**AULA – 16/05/2017**

**Regra da cadeia – exemplo aplicado**

Um estudo ambiental de uma comunidade suburbana indicou que o nível médio diário de monóxido de carbono no ar será de *c(p)=*$ \sqrt{0,5p^{2}+17}$ partes por milhão quando a população for de *p* milhares de habitantes. Calcula-se que, daqui a *t* anos, a população será de *p(t)=3,1+0,1t2* milhares de habitantes. Qual será a taxa de variação, em relação ao tempo, do nível de monóxido de carbono daqui a 3 anos?

**Solução:**

O objetivo é calcular dc/dt quando t=3. Como:

*dc/dp=1/2(0,5p2+17)-1/2 (0,5\*(2p)) = 1/2p(0,5p2+17)-1/2 e,*

*dp/dt=0,2t*

Segue da regra da cadeia, que:

*dc/dt=dc/dp\*dp/dt=(1/2p(0,5p2+17)-1/2) \*(0,2t)=*$\frac{0,1pt}{\sqrt{0,5p^{2}+17}}$

E, quando *t=3, p=p(3)=3,1+0,1(3)2=4*

E, portanto, *dc/dt=* $\frac{0,1(4)(3)}{\sqrt{0,5(4)^{2}+17}}$*=*$\frac{1,2}{\sqrt{25}}=\frac{1,2}{5}=$*0,24* partes por milhão.

**Funções Marginais**

**Custo Marginal**

Suponha que C(Q) seja o custo total de produção de Q unidades de um certo produto. A função C é chamada de função custo total. Em circunstâncias normais Q e C(Q) são positivas. Note que, como Q representa o número de unidades de um produto, Q tem que ser inteiro não negativo, de modo que tenhamos as condições de continuidade para a função C.

O custo médio da produção de cada unidade do produto é obtido dividindo-se o custo total pelo número de unidades produzidas; isto é, CM(Q) = C(Q)/Q, onde CM é chamada função custo médio.

Suponhamos que o número de unidades de uma determinada produção seja Q1, e que ela tenha sido alterada por ∆Q. Então a variação no custo total é dada por , e a variação média no custo total em relação a variação no número de unidades produzidas é dada por:

*Cmg( Q)* = = C’(Q)

Os economistas usam o termo Custo Marginal para limite do quociente quando ∆q tende a zero, desde que o limite exista:



Esse limite é a derivada de C em Q1:

 para Q pequena,

Na prática, ∆Q pequeno é suposto igual a 1, assim:

*Cmg (Q)* 

Portanto, o custo marginal é aproximadamente igual à variação do custo, decorrente da produção de uma unidade adicional a partir de Q1 unidades.

Exemplo:

Suponha que o custo total de se fabricar Q unidades de automóveis seja:.

Pede:se

a) Obtenha a função custo marginal.

b) Qual é o custo marginal de 50 unidades produzidas?

c) Qual é o custo real de produção do 51º veículo?

**Receita marginal**

A receita marginal (RMg) é um conceito tão importante quanto o do Custo Marginal. Ela mede o ganho na receita da empresa obtido pela venda de uma unidade a mais do bem/serviço comercializado. Algebricamente:

*Rmg (Q) = R’(Q) ,*



Exemplo:

Dada a função receita R(Q) = -2Q2 + 1000Q. Calcule a função receita marginal

**Solução:**

*Rmg (Q) = R’(Q)*

*Rmg (Q)=-4Q+1000*

Se quisermos calcular a receita marginal no ponto Q=50, teremos:

 *Rmg (50)=-4(50)+1000=800*

Interpretação:

, tem-se que:

 para Q pequena,

Supondo ∆Q igual a 1, assim:

*Rmg (Q)* 

Portanto, a receita marginal é aproximadamente igual a variação da receita decorrente da venda de uma unidade adicional, a partir de Q unidades.

**Exemplo:** A receita da venda da 51ª unidade em relação a 50ª (Rmg(51) - Rmg(50)), representa o aumento da receita decorrente da venda da 51ª.