resolução literal, os dados deste tipo de problema não são fornecidos a priori, como nos de enunciados fechados - os tradicionais, presentes em qualquer curso de física, que se estruturam em função da determinação de uma incógnita (ou mais) a partir de dados conhecidos.

Em um problema de enunciado aberto, o solucionador deve realizar um estudo qualitativo da situação em questão, emitir hipóteses acerca dos fatores de que pode depender a incógnita solicitada e formular estratégias de solução a partir de seu repertório teórico. Neste caso, a importância dos conhecimentos do indivíduo mani-



feita-se de uma forma muito mais pronunciada do que em um problema fechado, pois, como os dados necessários para a resolução do problema não são fornecidos no enunciado, fica a cargo do solucionador analisar e determinar quais são as variáveis essenciais para a sua solução.

A disponibilidade de idéias relevantes na estrutura cognitiva do aprendiz e a proposição de problemas potencialmente significativos são pré-requisitos indispensáveis à aprendizagem significativa. Somente assim o aluno poderá relacionar, de forma substantiva e não arbitrária, a solução encontrada à sua estrutura cognitiva. (Ausubel, D.P. et al, 1980)

Neste contexto, deve-se igualmente ressaltar a importância do intercâmbio entre teoria e problemas nos termos de Kuhn (Kuhn, T.S., 1987). Afirmar que o aluno só deve começar a resolver problemas depois de dominar ‘inteiramente’ a teoria é partilhar do erro de muitos professores que vêem a resolução de problemas como meros ‘exercícios’ de aplicação dos conteúdos estudados. Como bem ressaltava Kuhn, também se aprende teoria resolvendo problemas.

A seguir, apresenta-se a resolução de dois problemas de enunciado aberto, um de cinemática e outro de dinâmica. A solução dos mesmos é mostrada de forma minuciosa tendo em vista que este tipo de problema e/ou sua abordagem pode ser novidade para um grande número de professores.

Exemplo 5: Calcule o tempo em que se dará o encontro entre um automóvel suspeito e um carro de polícia que sai em sua perseguição.

#### Solução:

Este é um problema de enunciado aberto. Cabe, portanto, ao solucionador decidir sobre a separação inicial entre os dois veículos, como eles se localizam em relação a um dado sistema de referência, que velocidades possuem no instante  $t_0 = 0$  e de que forma se movimentam.

As situações examinadas a seguir exploram movimentos retilíneos com velocidade constante e/ou aceleração constante. Para ampliar o contexto das discussões (abrindo ao aluno a perspectiva de complementar a abordagem realizada), todas as hipóteses desenvolvidas possuem resolução literal, valendo a seguinte nomenclatura para as grandezas envolvidas:

$x_{0p}(x_{0s})$ : posição do carro de polícia (suspeito) no instante  $t_0 = 0$  ;

$x_p(x_s)$  : abscissa do carro de polícia (suspeito) em um instante  $t$  ;

$V_{0p}(V_{0s})$ : velocidade do carro de polícia (suspeito) no instante  $t_0 = 0$  ;

$V_p(V_s)$  : velocidade do carro de polícia (suspeito) em um instante  $t$  ;

$a_p(a_s)$  : aceleração do carro de polícia (suspeito);

$t_e$  : tempo de ‘encontro’ entre os dois veículos;

$x_{0s} - x_{0p} = d$  : distância entre os dois carros no instante  $t_0 = 0$ .

Hipótese 1: Os dois veículos movimentam-se na mesma direção e no mesmo sentido, o carro de polícia em MRUA e o suspeito em MRUR.

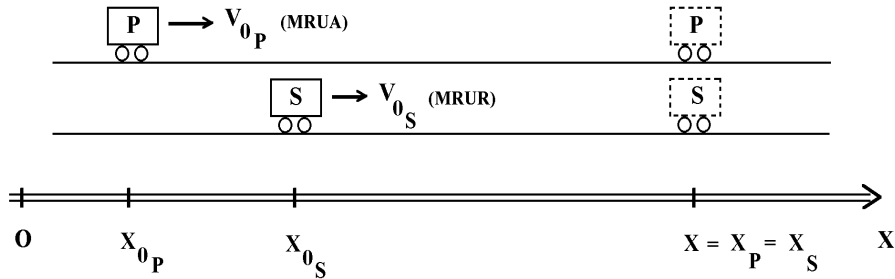


Fig.5

As equações  $x = x(t)$ , para esta situação, são

$$x_p = x_{0p} + V_{0p}t + \frac{a_p t^2}{2} \quad (1)$$

e

$$x_s = x_{0s} + V_{0s}t - \frac{a_s t^2}{2} \quad , \quad a_s > 0 \quad . \quad (2)$$

No momento do encontro,

$$x_p = x_s \quad . \quad (3)$$

De (1) e (2) em (3),

$$x_{0p} + V_{0p}t_e + \frac{a_p t_e^2}{2} = x_{0s} + V_{0s}t_e - \frac{a_s t_e^2}{2} \quad ,$$

$$(a_p + a_s) \frac{t_e^2}{2} + (V_{0p} - V_{0s}) t_e - (x_{0s} - x_{0p}) = 0 \quad ,$$