

Mecânica Clássica 1 (Semestre 1 de 2017): Lista 5

1. Mostre que os parênteses de Poisson  $[q_i, q_j] = [p_i, p_j] = 0$  e  $[q_i, p_j] = \delta_{ij}$ .
2. Demostre as seguintes propriedades dos parênteses de Poisson:
  - a)  $[F, F] = 0$ .
  - b)  $[F, C] = 0$ ,  $C$  sendo uma constante.
  - c)  $[CF, G] = C[F, G]$ .
  - d)  $[F_1 + F_2, G] = [F_1, G] + [F_2, G]$ .
  - e)  $[F, G_1 G_2] = G_1[F, G_2] + [F, G_1]G_2$ .
  - f)  $\frac{\partial}{\partial t}[F, G] = [\partial F/\partial t, G] + [F, \partial G/\partial t]$ .
  - g)  $[F, [G, K]] + [G, [K, F]] + [K, [F, G]] = 0$ .
3. Sendo  $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ , mostre que  $[J_y, J_z] = J_x$ ,  $[J_z, J_x] = J_y$  e  $[J_x, J_y] = J_z$ .
4. Usando os parênteses de Poisson, mostre que a transformação  $q = \sqrt{2P} \operatorname{sen} Q$ ,  $p = \sqrt{2P} \operatorname{cos} Q$  é canônica.
5. Mostre que os parênteses de Poisson de duas constantes do movimento é uma constante do movimento.
6. **Teorema de Liouville** Mostre que o volume ocupado por um certo número de pontos do espaço de fase não muda com o tempo.