

Movimento em 2 ou 3 dimensões

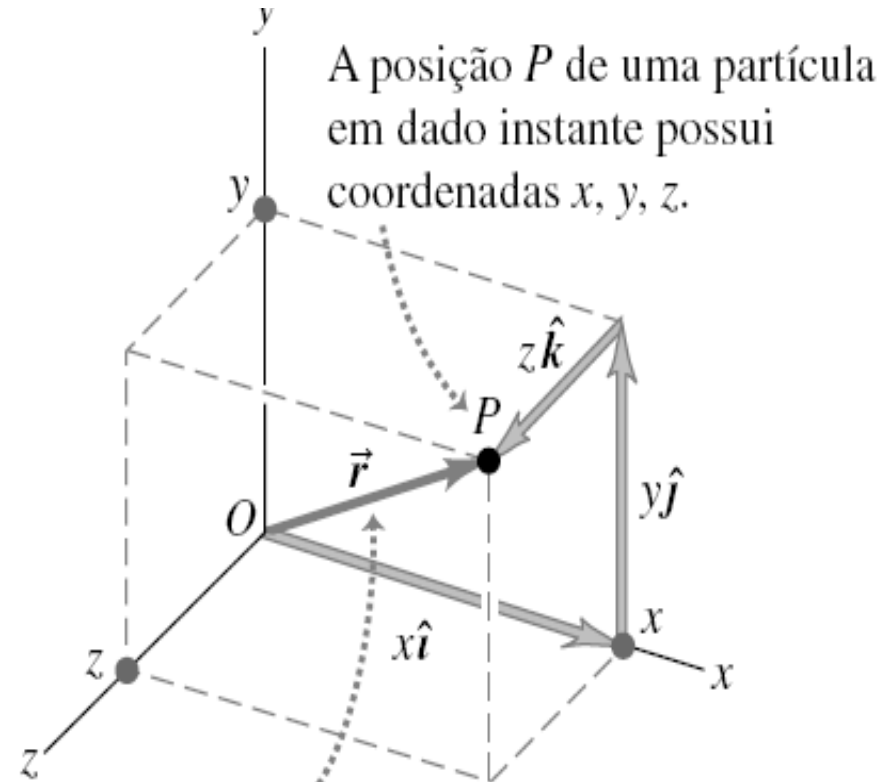


O vetor Posição



Escolha de uma origem (O) do sistema de coordenadas (x,y,z). Versores: $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$

$$|\hat{i}| = |\hat{j}| = |\hat{k}| = 1$$



A posição P de uma partícula em dado instante possui coordenadas x, y, z .

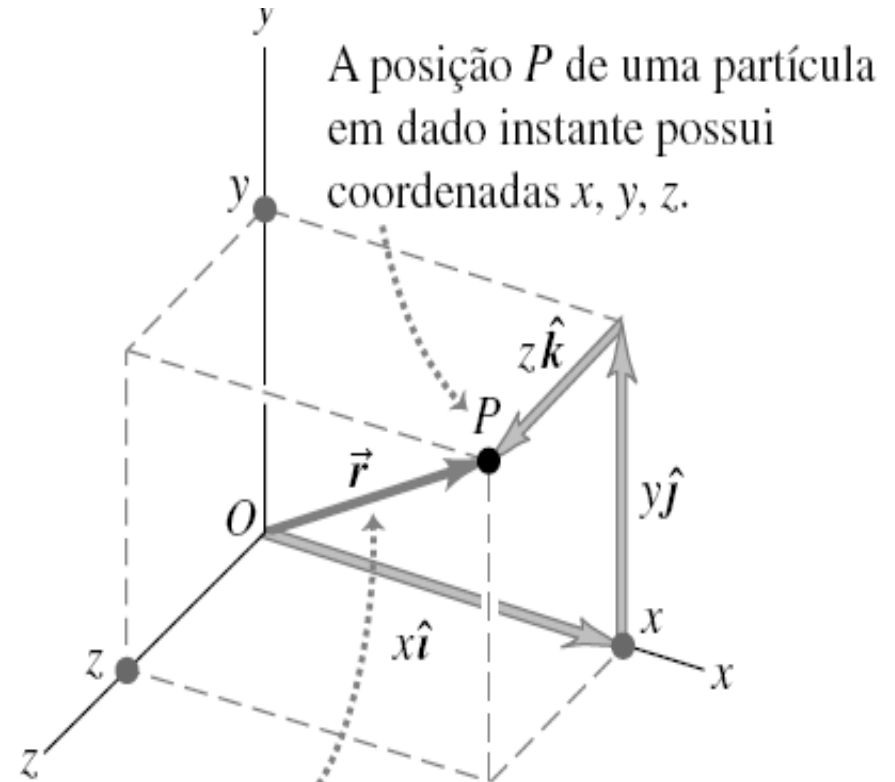
O vetor posição do ponto P possui componentes x, y, z :
 $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$.

O vetor Posição



Escolha de uma origem (O) do sistema de coordenadas (x, y, z). Versores: $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$

$$|\hat{i}| = |\hat{j}| = |\hat{k}| = 1$$



A posição P de uma partícula em dado instante possui coordenadas x, y, z .

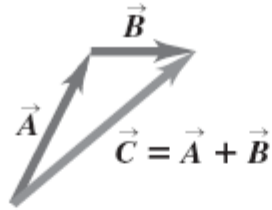
O vetor posição do ponto P possui componentes x, y, z :
 $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$.

Notação alternativa

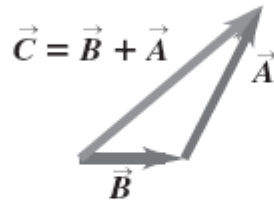
$$\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$$
$$\hat{x} = \hat{i}, \hat{y} = \hat{j}, \hat{z} = \hat{k}$$

Álgebra Vetorial

Ex.:Deslocamento



(b) Somá-los em ordem inversa produz o mesmo resultado.



(c) Podemos também somá-los construindo um paralelogramo.

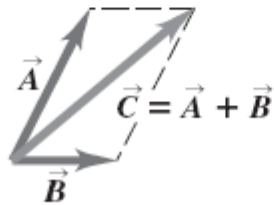
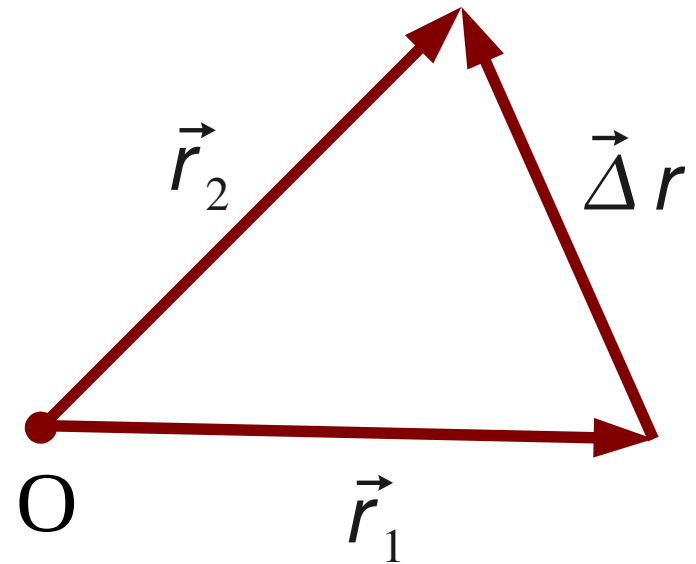


Figura 1.11 Três modos de somar dois vetores. Como se vê em (b), a ordem da soma vetorial não importa; a soma vetorial é comutativa.

$$\vec{\Delta r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$



Equação do movimento, trajetória, vetores posição, velocidade e aceleração

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j} + z(t)\hat{k}$$

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} \quad (3.1)$$

$$\vec{v}_m = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \quad (3.2)$$

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (3.3)$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} \quad v_y = \frac{dy}{dt} \quad v_z = \frac{dz}{dt} \quad (3.4)$$

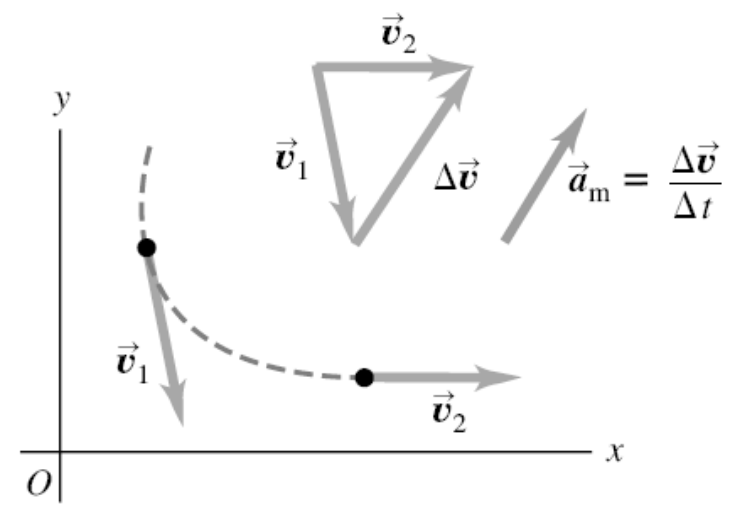
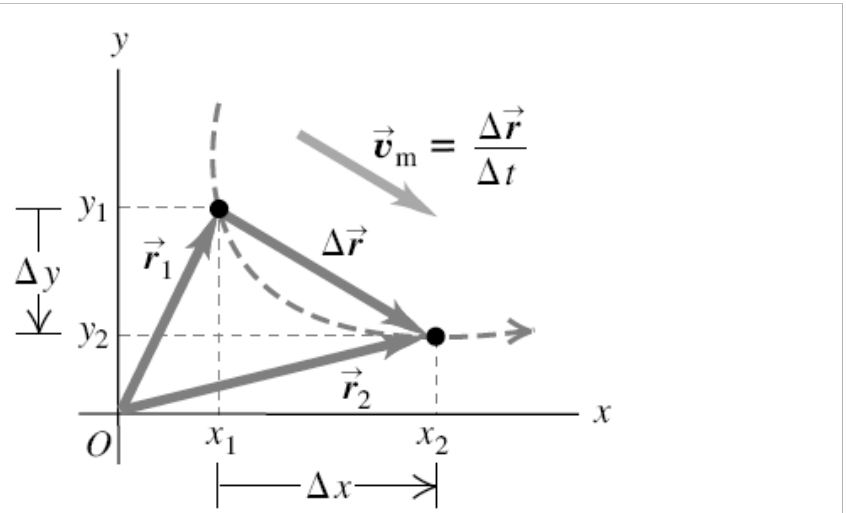
$$\vec{a}_m = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \quad (3.8)$$

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (3.9)$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} \quad (3.10)$$

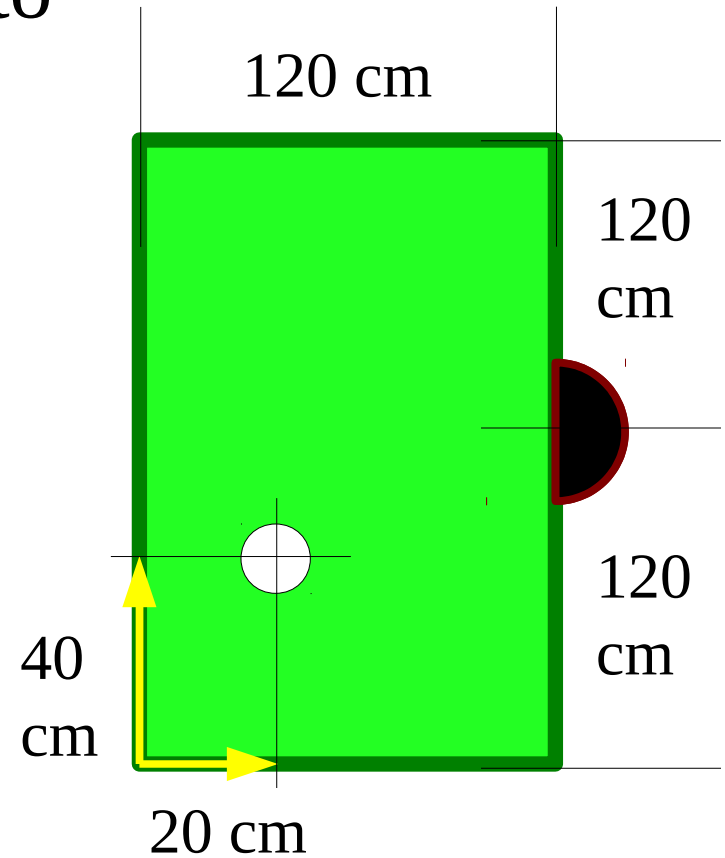
$$a_y = \frac{dv_y}{dt}$$

$$a_z = \frac{dv_z}{dt}$$



Exemplo de utilização dos vetores Posição e Deslocamento

- Em uma mesa de sinuca a bola branca encontra-se a 20 cm da tabela, na direção do lado menor, e a 40 cm da tabela, na direção do lado maior. A mesa tem largura de 1,20 m e 2,40 m de comprimento. Determine o ângulo de inclinação do taco com relação ao lado maior para encaçapar a bola branca na caçapa do meio do lado oposto (suicídio).



Resp.: $\theta = 90 - \arctan(0.8) \approx 51.3^\circ$

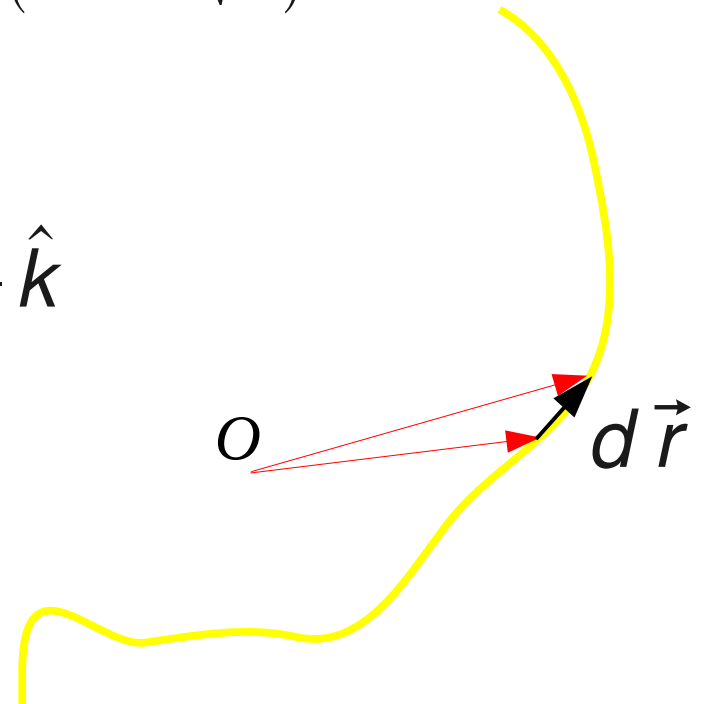
Exemplos de equação do movimento e Vetores velocidade e aceleração

a) $\vec{r}(t) = (10t + 40)\hat{i} + (8t + 20)\hat{k}$ (cm)

b) $\vec{r}(t) = \alpha t\hat{i} + \beta t^2\hat{j} + \gamma(1 - \delta\sqrt{t})\hat{k}$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}(t)}{dt}$$



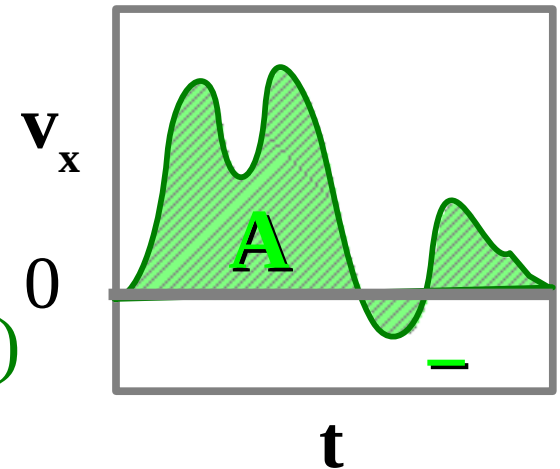
Exemplo inverso: deslocamento a partir da velocidade

Exemplo a) $\vec{v}(t) = 10\hat{i} + 8\hat{k}$ (m/s) $\vec{r}_0 = 40\hat{i} + 20\hat{k}$ (m)

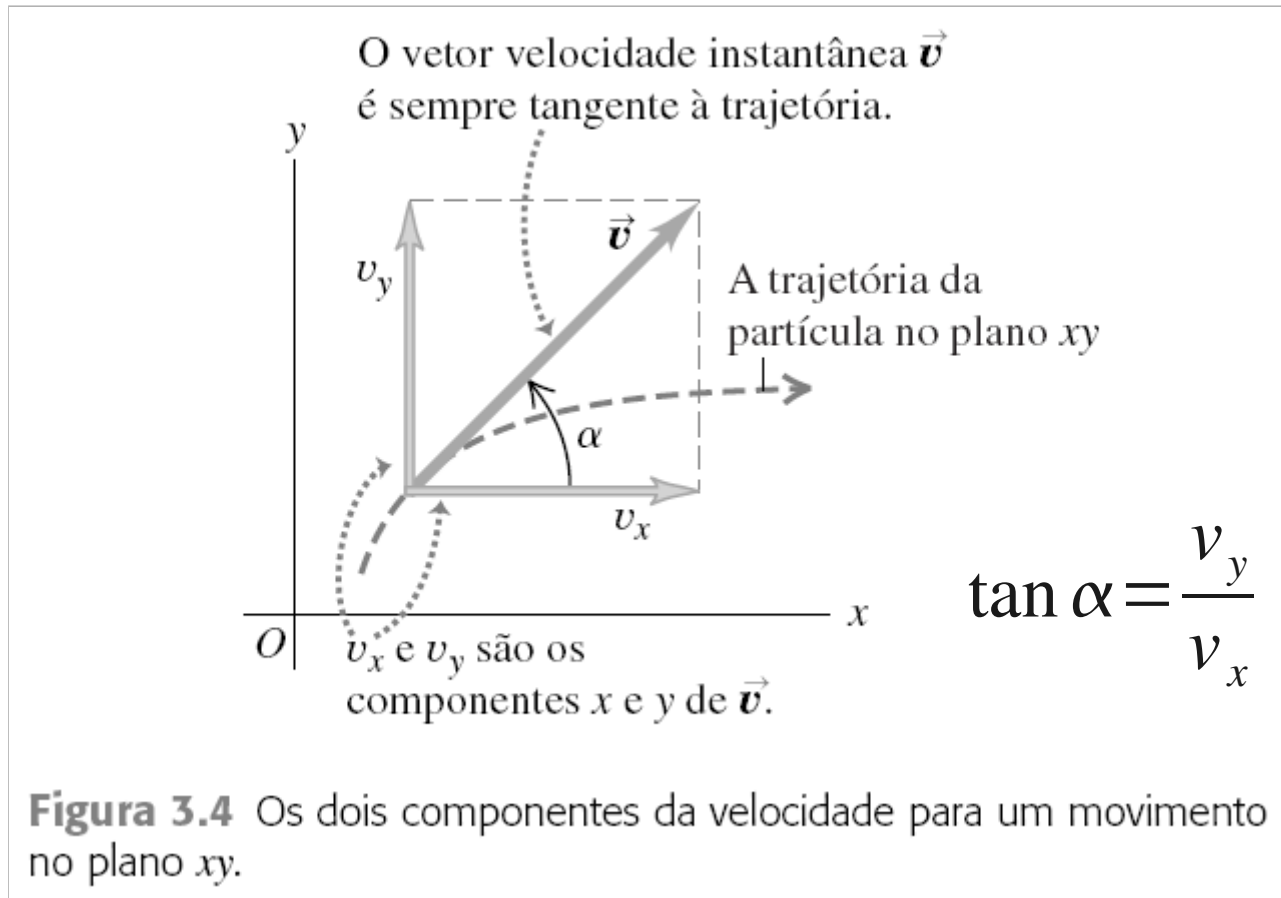
Obs: essa velocidade é constante, portanto $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v} t$
(pois, nesse caso, $\Delta \vec{r} = \vec{v} \Delta t$)

Exemplo b) – velocidade variável.

Caso geral - Integração: área sob a curva
(Cada componente separadamente, e.g. x)



Vetor velocidade



OBS: Figuras do Livro Física I (Mecânica)
Young & Feedman (12ª edição Pearson 2008)

Exemplo do livro. Trajetória com variação de velocidade em módulo e direção

$$x = A + B t^2$$

$$y = C t + D t^3$$

$$A = 2,0 \text{ m}$$

$$B = -0,25 \text{ m/s}^2$$

$$C = 1,0 \text{ m/s}$$

$$D = 0,025 \text{ m/s}^3$$

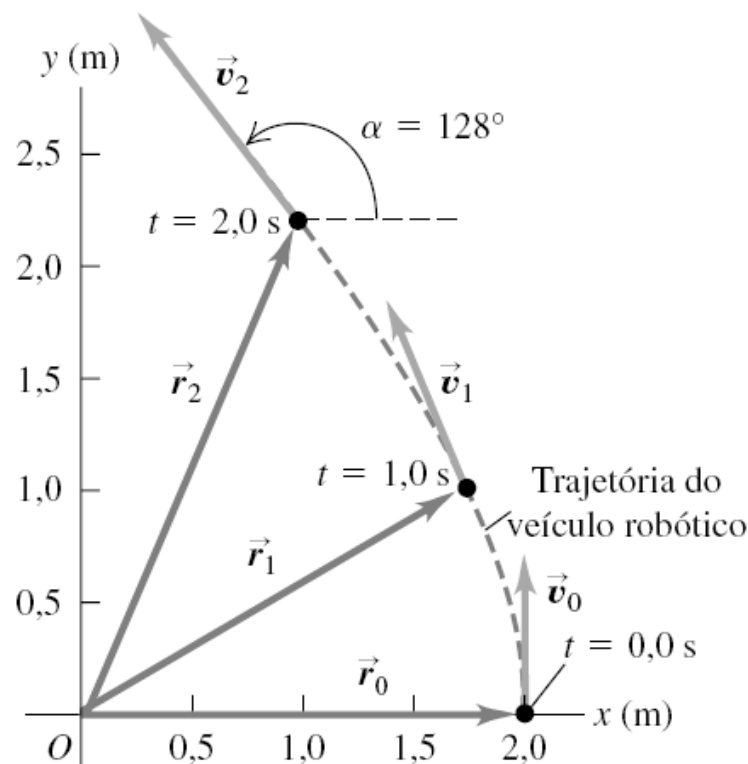
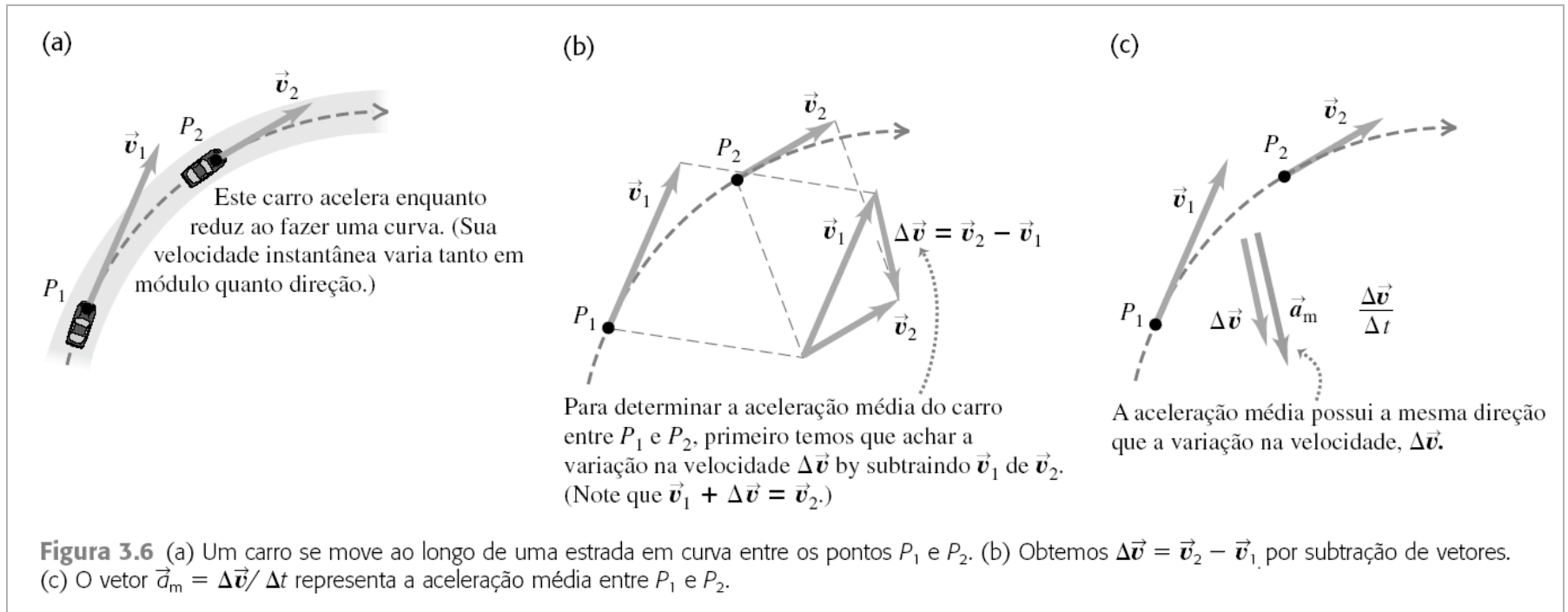
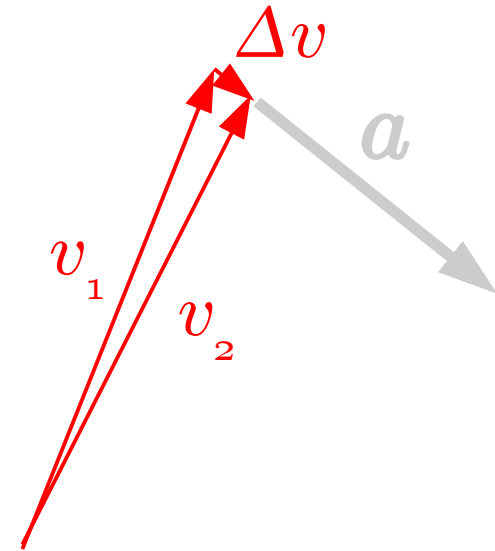
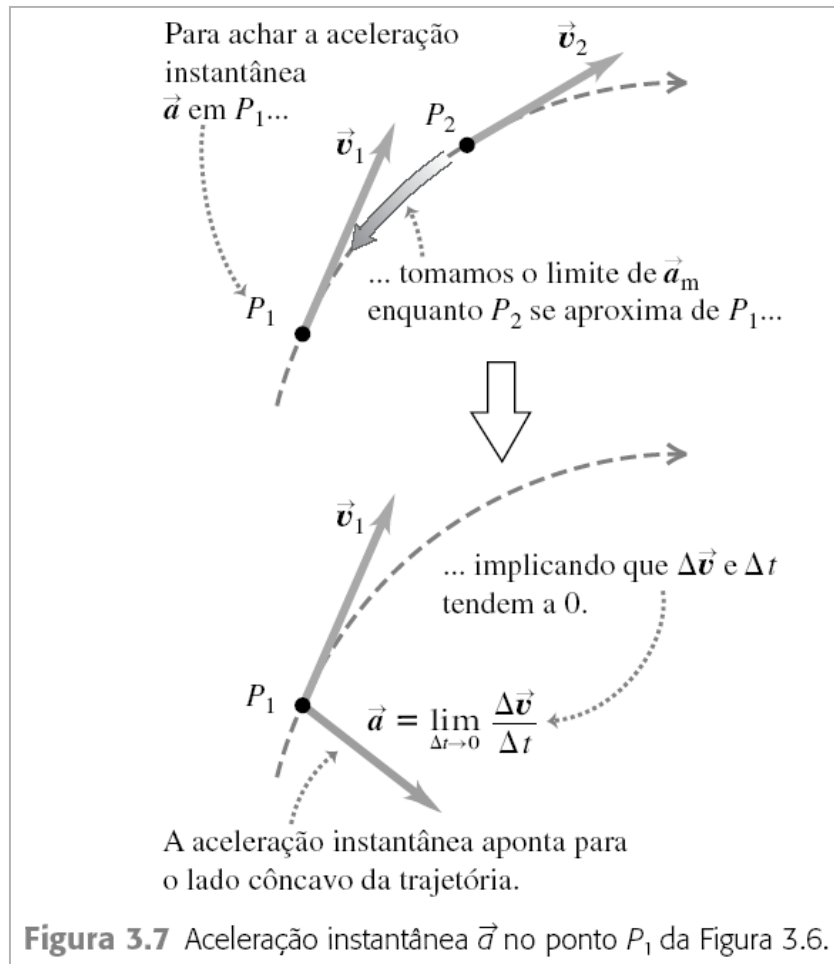


Figura 3.5 Para $t = 0$, o vetor posição do veículo robótico é \vec{r}_0 e o vetor velocidade instantânea é \vec{v}_0 . Analogamente, \vec{r}_1 e \vec{v}_1 são os vetores para $t = 1,0$ s; \vec{r}_2 e \vec{v}_2 são os vetores para $t = 2,0$ s.

Exemplo do livro. Aceleração média.



Exemplo do livro. Aceleração instantânea.



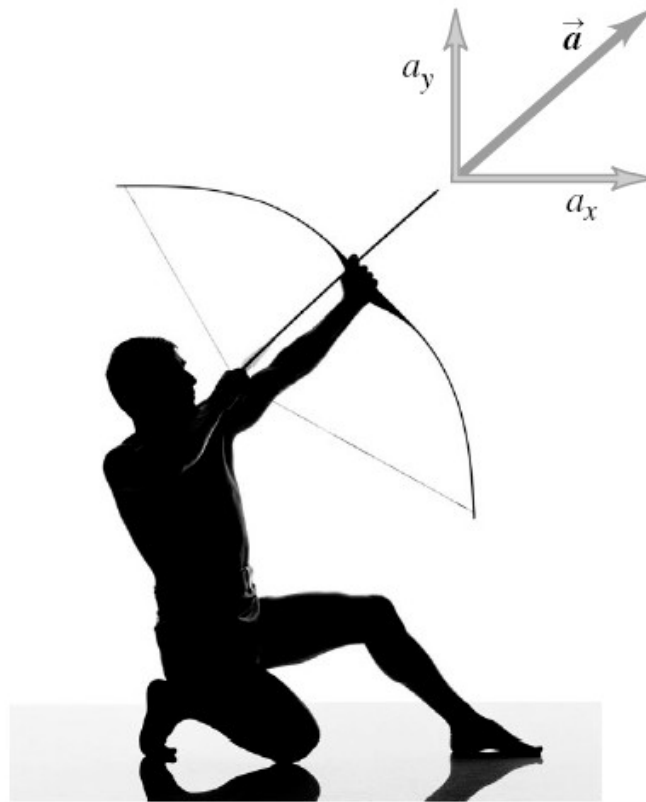
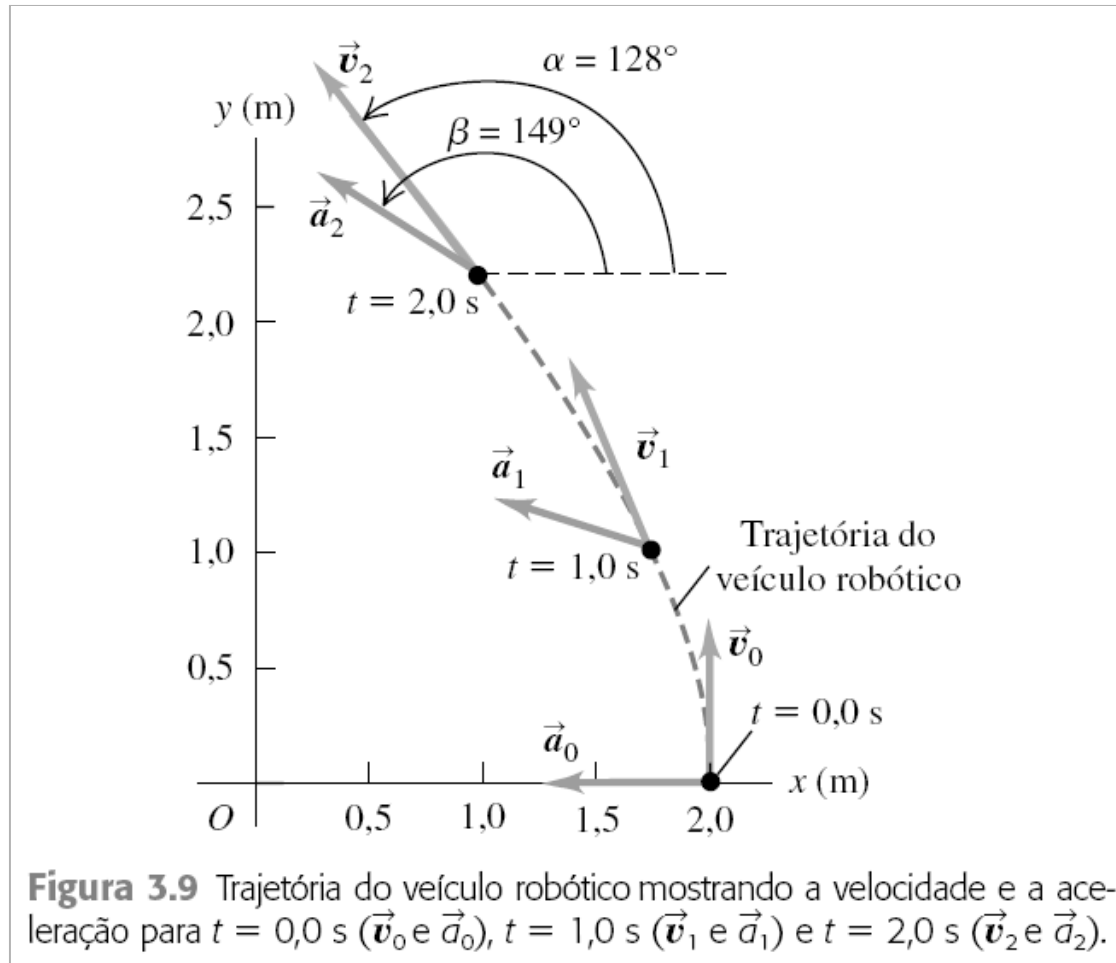
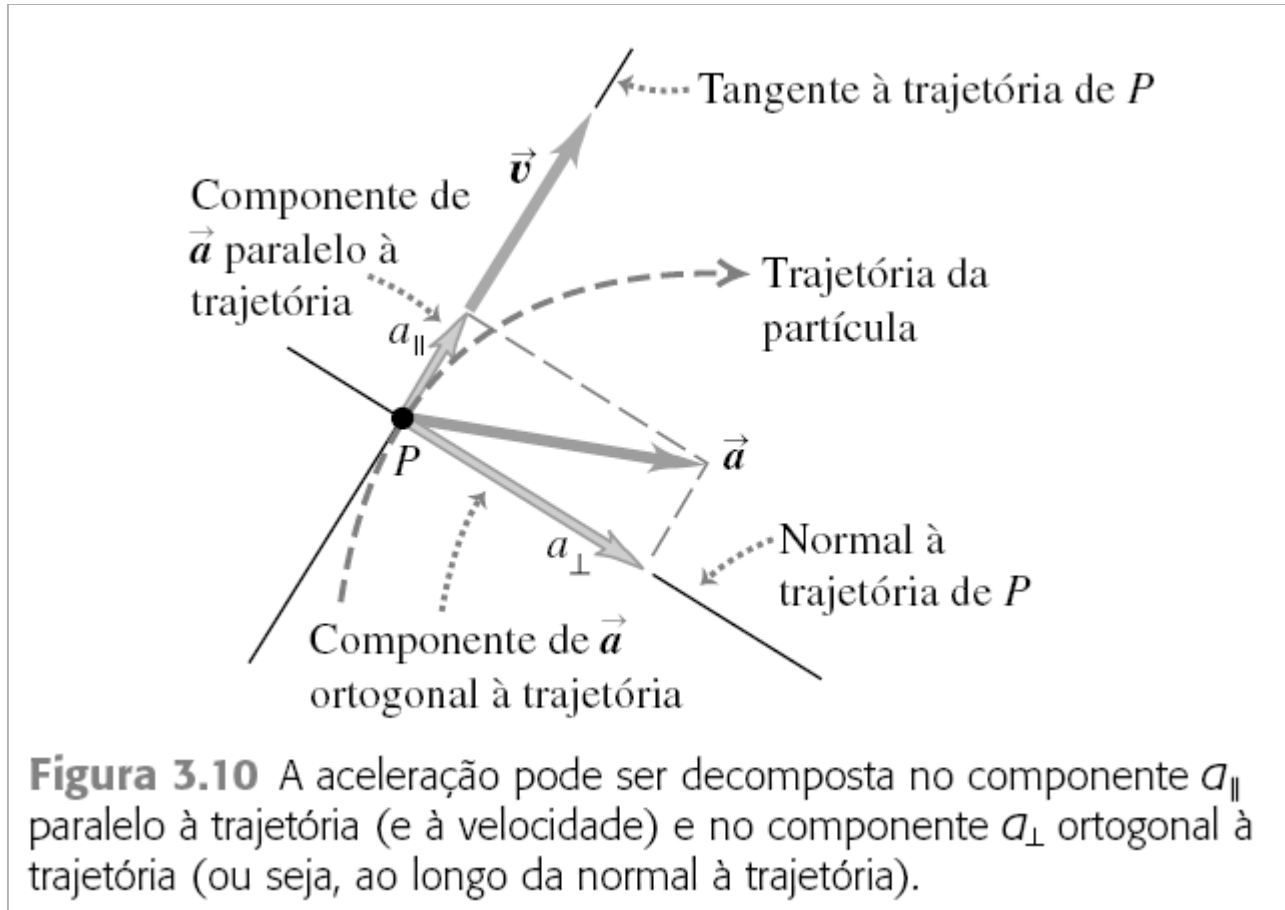


Figura 3.8 Quando o arqueiro dispara a flecha, ela acelera tanto para a frente quanto para trás. Logo, o seu vetor aceleração possui tanto um componente horizontal (a_x) quanto um componente vertical (a_y).

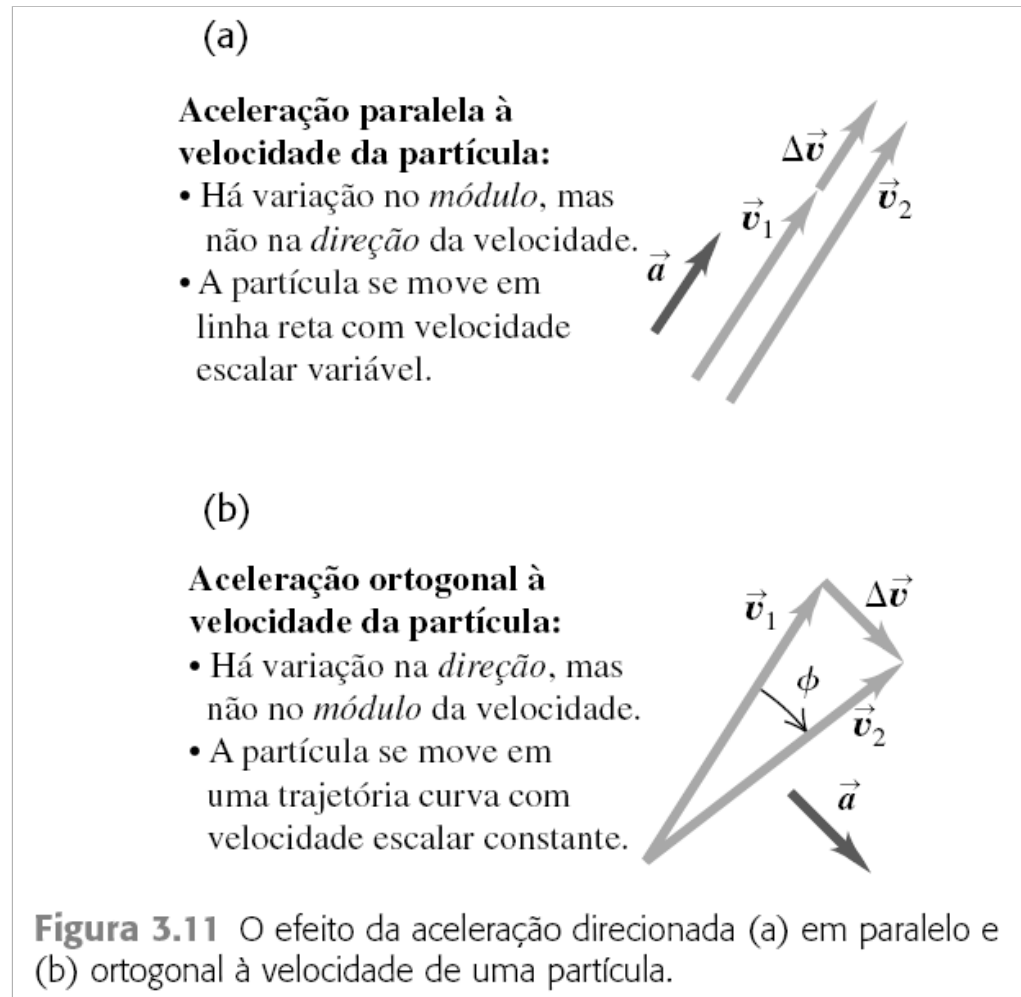
Exemplo do livro. Aceleração.



Componentes paralela e transversal da aceleração

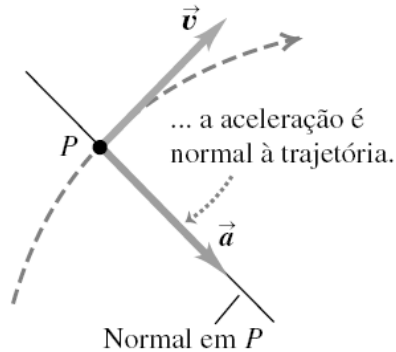


Componentes paralela e transversal da aceleração

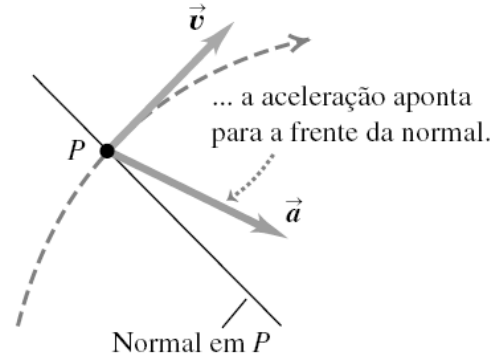


Componentes paralela e transversal em ação

(a) Quando a velocidade escalar é constante ao longo de uma trajetória curva...



(b) Quando a velocidade escalar é crescente ao longo de uma trajetória curva...



(c) Quando a velocidade escalar é decrescente ao longo de uma trajetória curva...

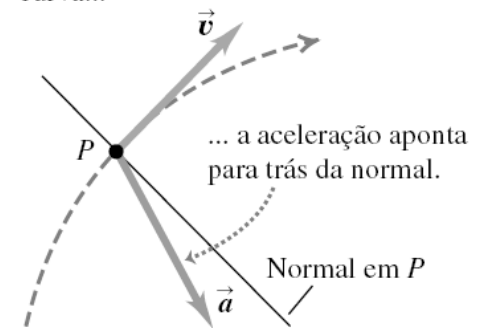
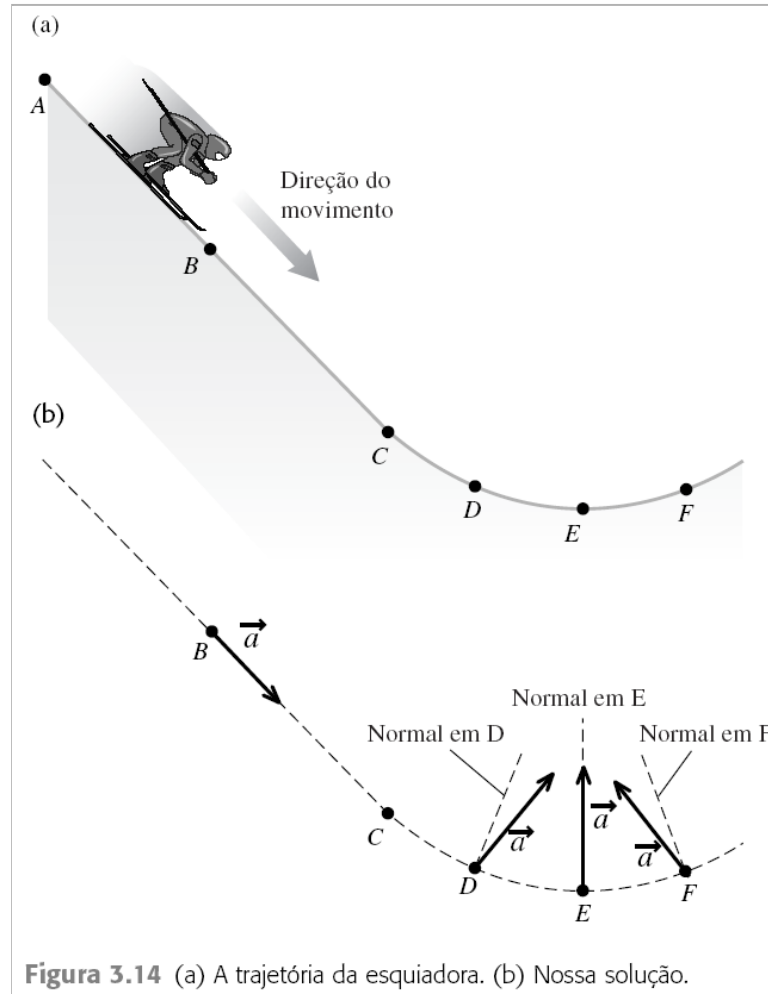


Figura 3.12 Vetores da velocidade e aceleração para uma partícula que atravessa um ponto P em uma trajetória curva com (a) velocidade escalar constante, (b) velocidade escalar crescente e (c) velocidade escalar decrescente.

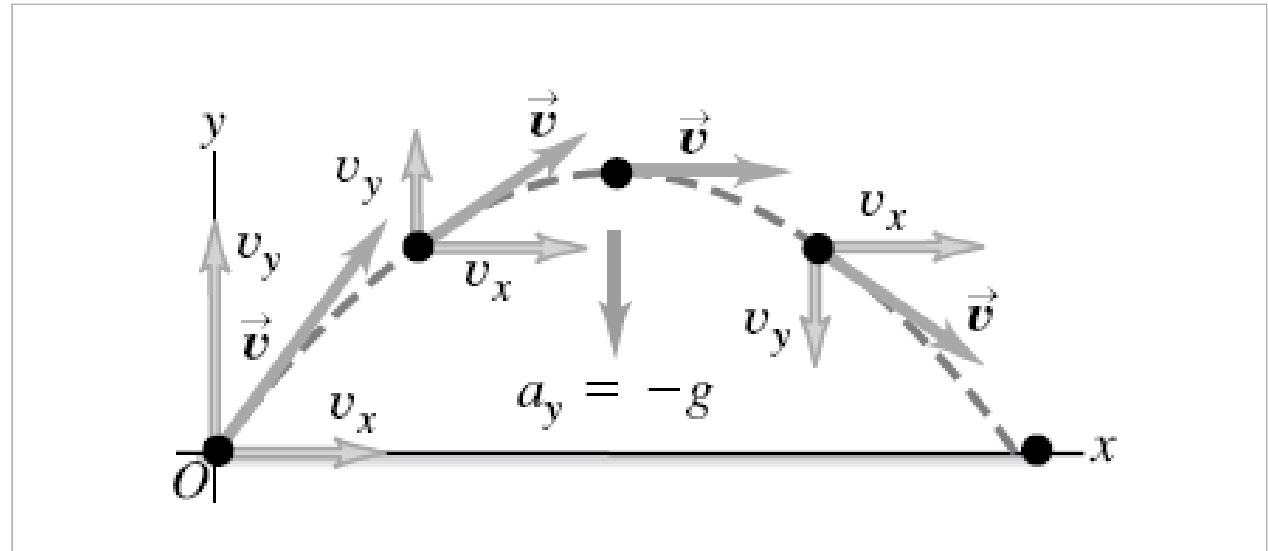
Exemplo - esquiador



Lançamento de Projétil (desprezando atrito)

$$\vec{a} = -g \hat{j}$$

$$a_x = 0, a_y = -g$$



$$\Rightarrow v_x = v_{0x}$$

$$\Rightarrow x = x_0 + v_{0x} t$$

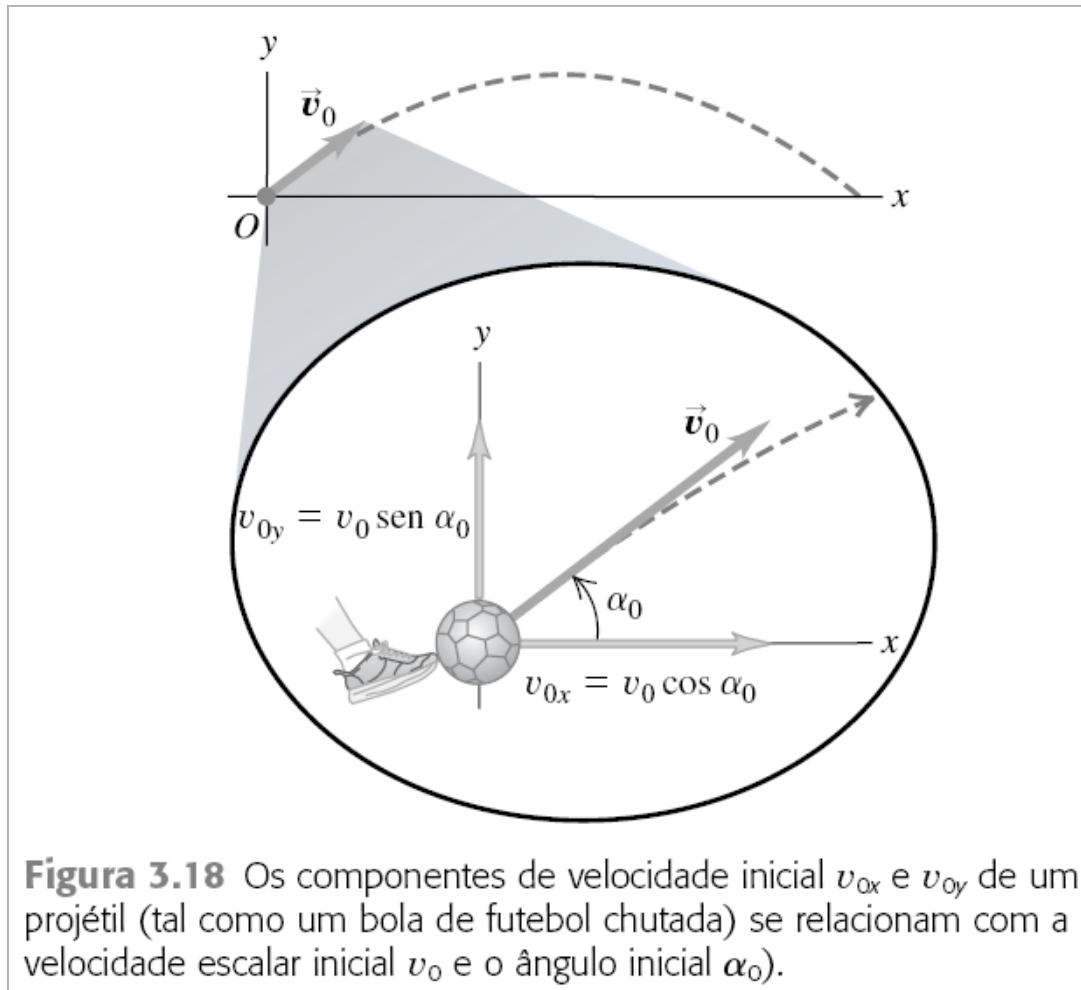
$$\Rightarrow v_y = v_{0y} - g t$$

$$\Rightarrow y = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$$

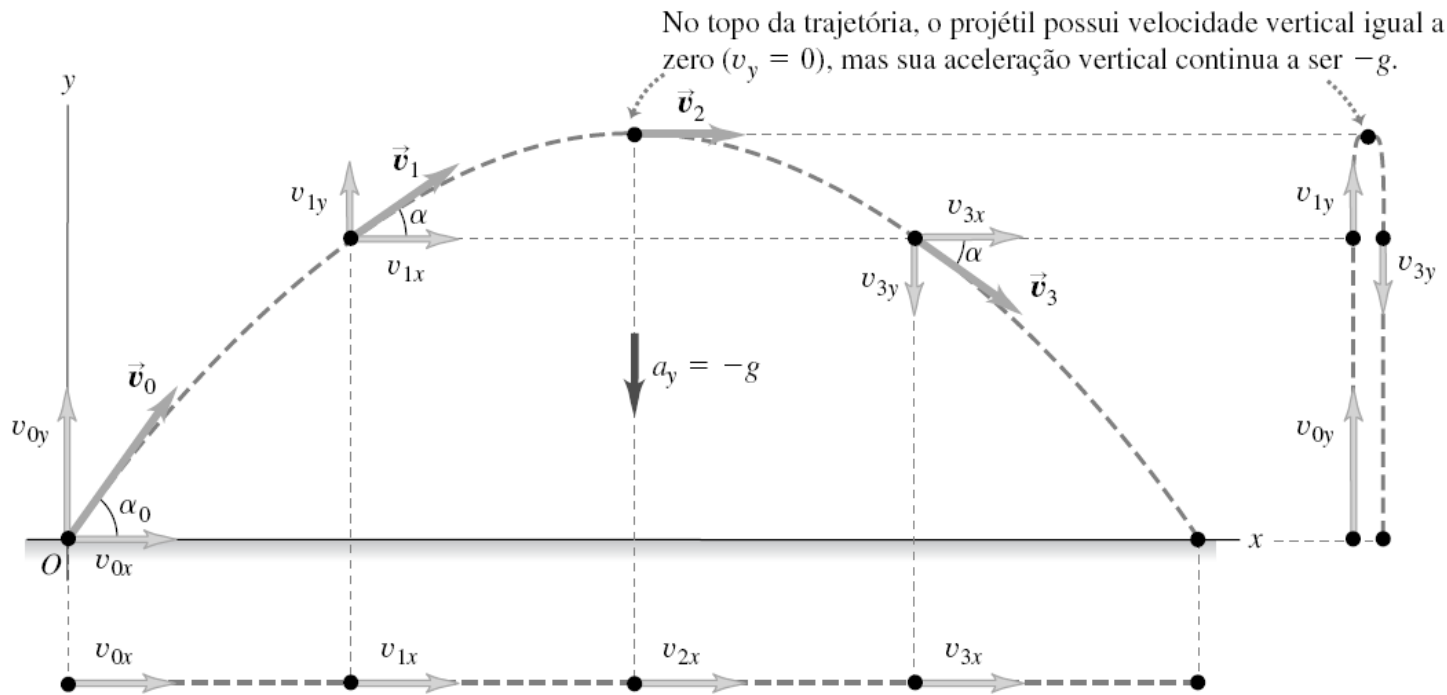
Exemplo: lançamento da origem (no chão!) com vel. inic. de módulo v_0 formando ângulo α_0 com a horizontal

$$x_0 = y_0 = 0, v_{0y} = v_0 \sin \alpha_0, v_{0x} = v_0 \cos \alpha_0$$

Velocidade inicial



Lançamento de Projétil (desprezando atrito)



No topo da trajetória, o projétil possui velocidade vertical igual a zero ($v_y = 0$), mas sua aceleração vertical continua a ser $-g$.

Verticalmente, o projétil exibe movimento de aceleração constante em resposta à força gravitacional terrestre. Logo, sua velocidade vertical varia em quantidades iguais durante intervalos de tempo iguais.

Horizontalmente, o projétil exibe movimento de velocidade constante: sua aceleração horizontal é zero e, portanto, percorre distâncias x iguais em intervalos de tempo iguais.

Figura 3.17 Se desprezarmos a resistência do ar, a trajetória de um projétil é uma combinação do movimento horizontal com a velocidade constante e do movimento vertical com a aceleração constante.

Decomposição do movimento em duas direções

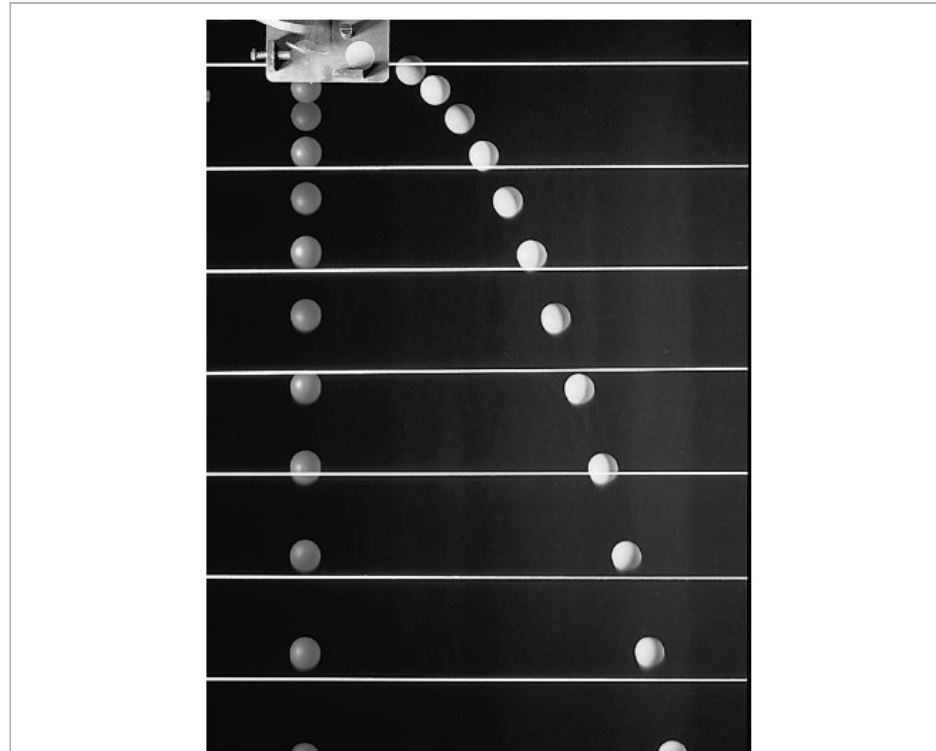


Figura 3.16 A bola da esquerda é largada verticalmente sem velocidade inicial. Simultaneamente, a bola da direita é lançada horizontalmente do mesmo ponto; imagens sucessivas desta fotografia estroboscópica são registradas em intervalos de tempo iguais. Para cada intervalo de tempo, as duas bolas possuem os mesmos componentes y da posição, da velocidade e da aceleração, embora os componentes x da posição e da velocidade sejam diferentes.

Lançamento de Projétil - efeito do atrito com o ar

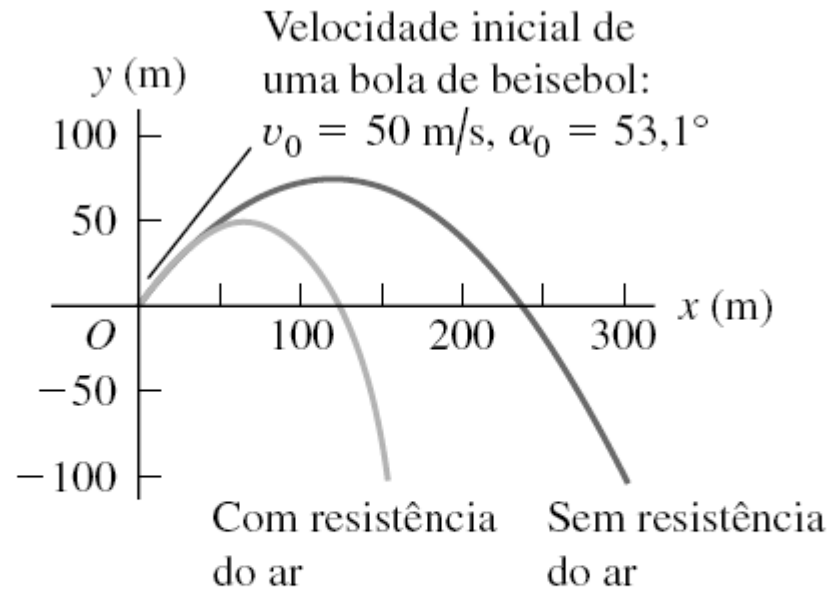


Figura 3.20 A resistência do ar tem um efeito amplo no movimento de uma bola de beisebol. Nesta simulação deixamos uma bola de beisebol cair de um ponto bastante alto e outra foi arremessada (por exemplo, a bola de beisebol poderia ter sido arremessada de um penhasco.)

Lançamento de Projétil – alcance máximo (desprezando atrito)

Um lançamento de 45° dá o maior alcance;
outros ângulos são mais curtos.

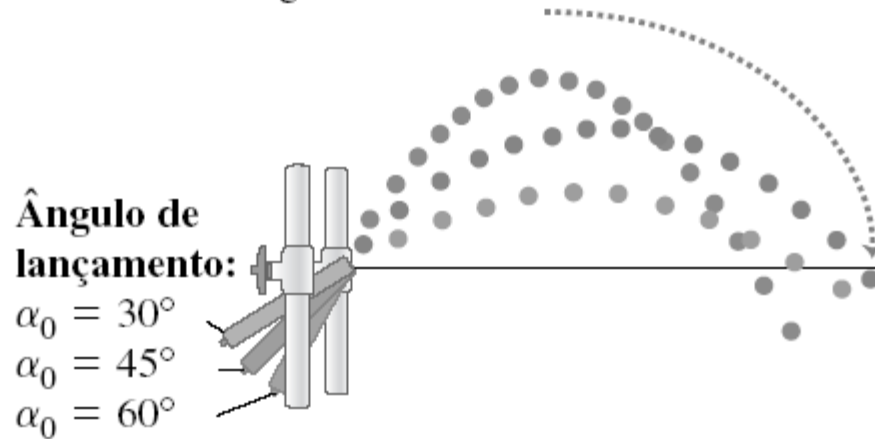
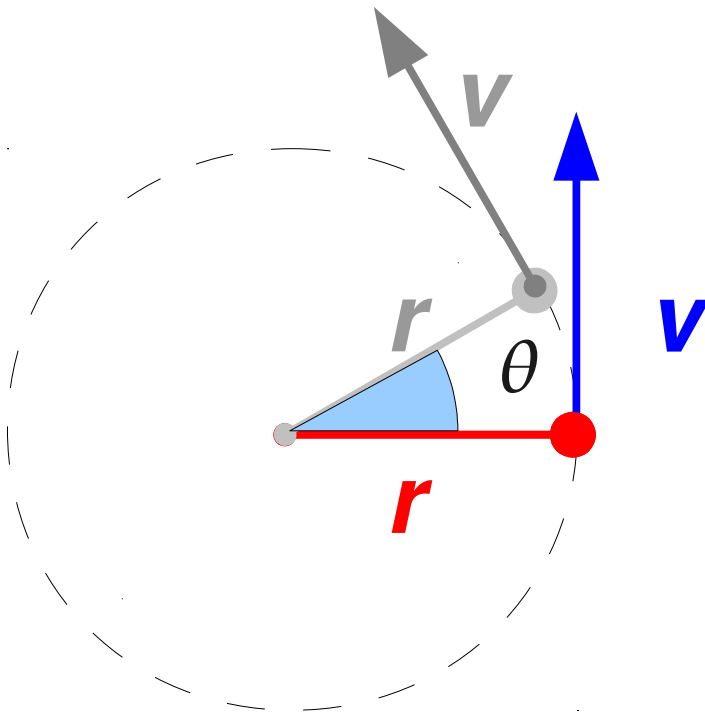


Figura 3.24 Um ângulo de lançamento de 45° fornece o alcance horizontal máximo. O alcance é mais curto com ângulos de lançamento de 30° e 60° .

Movimento circular uniforme

Rotação com velocidade angular constante



$$v = |\vec{v}| = cte$$

T = período de rotação

$$vT = 2\pi r$$

$$\theta = \frac{2\pi}{T} t = \omega t$$

Movimento circular uniforme

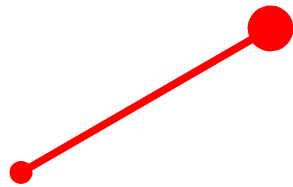
Rotação com velocidade angular constante



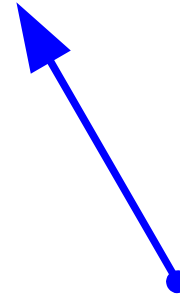
Movimento circular uniforme

Rotação com velocidade angular constante

r



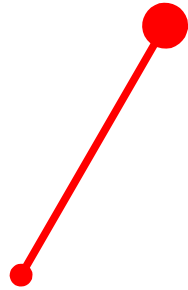
v



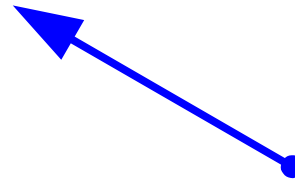
Movimento circular uniforme

Rotação com velocidade angular constante

r

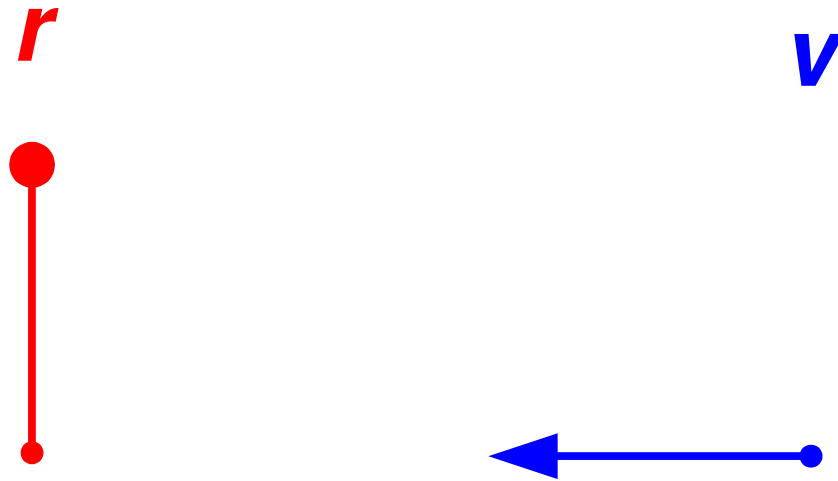


v



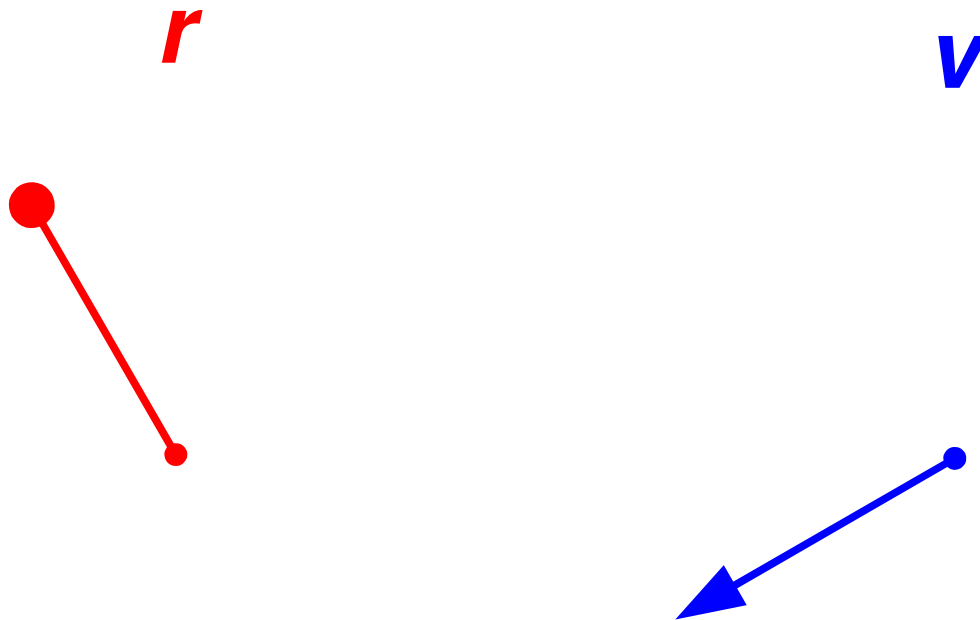
Movimento circular uniforme

Rotação com velocidade angular constante



Movimento circular uniforme

Rotação com velocidade angular constante

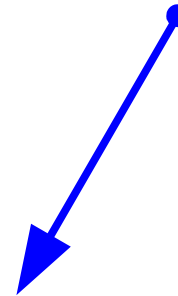
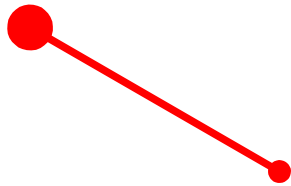


Movimento circular uniforme

Rotação com velocidade angular constante

r

v



Movimento circular uniforme

Rotação com velocidade angular constante

r

v

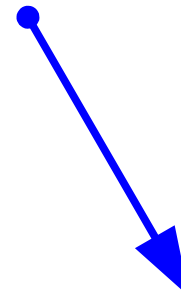
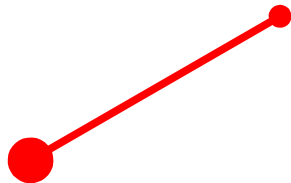


Movimento circular uniforme

Rotação com velocidade angular constante

r

v

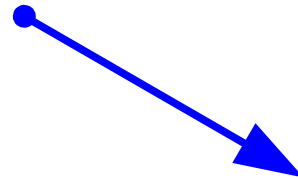
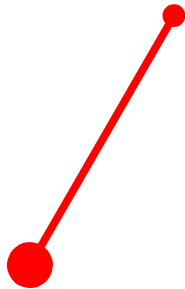


Movimento circular uniforme

Rotação com velocidade angular constante

r

v



Movimento circular uniforme

Rotação com velocidade angular constante

r

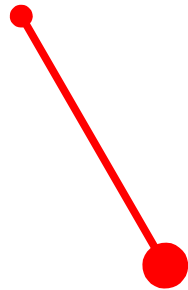
v



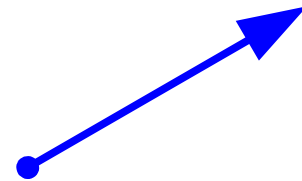
Movimento circular uniforme

Rotação com velocidade angular constante

r



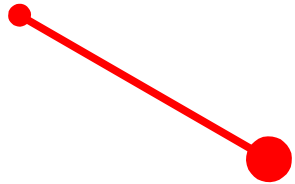
v



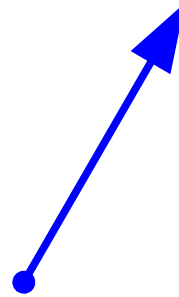
Movimento circular uniforme

Rotação com velocidade angular constante

r

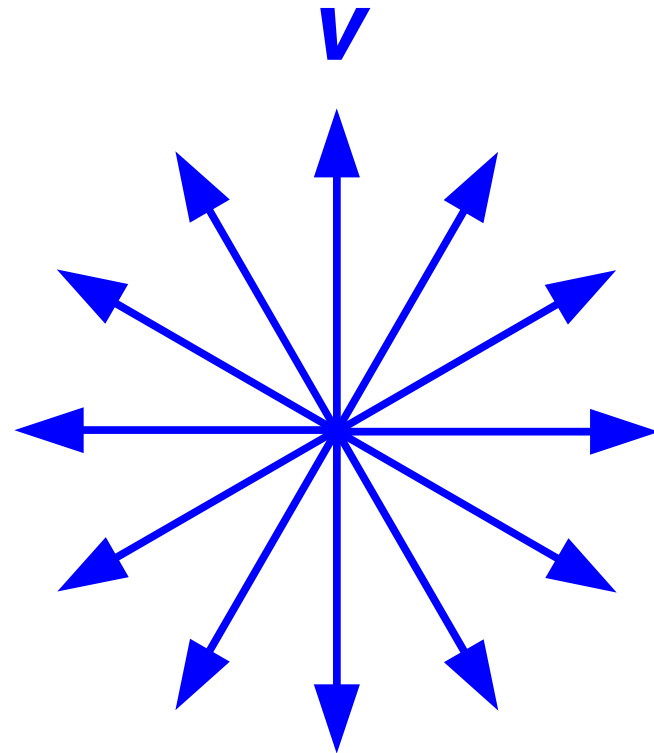
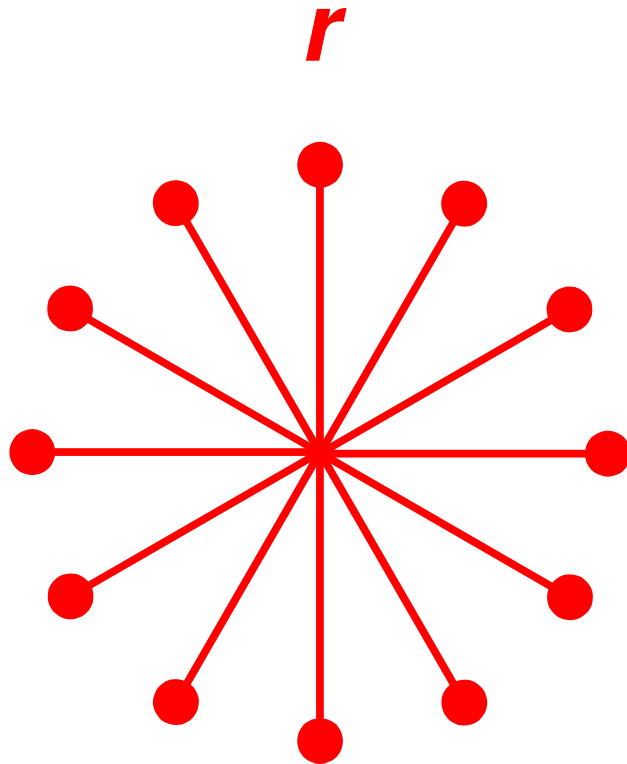


v



Movimento circular uniforme

Rotação com velocidade angular constante

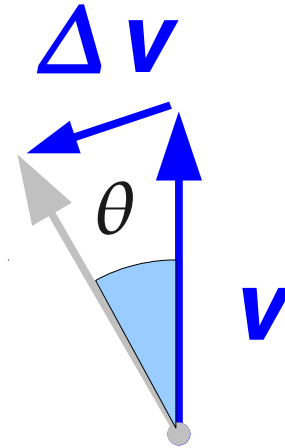
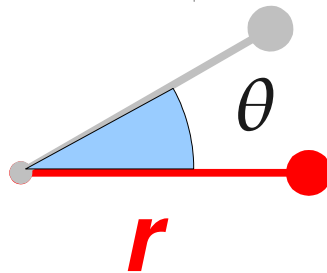


Movimento circular uniforme

Rotação com velocidade angular constante

$$\theta = \omega t$$

$$\omega = \frac{|\vec{v}|}{r}$$

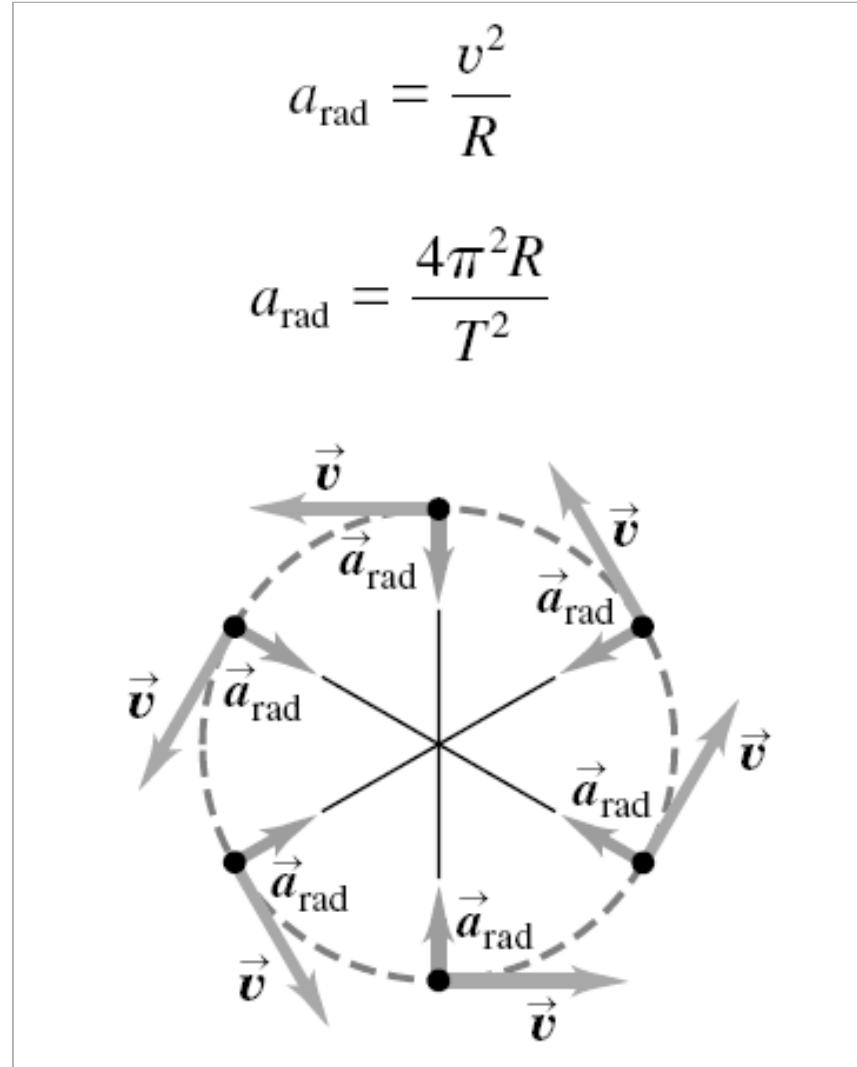
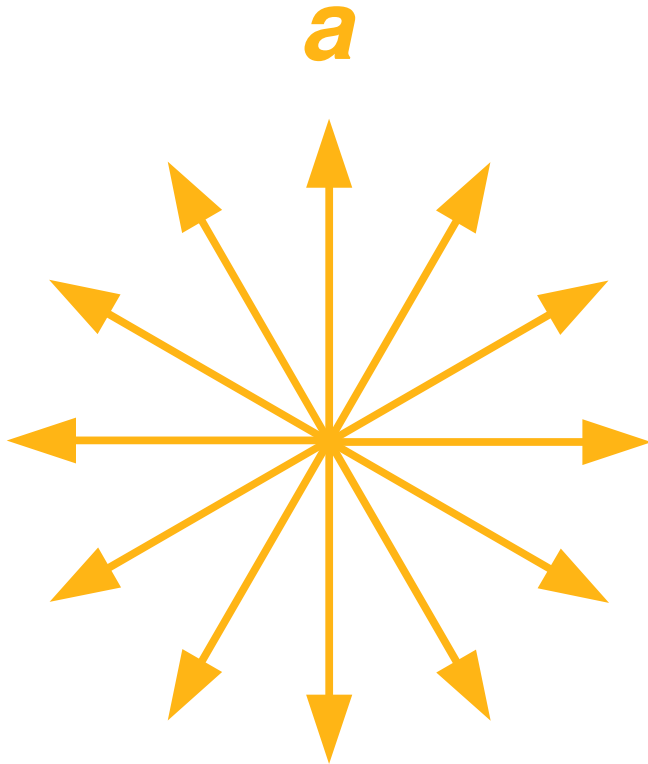


$$|\Delta \vec{v}| \approx |\vec{v}| \Delta \theta = |\vec{v}| \omega \Delta t = \frac{|\vec{v}|^2}{r} \Delta t$$

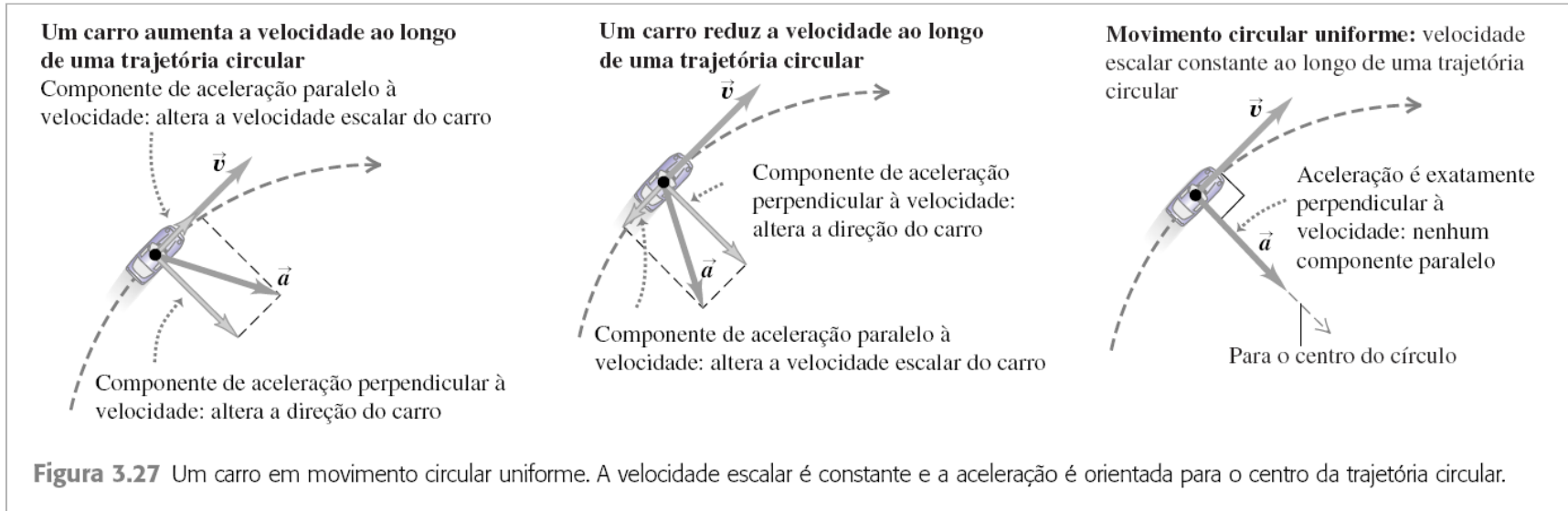
$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Rightarrow |\vec{a}| = \frac{|\vec{v}|^2}{r} \quad \begin{array}{l} \vec{a} \parallel \Delta \vec{v} \\ \vec{a} \perp \vec{v} \end{array}$$

Movimento circular uniforme

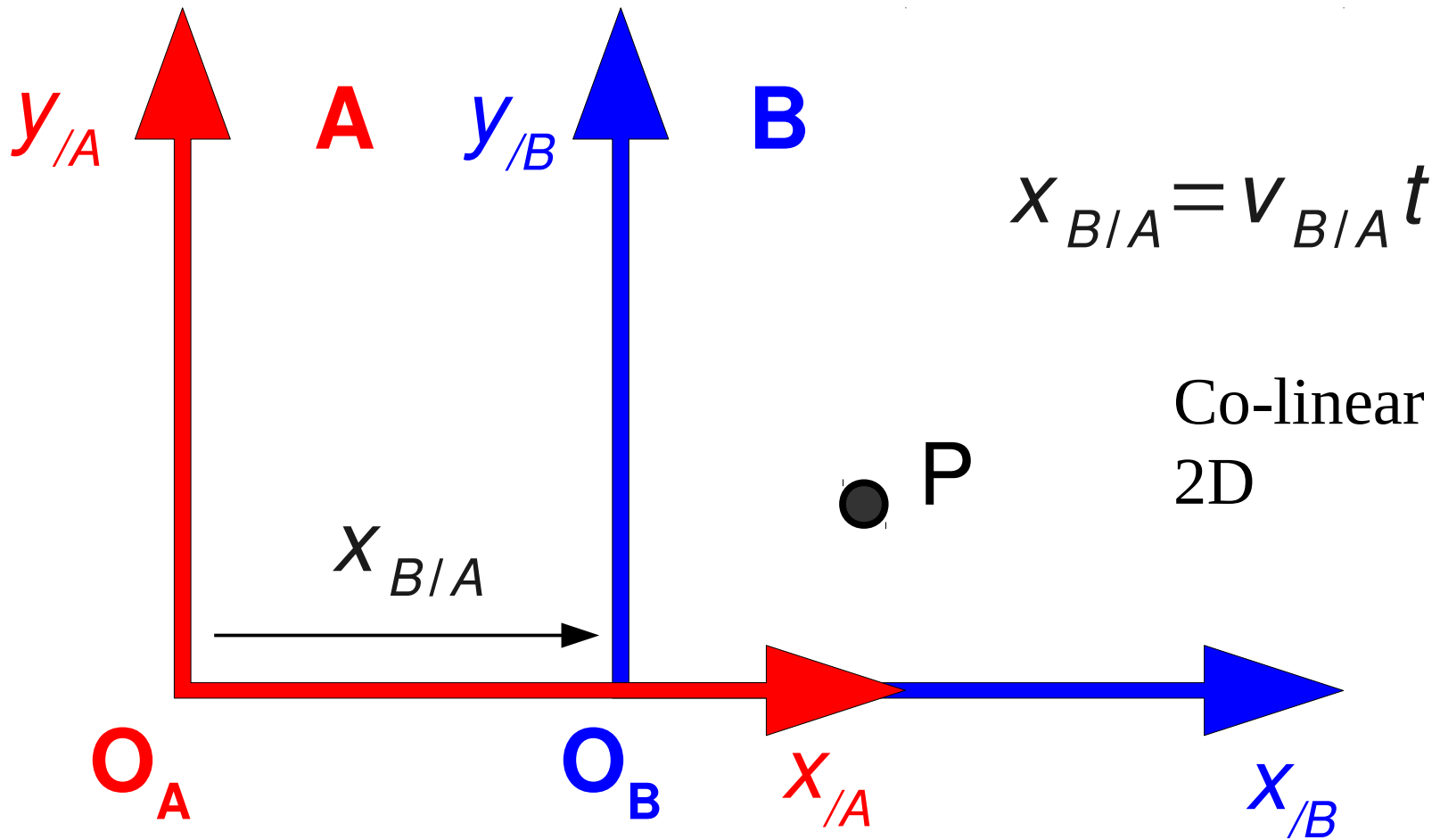
$$|\vec{a}| = \frac{|\vec{v}|^2}{r} \quad \vec{a} \perp \vec{v}$$



Movimento circular em geral



Movimento relativo



$$x_{P/A} = x_{P/B} + x_{B/A}, \quad y_{P/A} = y_{P/B}, \quad t_B = t_A$$

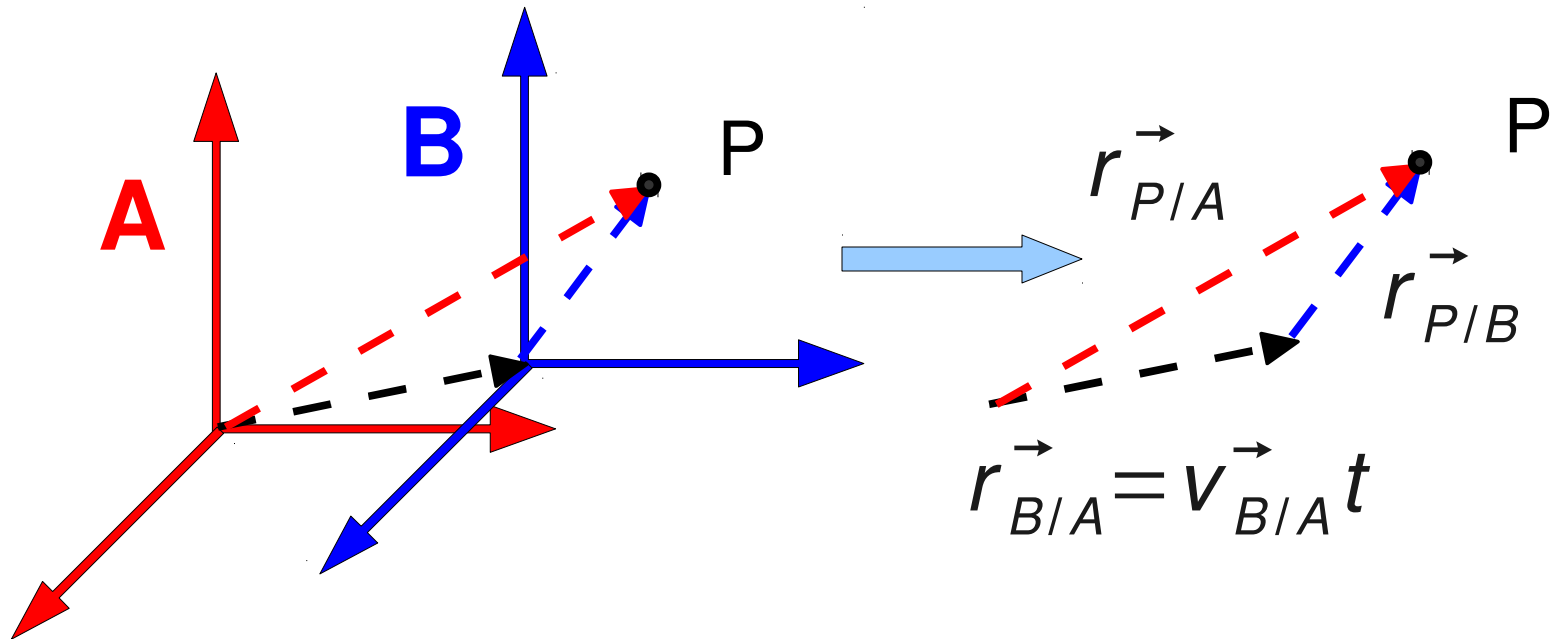
$$x_{P/A} = x_{P/B} + v_{B/A} t \quad \text{Relatividade de Galileu}$$

Movimento relativo

Caso geral

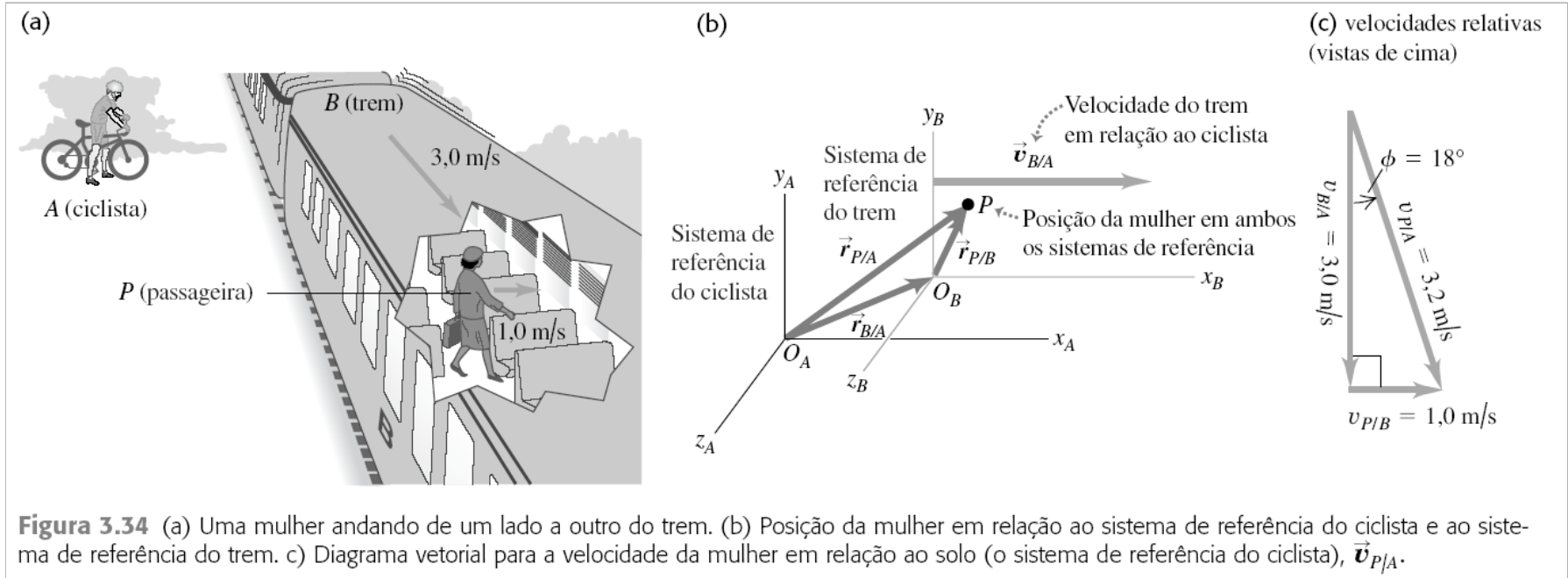
$$\vec{r}_{P/A} = \vec{r}_{P/B} + \vec{v}_{B/A} t$$

$$\frac{d}{dt} \Rightarrow \vec{v}_{P/A} = \vec{v}_{P/B} + \vec{v}_{B/A}$$



Movimento relativo

Exemplo do livro



Movimento relativo

Exemplo do livro

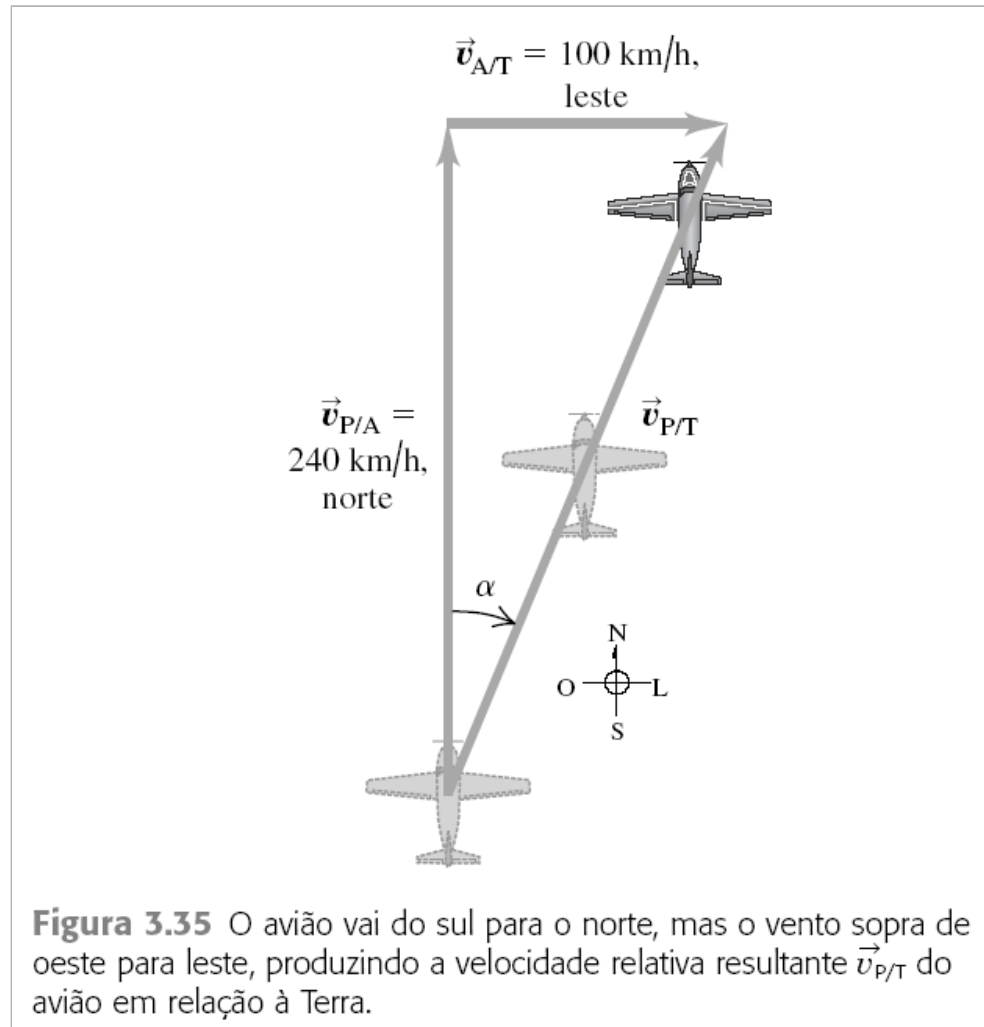


Figura 3.35 O avião vai do sul para o norte, mas o vento sopra de oeste para leste, produzindo a velocidade relativa resultante $\vec{v}_{P/T}$ do avião em relação à Terra.

Movimento relativo

Exemplo do livro

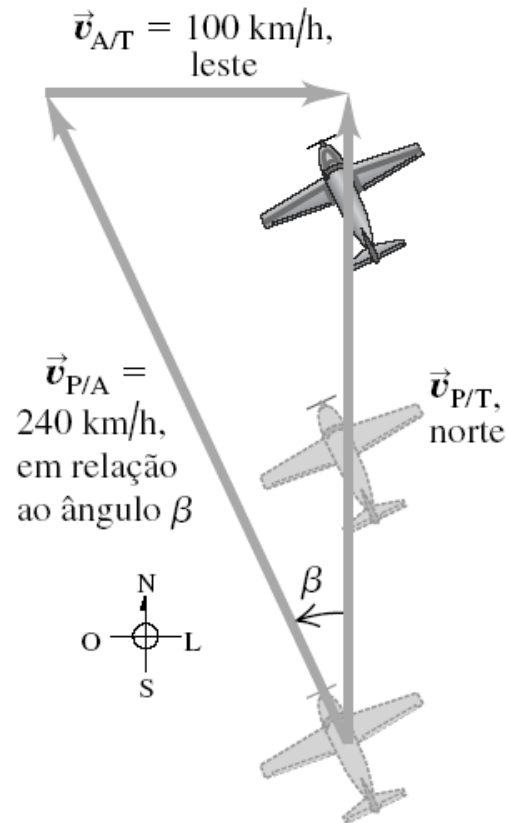


Figura 3.36 O piloto deve inclinar o avião na direção do vetor $\vec{v}_{P/A}$ para que ele siga do sul para o norte em relação à Terra.

- Fazer a lista de exercícios ANTES da aula de exercícios
- Trazer dúvidas e perguntas
- Trazer sem falta o formulário da primeira experiência **completo**, com discussão “inteligente” - nada de “foi legal”, ou “foi chato”, “não deu certo...”