

Plastificação – ciclos em carregamentos axiais

Prof. Alfredo Gay Neto



PEFUSP

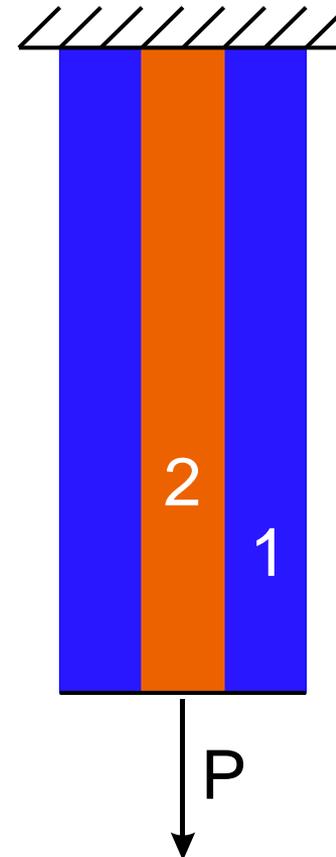
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA
DE ESTRUTURAS E GEOTÉCNICA

PEF 2401

Mecânica das Estruturas II

- ▶ Determinar o primeiro e o segundo limite (P_I e P_{II}), bem como realizar um ciclo de carregamento e descarregamento completo

- ▶ $E_1 = E$
- ▶ $E_2 = E/2$
- ▶ $A_1 = A_2 = A = 10 \text{ cm}^2$
- ▶ $\sigma_{e1} = 30.000 \text{ N/cm}^2$
- ▶ $\sigma_{e2} = 10.000 \text{ N/cm}^2$



- ▶ Compatibilidade (seção plana permanece plana)

$$\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon$$

$$P = \sigma_1 A_1 + \sigma_2 A_2 = 10(\sigma_1 + \sigma_2)$$

- ▶ Equilíbrio

$$P = 10 \left(E\epsilon + \frac{E}{2}\epsilon \right) = 15E\epsilon \rightarrow \epsilon = \frac{P}{15E}$$

- ▶ Logo, para cada material, quando ambos se comportam elasticamente vale:

$$\sigma_1 = E\epsilon = \frac{P}{15}$$

$$\sigma_2 = \frac{E}{2}\epsilon = \frac{P}{30}$$

- ▶ No caso de variações de tensões em 1 e 2, quando ambos se comportam elasticamente vale:

$$\Delta\sigma_1 = E\Delta\epsilon = \frac{\Delta P}{15}$$

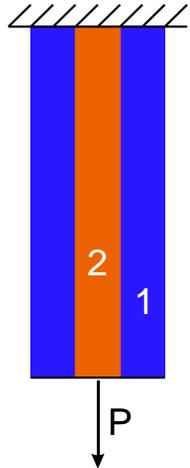
$$\Delta\sigma_2 = \frac{E}{2}\Delta\epsilon = \frac{\Delta P}{30}$$

- ▶ Passo 1 – Carregamento até início da plastificação do material 2:

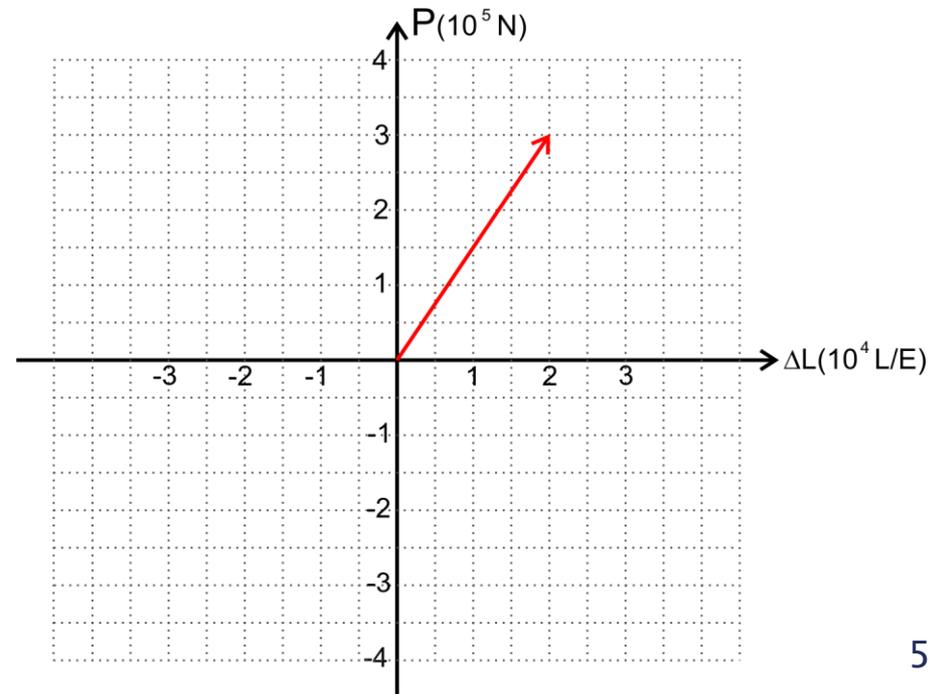
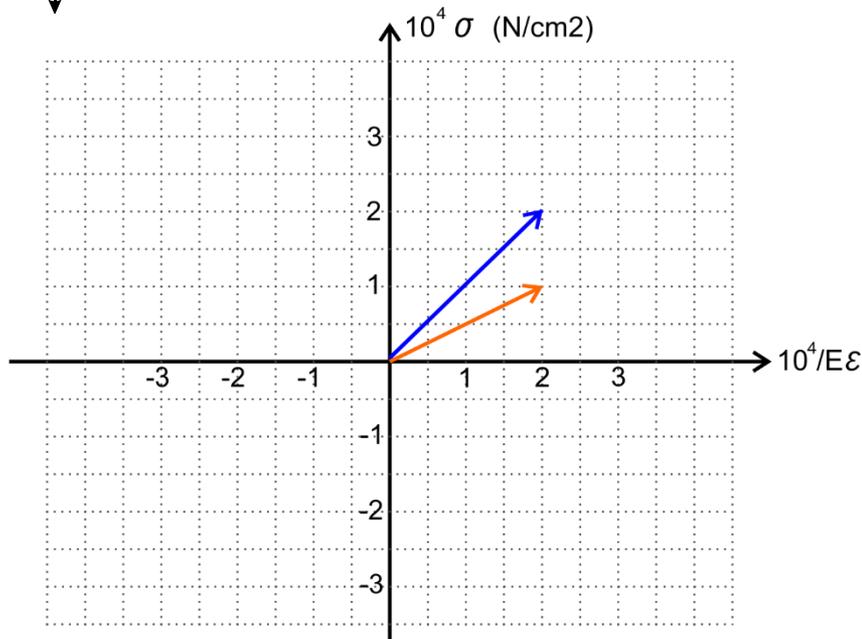
$$\sigma_2 = \sigma_{e2} = 1 \cdot 10^4 = \frac{P}{30} \rightarrow P = 3 \cdot 10^5$$

$$\sigma_1 = \frac{P}{15} = \frac{3 \cdot 10^5}{15} = 2 \cdot 10^4$$

$$\epsilon = \frac{P}{15E} = \frac{3 \cdot 10^5}{15E} = \frac{2 \cdot 10^4}{E}$$



- ▶ Carregamento até início da plastificação do material 2
- ▶ O material 1 permanece no regime elástico linear



- ▶ Passo 2 – Carregamento até início da plastificação do material 1:

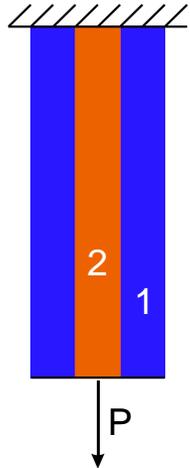
Inicialmente : $\sigma_1 = 2 \cdot 10^4$ e $\sigma_2 = 1 \cdot 10^4$

$$\Delta\sigma_1 = 1 \cdot 10^4$$

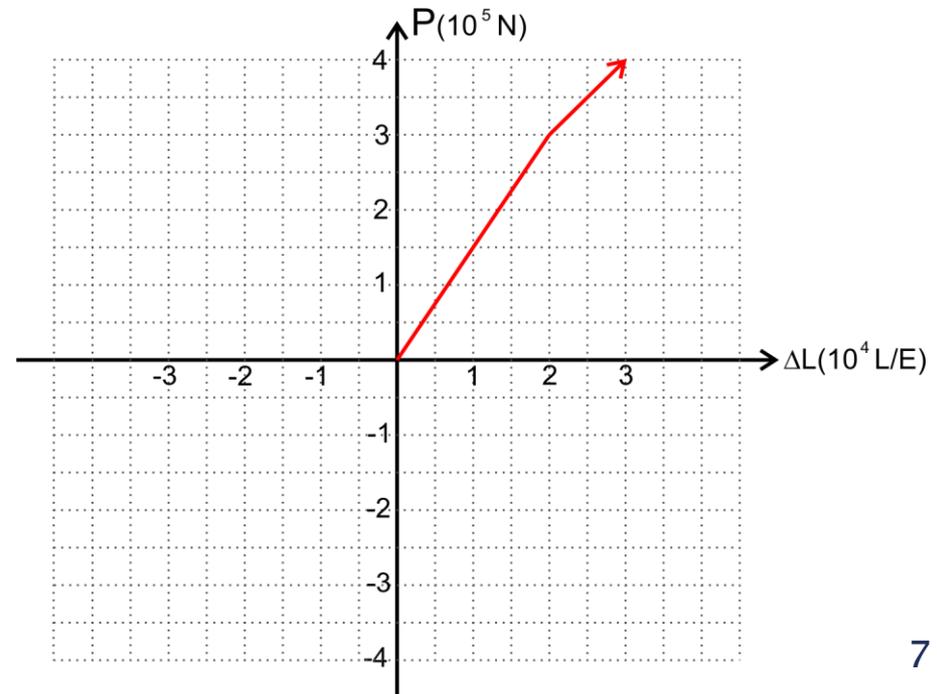
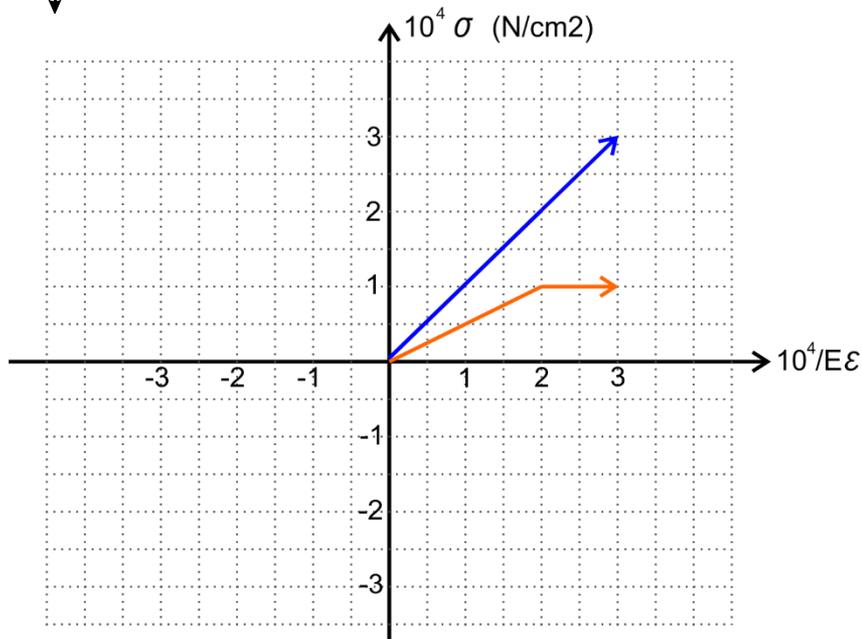
$$\Delta\sigma_2 = 0$$

$$\Delta\sigma_1 = \frac{\Delta P}{A_1} \rightarrow \Delta P = \Delta\sigma_1 A_1 = 1 \cdot 10^5$$

$$\Delta\epsilon = \frac{\Delta\sigma_1}{E_1} = \frac{1 \cdot 10^4}{E}$$



- ▶ Carregamento até início da plastificação do material 1
- ▶ O material 2 permanece no regime plástico



▶ Passo 3 – Descarregamento total

- Supondo elasticidade em ambos os materiais (a ser verificado)

Inicialmente $\sigma_1 = 3 \cdot 10^4$ e $\sigma_2 = 1 \cdot 10^4$

$$\Delta P = -4 \cdot 10^5$$

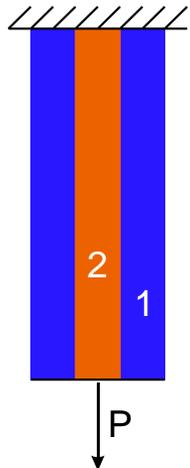
$$\Delta\sigma_1 = \frac{-4 \cdot 10^5}{15} = -\frac{8}{3} \cdot 10^4$$

$$\Delta\sigma_2 = \frac{-4 \cdot 10^5}{30} = -\frac{4}{3} \cdot 10^4$$

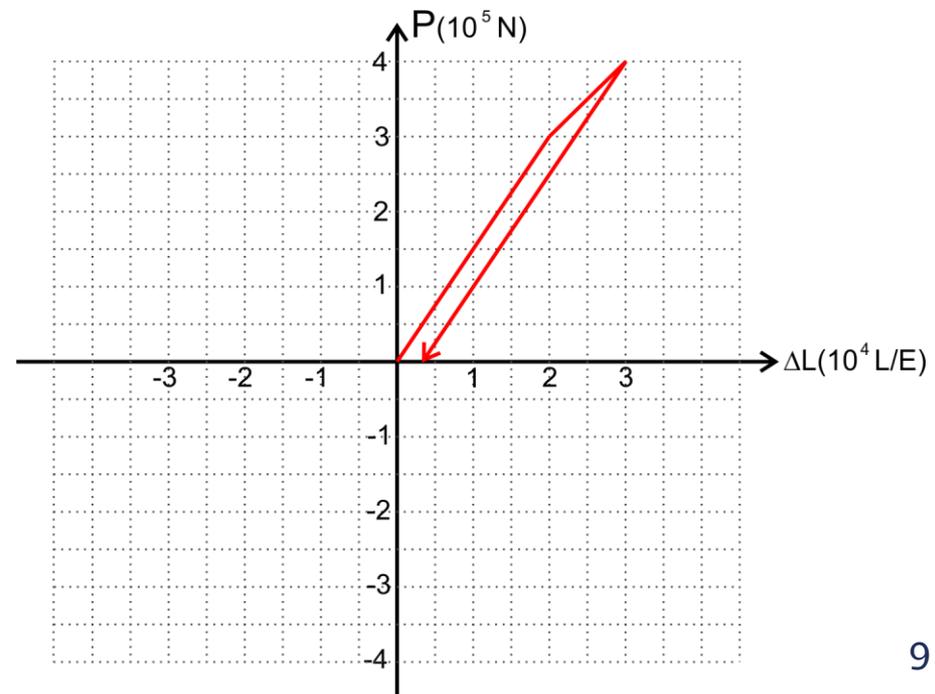
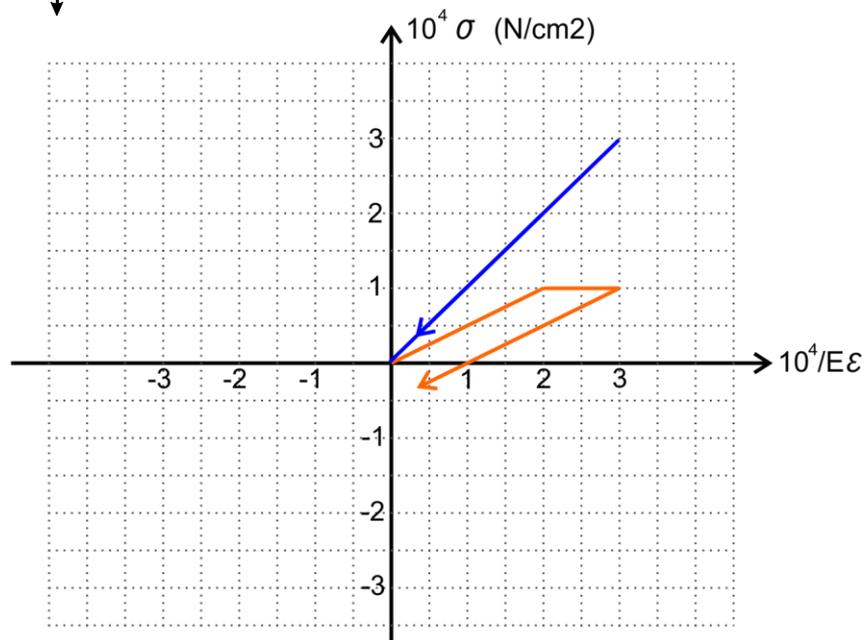
$$\Delta\epsilon = \frac{-\frac{8}{3} \cdot 10^4}{E_1} = -\frac{8}{3E} \cdot 10^4$$

- Ambos os materiais ainda permanecem na faixa da elasticidade!

Exercício – ciclos em carregamentos axiais



- ▶ Descarregamento total ($P=0$)
- ▶ Ambos os materiais apresentam comportamento elástico linear



- ▶ Passo 4 – Plastificação do material 2 em compressão

$$\text{Inicialmente : } \sigma_1 = \frac{1}{3} \cdot 10^4 \text{ e } \sigma_2 = -\frac{1}{3} \cdot 10^4$$

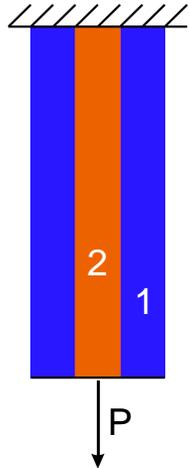
$$\Delta\sigma_2 = -\frac{2}{3} \cdot 10^4$$

$$\Delta P = 30\Delta\sigma_2 = -2 \cdot 10^5$$

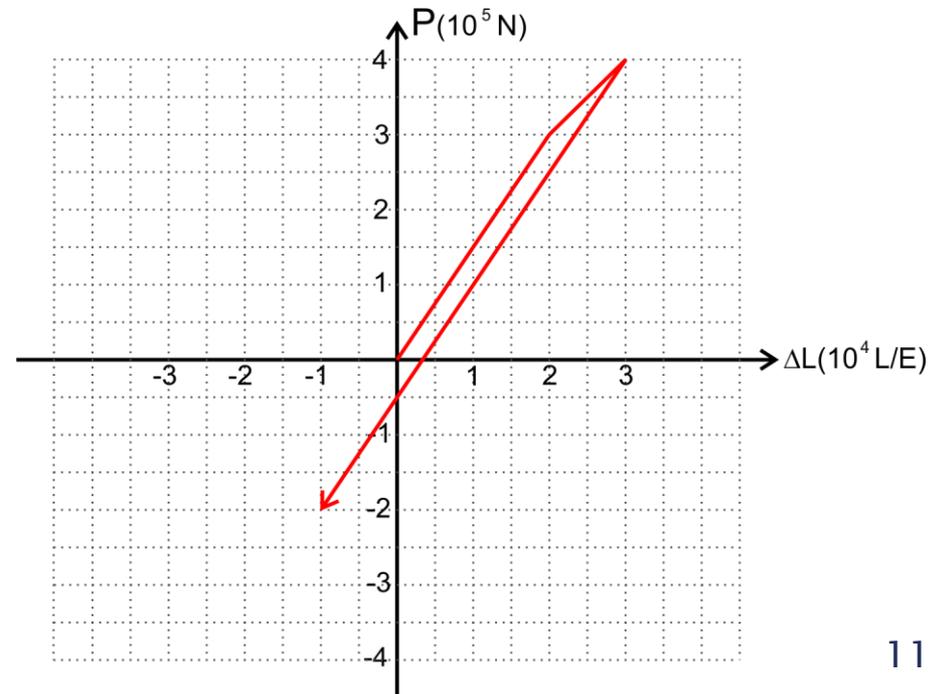
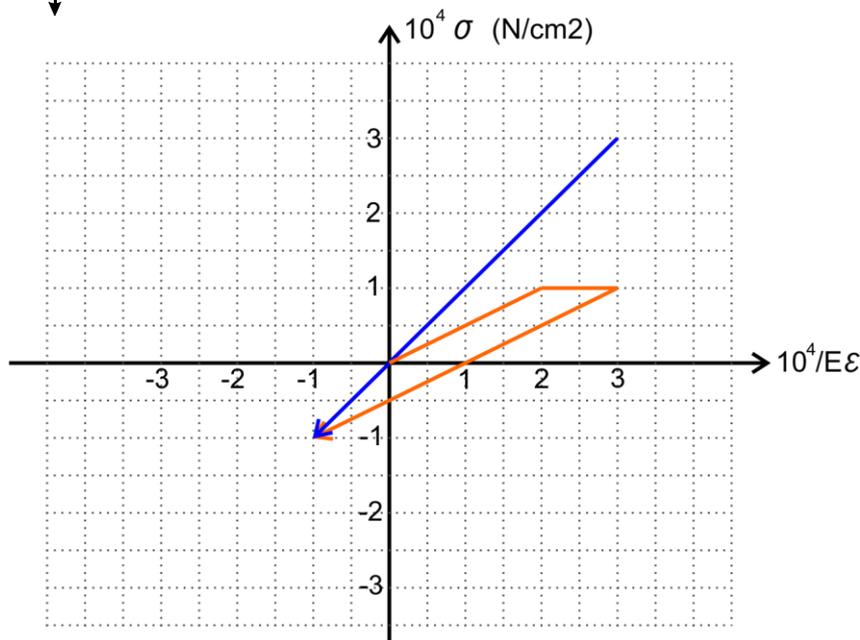
$$\Delta\sigma_1 = \frac{\Delta P}{15} = -\frac{4}{3} \cdot 10^4$$

$$\Delta\epsilon = \frac{\Delta\sigma_1}{E_1} = -\frac{4}{3E} \cdot 10^4$$

Exercício – ciclos em carregamentos axiais



- ▶ Carregamento até início da plastificação do material 2, em compressão
- ▶ O material 1 permanece no regime elástico linear



- ▶ Passo 5 – Plastificação do material 1 em compressão

Inicialmente : $\sigma_1 = -1 \cdot 10^4$ e $\sigma_2 = -1 \cdot 10^4$

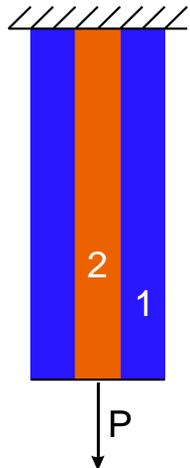
$$\Delta\sigma_1 = -2 \cdot 10^4$$

$$\Delta\sigma_2 = 0$$

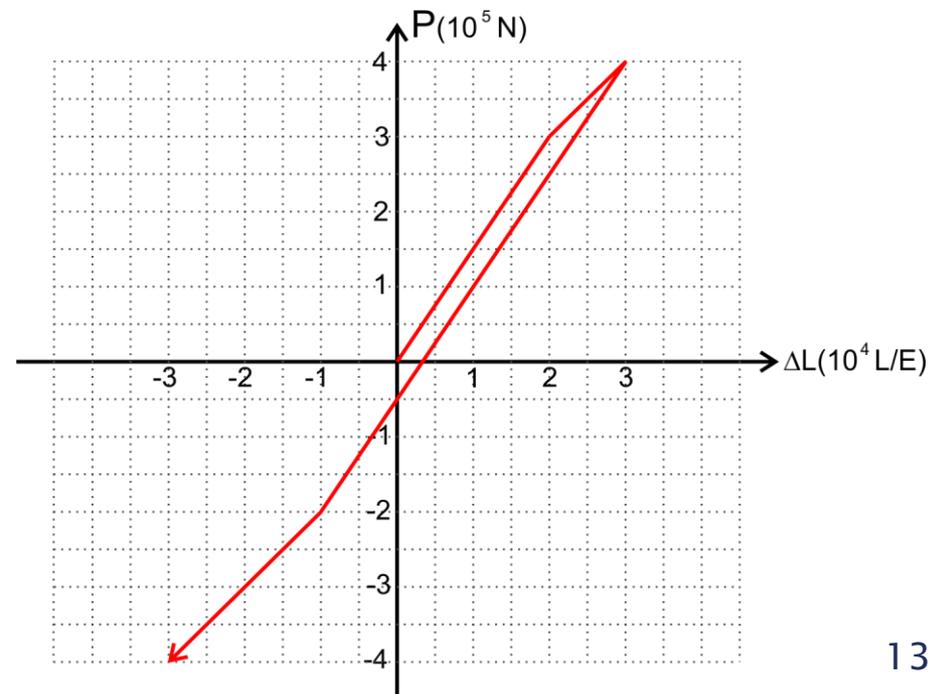
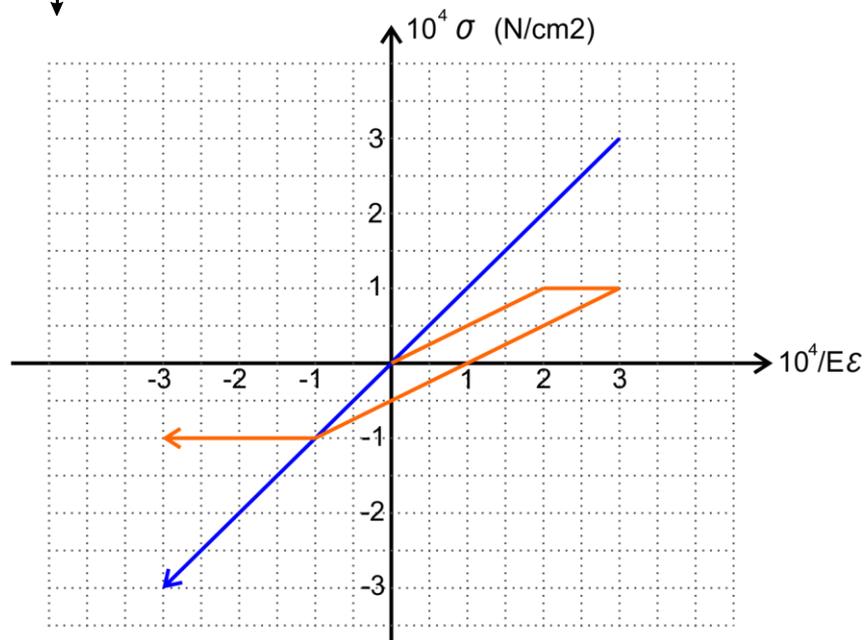
$$\Delta\sigma_1 = \frac{\Delta P}{A_1} \rightarrow \Delta P = -2 \cdot 10^5$$

$$\Delta\epsilon = \frac{\Delta\sigma_1}{E_1} = -\frac{2 \cdot 10^4}{E}$$

Exercício – ciclos em carregamentos axiais



- ▶ Carregamento até início da plastificação em compressão do material 1
- ▶ O material 2 permanece no regime plástico



- ▶ Passo 6 – Re-carregamento até plastificação do material 2 em tração
 - Ambos os materiais permanecem na faixa da elasticidade

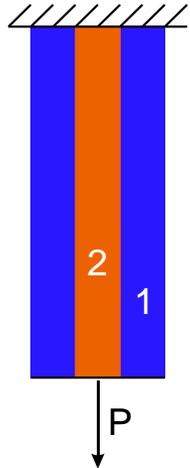
Inicialmente : $\sigma_1 = -3 \cdot 10^4$ e $\sigma_2 = -1 \cdot 10^4$

$$\Delta\sigma_2 = 2 \cdot 10^4$$

$$\Delta\sigma_2 = \frac{\Delta P}{30} \rightarrow \Delta P = 6 \cdot 10^5$$

$$\Delta\sigma_1 = \frac{\Delta P}{15} = 4 \cdot 10^4$$

$$\Delta\epsilon = \frac{\Delta\sigma_1}{E_1} = \frac{1}{E} 4 \cdot 10^4$$



- ▶ Carregamento até início da plastificação em tração do material 2
- ▶ O material 1 permanece no regime elástico linear

