

# **LAB5 – Projeto de Controlador PI Digital**

PTC 2619/PTC 3418 – Laboratório de Automação  
1º semestre de 2017  
Bruno Angélico

Laboratório de Automação e Controle  
Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle  
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

# Objetivo

- Controle PI digital:
  - Projeto em tempo contínuo (plano-s) seguido de discretização;
  - Projeto direto em tempo discreto (plano-z);
  - Implementar sistema anti-windup.

# Planta

- Controle de Velocidade do Servomecanismo.
- Modelo nominal linear:

$$G(s) = \frac{K K_t}{T s + 1}$$

- Assuma  $T = 0,3$  s,  $K = 50$ ,  $K_t = 0,017$ .

# Discretização do PI Contínuo

- PI contínuo:

$$C(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right)$$

- Discretização da parcela integrativa por *Tustin*:

$$s = \frac{2}{T_s} \frac{(z - 1)}{(z + 1)}$$

- PI Posicional:

$$u_P(t) = K_P e(t) \quad \Rightarrow \quad u_P[n] = K_P e[n]$$

$$u_I(t) = \frac{K_P}{T_I} \int_0^t e(\tau) d\tau \quad \Rightarrow \quad u_I[n] = u_I[n - 1] + \frac{K_P T_s}{2T_I} (e[n] + e[n - 1])$$

$$u[n] = u_P[n] + u_I[n]$$

# Discretização do PI Contínuo

- PI Incremental:

$$\Delta u[n] = u[n] - u[n - 1] = \Delta u_P[n] + \Delta u_I[n]$$

$$u[n] = u[n - 1] + \Delta u_P[n] + \Delta u_I[n]$$

As parcelas incrementais proporcional e integral são:

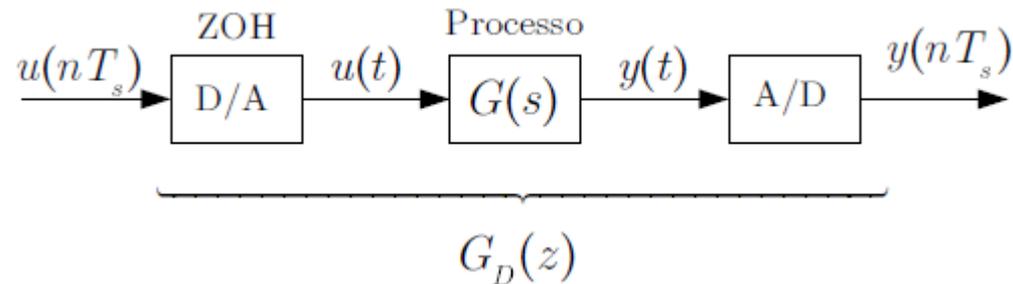
$$\Delta u_P[n] = u_P[n] - u_P[n - 1] = K_P(e[n] - e[n - 1]),$$

$$\Delta u_I[n] = \frac{K_P T_s}{2T_I}(e[n] + e[n - 1])$$

- Desvantagem da discretização direta: efeito do atraso do ZOH não é considerado no controle.

# Discretização do PI Contínuo

- Projeto no plano-z:



Equivalente discreto:

$$G_D(z) = (1 - z^{-1}) \mathcal{Z} \left\{ \frac{G(s)}{s} \right\}$$

No Matlab:  $G\_D = c2d(G, T\_s, 'zoh')$ .

Ao aplicar no modelo nominal, tem-se

$$G_D(z) = \frac{K K_t (1 - e^{-T_s/T})}{z - e^{-T_s/T}}$$

# Discretização do PI Contínuo

A função de transferência do PI discreto é dada por:

$$C_D(z) = K_c \frac{z - a}{z - 1}$$

Ao escolher  $a$  para cancelar o polo em  $z = e^{-T_s/T}$ , tem-se em malha aberta:

$$G_{D_{MA}}(z) = \frac{K_c K K_t (1 - e^{-T_s/T})}{z - 1}$$

Em malha fechada:

$$G_{D_{MF}}(z) = \frac{K_c K K_t (1 - e^{-T_s/T})}{z - (1 - K_c K K_t (1 - e^{-T_s/T}))}$$

# Discretização do PI Contínuo

Se a constante de tempo desejada em malha for igual a  $\tau$ , então deve-se resolver a seguinte equação a fim de encontrar o ganho  $K$  do controlador:

$$e^{-T_s/\tau} = 1 - K_c K K_t (1 - e^{-T_s/T})$$

Note que a equação de diferenças que implementa o controlador possui, naturalmente, a forma incremental:

$$u[n] = u[n - 1] + K_c (e[n] - ae[n - 1])$$

# Discretização do PI Contínuo

- PI incremental com anti-windup: uma forma simples consiste em “congelar” a ação de controle quando há saturação:

```
% PID incremental com anti-windup
e[n] = r[n]-y[n];
Du_P = K_P*(e[n]-e[n-1]);
Du_I=(K_P*T_s/(2*T_I))*(e[n] + e[n-1]);
u[n] = u[n-1] + Du_P + Du_I;
% PID incremental com anti-windup (v.2)
if (u[n] ≥ sat)
u[n] = sat;
elseif (u[n] ≤ - sat)
u[n] = -sat;
end
```

# Discretização do PI Contínuo

- Atividades Prévias:

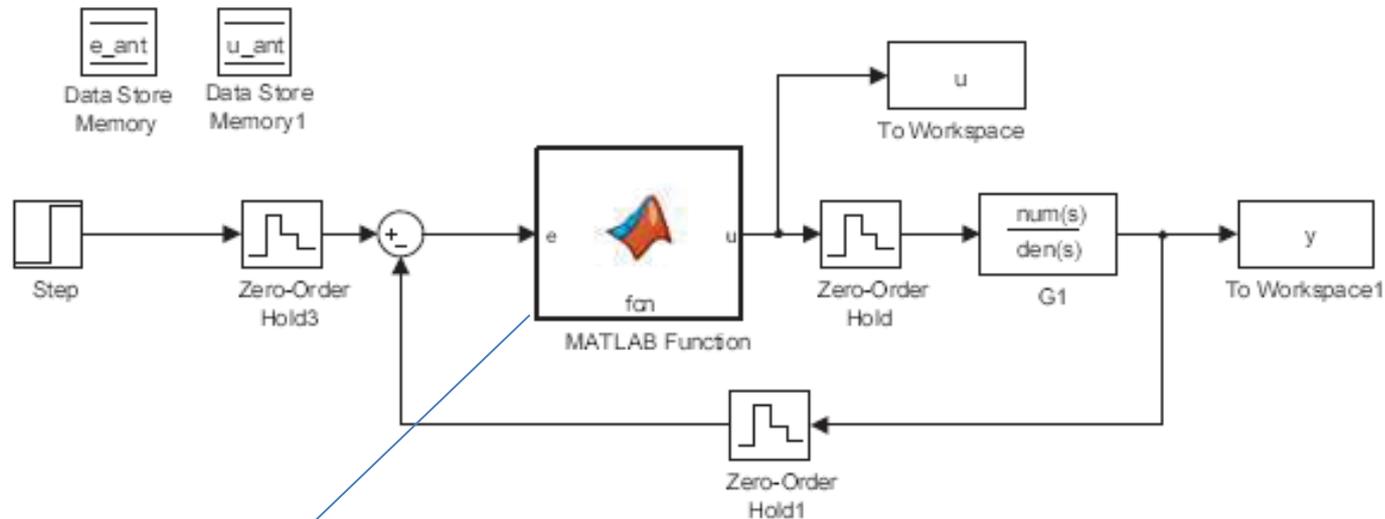
Projete um controlador PI assumindo que a constante de tempo em malha fechada seja  $\tau = 0,8T$ . Considere  $T_s = 1/20$  s.

- Atividades Práticas (simulação e planta real):
  - a) Implemente PI digital posicional. Discretize o controlador com  $T_s = 1/20$  s. Rode o experimento por 10 s. Como entrada, considere o degrau de amplitude 3V aplicado em 1 segundo.
  - b) Implemente o controlador PI incremental. Discretize o controlador com  $T_s = 1/20$  s. Rode o experimento por 10 s. Como entrada, considere o degrau de amplitude 3V aplicado em 1 segundo.

# Discretização do PI Contínuo

- c) Implemente o controlador PI projetado no domínio-z, com  $T_s = 1/20$  s. Rode o experimento por 10 s. Como entrada, considere o degrau de amplitude 3V aplicado em 1 segundo.
- d) Considere uma das formas incrementais previamente projetadas. Rode o experimento por 30 segundos. Como entrada, considere o degrau de amplitude 3,5V aplicado em 1 s. Em  $t = 5$  s, abaixe o freio e mantenha abaixado até  $t = 10$  s. Verifiquei efeito do windup. Aplique a técnica anti-windup, execute o experimento novamente e compare como o resultado sem anti-windup.

# Simulação



```
function u = fcn(e)
%#eml
global u_ant; global e_ant;
a = 0.8; K = 10;
u = u_ant + K*e - K*a*e_ant;
u_ant = u; e_ant = e;
```

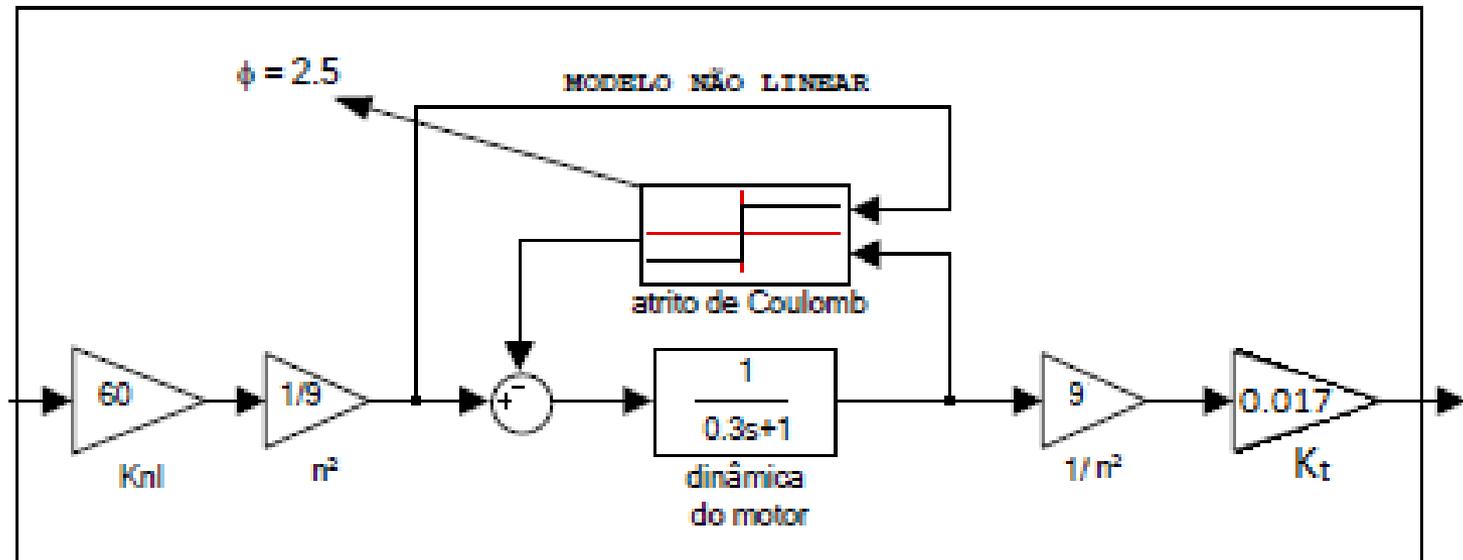
Exemplo:

$$u[n] = u[n - 1] + Ke[n] - Kae[n - 1]$$

$$K = 10; a = 0,8$$

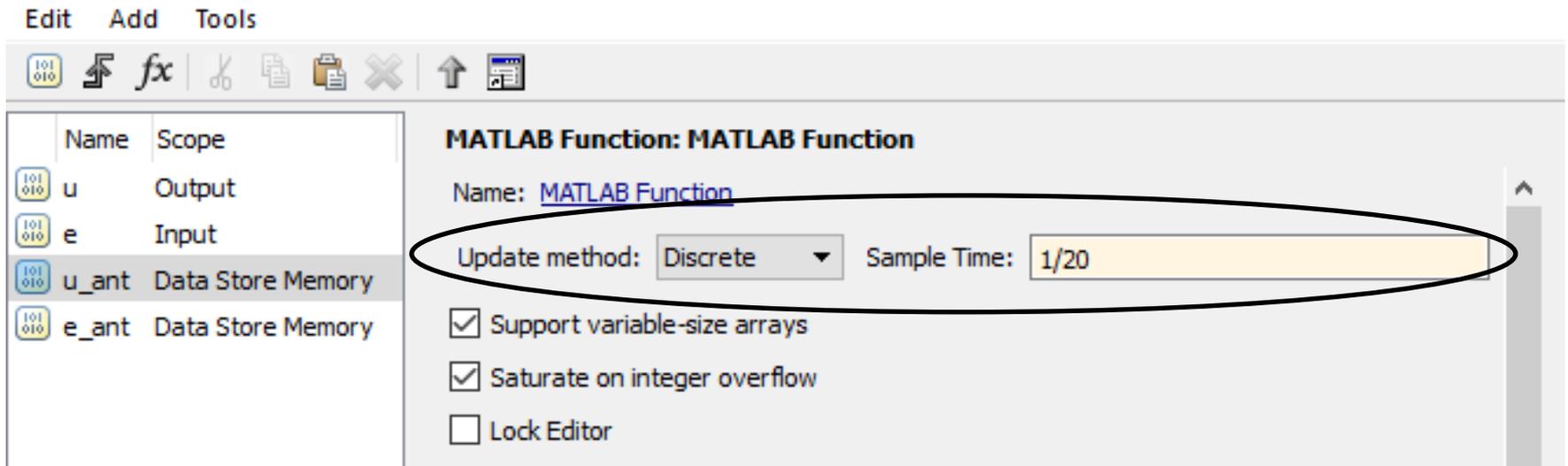
# Simulação

Na simulação, trocar  $G(s)$  pelo modelo não linear



# Simulação

Nas propriedades da *Matlab Function*, configurar o período de amostragem:



Edit Add Tools

| Name  | Scope             |
|-------|-------------------|
| u     | Output            |
| e     | Input             |
| u_ant | Data Store Memory |
| e_ant | Data Store Memory |

**MATLAB Function: MATLAB Function**

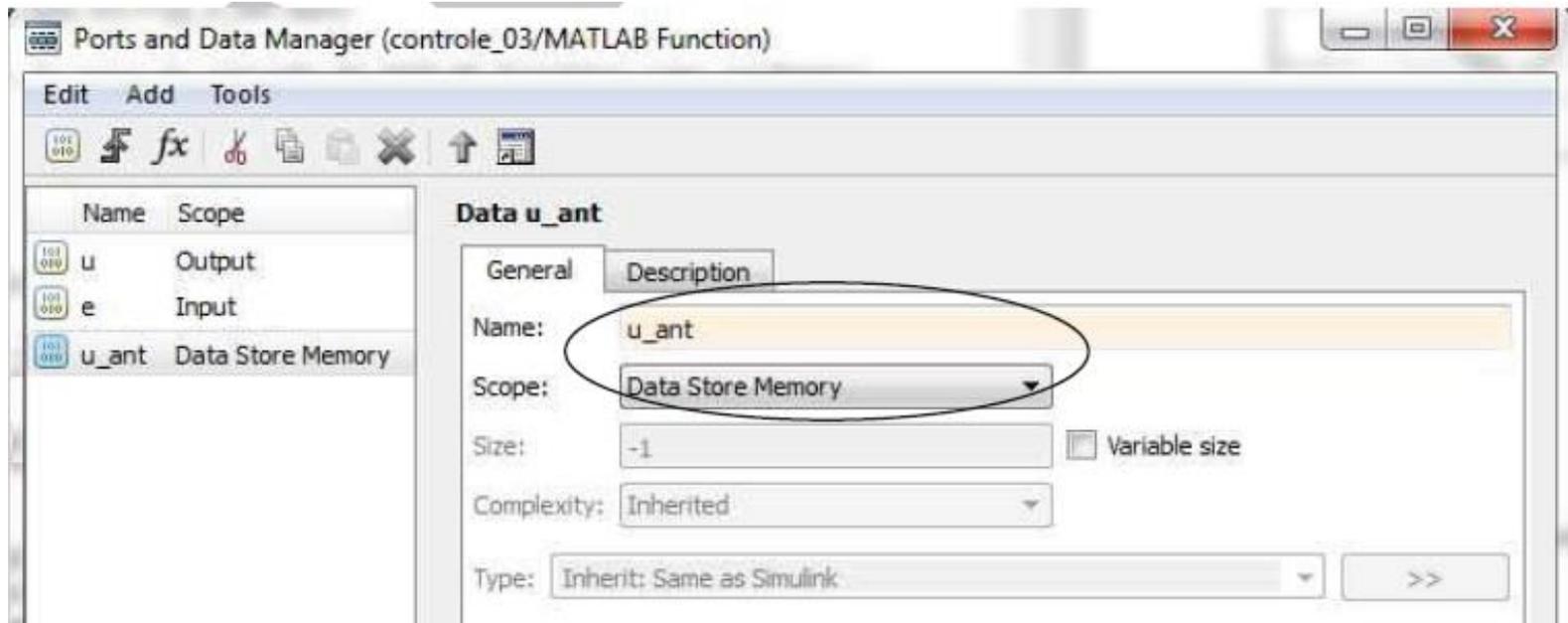
Name: [MATLAB Function](#)

Update method: Discrete    Sample Time: 1/20

- Support variable-size arrays
- Saturate on integer overflow
- Lock Editor

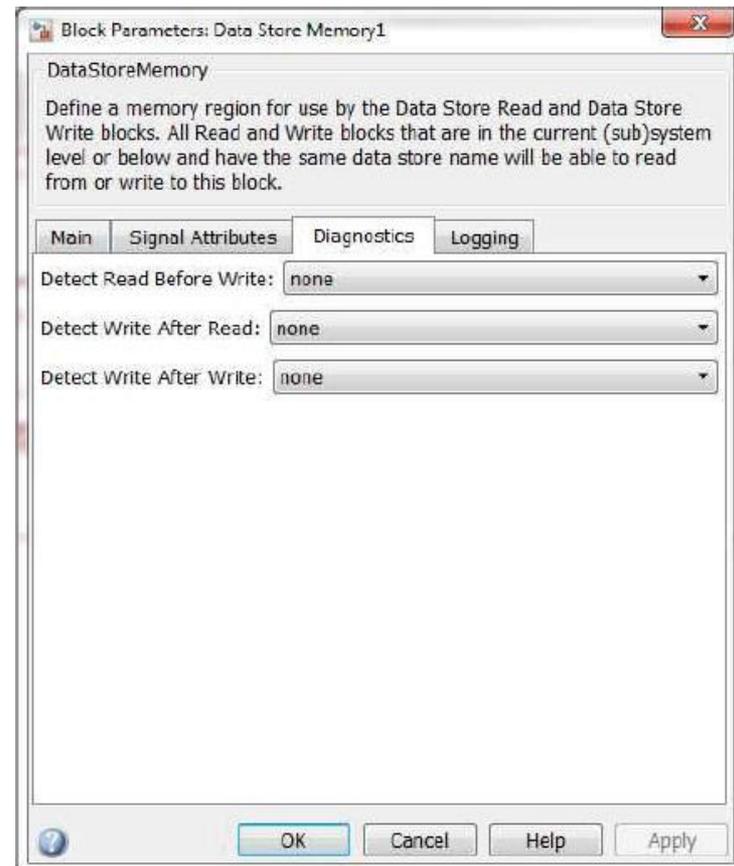
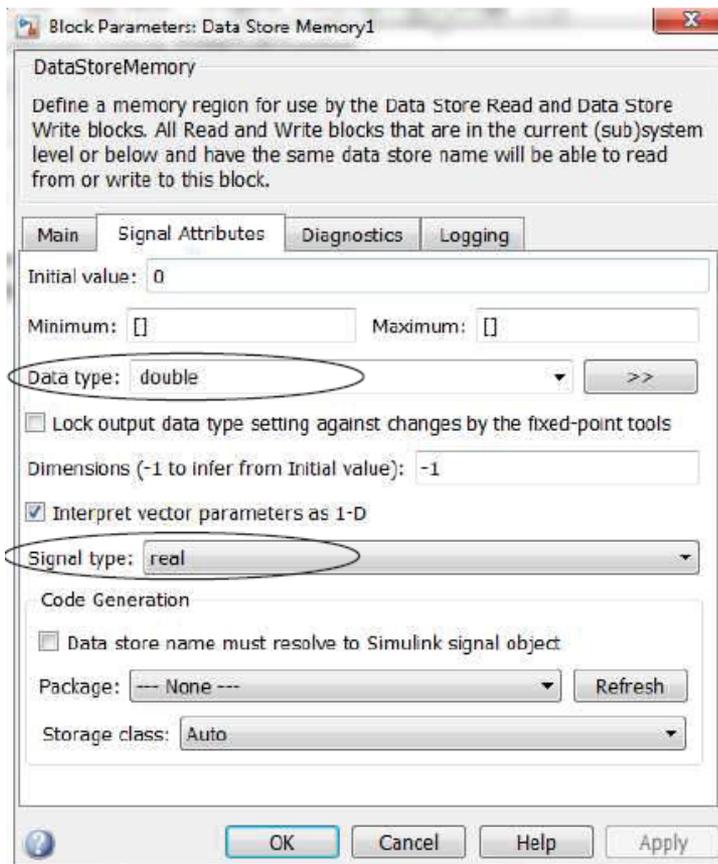
# Simulação

Nas propriedades da *Matlab Function*, inserir as variáveis que serão gravadas na memória da seguinte forma:



# Simulação

A configuração dos blocos *Data Store Memory* é feita da seguinte forma:

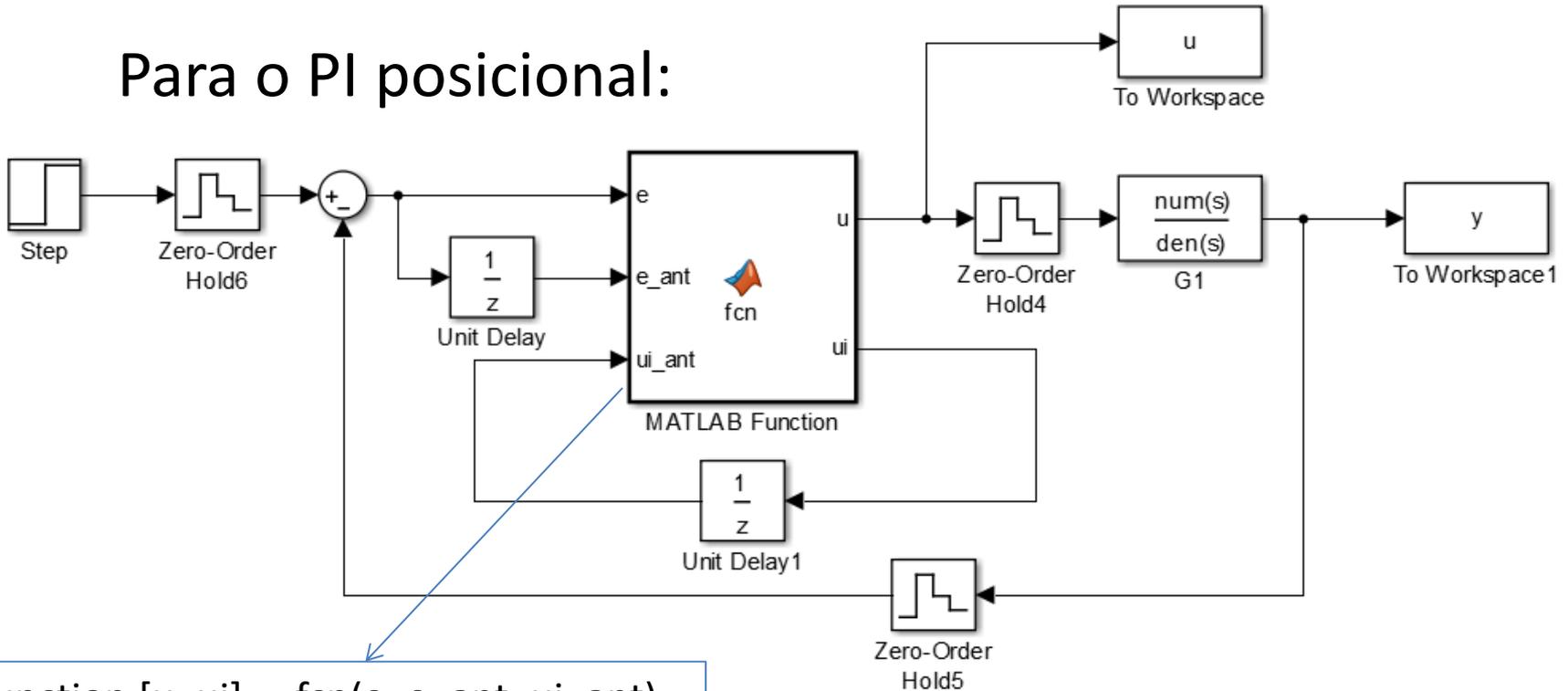


# Simulação

Infelizmente, as versões 2008 e 2009 do Matlab não permitem criar variáveis globais na *Matlab Function*. Assim, as seguintes modificações precisam ser feitas:

# Simulação

Para o PI posicional:

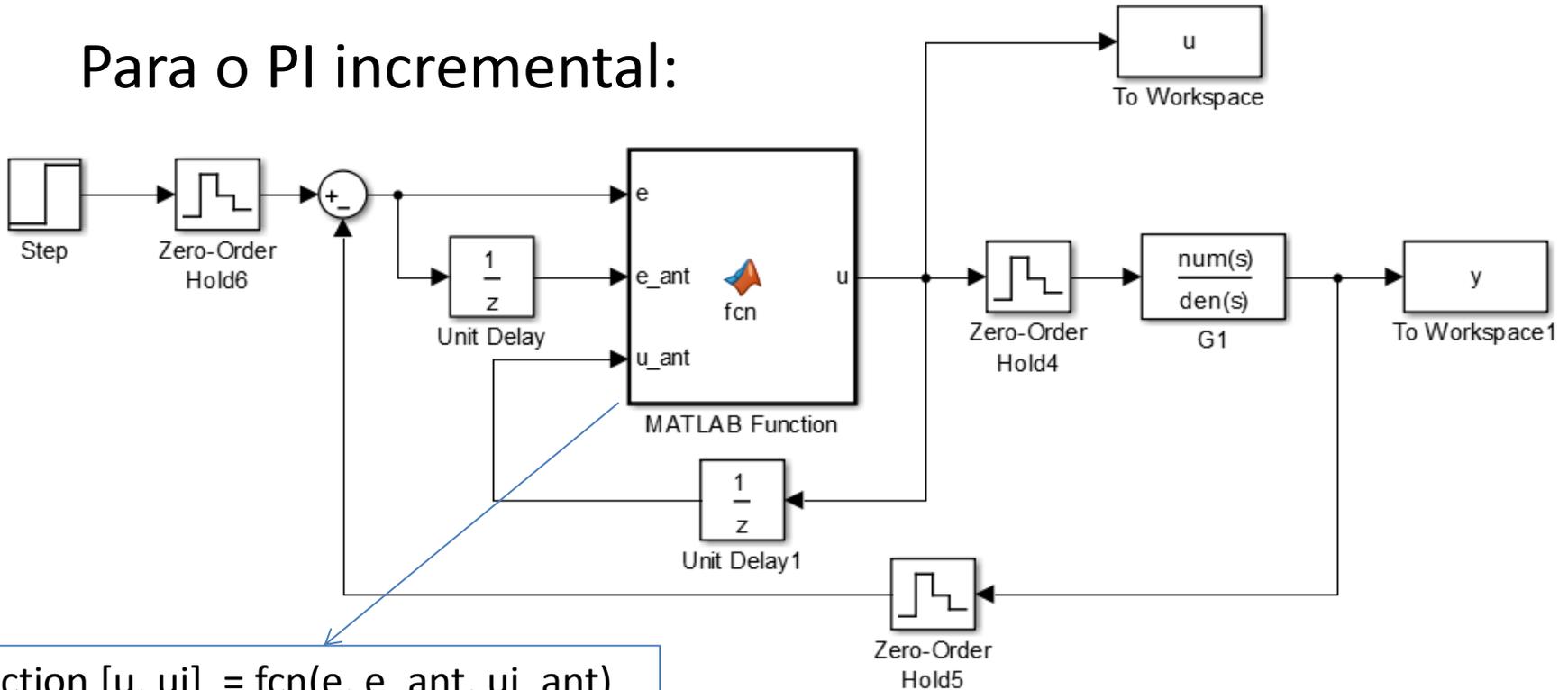


```
function [u, ui] = fcn(e, e_ant, ui_ant)
%#eml
up = Kp*e;
ui = ui_ant + (Kp*Ts/(2*Ti))*(e+e_ant);
u = up+ui;
```

OBS: apagar as declarações das variáveis globais

# Simulação

Para o PI incremental:

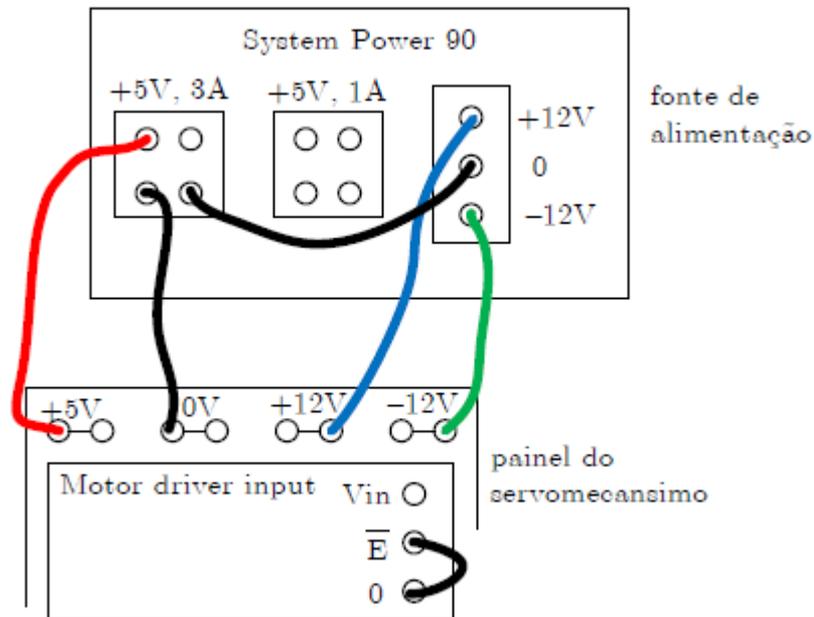


```
function [u, ui] = fcn(e, e_ant, ui_ant)
%#eml
D_up = Kp*(e-e_ant);
D_ui = (Kp*Ts/(2*Ti))*(e+e_ant);
u = u_ant + D_up + D_ui;
```

OBS: apagar as declarações das variáveis globais

# Atividades

- Prática:
  - Template: prog4.m
  - Ligações:



# Atividades

- Prática:
  - Ligações:

