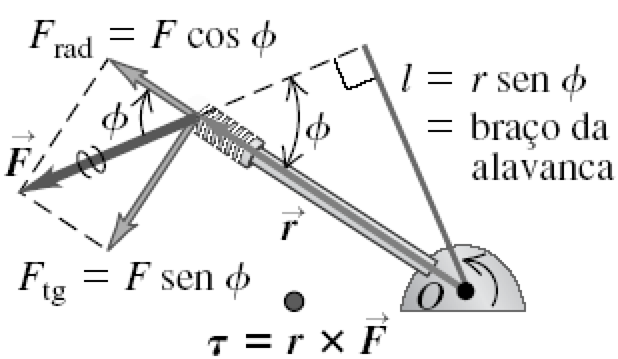
Capítulo 10

Dinâmica do Movimento de Rotação

Torque: quando uma força $\vec{F}$ atua sobre um corpo, o torque $\vec{\tau}$ dessa força em relação a um ponto O possui um módulo dado pelo produto do módulo de força F e o braço da alavanca l. De acordo com uma definição generalizada, o vetor torque $\vec{\tau}$ é igual ao produto vetorial de $\vec{r}$ (o vetor posição do ponto em que a força atua) por $\vec{F}$.

$$\tau = Fl \tag{10.2}$$

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \tag{10.3}$$



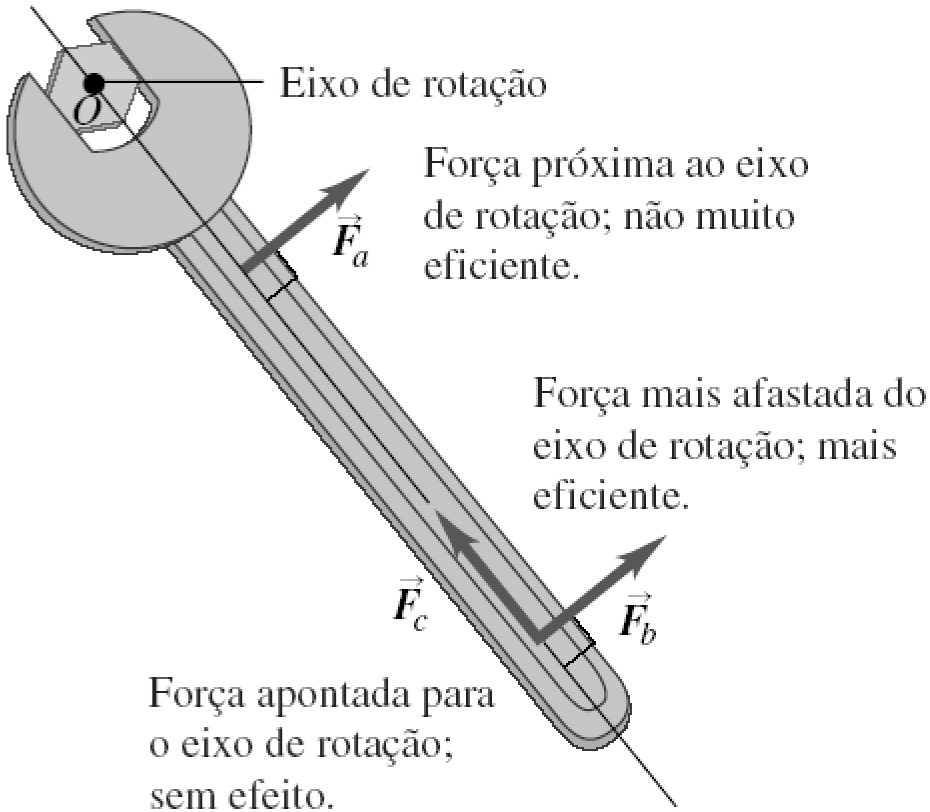


Figura 10.1 Qual das três forças indicadas é mais eficiente para afrouxar a porca presa firmemente?

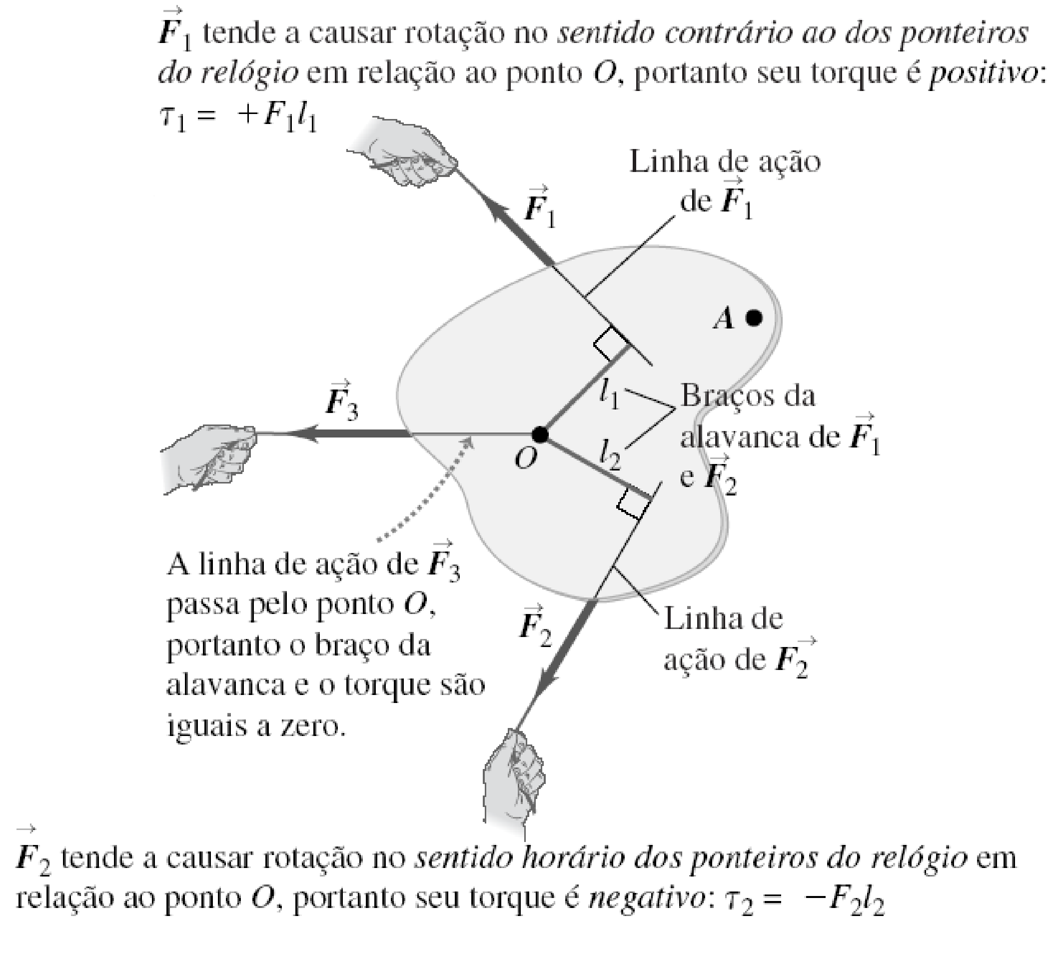


Figura 10.2 O torque de uma força em relação a um ponto é o produto do módulo da força pelo braço da alavanca.

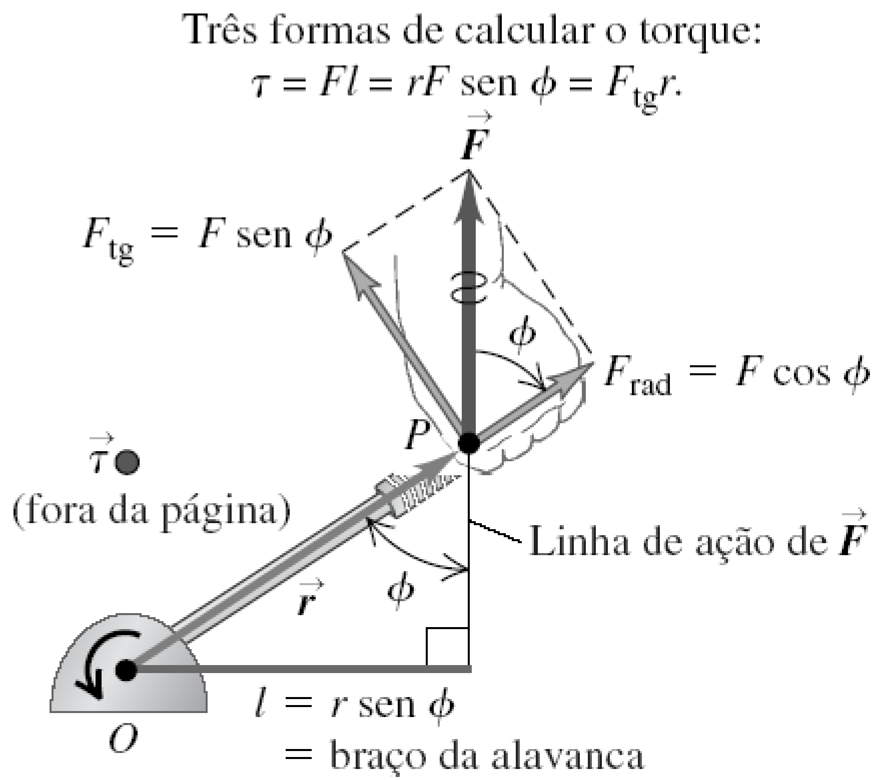


Figura 10.3 Três formas de calcular o torque da força $\vec{F}$ em torno do ponto O. Nesta Figura, $\vec{r}$ e $\vec{F}$ estão no plano da página e o vetor torque $\vec{\tau}$ aponta para fora da página e em direção a você.

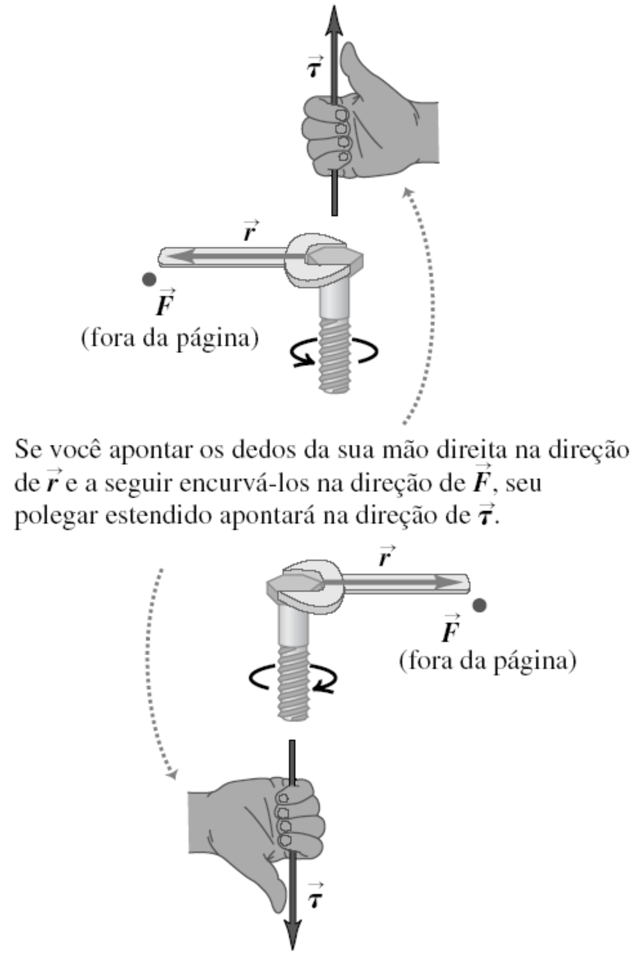


Figura 10.4 O vetor torque $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ aponta na direção ao longo do eixo do parafuso, perpendicular tanto a $\vec{r}$ quanto a $\vec{F}$. Os dedos da mão direita se encurvam na direção da rotação que o torque tende a causar.

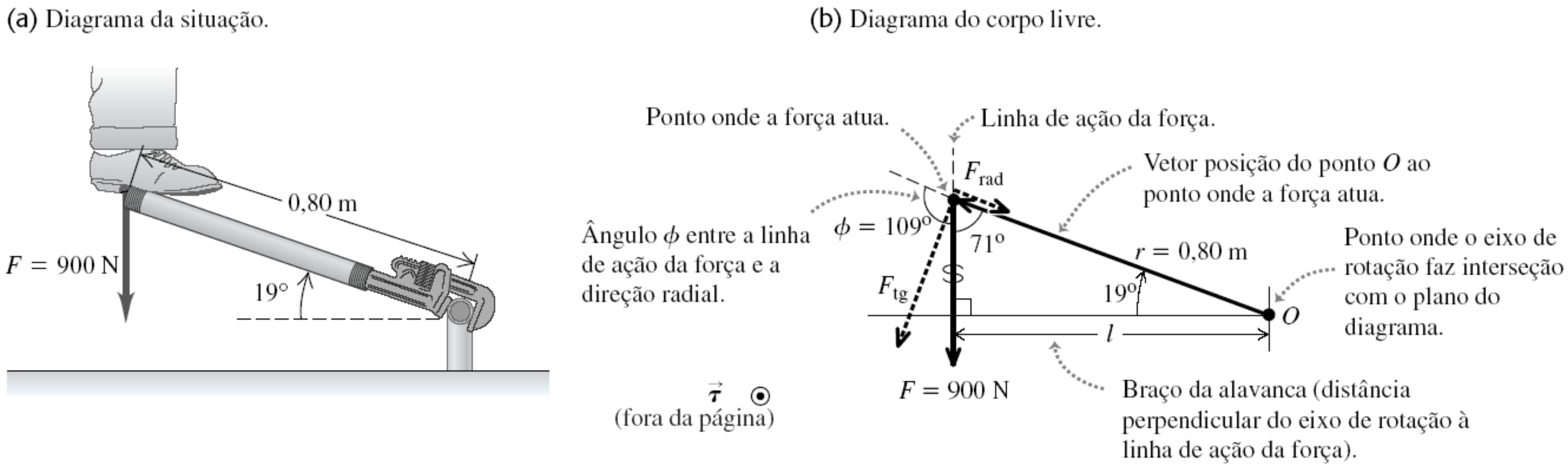
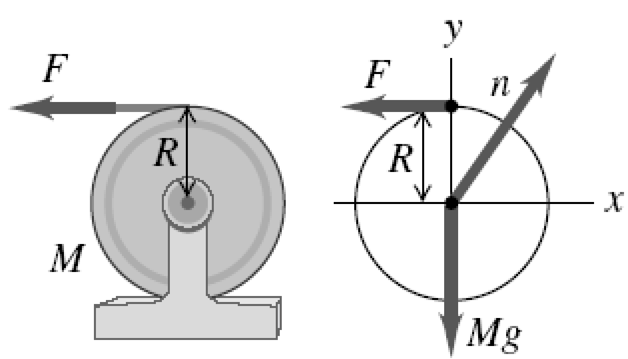


Figura 10.5 (a) Um bombeiro hidráulico tenta afrouxar a conexão de um tubo ficando em pé na extremidade de uma 'alavanca'. (b) Diagrama vetorial para achar o torque em torno de O.

Dinâmica da rotação: o análogo rotacional da segunda lei de Newton diz que o torque resultante que atua sobre um corpo é igual ao produto do momento de inércia do corpo pela sua aceleração angular.

$$\sum \tau_z = I\alpha_z \qquad (10.7)$$



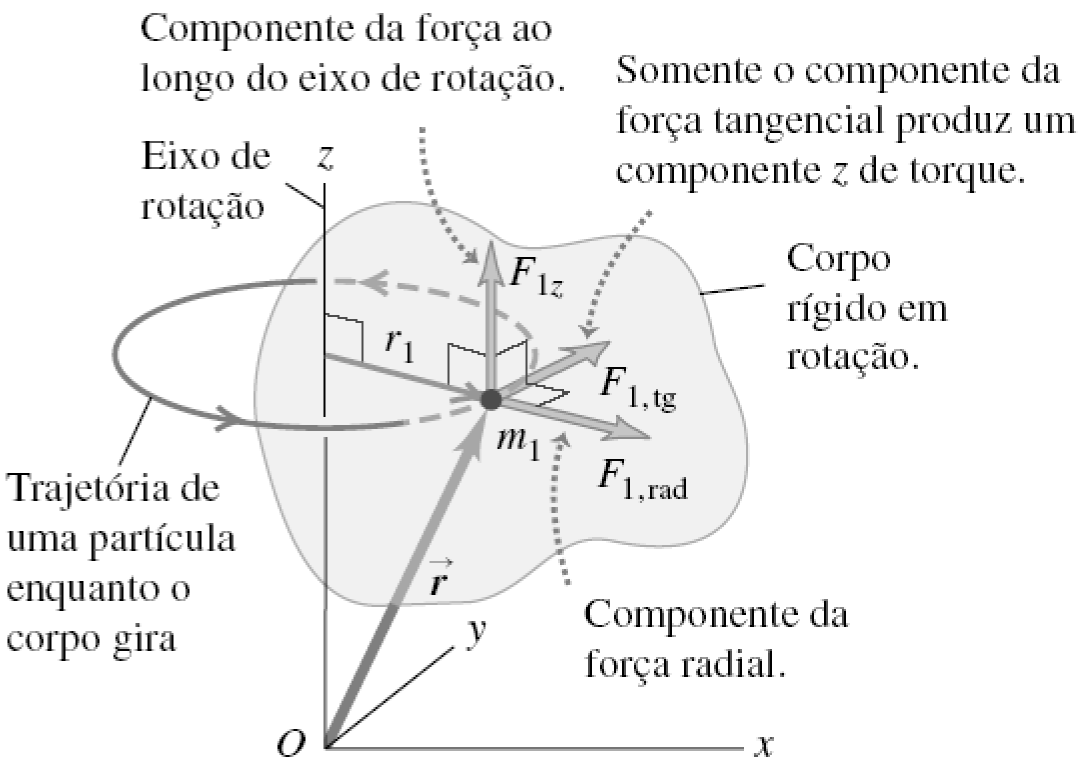


Figura 10.6 Enquanto um corpo rígido gira em torno do eixo z, uma força resultante $\vec{F}_1$ atua sobre uma partícula do corpo. Somente o componente da força $F_{1,tg}$ pode afetar a rotação, porque somente ele exerce um torque em torno de O com um componente z (ao longo do eixo de rotação).

Figura 10.7 Para afrouxar ou apertar um parafuso é necessário fornecer a ele uma aceleração angular e, portanto, aplicar um torque. Essa tarefa é facilitada usando-se uma chave de fenda com um punho com raio grande, para que o braço da alavanca da força que você aplica com a sua mão seja maior.

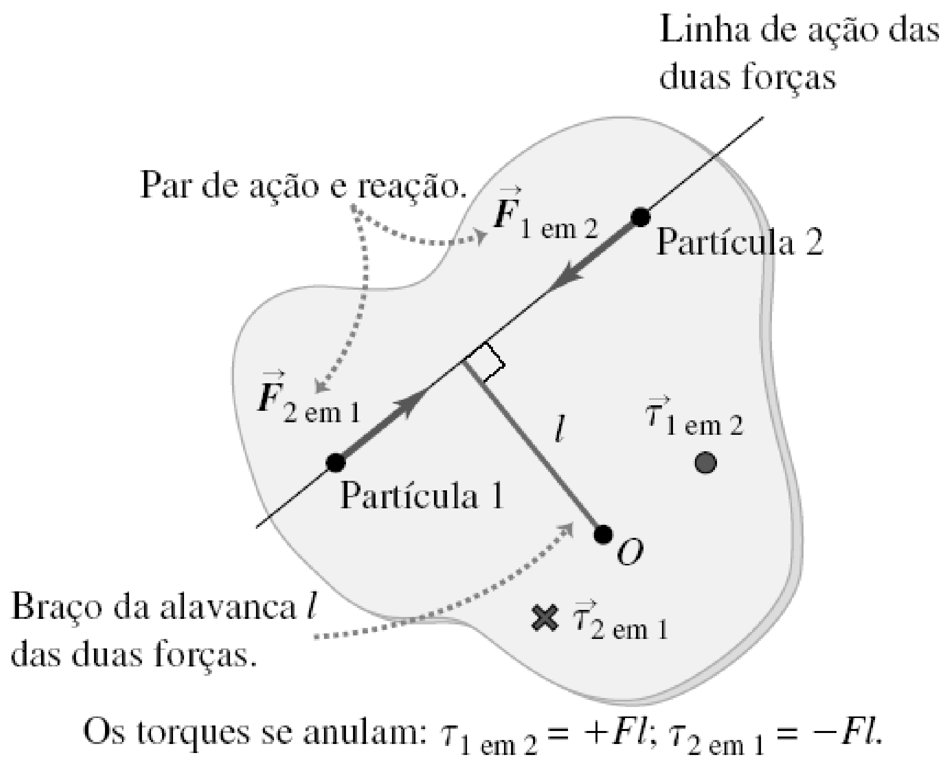


Figura 10.8 A partícula 1 e a partícula 2 de um corpo rígido exercem entre si forças iguais e contrárias. Se essas forças atuam ao longo da linha que une as duas partículas, os braços das alavancas são iguais e os torques dessas forças são iguais e contrários. Somente torques de forças *externas* alteram o movimento de rotação de um corpo rígido.

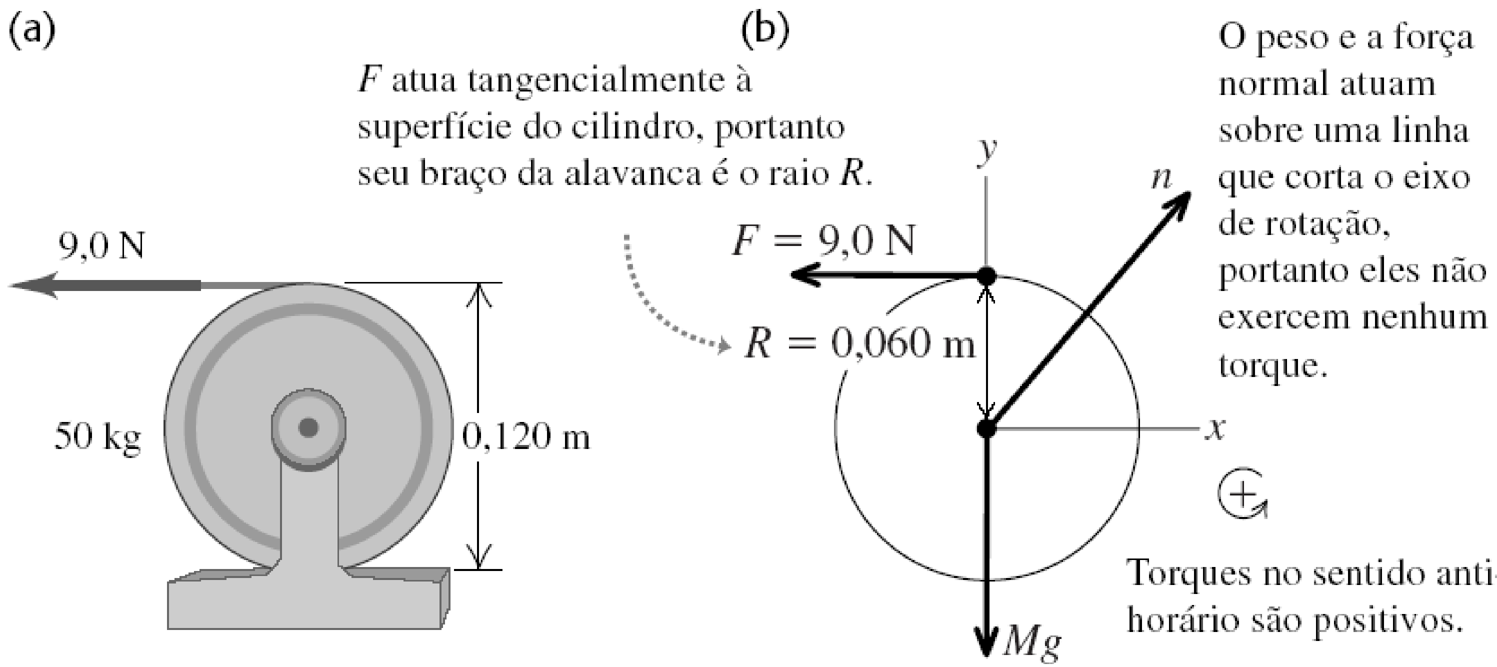


Figura 10.9 (a) Cilindro e cabo. (b) Diagrama do corpo livre do cilindro.

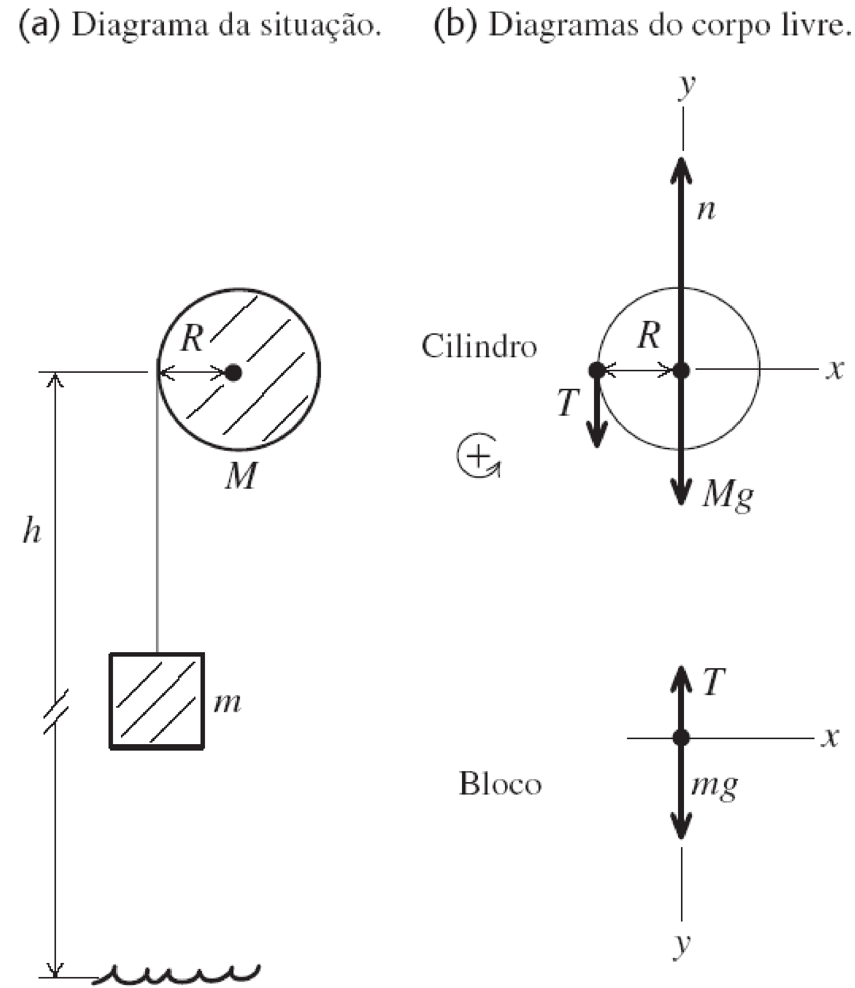


Figura 10.10 (a) Diagrama da situação. (b) Diagramas do corpo livre para o cilindro e para o bloco. O cabo possui massa desprezível.

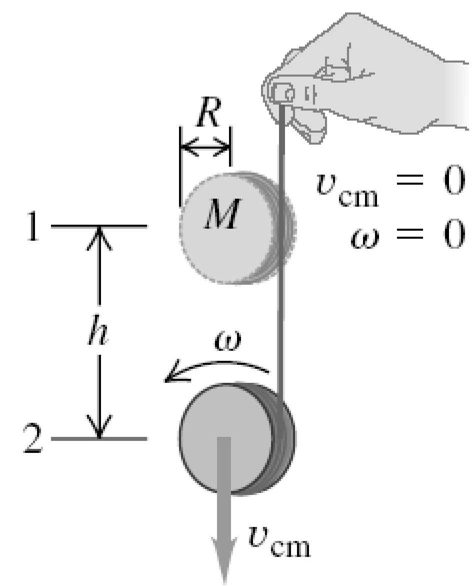
Movimento combinado de translação e rotação: quando um corpo rígido possui simultaneamente movimento de rotação e movimento de translação, a energia cinética pode ser expressa como a soma da energia cinética da translação do centro de massa e da energia cinética da rotação em torno de um eixo passando pelo centro de massa. Em termos da dinâmica, a segunda lei de Newton descreve o movimento do centro de massa, e o equivalente rotacional da segunda lei de Newton descreve a rotação em torno do centro de massa. No caso do rolamento sem deslizamento, há uma relação especial entre o movimento do centro de massa e o movimento de rotação.

$$K = \frac{1}{2}Mv_{\mathrm{cm}}{}^2 + \frac{1}{2}I_{\mathrm{cm}}\omega^2$$

$$\sum \vec{F}_{\mathrm{ext}} = M\vec{a}_{\mathrm{cm}}$$

$$\sum \tau_z = I_{\mathrm{cm}}\alpha_z$$

$$v_{\mathrm{cm}} = R\omega$$



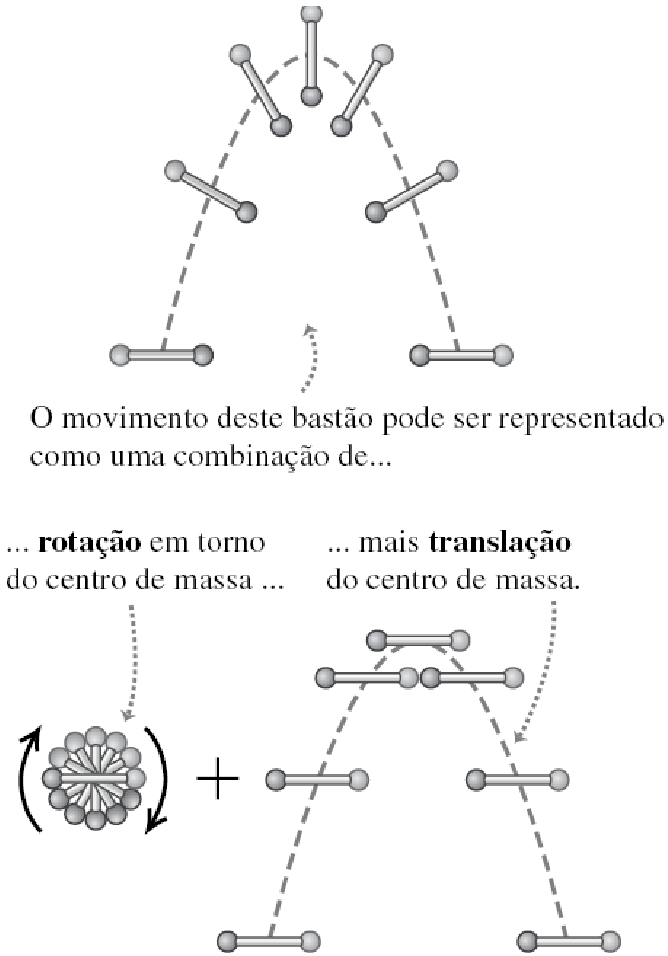


Figura 10.11 O movimento de um corpo rígido é a combinação do movimento translacional do centro de massa e de rotação em torno do centro de massa.

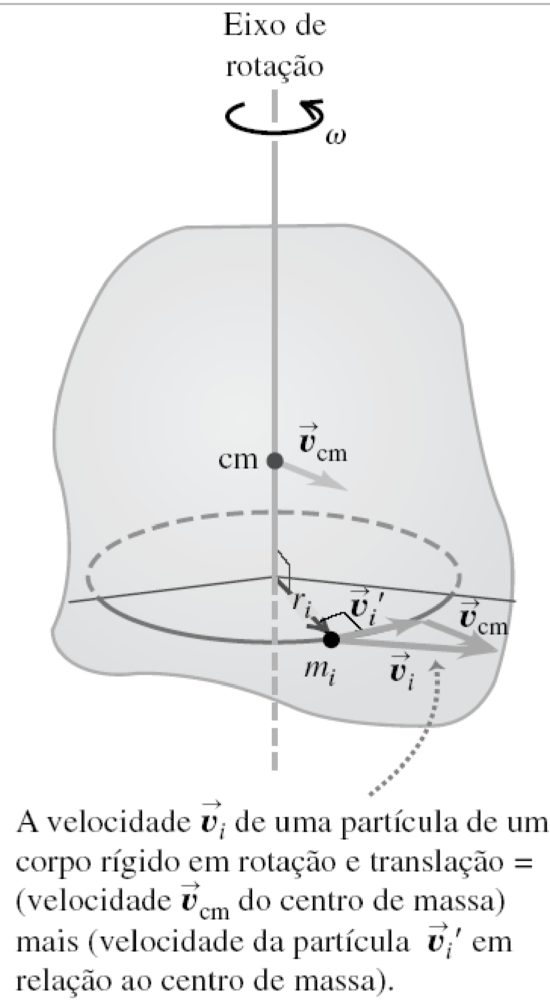


Figura 10.12 Um corpo rígido com movimento combinado de translação e rotação.

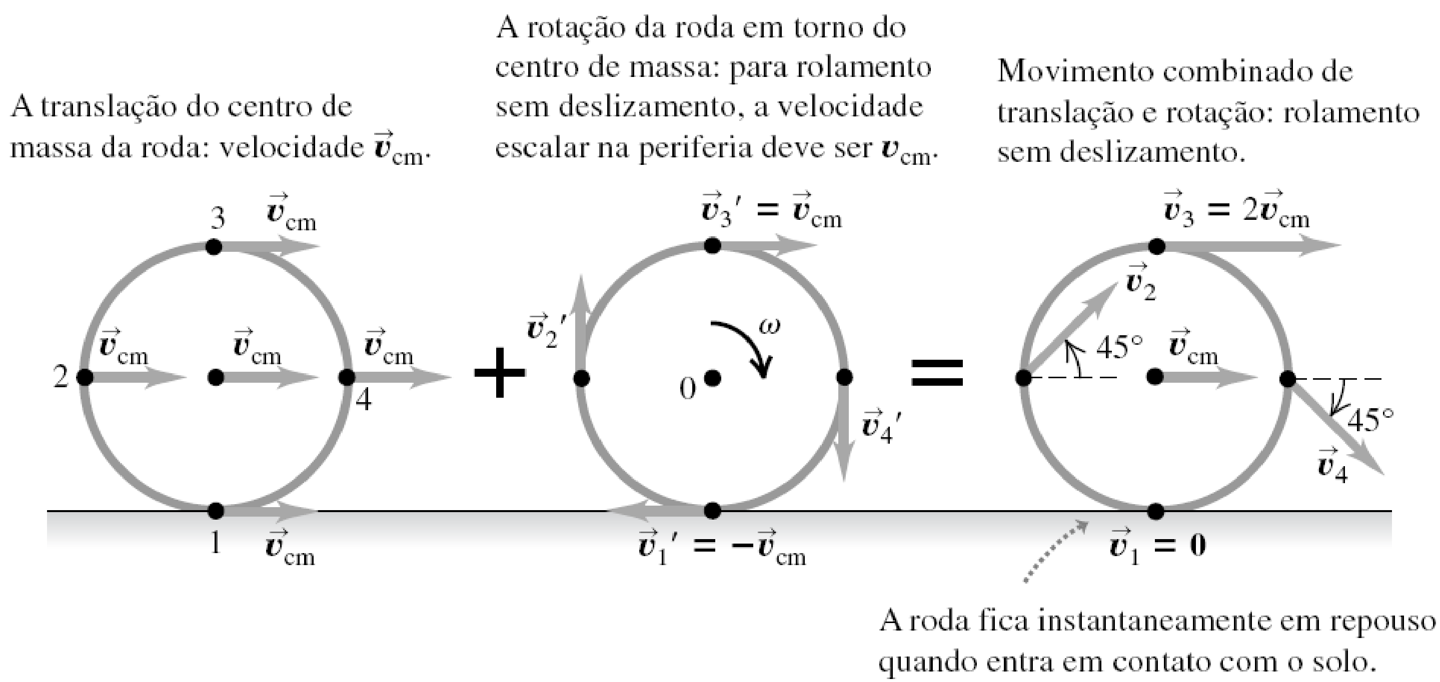


Figura 10.13 O movimento de uma roda que gira é a soma do movimento de translação do centro de massa mais o movimento de rotação da roda em torno do centro de massa.

Figura 10.14 A fumaça provocada pelos pneus traseiros deste carro de corrida indica que os pneus estão deslizando sobre o piso, de modo que v_{cm} não é igual a $R\omega$.

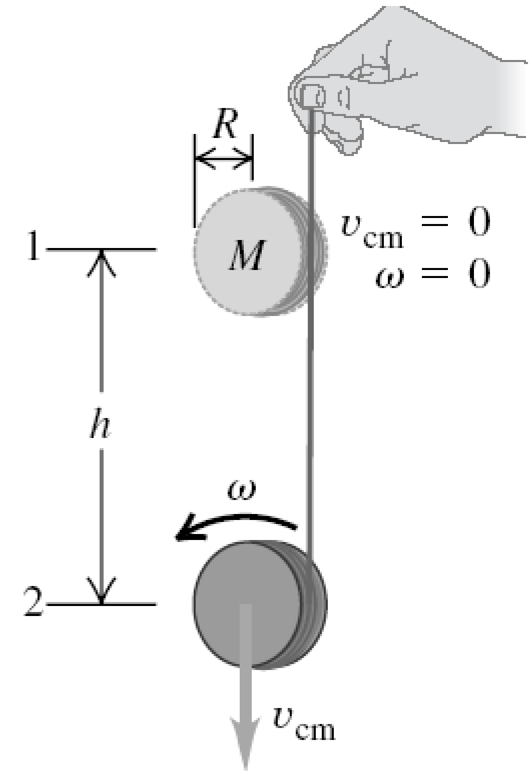


Figura 10.15 Cálculo da velocidade de um ioiô primitivo.

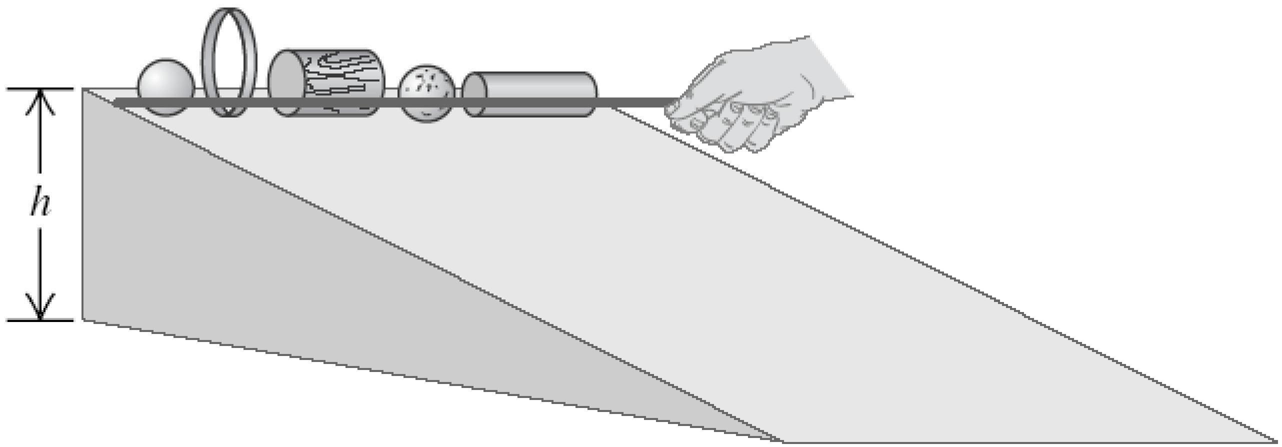


Figura 10.16 Qual é o corpo que rola mais rapidamente para baixo do plano inclinado, e por quê?

Figura 10.17 O eixo da roda de uma bicicleta passa pelo centro de massa da roda e é um eixo de simetria. Portanto, a rotação da roda é descrita pela Equação (10.13), desde que a bicicleta não tombe lateralmente (o que faria alterar a orientação do eixo).

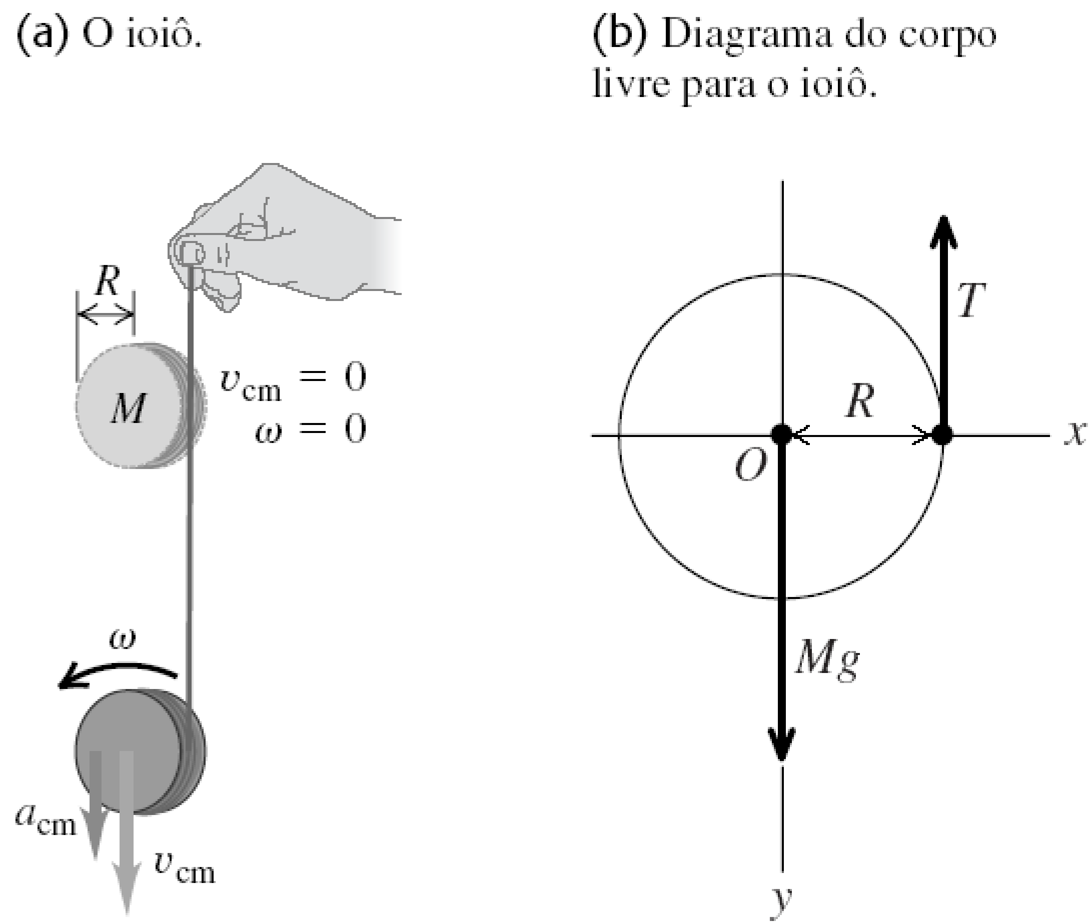


Figura 10.18 Dinâmica de um ioiô primitivo (veja a Figura 10.15).

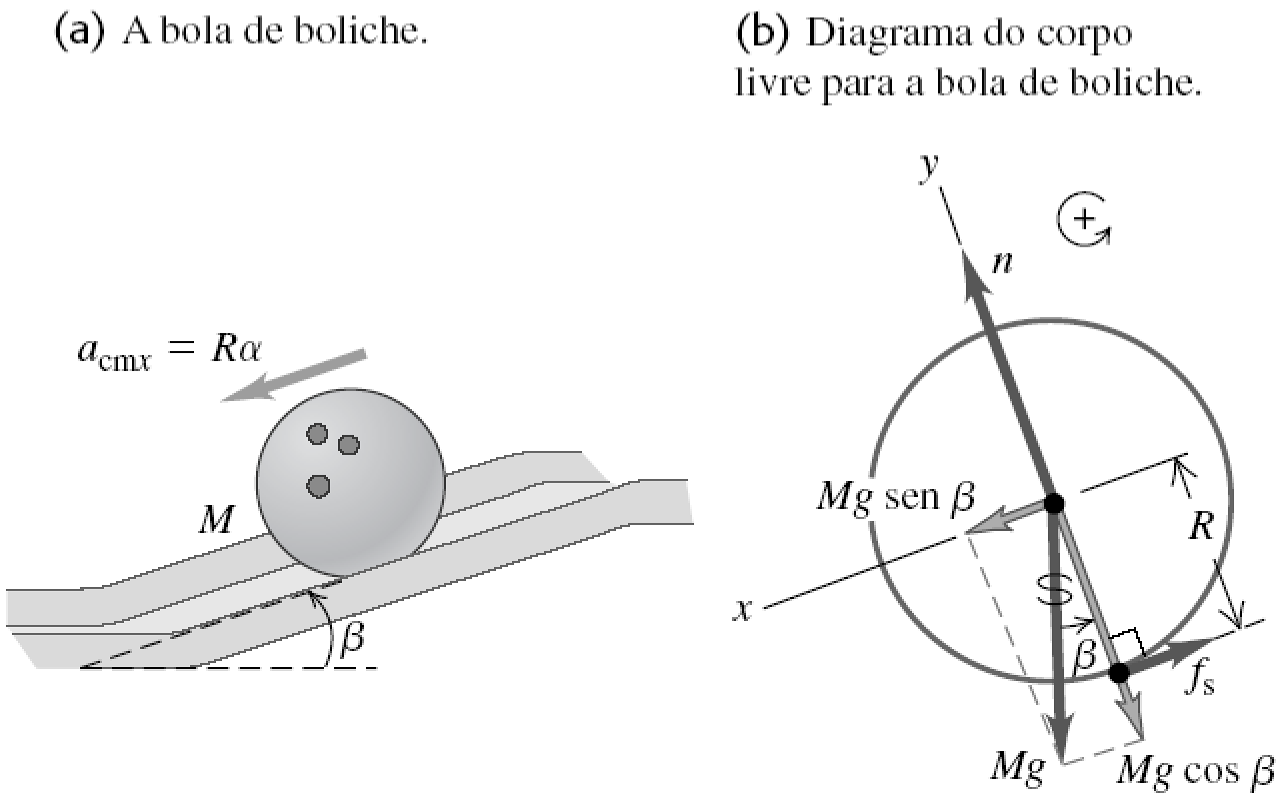


Figura 10.19 Uma bola de boliche rolando para baixo de uma rampa.

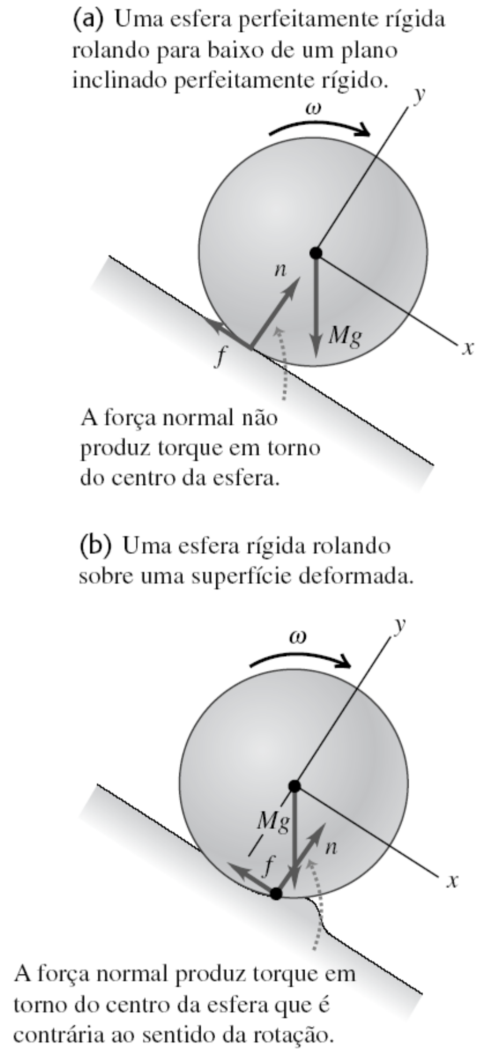


Figura 10.20 Rolando para baixo (a) de uma superfície perfeitamente rígida e (b) de uma superfície deformada. A deformação no item (b) é exagerada.

Trabalho realizado por um torque: um torque que atua sobre um corpo rígido enquanto o corpo gira realiza trabalho sobre esse corpo. O trabalho pode ser expresso como uma integral do torque. Segundo o teorema do trabalho-energia, o trabalho rotacional total realizado sobre um corpo rígido é igual à variação da energia cinética na rotação. A potência, ou a taxa em que o torque realiza trabalho, é o produto do torque pela velocidade angular.

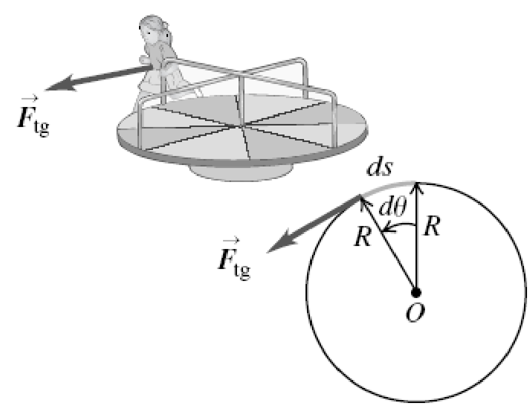
$$W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tau_z \, d\theta$$

$$W = \tau_z(\theta_2 - \theta_1) = \tau_z \Delta\theta$$

(somente torque constante)

$$W_{\text{tot}} = \frac{1}{2}I\omega_2^2 - \frac{1}{2}I\omega_1^2$$

$$P = \tau_z \omega_z$$



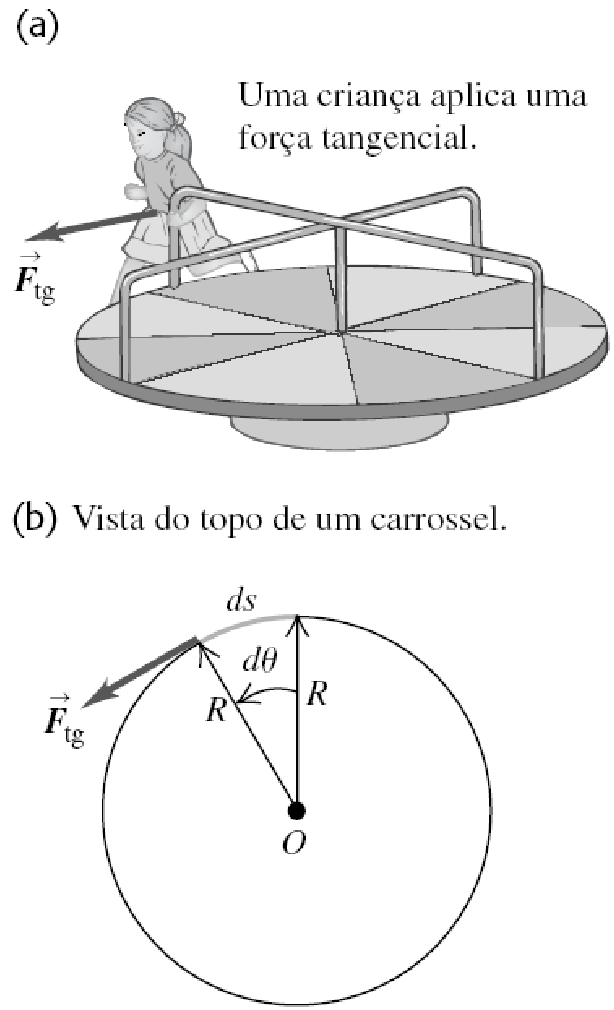


Figura 10.21 Uma força tangencial atuando sobre um corpo que gira produz trabalho.

Figura 10.22 A energia cinética de rotação de uma turbina eólica é igual ao trabalho total realizado para colocá-la em rotação.

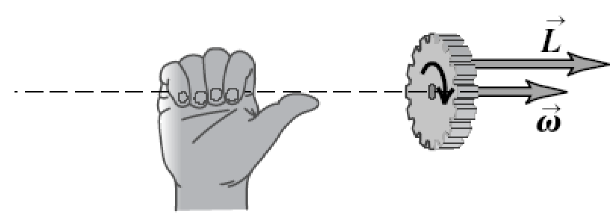
Momento angular: o momento angular de uma partícula em relação a um ponto O é o produto vetorial do vetor posição $\vec{r}$ da partícula em relação a O pelo seu momento linear $\vec{p} = m\vec{v}$. Quando um corpo simétrico gira em torno de um eixo de simetria fixo, seu momento angular é dado pelo produto do seu momento de inércia pelo seu vetor velocidade angular $\vec{\omega}$. Quando um corpo não é simétrico ou o eixo de rotação (z) não é um eixo de simetria, a componente do momento angular em torno do eixo de rotação é igual a $I\omega_z$.

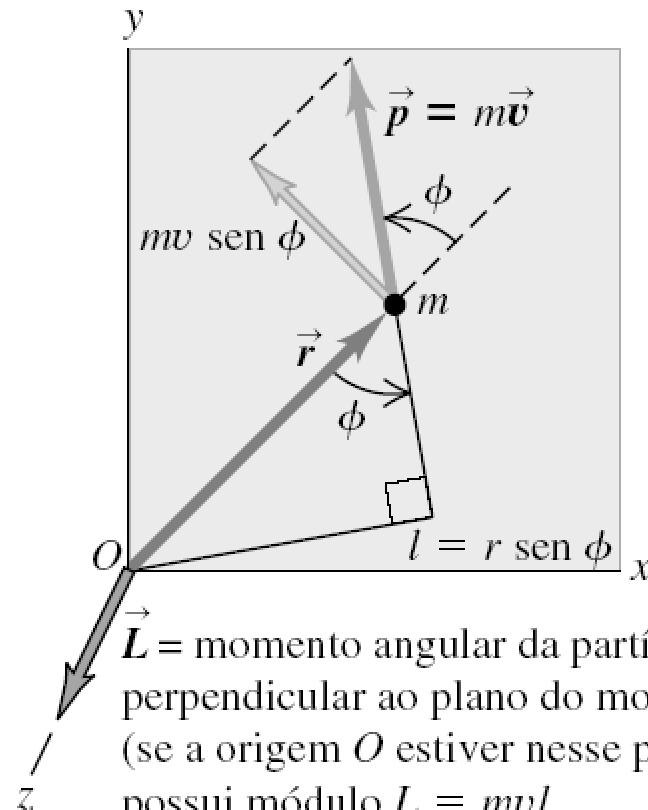
$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v} \qquad (10.24)$$

(partícula)

$$\vec{L} = I\vec{\omega} \qquad (10.28)$$

(corpo rígido girando em torno do eixo de simetria)





$\vec{L}$ = momento angular da partícula. $\vec{L}$ é perpendicular ao plano do movimento (se a origem O estiver nesse plano) e possui módulo $L = mvl$.

Figura 10.23 Cálculo do momento angular $\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v} = \vec{r} \times \vec{p}$ de uma partícula com massa m se movendo no plano xy.

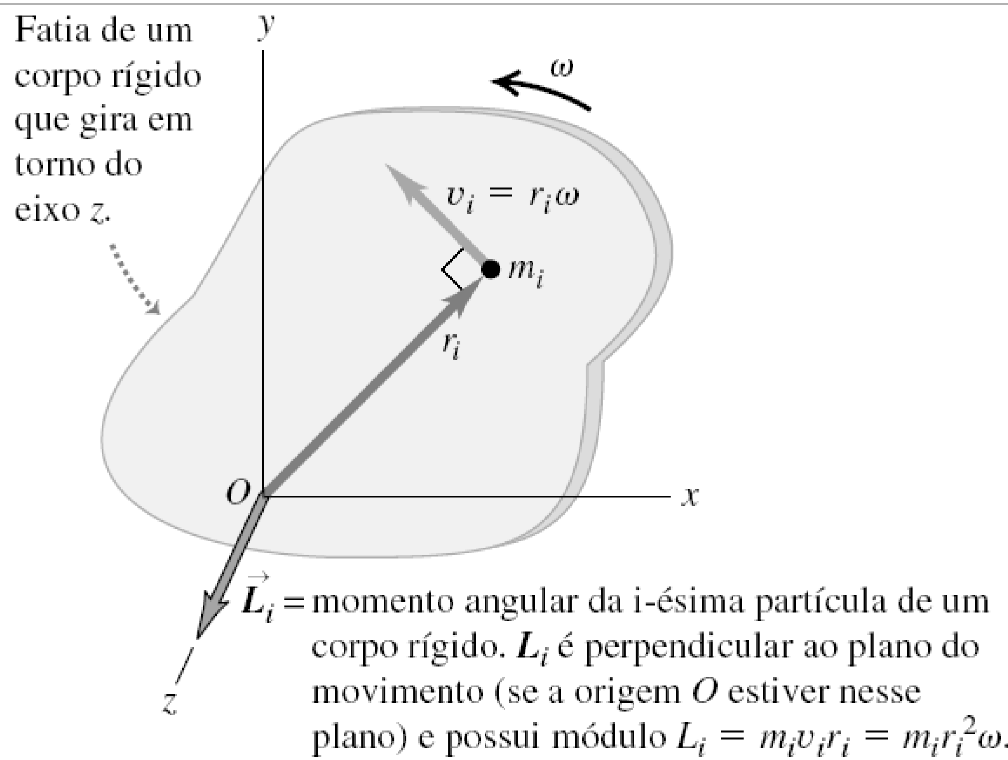


Figura 10.24 Cálculo do momento angular de uma partícula de massa m_1 em um corpo rígido girando a uma velocidade escalar angular ω. (Compare com a Figura 10.23.)

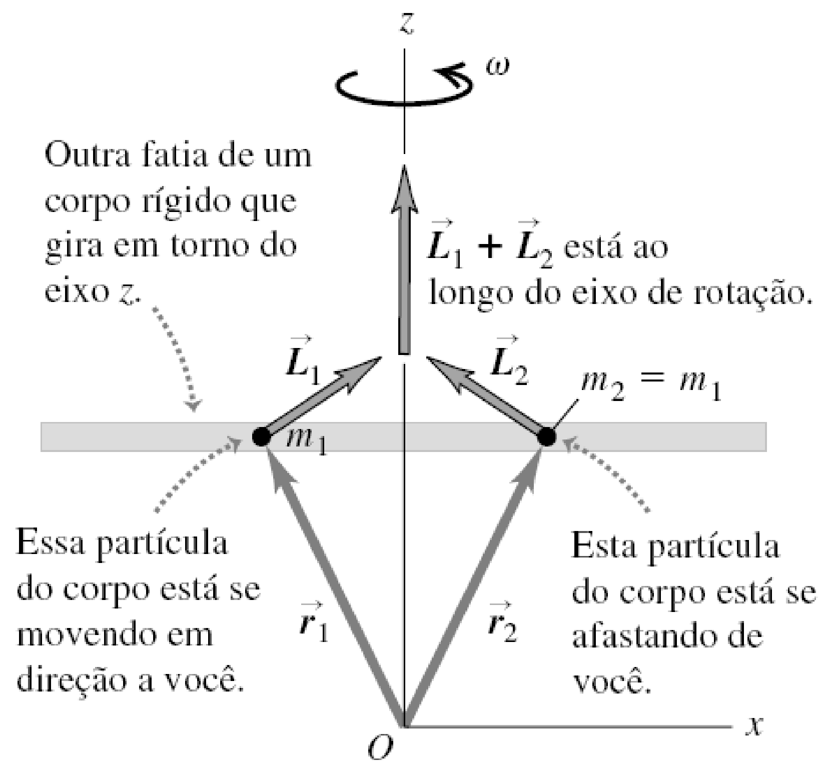


Figura 10.25 Duas partículas de mesma massa localizadas simetricamente de cada lado do eixo de rotação de um corpo rígido. Os momentos angulares $\vec{L}_1$ e $\vec{L}_2$ das partículas individuais não estão sobre o eixo de rotação, porém, a soma vetorial $\vec{L}_1 + \vec{L}_2$ permanece ao longo desse eixo.

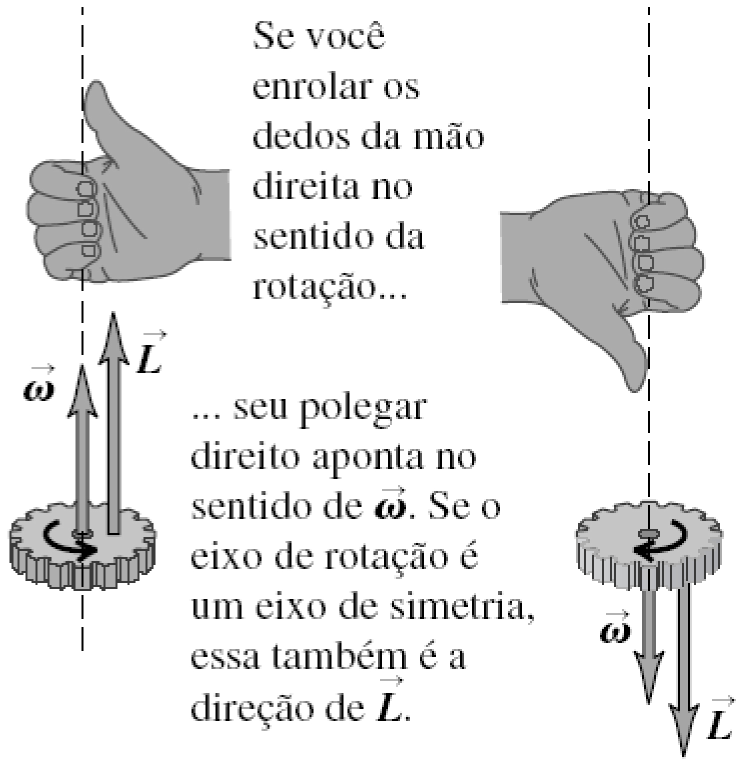


Figura 10.26 Para a rotação em torno de um eixo de simetria, $\vec{\omega}$ e $\vec{L}$ são vetores paralelos e estão sobre o eixo de simetria. As respectivas direções e sentidos são obtidos pela mesma regra da mão direita (compare com a Figura 9.5).

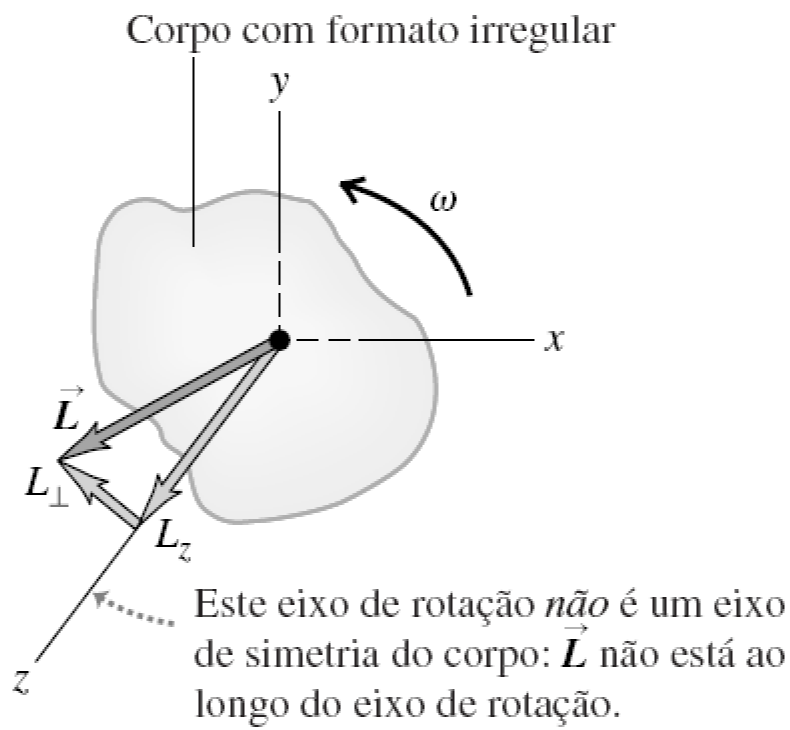
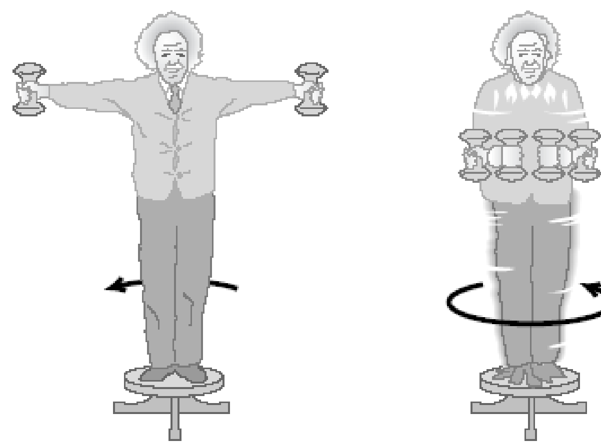


Figura 10.27 Quando o eixo de rotação de um corpo rígido não é um eixo de simetria, o vetor momento angular $\vec{L}$ não se encontra em geral ao longo do eixo de rotação. Mesmo quando $\vec{\omega}$ é constante, a direção de $\vec{L}$ pode variar, e torna-se necessário um torque externo para manter a rotação.

Relação entre a dinâmica do movimento de rotação e o momento angular: o torque resultante externo que atua sobre um sistema é igual à taxa de variação do seu momento angular. Quando o torque resultante externo que atua sobre um sistema é igual a zero, o momento angular total do sistema é constante (se conserva).

$$\sum \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} \qquad (10.29)$$



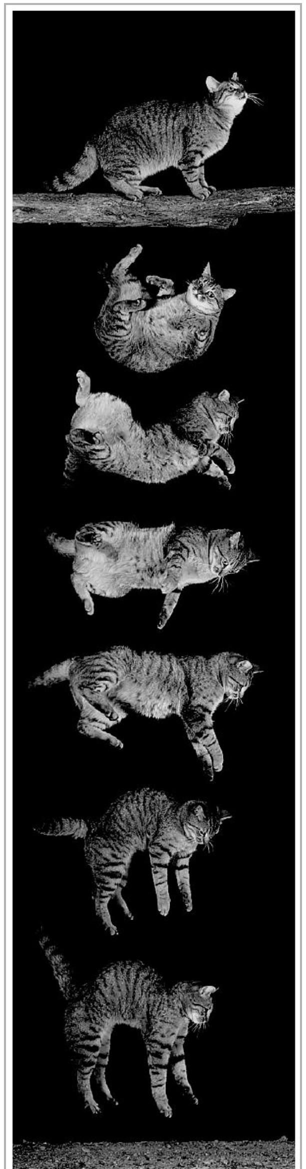


Figura 10.28 Um gato em queda produz torção em diversas partes de seu corpo e em diferentes direções, de modo que ele cai em pé. Em todas as etapas durante a queda o momento angular do gato como um todo permanece constante.

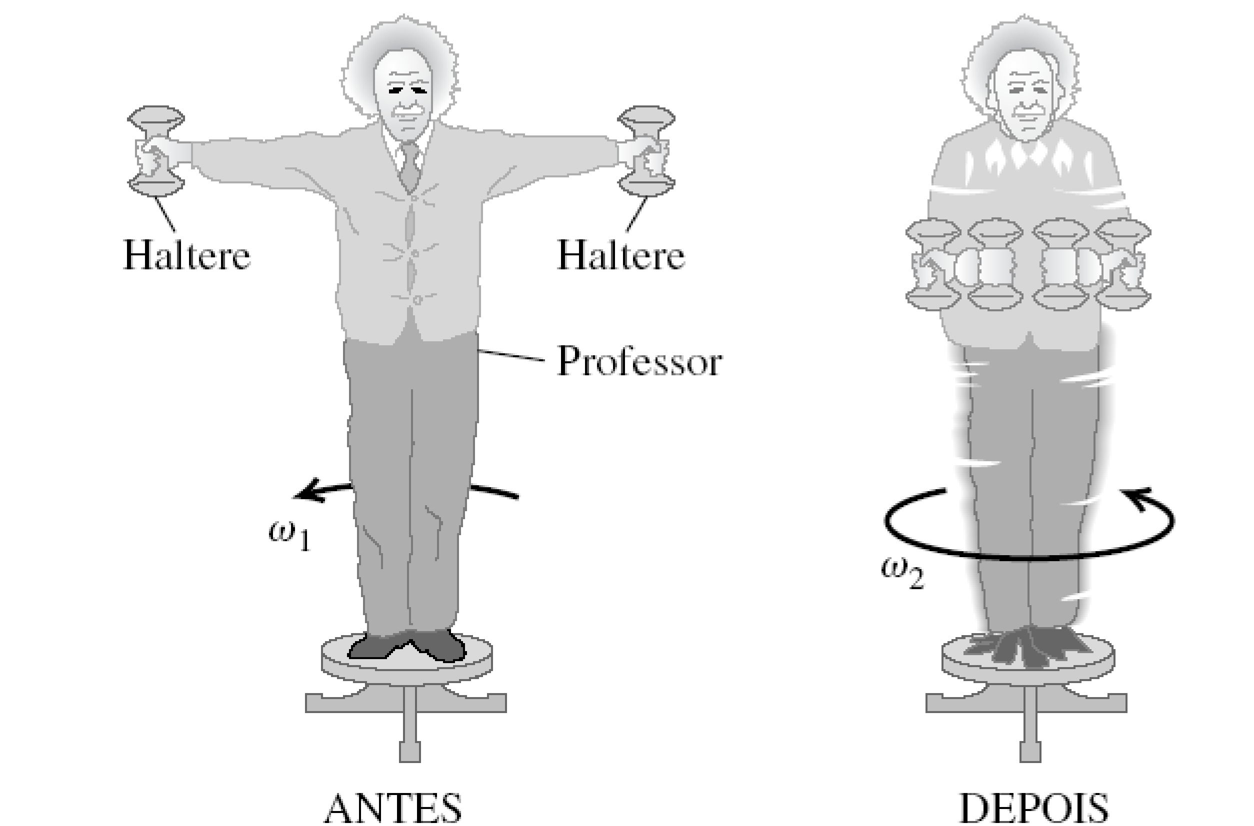


Figura 10.29 Divertimento com a conservação do momento angular.

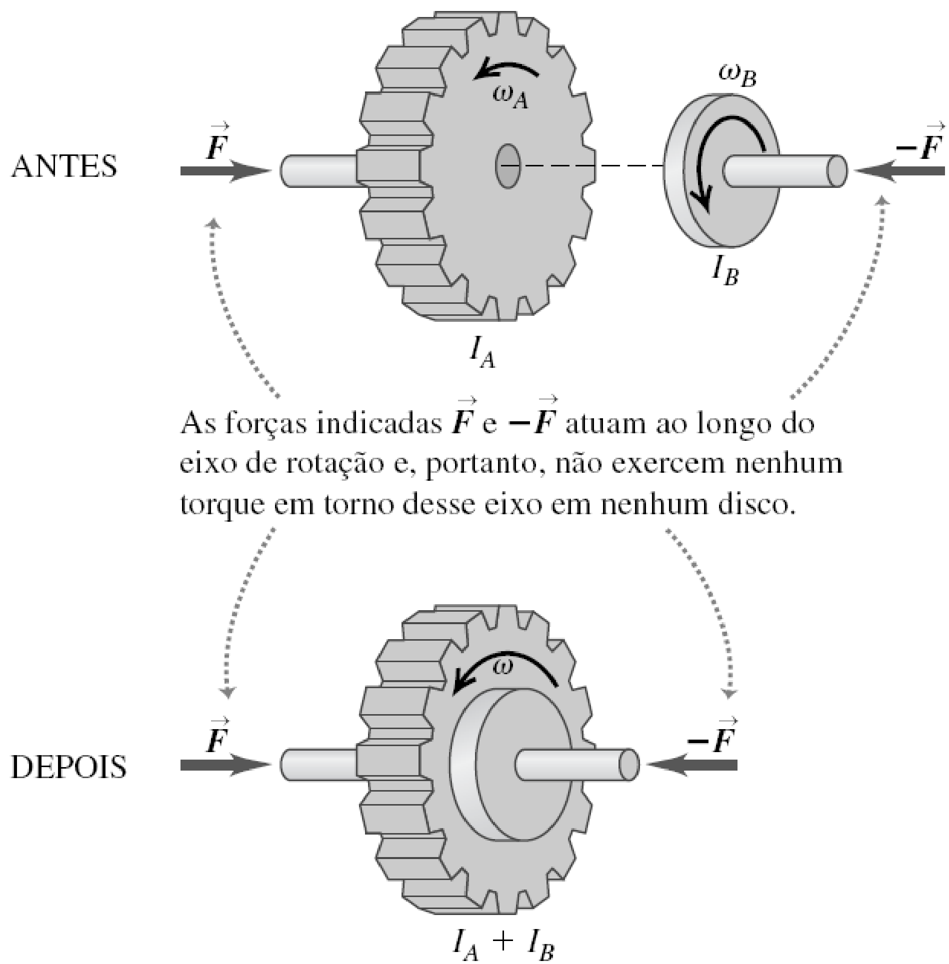


FIGURA 10.30 Quando o torque externo total é igual a zero, o momento angular se conserva.

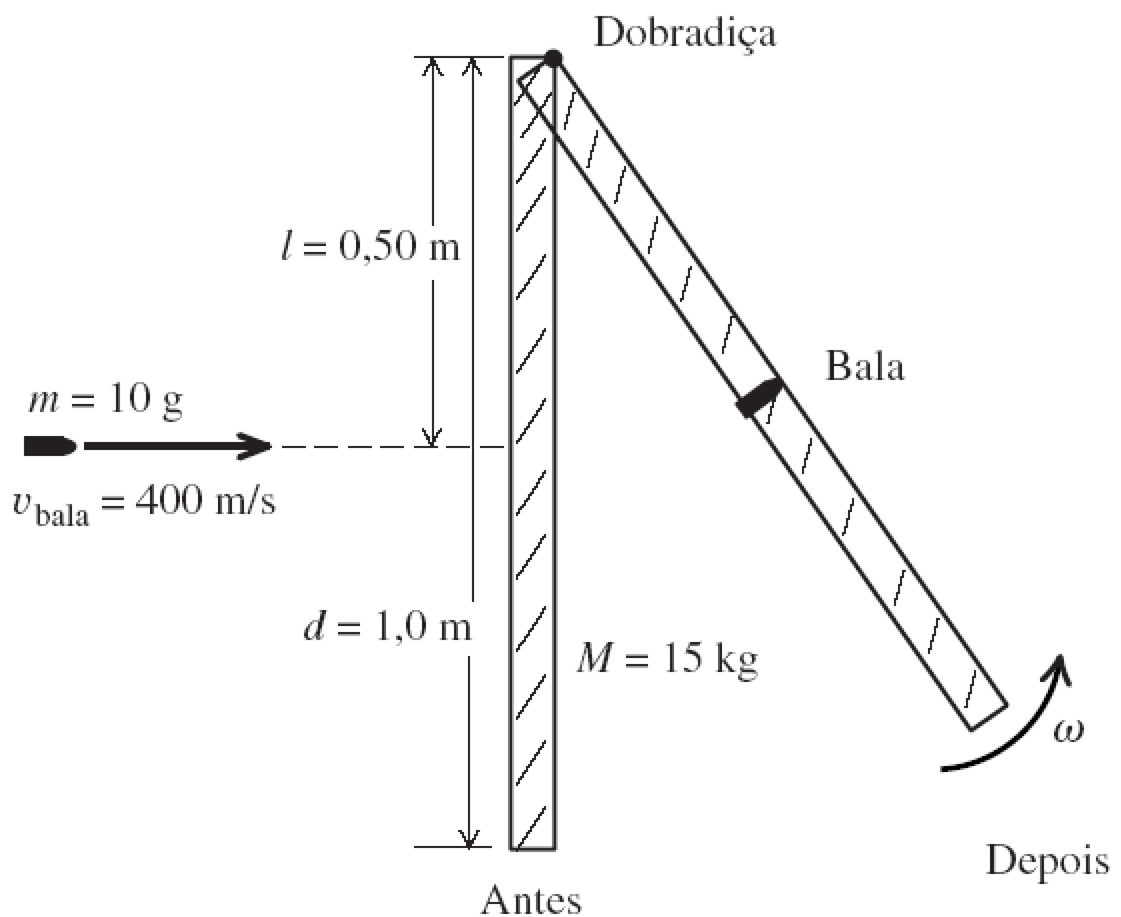


Figura 10.31 Esquematização do problema.