

FEA – RP – USP

---

Matemática Financeira  
2 – Capitalização composta

Prof. Dr. Daphnis Theodoro da Silva Jr.

# Regime de capitalização Composta

- No regime de capitalização simples somente o capital aplicado, ou principal, rende juros.
- No regime de capitalização composta, após cada período, os juros são incorporados ao capital proporcionando juros sobre juros

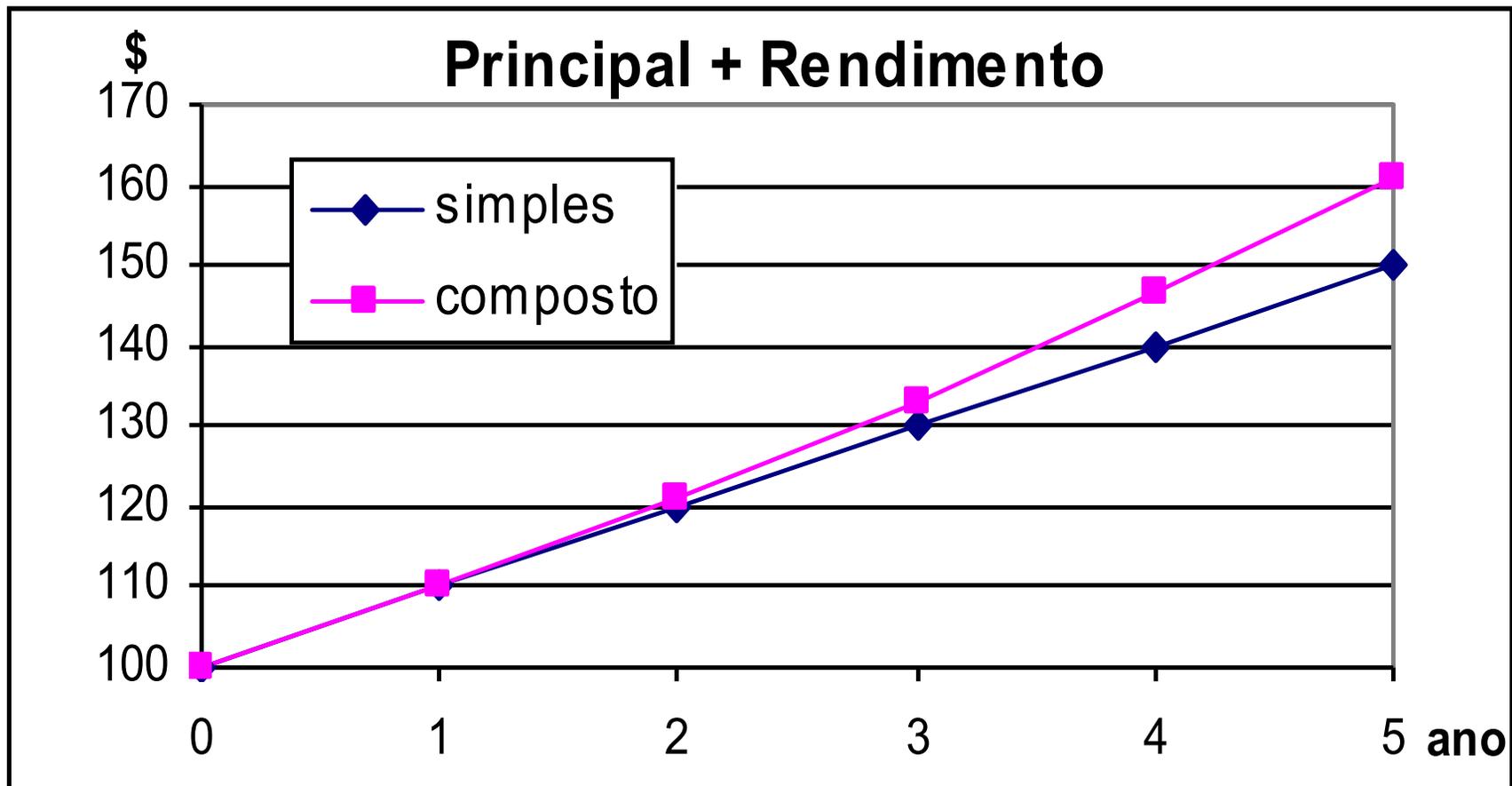
# Comparação do crescimento do capital

\$ 100 aplicados à taxa de 10% ao ano

Final do Ano	Juros Simples		Juros Compostos	
	Montante Simples	Total	Montante Composto	Total
1	$100 + 0,1 \times 100 =$	110	$100 + 0,1 \times 100 =$	110,00
2	$110 + 0,1 \times 100 =$	120	$110 + 0,1 \times 110 =$	121,00
3	$120 + 0,1 \times 100 =$	130	$121 + 0,1 \times 121 =$	133,10
4	$130 + 0,1 \times 100 =$	140	$133,1 + 0,1 \times 133,1 =$	146,41
5	$140 + 0,1 \times 100 =$	150	$146,41 + 0,1 \times 146,41 =$	161,05

# Comparação do crescimento do capital

\$ 100 aplicados à taxa de 10% ao ano



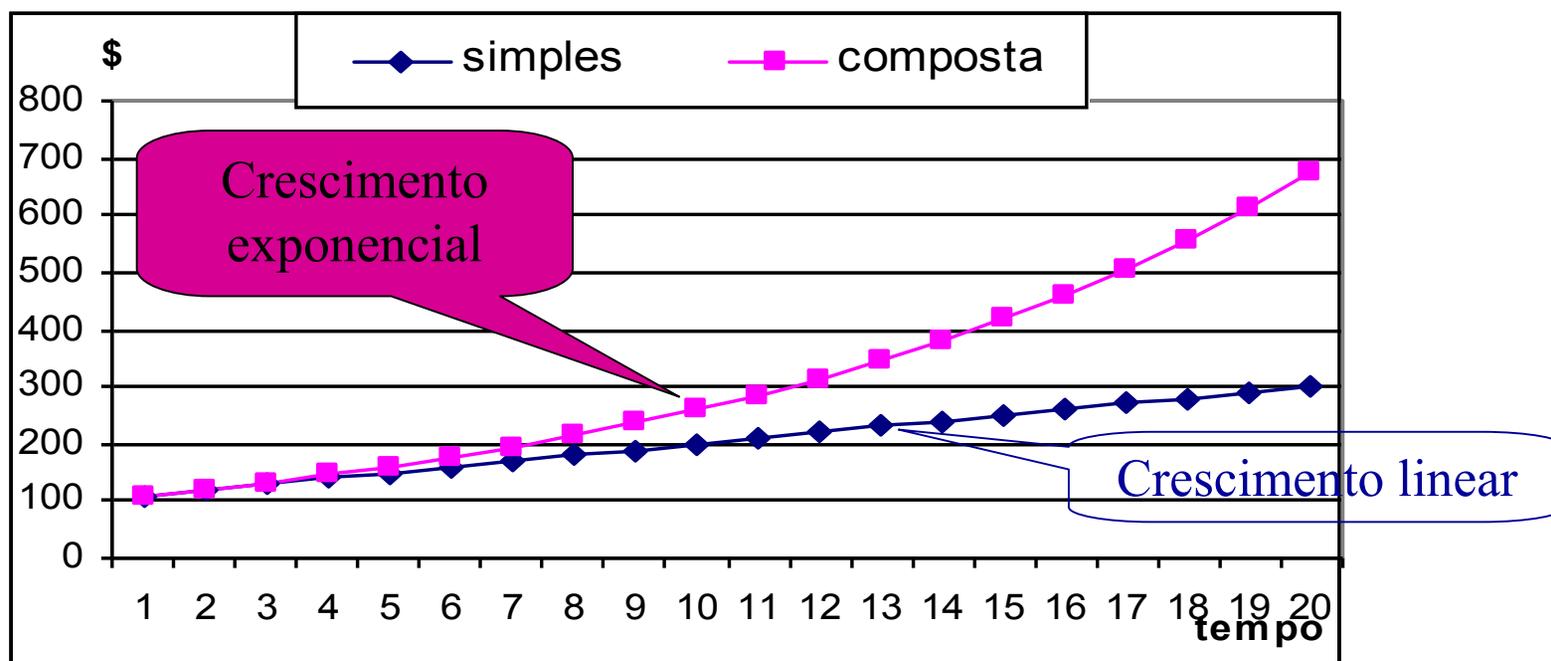
# Capitalizações Simples x Composta

Simple

Composta

$$F = P(1 + n.i)$$

$$F = P(1 + i)^n$$



Valores calculados para  $P = 100$  e  $i = 10\%$  ao período

# Regime de capitalização Composta

---

- Os juros relativos a um determinado período são gerados pelo capital existente no final do período anterior (capital inicial + juros acumulados)
- São formados na unidade de tempo expressa pela taxa  $i$ 
  - no 1º intervalo  $\Rightarrow j_1 = P.i$  e  $F_1 = P + j_1 = P(1 + i)$
  - no 2º intervalo  $\Rightarrow j_2 = F_1.i$  e  $F_2 = F_1 + j_2 = P(1 + i)^2$
  - no 3º intervalo  $\Rightarrow j_3 = F_2.i$  e  $F_3 = F_2 + j_3 = P(1 + i)^3$
  - no  $n^\circ$  intervalo  $\Rightarrow j_n = F_{n-1}.i$  e  $F_n = F_{n-1} + j_n = P(1 + i)^n$

# Capitalização Composta

---

$$FV = PV(1 + i)^n$$

de onde sai :

$$PV = \frac{FV}{(1 + i)^n}$$

# Capitalização Composta

---

$$FV = PV(1+i)^n$$

para se calcular o  $i$  a partir dos demais :

$$\frac{FV}{PV} = (1+i)^n \quad \Leftrightarrow \quad \left(\frac{FV}{PV}\right)^{\frac{1}{n}} = (1+i)^{n \cdot \frac{1}{n}}$$

$$\left(\frac{FV}{PV}\right)^{\frac{1}{n}} - 1 = i \quad \Leftrightarrow \quad i = \sqrt[n]{\frac{FV}{PV}} - 1$$

# Capitalização Composta

---

$$FV = PV(1 + i)^n$$

para se calcular o  $n$  a partir dos demais :

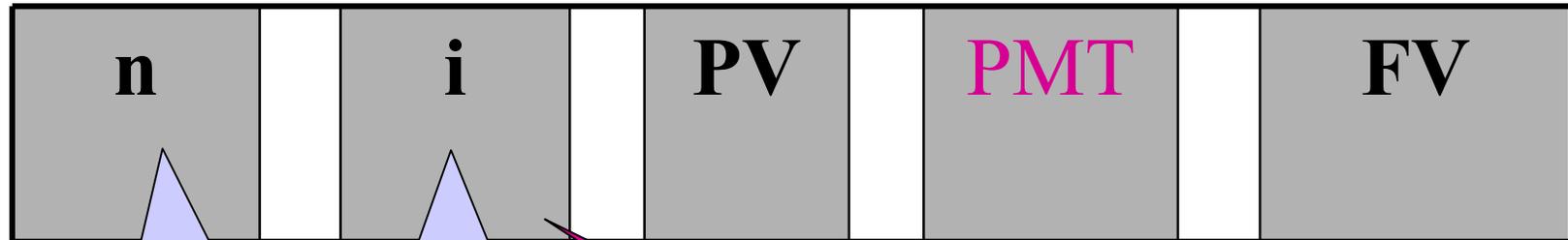
$$\frac{FV}{PV} = (1 + i)^n \Rightarrow \text{tomando - se logaritmos :}$$

$$\ln\left(\frac{FV}{PV}\right) = \ln(1 + i)^n \Rightarrow (\ln FV - \ln PV) = n \cdot \ln(1 + i)$$

$$n = \frac{\ln FV - \ln PV}{\ln(1 + i)}$$

# Capitalização Composta com HP 12C

---



Mesma unidade de tempo

Taxa em percentagem

Como a fórmula tem 4 componentes

$$FV = PV(1 + i)^n$$

dispondo de 3 a HP calcula o quarto

# HP 12C exercícios

---

Qual é o montante produzido por um capital de \$ 10.000,00 que ficou aplicado durante um ano e dois meses à taxa de 2,5% a.m. de juros compostos?

# HP 12C exercícios

---

Um investidor aplicou \$ 320.000,00 em títulos que lhe proporcionarão um resgate de \$ 397.535,00 após 90 dias de aplicação. A que taxa mensal de juros compostos está aplicado o seu capital?

# HP 12C exercícios

---

Uma pessoa aplicou \$ 50.000,00 e retirou \$ 88.578,05 alguns meses depois. Sabendo que a taxa de juros é de 10% a.m., calcule quantos meses o dinheiro ficou aplicado.

# HP 12C exercícios

---

Qual é o capital que, aplicado a 1% a.m., a juros compostos durante 12 meses, gera um montante de \$ 7.842,00?

# HP 12C exercícios

---

Qual é o capital que, aplicado a 2% a.m., a juros compostos durante 6 meses, gera juros no total de \$ 7.842,00?

# HP 12C exercícios

---

Calcule o item indicado por ? na tabela

n	i	PV	FV	Resposta
?	5% a.a.	100	200	
50	?	100	164,463	
7	2% a.d.	?	150	
500	1% a.s.	2	?	

# Ponto Final

---

Agradeço a todos pela harmoniosa convivência.

Desculpem-me pela abrupta interrupção do curso, mas problemas alheios à minha vontade me impediram de continuar.

Muito obrigado.

Daphnis