

# Plastificação – ciclos em carregamentos axiais

Prof. Alfredo Gay Neto



**PEFUSP**

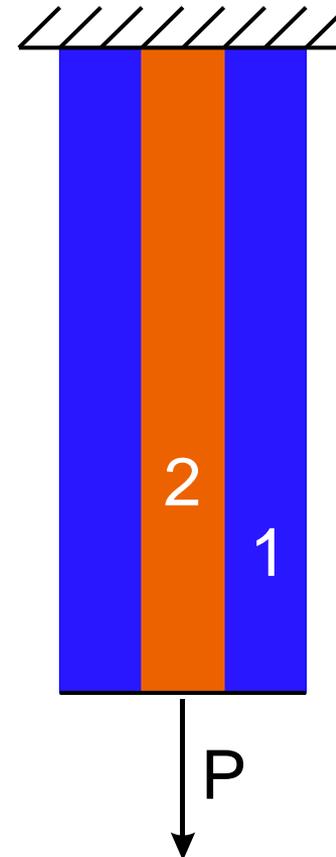
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA  
DE ESTRUTURAS E GEOTÉCNICA

**PEF 2401**

**Mecânica das Estruturas II**

- ▶ Determinar o primeiro e o segundo limite ( $P_I$  e  $P_{II}$ ), bem como realizar um ciclo de carregamento e descarregamento completo

- ▶  $E_1 = E$
- ▶  $E_2 = E$
- ▶  $A_1 = 3A$
- ▶  $A_2 = A$
- ▶  $\sigma_{e1} = 3\sigma_e$
- ▶  $\sigma_{e2} = 1\sigma_e$



- ▶ Compatibilidade (seção plana permanece plana)

$$\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon$$

- ▶ Equilíbrio

$$P = \sigma_1 3A + \sigma_2 A$$

$$P = E\epsilon 3A + E\epsilon A = 4EA\epsilon$$

- ▶ Logo, para cada material, quando ambos se comportam elasticamente vale:

$$\sigma_1 = E\epsilon = \frac{P}{4A} \qquad \sigma_2 = E\epsilon = \frac{P}{4A}$$

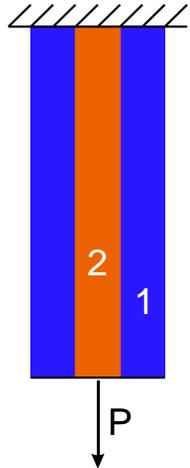
- ▶ No caso de variações de tensões em 1 e 2, quando ambos se comportam elasticamente vale:

$$\Delta\sigma_1 = E\Delta\epsilon = \frac{\Delta P}{4A} \qquad \Delta\sigma_2 = E\Delta\epsilon = \frac{\Delta P}{4A}$$

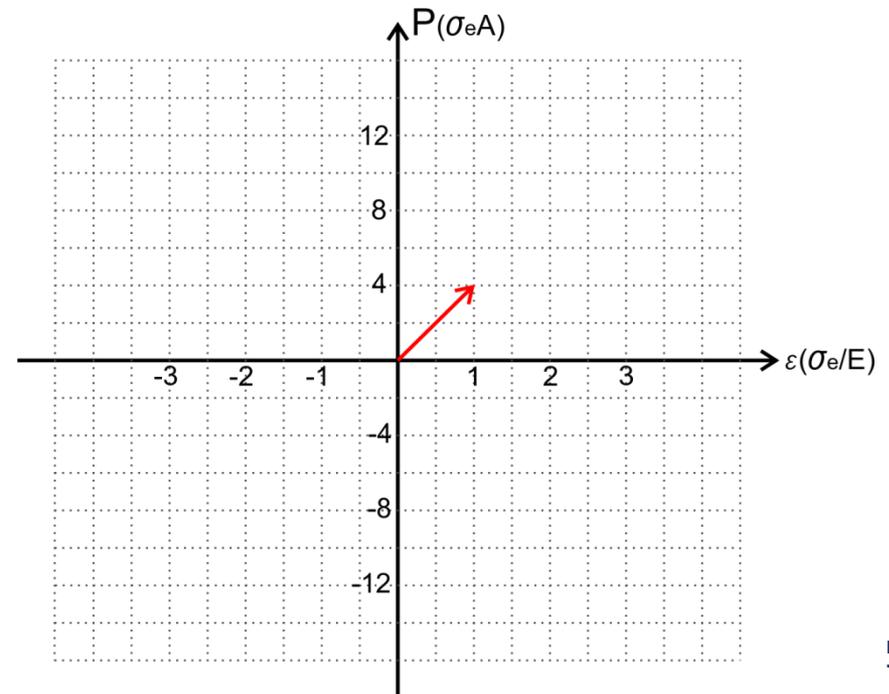
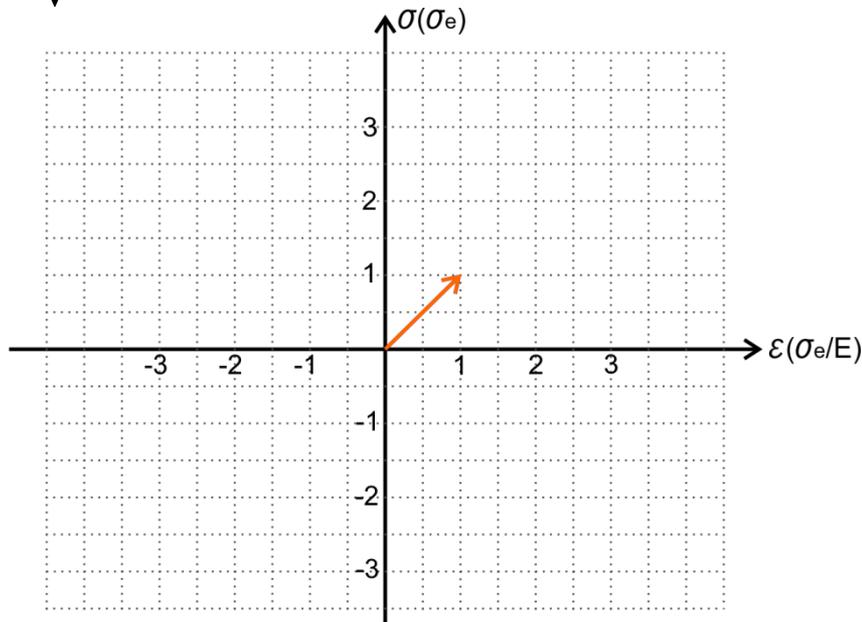
- ▶ Passo 1 – Carregamento até início da plastificação do material 2:

$$\sigma_2 = \sigma_e \rightarrow P = 4\sigma_e A \rightarrow \epsilon = \frac{\sigma_e}{E}$$

$$\sigma_1 = \sigma_e$$



- ▶ Carregamento até início da plastificação do material 2
- ▶ O material 1 permanece no regime elástico linear



- ▶ Passo 2 – Carregamento até início da plastificação do material 1:

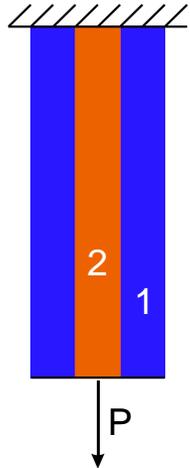
Inicialmente  $:\sigma_1 = \sigma_e$  e  $\sigma_2 = \sigma_e$

$$\Delta\sigma_2 = 0$$

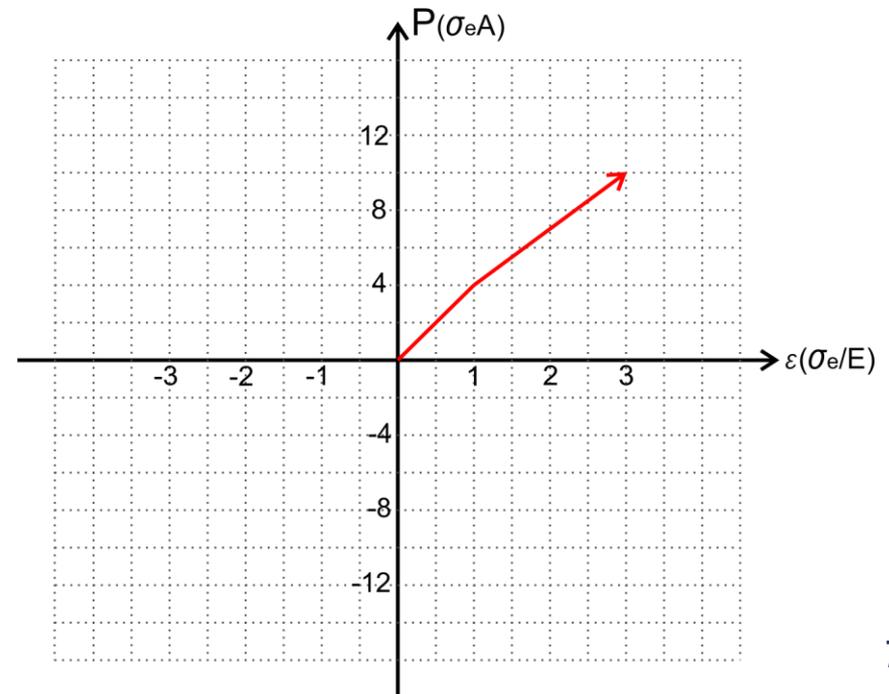
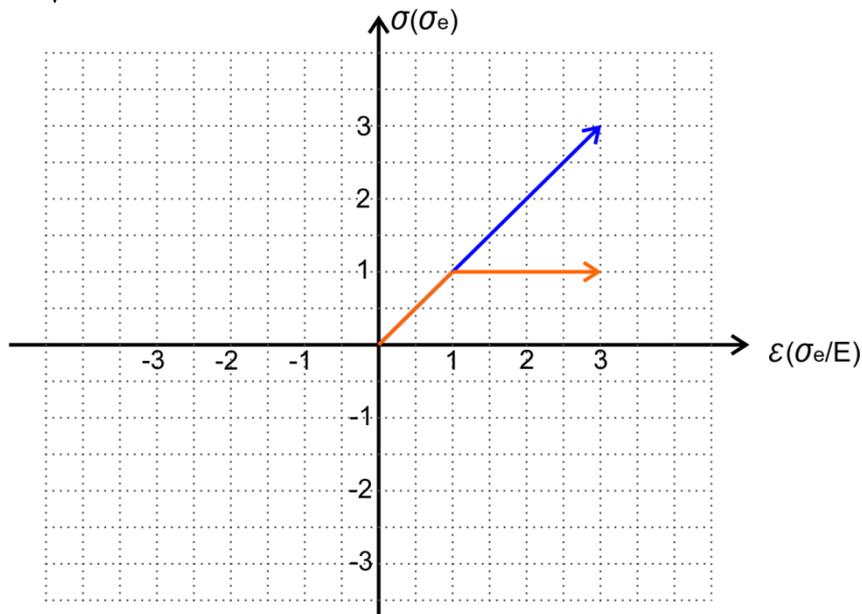
$$\Delta\sigma_1 = 2\sigma_e$$

$$\Delta\epsilon = \frac{2\sigma_e}{E}$$

$$\Delta P = \Delta\sigma_1 A_1 = 2\sigma_e 3A = 6\sigma_e A$$



- ▶ Carregamento até início da plastificação do material 1
- ▶ O material 2 permanece no regime plástico



- ▶ Passo 3 – Tentativa de descarregamento total elástico em ambos os materiais:

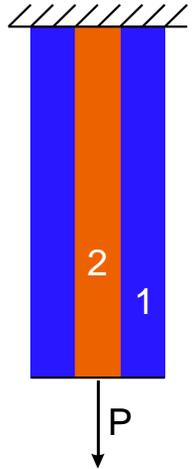
$$\Delta P = -10\sigma_e A$$
$$\Delta\sigma_2 = \frac{\Delta P}{4A} = -\frac{10\sigma_e A}{4A} = -2,5\sigma_e$$

(isso não é permitido! O material 2 já teria plastificado no descarregamento)

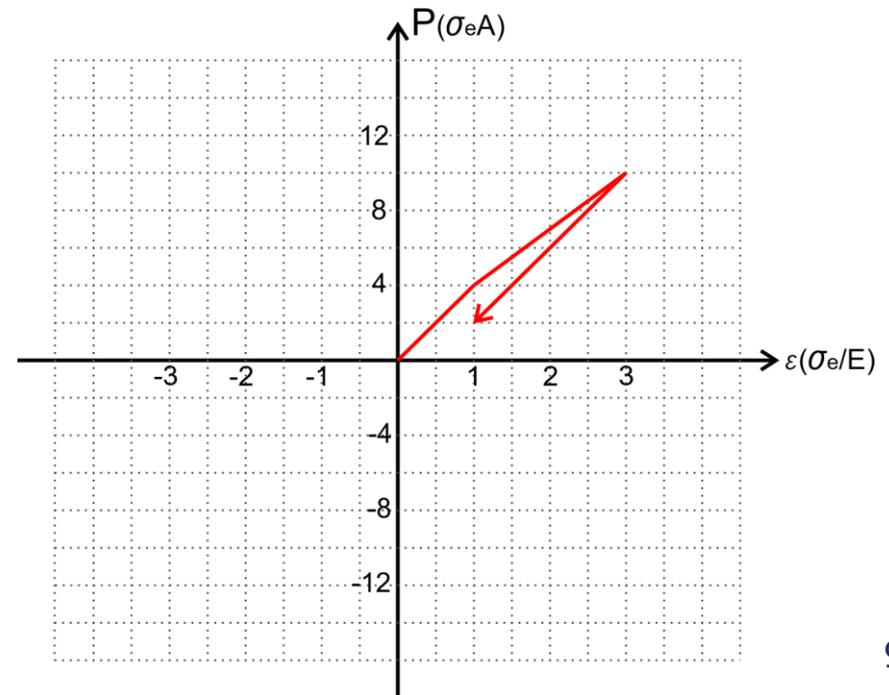
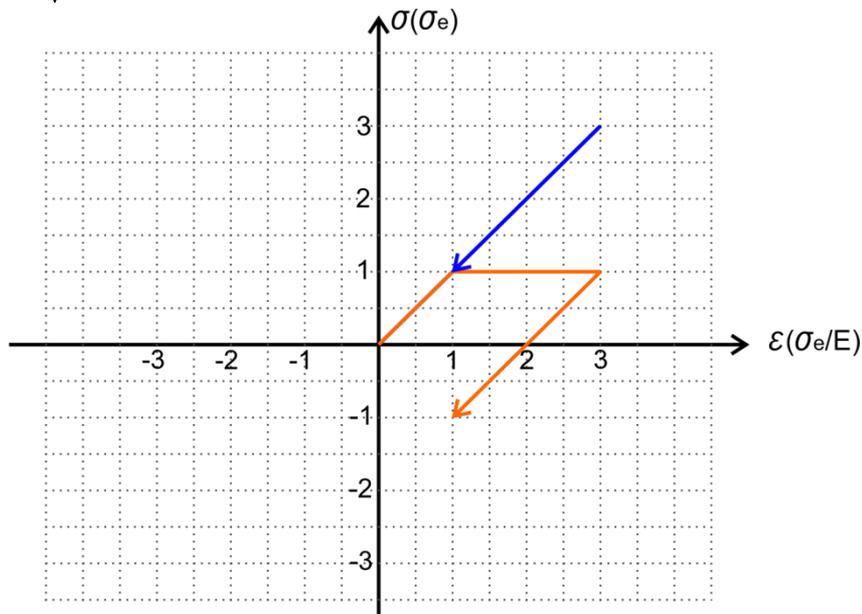
- ▶ Descarregamento por partes: primeiro devemos impor descarregamento elástico em ambos os materiais, calculando  $\Delta P$  para que o material 2 inicie sua plastificação em compressão:

$$\Delta\sigma_2 = -2\sigma_e \quad \Delta P = 4A\Delta\sigma_2 = 4A(-2\sigma_e) = -8\sigma_e A \quad \Delta\sigma_1 = E\Delta\epsilon = -2\sigma_e$$

$$\Delta\epsilon = \frac{\Delta\sigma_2}{E} = -\frac{2\sigma_e}{E}$$



- ▶ Descarregamento até plastificação do material 2 em compressão



- ▶ Passo 4 – O restante do descarregamento completo se dará com somente o material 1 se comportando elasticamente (o material 2 já plastificou):

$$\Delta P = -2\sigma_e A$$

$$\Delta\sigma_2 = 0$$

$$\Delta\sigma_1 = \frac{\Delta P}{3A} = -\frac{2}{3}\sigma_e$$

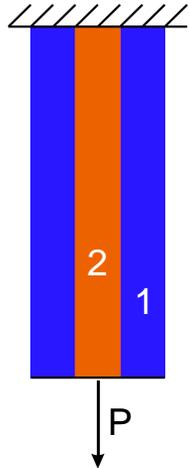
$$\Delta\epsilon = \frac{\Delta\sigma_1}{E} = -\frac{2\sigma_e}{3E}$$

- ▶ Resultam, portanto:

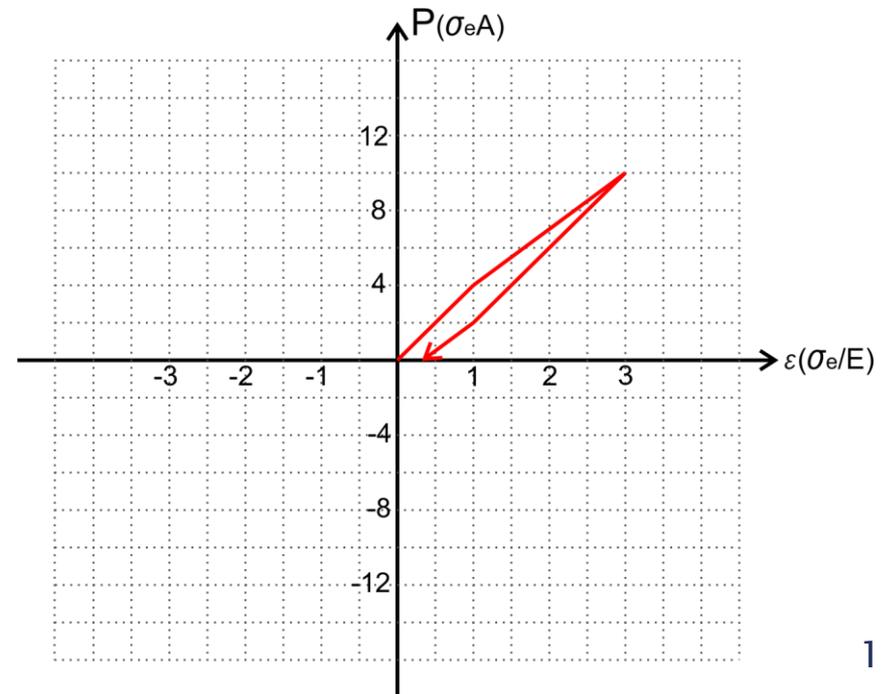
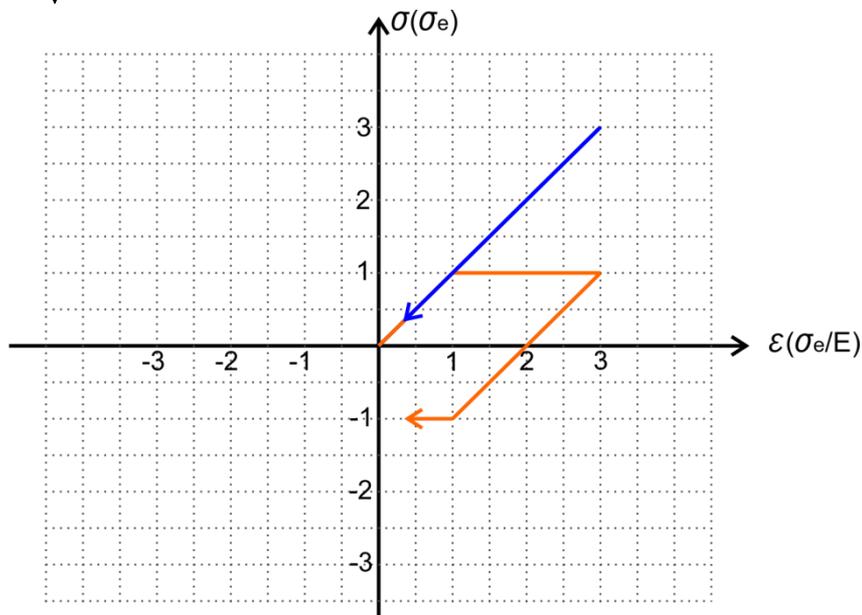
$$\sigma_1 = \frac{1}{3}\sigma_e$$

$$\epsilon = \frac{1\sigma_e}{3E}$$

# Exercício – ciclos em carregamentos axiais



- ▶ Descarregamento total
- ▶ O material 1 permanece no regime elástico
- ▶ O material 2 permanece no regime plástico



- ▶ Passo 5 – Plastificação do material 1 em compressão – imposição de  $\Delta\sigma_1$  ainda disponível:

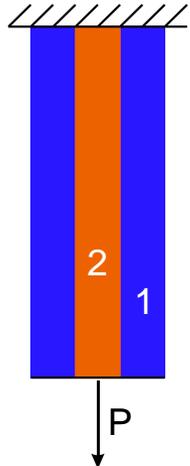
$$\Delta\sigma_1 = -\frac{1}{3}\sigma_e - 3\sigma_e = -\frac{10}{3}\sigma_e$$

$$\Delta\sigma_2 = 0$$

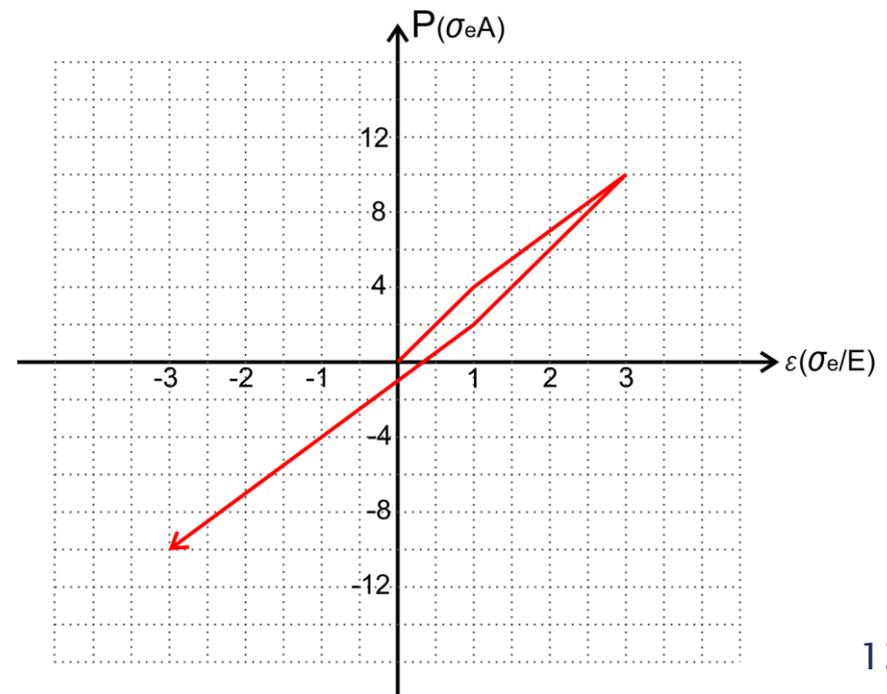
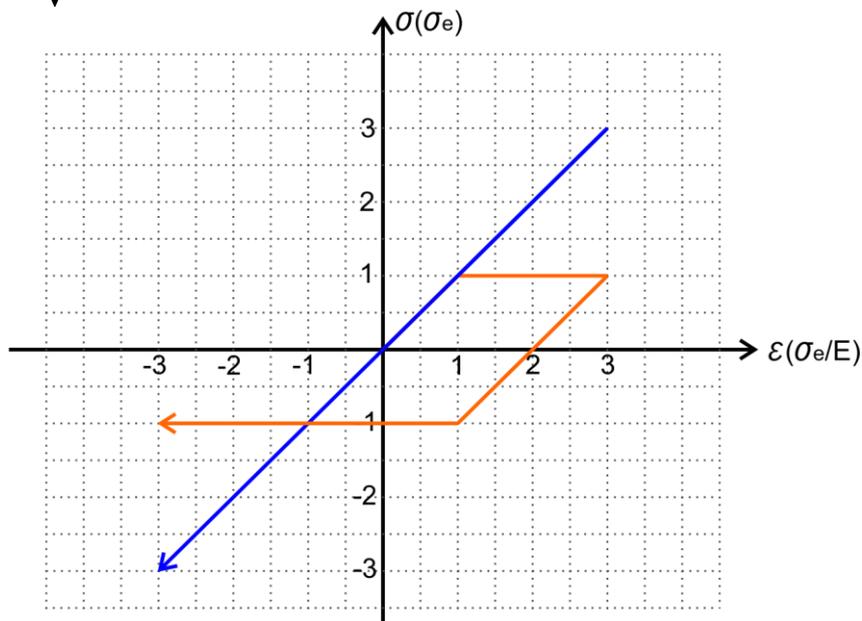
$$\Delta\epsilon = \frac{\Delta\sigma_1}{E} = -\frac{10}{3}\frac{\sigma_e}{E}$$

$$\Delta P = \Delta\sigma_1 3A = -\frac{10}{3}\sigma_e 3A = -10\sigma_e A$$

# Exercício – ciclos em carregamentos axiais



- ▶ Carregamento até início da plastificação em compressão do material 1
- ▶ O material 2 permanece no regime plástico

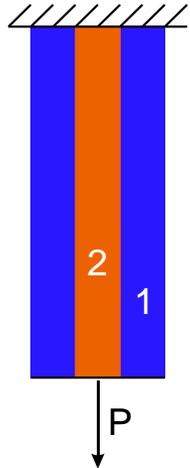


- ▶ Passo 6 – Retomada de carregamento de tração, até plastificação do material 2:

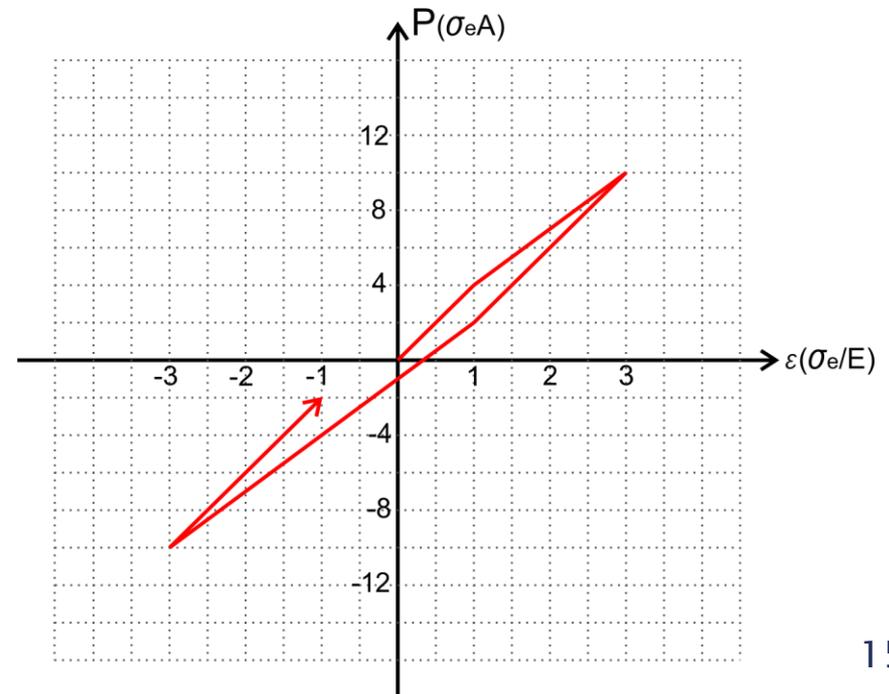
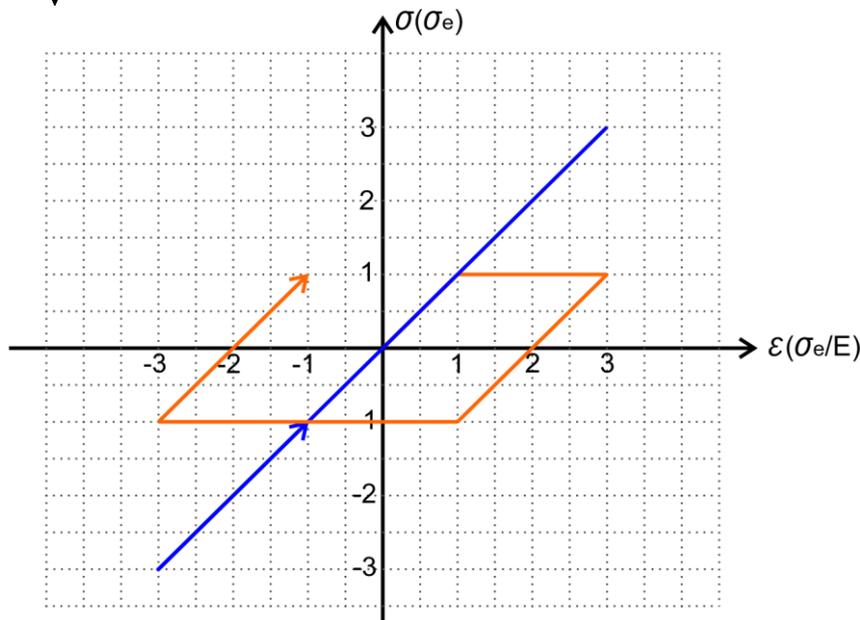
$$\Delta\sigma_2 = 2\sigma_e$$

$$\Delta\epsilon = \frac{\Delta\sigma_2}{E} = 2\frac{\sigma_e}{E}$$

$$\Delta\sigma_2 = \frac{\Delta P}{4A} \rightarrow \Delta P = \Delta\sigma_2 4A = 8\sigma_e A$$



- ▶ Carregamento até início da plastificação em tração do material 2
- ▶ O material 1 permanece no regime elástico linear



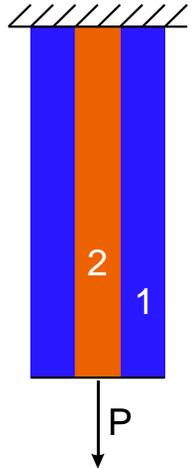
- ▶ Passo 7 – Restante do ciclo – Acréscimo de  $\Delta P = 6\sigma_e A$ 
  - Somente o material 1 responde elasticamente
  - O material 2 continua em regime plástico

$$\Delta\sigma_2 = 0$$

$$\Delta P = 6\sigma_e A$$

$$\Delta\sigma_1 = \frac{\Delta P}{3A} = \frac{6\sigma_e A}{3A} = 2\sigma_e$$

$$\Delta\epsilon = \frac{\Delta\sigma_1}{E} = 2\frac{\sigma_e}{E}$$



- ▶ Fechamento do ciclo
- ▶ O material 1 permanece no regime elástico linear

