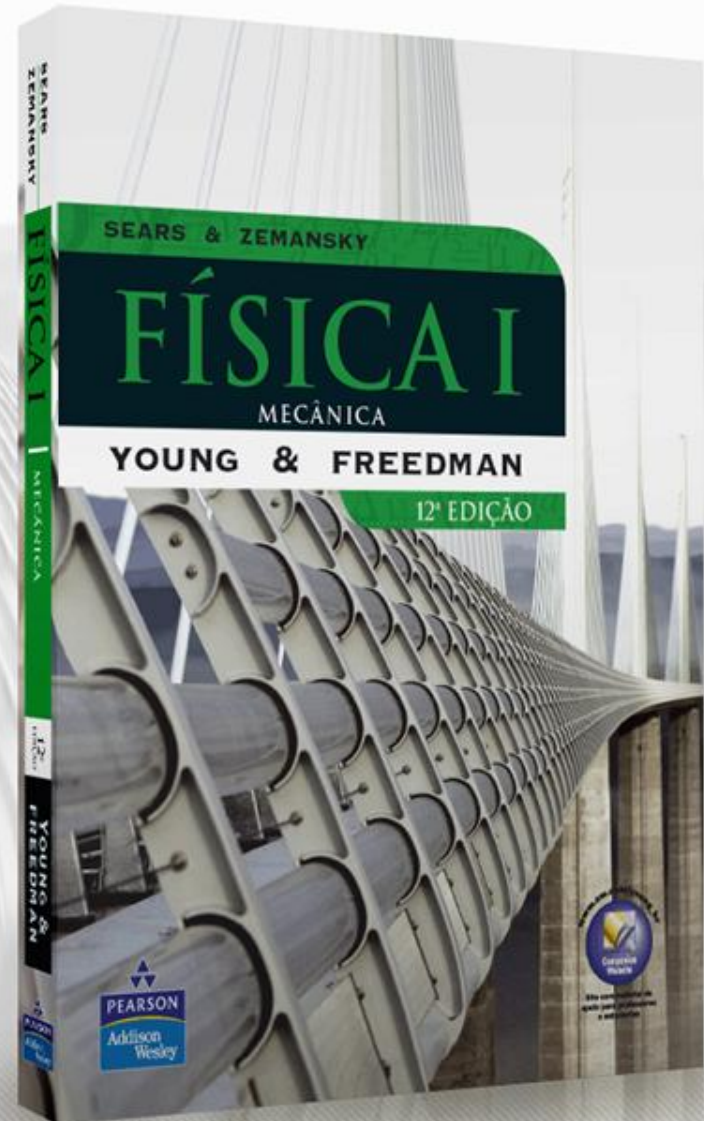


Capítulo 1

Unidades, Grandezas Físicas e Vetoriais



Grandezas físicas e unidades: as grandezas físicas fundamentais da mecânica são massa, comprimento e tempo. As unidades SI correspondentes são quilograma, metro e segundo. As unidades derivadas para outras grandezas físicas são produtos ou quocientes dessas unidades básicas. As equações devem ser dimensionalmente coerentes; dois termos só podem ser somados quando possuírem as mesmas unidades.

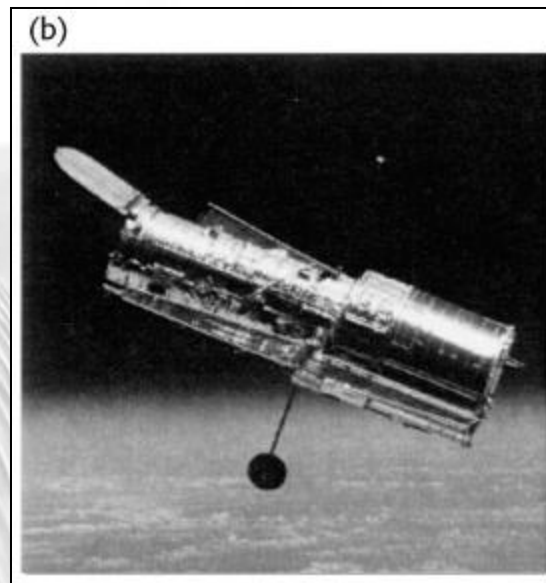
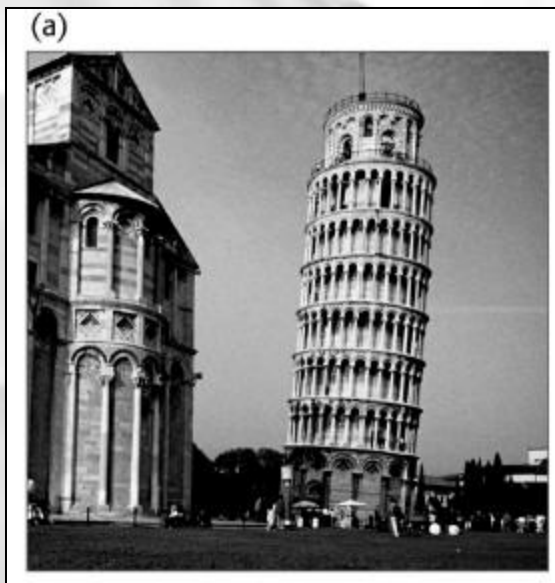


Figura 1.1 Dois ambientes de pesquisa. (a) Segundo a lenda, Galileu investigava a queda livre de corpos, deixando-os cair da Torre de Pisa, na Itália. Também se diz que ele estudou o movimento pendular observando as oscilações de um candelabro na catedral atrás da torre. (b) O Telescópio Espacial Hubble é o primeiro grande telescópio a ser operado fora da atmosfera terrestre. Medidas tomadas por meio desse telescópio têm contribuído para determinar a idade e a taxa de expansão do universo.

(a) Arremesso real de uma bola de beisebol

A bola gira e apresenta um movimento complexo.

A resistência do ar e
do vento exerce
forças sobre a bola.

A força gravitacional sobre a
bola depende da altitude.



(b) Modelo idealizado da bola de beisebol

A bola é tratada como um objeto puntiforme (partícula).

Sem resistência
do ar.

Força gravitacional
sobre a bola é constante.

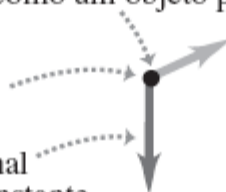


Figura 1.2 Para simplificar a análise de (a) uma bola de beisebol arremessada ao ar, usamos (b) um modelo idealizado.

O metro foi originalmente definido como $1/10.000.000$ dessa distância.

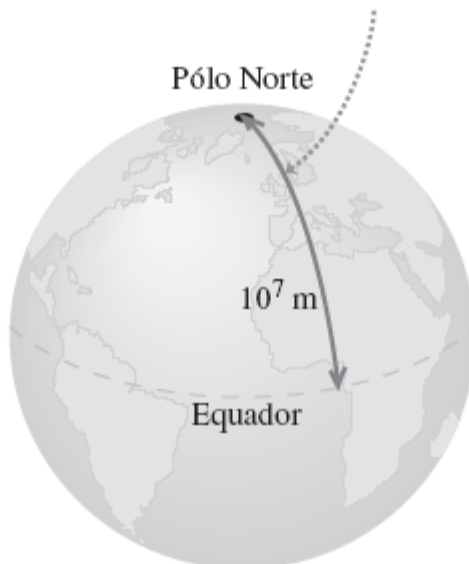
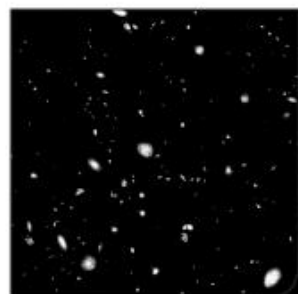


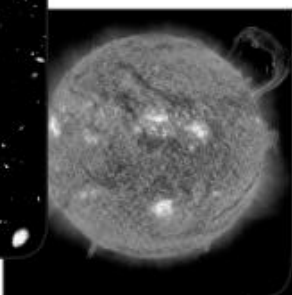
Figura 1.3 Em 1791, a distância entre o Pólo Norte e o Equador era considerada exatamente igual a 10^7 m . Usando a definição moderna de metro, esta distância é cerca de 0,02% maior do que 10^7 m .



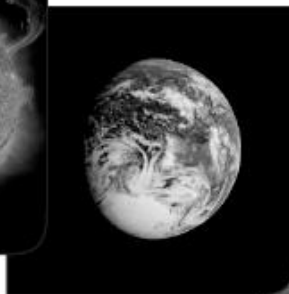
Figura 1.4 O objeto de metal cuidadosamente confinado nesses recipientes aninhados de vidro é o padrão internacional do quilograma.



(a) 10^{26} m
Limite do universo observável



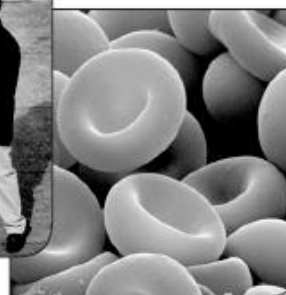
(b) 10^{11} m
Distância até o Sol



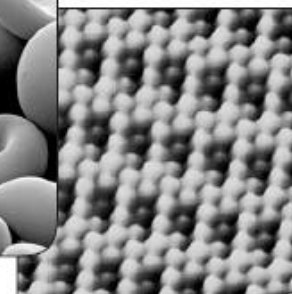
(c) 10^7 m
Diâmetro da Terra



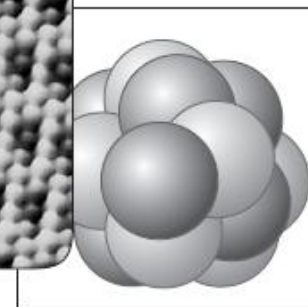
(d) 1 m
Dimensão humana



(e) 10^{-5} m
Diâmetro de um glóbulo vermelho



(f) 10^{-10} m
Raio de um átomo



(g) 10^{-14} m
Raio de um núcleo atômico

Figura 1.5 Alguns comprimentos típicos no universo. (a) A distância até as galáxias mais remotas que podemos enxergar é de cerca de 10^{26} m ou 10^{23} km. (b) O Sol está a $1,50 \times 10^{11}$ m ou $1,50 \times 10^8$ km da Terra. (c) O diâmetro da Terra é $1,28 \times 10^7$ m ou 12.800 km. (d) Um ser humano típico mede 1,70 m ou 170 cm de altura. (e) Os glóbulos vermelhos humanos possuem aproximadamente 8×10^{-6} m (0,008 mm ou $8 \mu\text{m}$) de diâmetro. (f) Esses átomos de oxigênio, que se vêem dispostos sobre a superfície de um cristal, possuem cerca de 10^{-10} m ou $10^{-4} \mu\text{m}$ de raio. (g) Os núcleos atômicos típicos (representados de forma artística) possuem raios de cerca de 10^{-14} m ou 10^{-5} nm.



Figura 1.6 Muitos itens do nosso cotidiano utilizam tanto as unidades SI quanto as inglesas. Por exemplo, o velocímetro de um automóvel montado nos EUA, que mostra a velocidade tanto em quilômetros por hora (escala interna) quanto em milhas por hora (escala externa).

Algarismos significativos: a acurácia de uma medida pode ser indicada pelo número de algarismos significativos ou pela incerteza estipulada. O resultado da multiplicação ou da divisão em geral não possui número de algarismos significativos maior do que o número de algarismos significativos dos dados fornecidos. Quando dispomos apenas de estimativas grosseiras, normalmente podemos fazer estimativas úteis de ordem de grandeza.

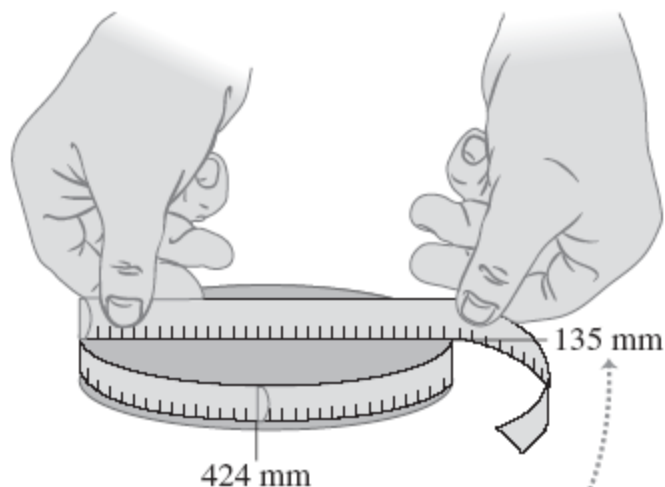
Algarismos significativos destacados

$$\pi = \frac{C}{2r} = \frac{0,424 \text{ m}}{2(0,06750 \text{ m})} = 3,14$$

$$123,62 + 8,9 = 132,5$$



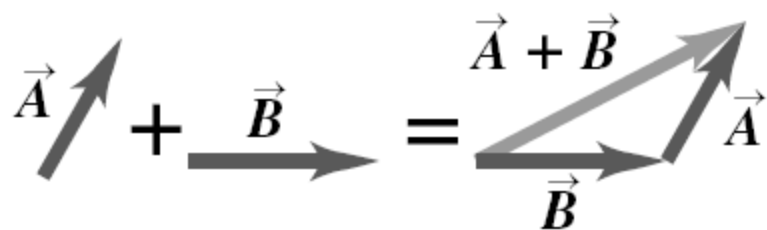
Figura 1.7 Este espetacular desastre foi causado por um erro percentual muito pequeno — ultrapassar em apenas alguns metros a posição final, em uma distância total percorrida de centenas de milhares de metros.



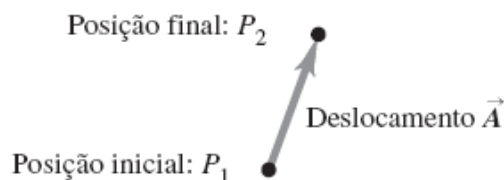
Os valores medidos possuem apenas três algarismos significativos, portanto o cálculo da razão (π) também possui apenas três algarismos significativos.

Figura 1.8 Como determinar o valor de π a partir da circunferência e diâmetro de um círculo.

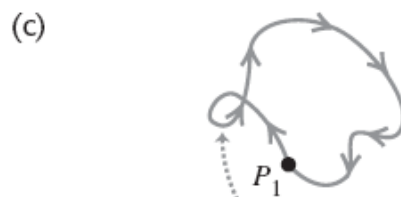
Grandezas escalares, grandezas vetoriais e soma vetorial: as grandezas escalares são números que devem ser combinados, usando-se as regras normais da aritmética. As grandezas vetoriais possuem módulo, direção e sentido e devem ser combinadas usando-se as regras da soma vetorial. O negativo de um vetor possui o mesmo módulo, mas aponta na direção oposta.



(a) Notação manuscrita: $\vec{A}$

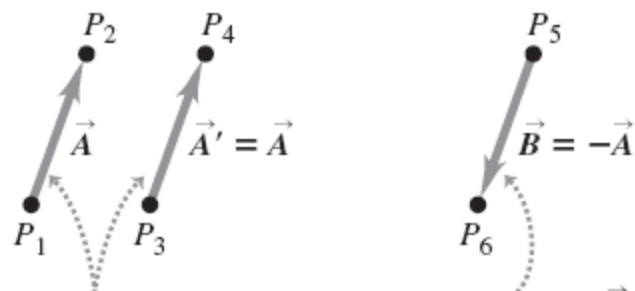


O deslocamento depende somente das posições inicial e final – não da trajetória.



Quando o ponto final da trajetória coincide com o ponto inicial, o deslocamento é igual a zero, seja qual for a distância percorrida.

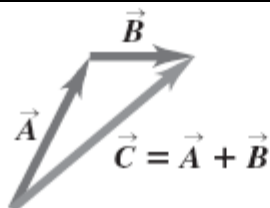
Figura 1.9 O deslocamento é um vetor cuja direção é sempre traçada do ponto inicial até o ponto final, mesmo no caso de uma trajetória curva.



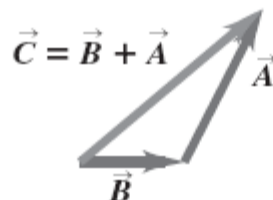
Os deslocamentos de $\vec{A}$ e $\vec{A}'$, são iguais porque possuem o mesmo comprimento e direção.

O deslocamento $\vec{B}$ possui o mesmo módulo de $\vec{A}$, mas direção oposta; $\vec{B}$ é o negativo de $\vec{A}$.

Figura 1.10 O significado de vetores que possuem o mesmo módulo e a mesma direção ou direção oposta.



(b) Somá-los em ordem inversa produz o mesmo resultado.

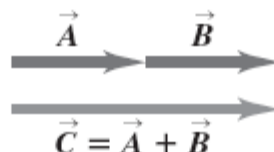


(c) Podemos também somá-los construindo um paralelogramo.



Figura 1.11 Três modos de somar dois vetores. Como se vê em (b), a ordem da soma vetorial não importa; a soma vetorial é comutativa.

(a) A soma de dois vetores paralelos



(b) A soma de dois vetores antiparalelos

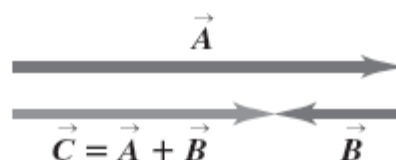
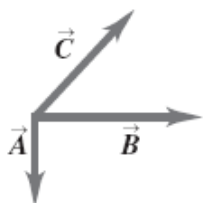
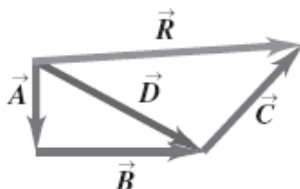


Figura 1.12 (a) Somente quando os dois vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ são paralelos, o módulo da sua soma é igual à soma dos seus módulos: $C = A + B$. (b) Quando $\vec{A}$ e $\vec{B}$ são antiparalelos, o módulo da sua soma é igual à *diferença* dos seus módulos: $C = |A - B|$.

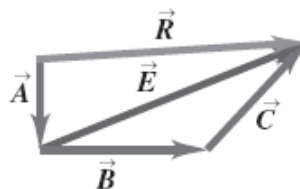
(a) Para determinar a soma desses três vetores...



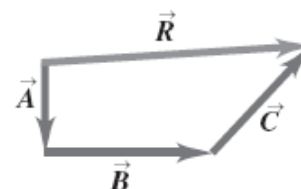
(b) podemos somar $\vec{A}$ e $\vec{B}$ para obter $\vec{D}$ e depois somar $\vec{C}$ e $\vec{D}$ para obter a soma final (resultante) $\vec{R}$...



(c) ou somar $\vec{B}$ e $\vec{C}$ para obter $\vec{E}$ e depois somar $\vec{A}$ e $\vec{E}$ para obter $\vec{R}$...



(d) ou somar $\vec{A}$, $\vec{B}$ e $\vec{C}$ para obter $\vec{R}$ diretamente...



(e) ou somar $\vec{A}$, $\vec{B}$ e $\vec{C}$ em qualquer outra ordem para, ainda assim, obter $\vec{R}$.

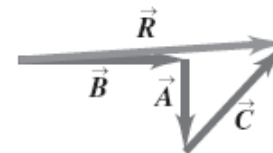


Figura 1.13 Diversas construções para achar a soma vetorial $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$.

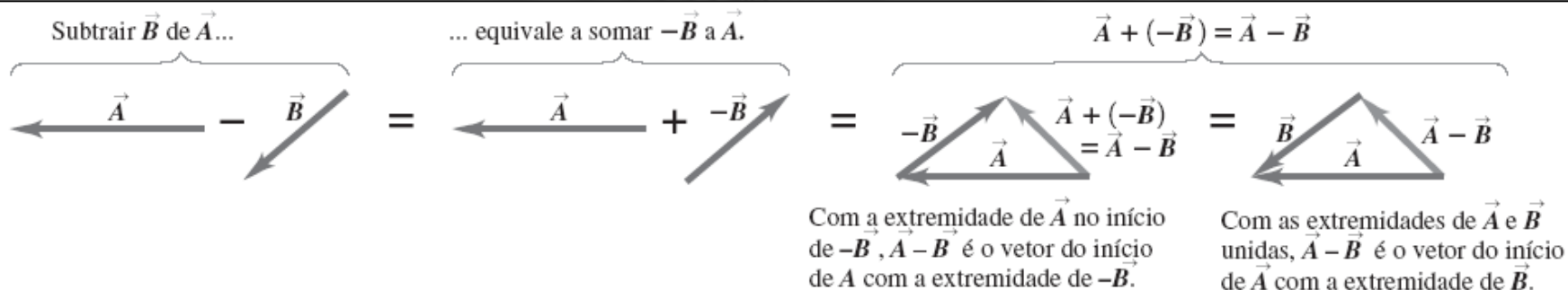
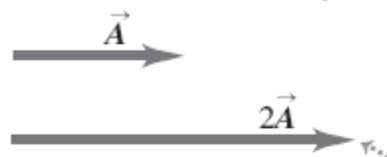


Figura 1.14 Para construir a subtração vetorial $\vec{A} - \vec{B}$, você pode ou inserir a extremidade de $-\vec{B}$ na ponta de $\vec{A}$ ou colocar os dois vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ ponta com ponta.

(a) Multiplicar um vetor por um escalar positivo altera o módulo (comprimento) do vetor, mas não sua direção.



$2\vec{A}$ tem o dobro do comprimento de $\vec{A}$.

(b) Multiplicar um vetor por um escalar negativo altera seu módulo e reverte sua direção.



$-3\vec{A}$ é três vezes o comprimento de $\vec{A}$ e aponta na direção oposta.

Figura 1.15 Multiplicação de um vetor (a) por um escalar positivo e (b) por um escalar negativo.

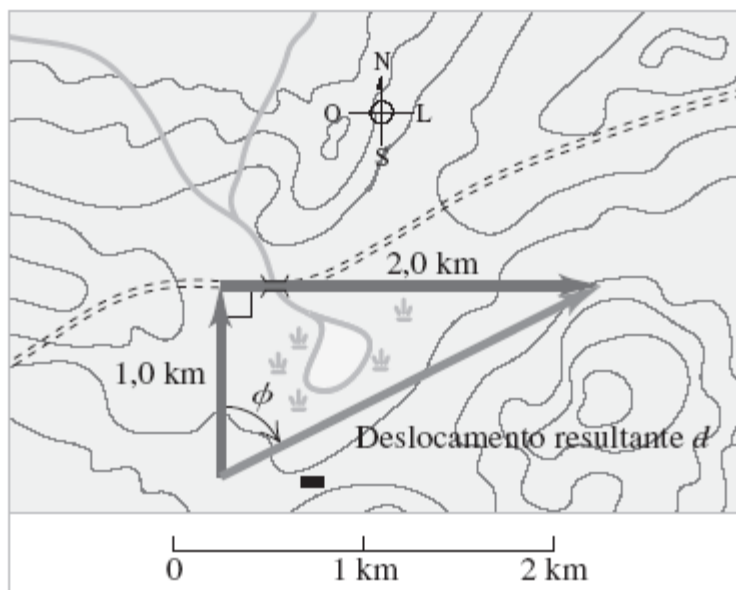


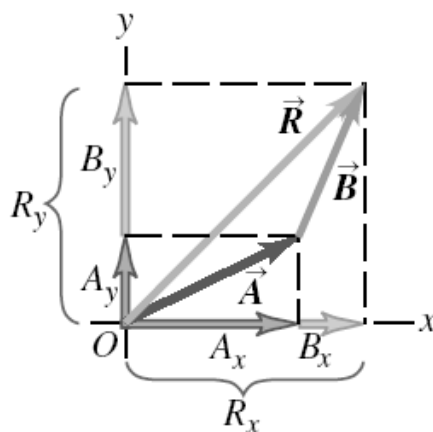
Figura 1.16 O diagrama vetorial, desenhado em escala, para um percurso de esqui.

Componentes vetoriais e soma vetorial: a soma vetorial pode ser feita usando-se os componentes dos vetores. O componente x - de $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$ é a soma dos componentes x - de $\vec{A}$ e $\vec{B}$, o mesmo ocorrendo com os componentes de y - e z -.

$$R_x = A_x + B_x$$

$$R_y = A_y + B_y \quad (1.10)$$

$$R_z = A_z + B_z$$



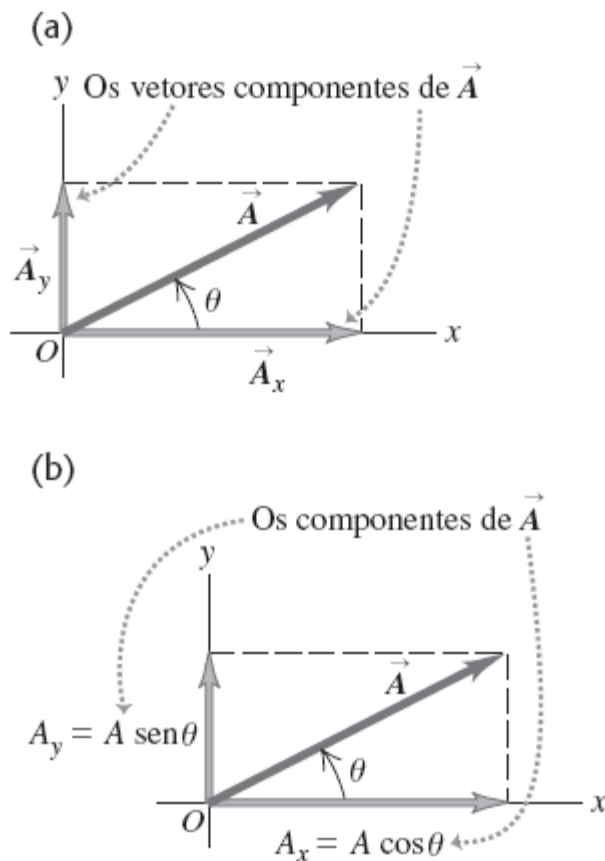


Figura 1.17 Representamos um vetor $\vec{A}$ em termos de (a) os vetores dos componentes $\vec{A}_x$ e $\vec{A}_y$ e (b) os componentes A_x e A_y (que neste caso são positivos).

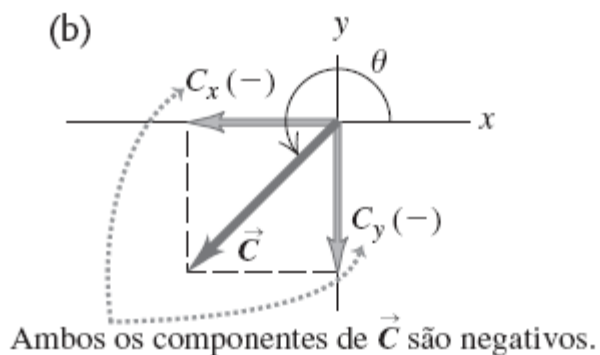
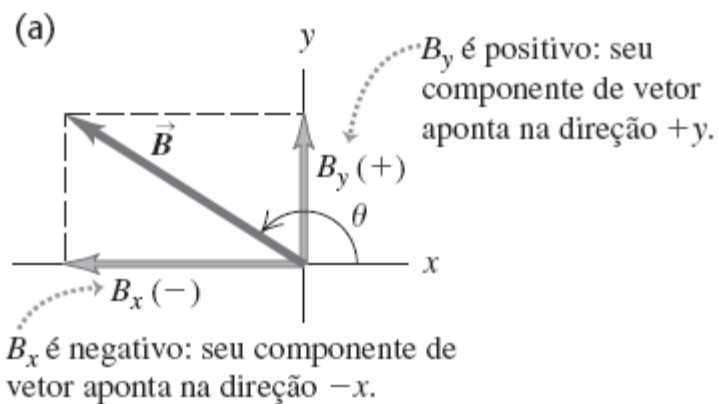
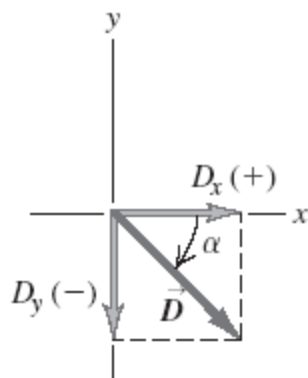
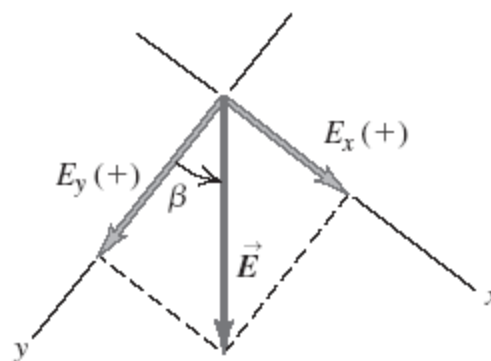


Figura 1.18 Os componentes de um vetor podem ser números positivos ou negativos.

(a)



(b)

**Figura 1.19** Cálculo dos componentes x e y de vetores.

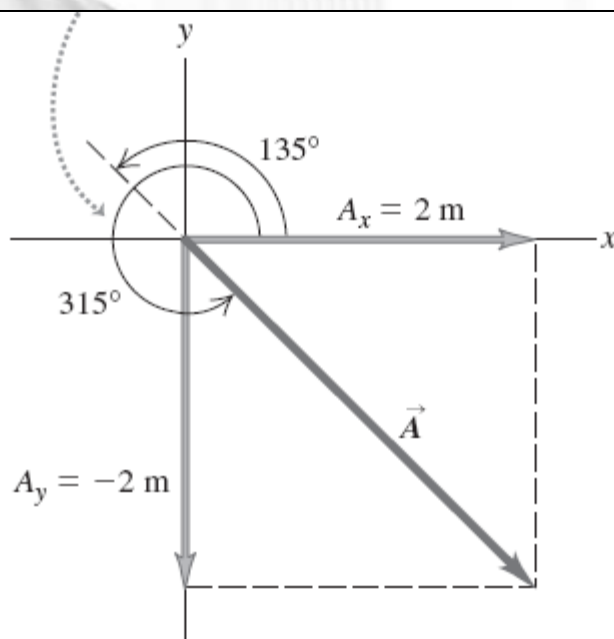


Figura 1.20 A ilustração de um vetor revela os sinais de seus componentes x e y .

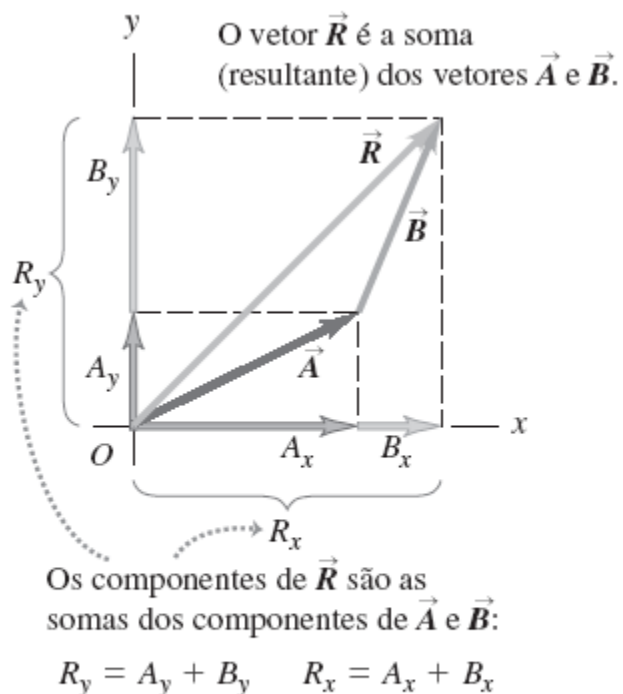


Figura 1.21 Como determinar a soma (resultante) dos vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ usando componentes.

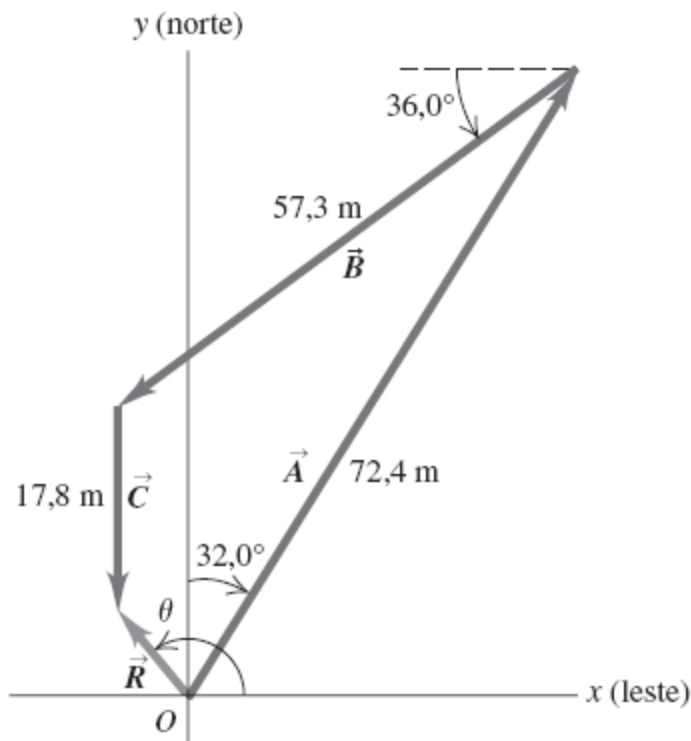
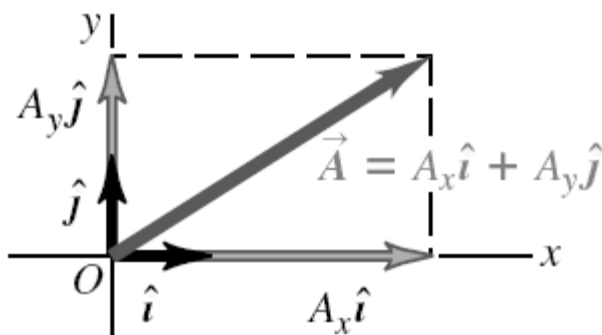


Figura 1.22 Três deslocamentos sucessivos $\vec{A}$, $\vec{B}$ e $\vec{C}$ e a resultante (ou soma vetorial) $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$.

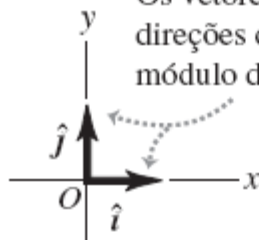
Vetores unitários: os vetores unitários descrevem direções no espaço. Um vetor unitário possui módulo igual a 1, sem unidades. Especialmente úteis são os vetores unitários $\hat{i}$, $\hat{j}$ e $\hat{k}$, alinhados aos eixos x , y e z , de um sistema retangular de coordenadas.

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k} \quad (1.16)$$



(a)

Os vetores unitários $\hat{i}$ e $\hat{j}$ apontam nas direções dos eixos x e y e possuem módulo de 1.



(b)

Podemos expressar um vetor $\vec{A}$ em termos dos seus componentes como segue

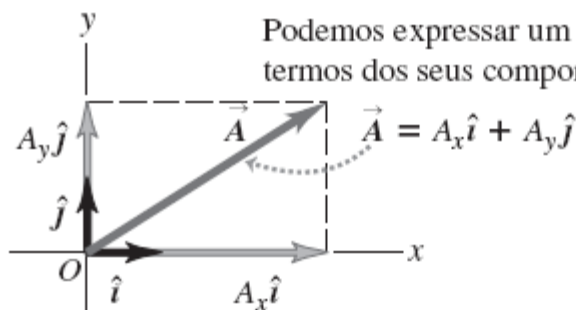


Figura 1.23 (a) Os vetores unitários $\hat{i}$ e $\hat{j}$. (b) Podemos expressar um vetor $\vec{A}$ em termos dos seus componentes.

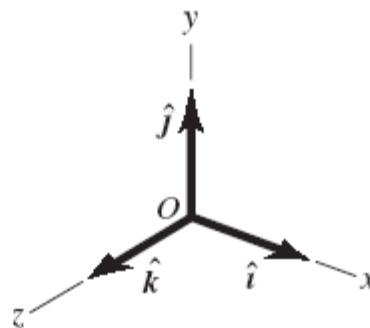


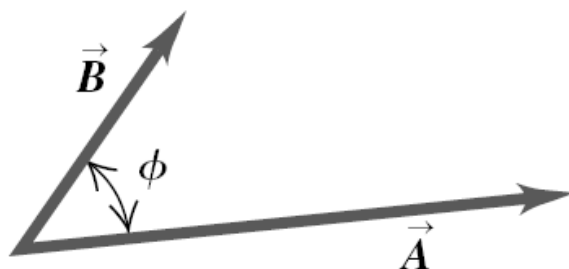
Figura 1.24 Os vetores unitários $\hat{i}$, $\hat{j}$, e $\hat{k}$.

Produto escalar: o produto escalar $C = \vec{A} \cdot \vec{B}$ de dois vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ é uma grandeza escalar. Pode ser expressa em termos dos módulos de $\vec{A}$ e $\vec{B}$ e o ângulo ϕ , entre os dois vetores ou em termos dos componentes dos dois vetores. O produto escalar é comutativo; $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$. O produto escalar de dois vetores ortogonais é igual a zero.

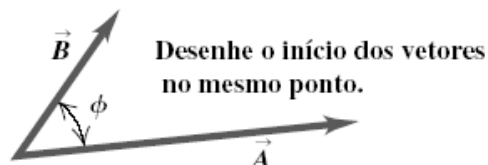
$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \phi = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \phi \quad (1.18)$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \quad (1.21)$$

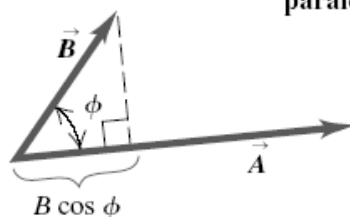
Produto escalar $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \phi$



(a)

(b) $\vec{A} \cdot \vec{B}$ é igual a $A(B \cos \phi)$.

(Módulo de $\vec{A}$) vezes (Componente de $\vec{B}$ paralelo ao vetor $\vec{A}$)

(c) $\vec{A} \cdot \vec{B}$ também é igual a $B(A \cos \phi)$

(Módulo de $\vec{B}$) vezes (Componente de $\vec{A}$ paralelo ao vetor $\vec{B}$)

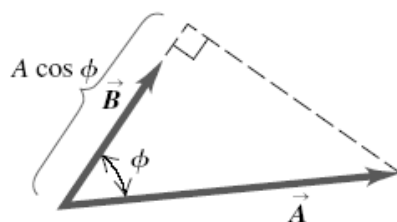
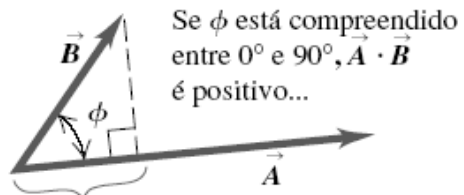


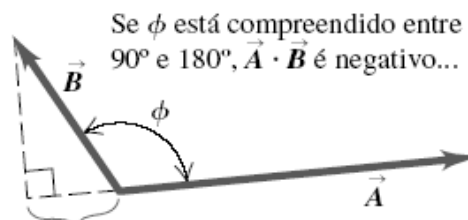
Figura 1.25 Cálculo do produto escalar de dois vetores

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \phi.$$

(a)

... porque $B \cos \phi > 0$.

(b)

... porque $B \cos \phi < 0$.

(c)

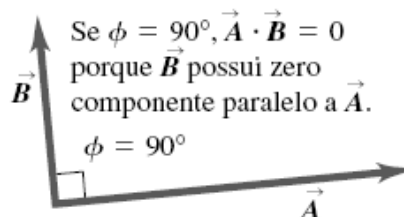
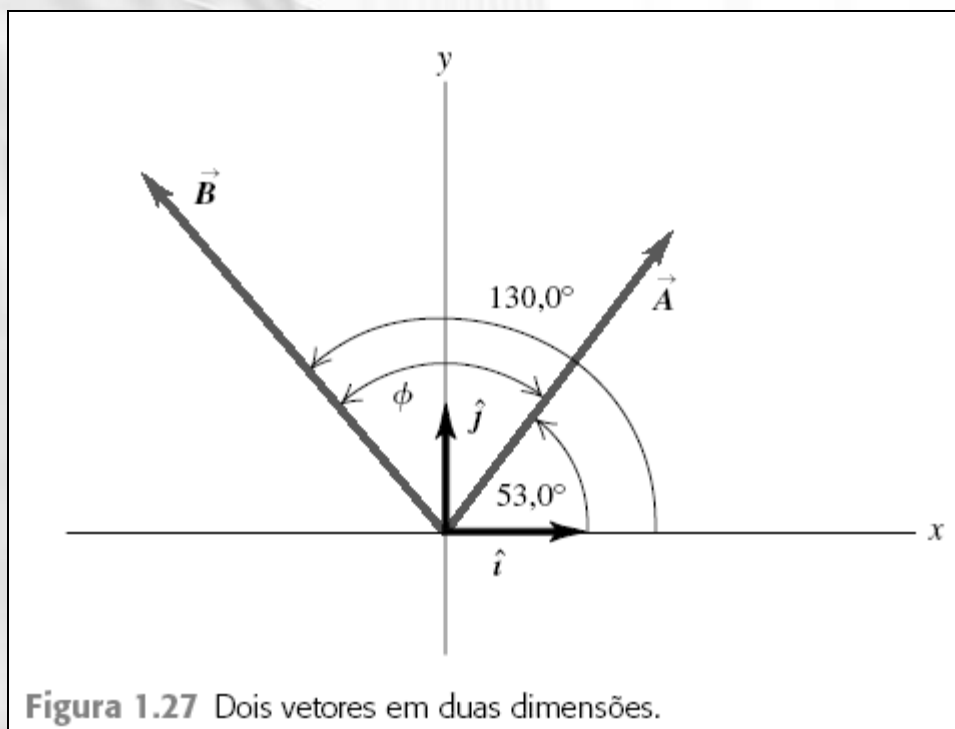


Figura 1.26 O produto escalar $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \phi$ pode ser positivo, negativo ou zero, dependendo do ângulo entre $\vec{A}$ e $\vec{B}$.



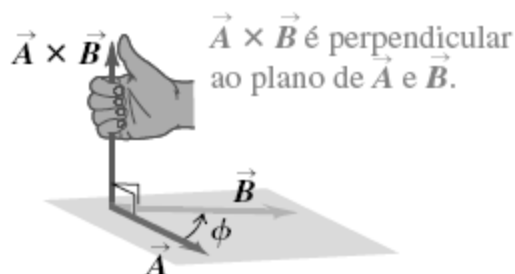
Produto vetorial: o produto vetorial $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$ de dois vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ é um outro vetor $\vec{C}$. O módulo de $\vec{A} \times \vec{B}$ depende dos módulos de $\vec{A}$ e $\vec{B}$ e o ângulo ϕ entre os dois vetores. A direção do produto vetorial é perpendicular ao plano dos dois vetores que estão sendo multiplicados, conforme a regra da mão direita. Os componentes de $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$ podem ser expressos em termos dos componentes de $\vec{A}$ e de $\vec{B}$. O produto vetorial não é comutativo; $\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$. O produto vetorial de dois vetores paralelos ou antiparalelos é igual a zero.

$$C = AB \sin \phi \quad (1.22)$$

$$C_x = A_y B_z - A_z B_y$$

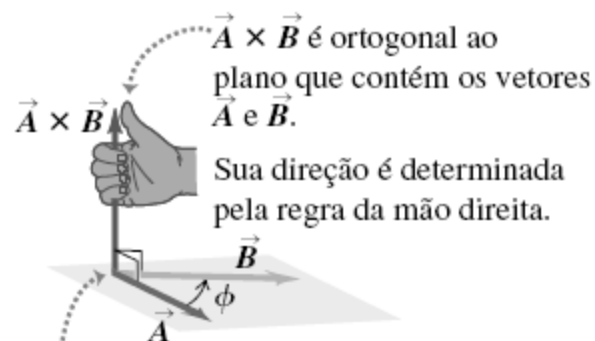
$$C_y = A_z B_x - A_x B_z \quad (1.27)$$

$$C_z = A_x B_y - A_y B_x$$



$$(\text{Módulo de } \vec{A} \times \vec{B}) = AB \sin \phi$$

(a)



Desenhe os vetores iniciando do mesmo ponto.
Eles definem um plano.

(b)

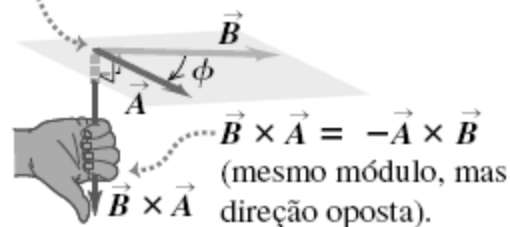
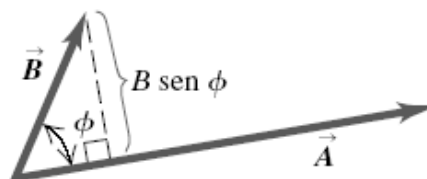


Figura 1.29 a) O produto vetorial $\vec{A} \times \vec{B}$ determinado pela regra da mão direita. b) $\vec{B} \times \vec{A} = -\vec{A} \times \vec{B}$; o produto vetorial de dois vetores é anticomutativo.

(a)

a) $B \sin \phi$ é o componente de $\vec{B}$ em uma direção perpendicular à direção de $\vec{A}$, e o módulo de $\vec{A} \times \vec{B}$ é igual ao produto do módulo de $\vec{A}$ por este componente.



(b)

b) O módulo de $\vec{A} \times \vec{B}$ é também igual ao módulo de $\vec{B}$ multiplicado pelo componente de $\vec{A}$ em uma direção perpendicular à direção de $\vec{B}$.

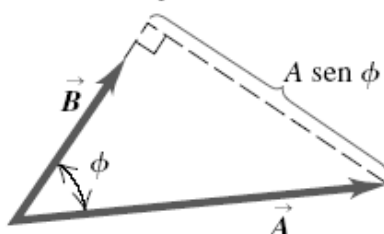
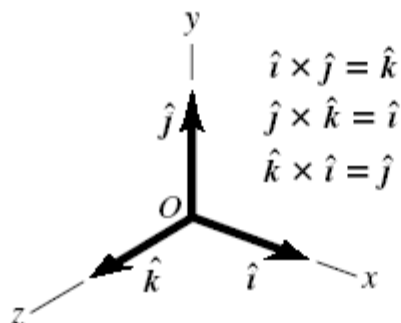


Figura 1.30 Cálculo do módulo $AB \sin \phi$ do produto vetorial de dois vetores, $\vec{A} \times \vec{B}$.

- (a) Um sistema de coordenadas com orientação da mão direita.



- (b) Um sistema de coordenadas com orientação da mão esquerda: não será usado.

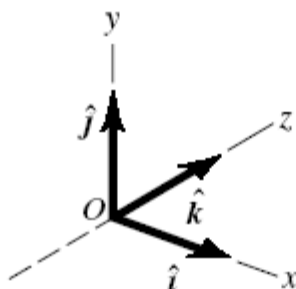


Figura 1.31 (a) Sempre usaremos um sistema de coordenadas com orientação da mão direita, como este. (b) Nunca usaremos um sistema de coordenadas com orientação da mão esquerda (para o qual $\hat{i} \times \hat{j} = -\hat{k}$, e assim por diante).

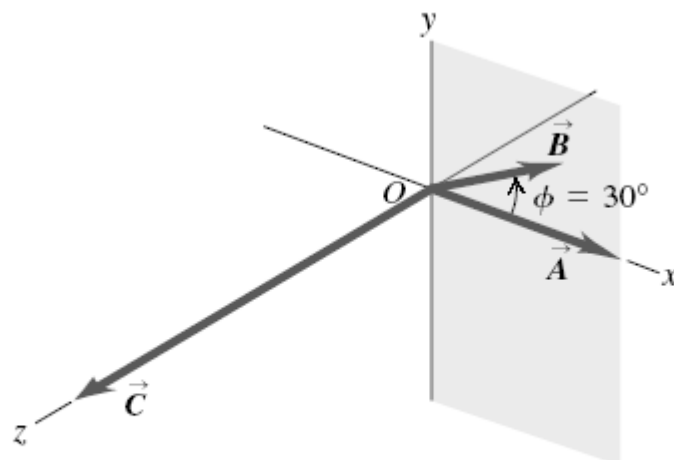


Figura 1.32 Os vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ e seu produto vetorial $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$. O vetor $\vec{B}$ está contido no plano xy .