# Matemática aplicada à administração – LISTA 06

(1) Encontre o intervalo(s) em que f(x) é crescente, decrescente, côncava para cima e côncava para baixo.

(a) $f(x) = -x^2 + 8x + 7$

*Resposta: crescente no intervalo (-∞, 4) decrescente no intervalo (4,+∞) , côncava para baixo no intervalo (-∞,+∞)*

(b) $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x$

*Resposta: crescente no intervalo (-∞,-3)U(2,+∞), decrescente no intervalo (-3,2), côncava para cima no intervalo (-1/2,+∞), côncava para baixo no intervalo (-∞, -1/2)*

(2) Faça um **esboço** do gráfico das funções que satisfazem as condições dadas:

(a) f é contínua em todos os pontos; $f(-2) = 4$ e $f(4) = -2$; $f'(-2) = f'(4) = 0$; $f''(x)<0$ no intervalo $(-\infty, 1)$ e $f''(x)>0$ no intervalo $(1,+\infty)$

(b) f é contínua em todos os pontos; $f(0) = 2$ e $f(6) = 7$; $f'(0) = f'(6) = 0$; $f''(x)>0$ no intervalo $(-\infty, 3)$ e $f''(x)<0$ no intervalo $(3,+\infty)$

(c) f é contínua em todos os pontos; $f(-1) = 2$, $f(3) = 5$ e $f(7) =1$; $f'(-1) = f'(3) = f'(7) = 0$; $f'(x)>0$ no intervalo $(-1, 3)U(7,+\infty)$; $f''(x)>0$ no intervalo $(-\infty,1)U(5,+\infty)$ e $f''(x)<0$ no intervalo $(1,5)$.

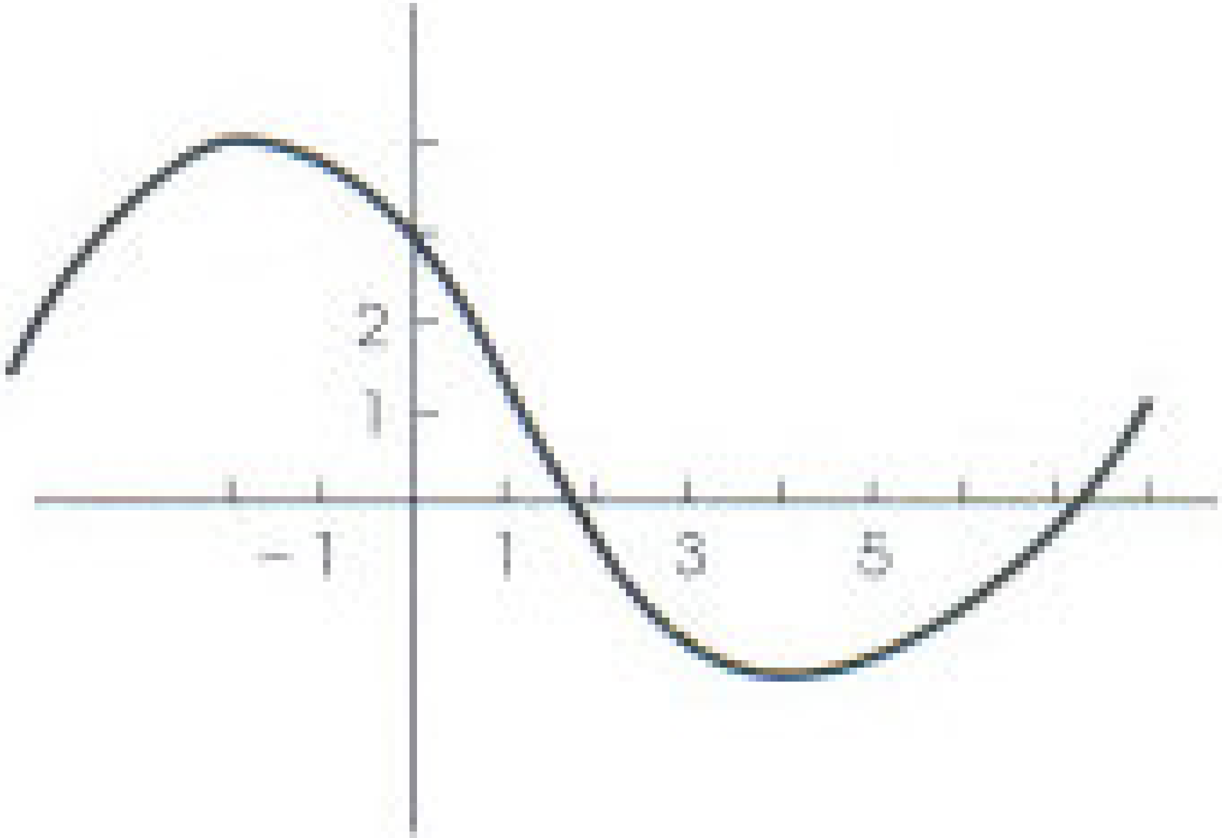
(d) f é contínua em todos os pontos; $f(-5) = 5$, $f(0) = 3$ e $f(5) = 10$; $f'(-5) = f'(0) = f'(5) = 0$; $f'(x)<0$ no intervalo $(-5, 0)U(5,+\infty)$; $f''(x)>0$ no intervalo $(-2,3)$ e $f''(x)<0$ no intervalo $(-\infty,-2).U(3,+\infty)$.

(e) f é contínua em todos os pontos, exceto em $x = 6$; $\lim_{x\to 6-} f(x) = 6$ e $\lim_{x\to 6+} f(x) = 4$; $f'(x) = 0$ no intervalo $(-\infty,2)$; $f''(x)<0$ no intervalo $(2,6)$ e $f''(x)>0$ no intervalo $(6,+\infty)$.

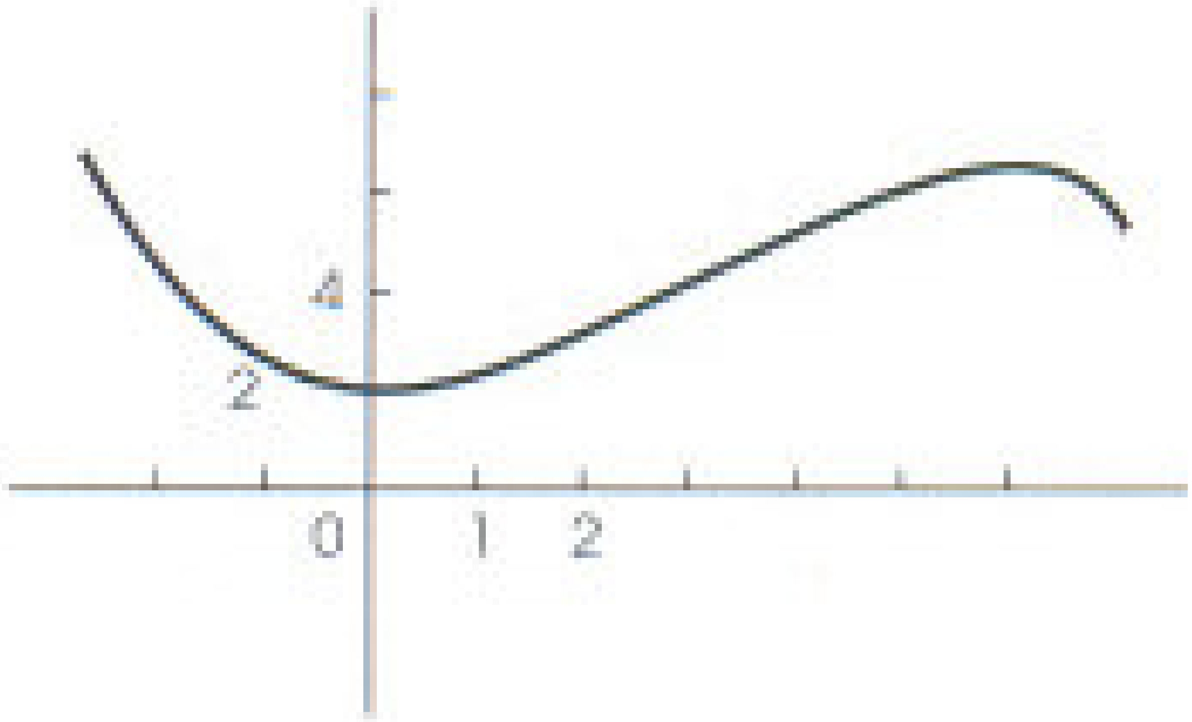
(f) f é contínua em todos os pontos; $f'(x) = 1$ no intervalo$(-2,1)$ e $f'(x) = -1$ no intervalo $(1,3)$; $f''(x)>0$ no intervalo $(-\infty,-2)$ e $f''(x)<0$ no intervalo $(3,+\infty)$.

*Respostas:*

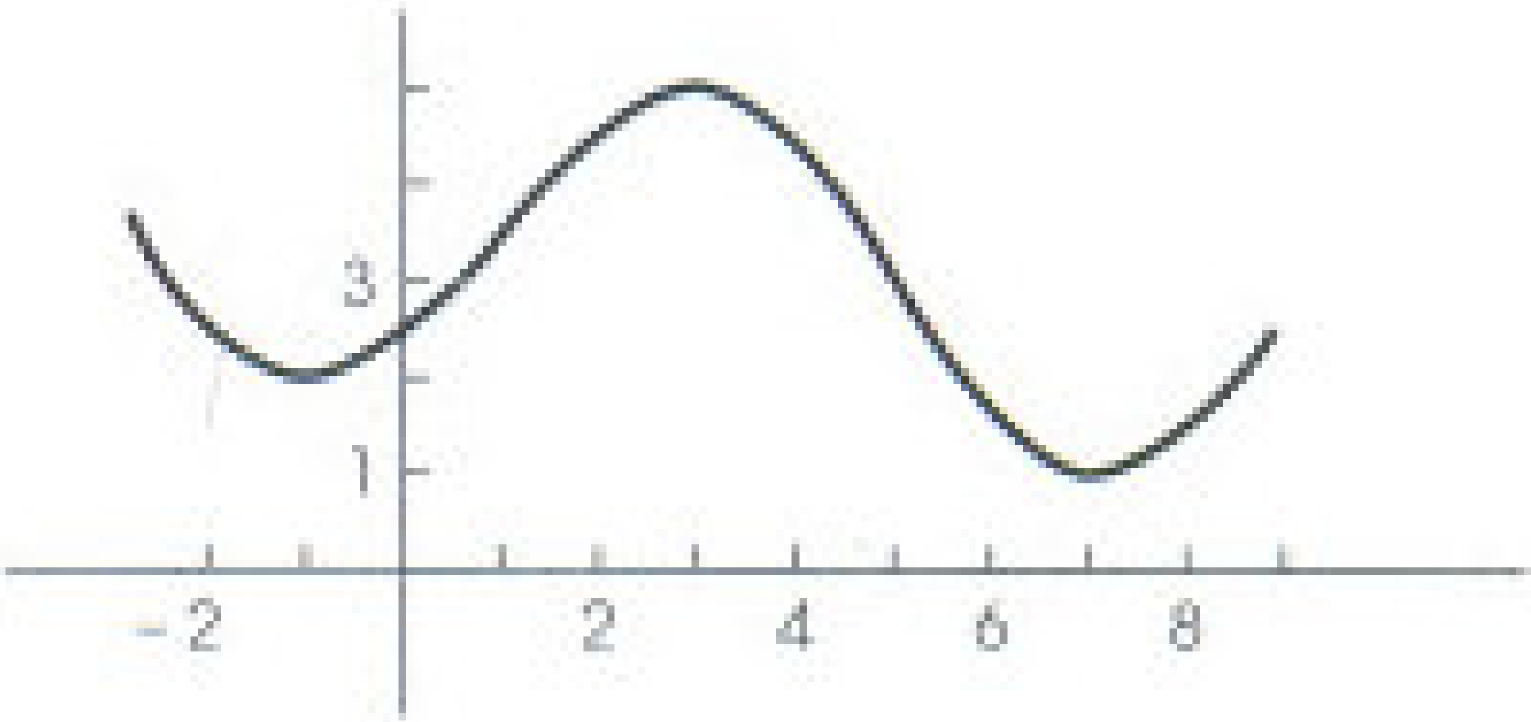
*(a)*



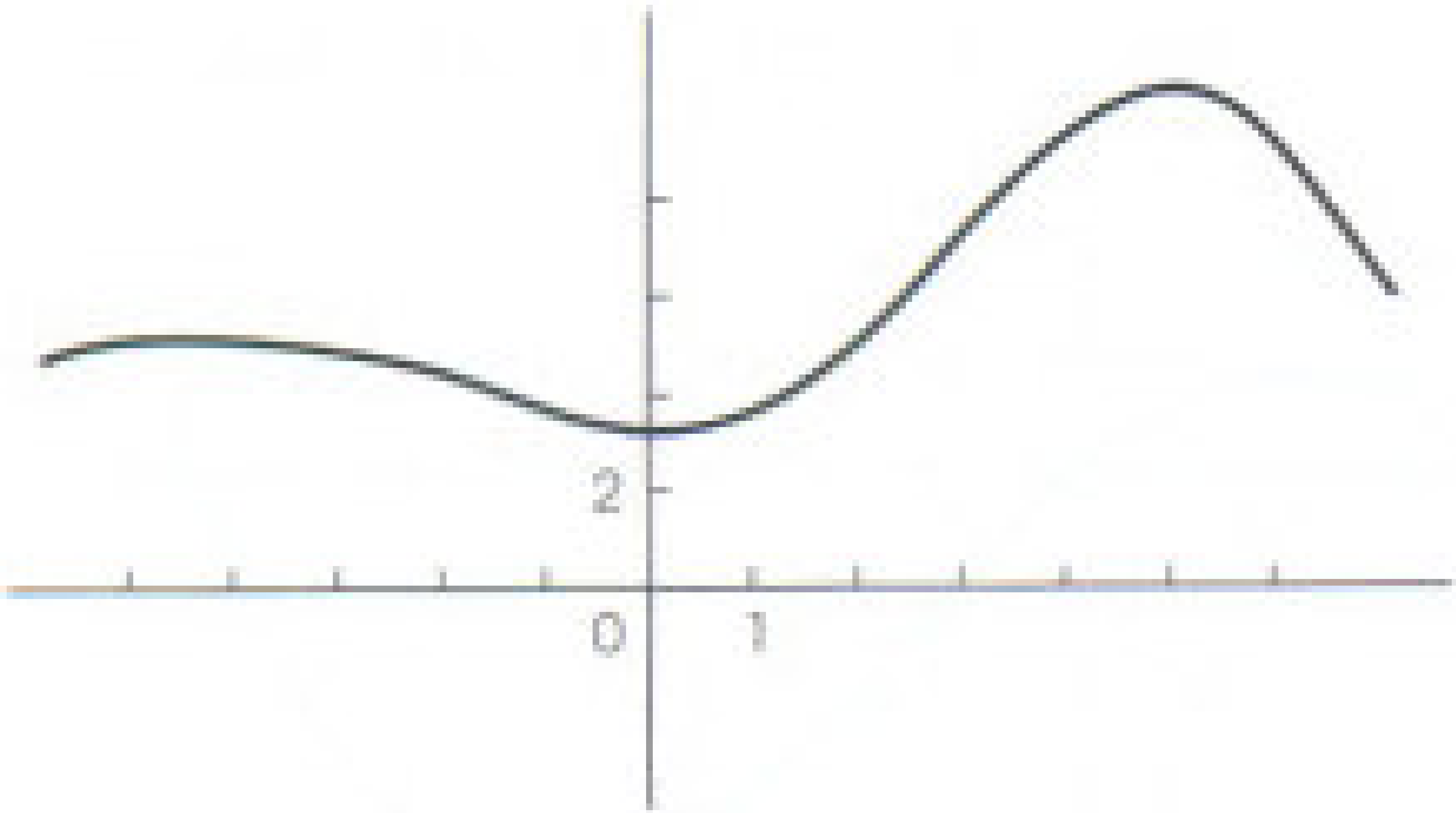
(b)



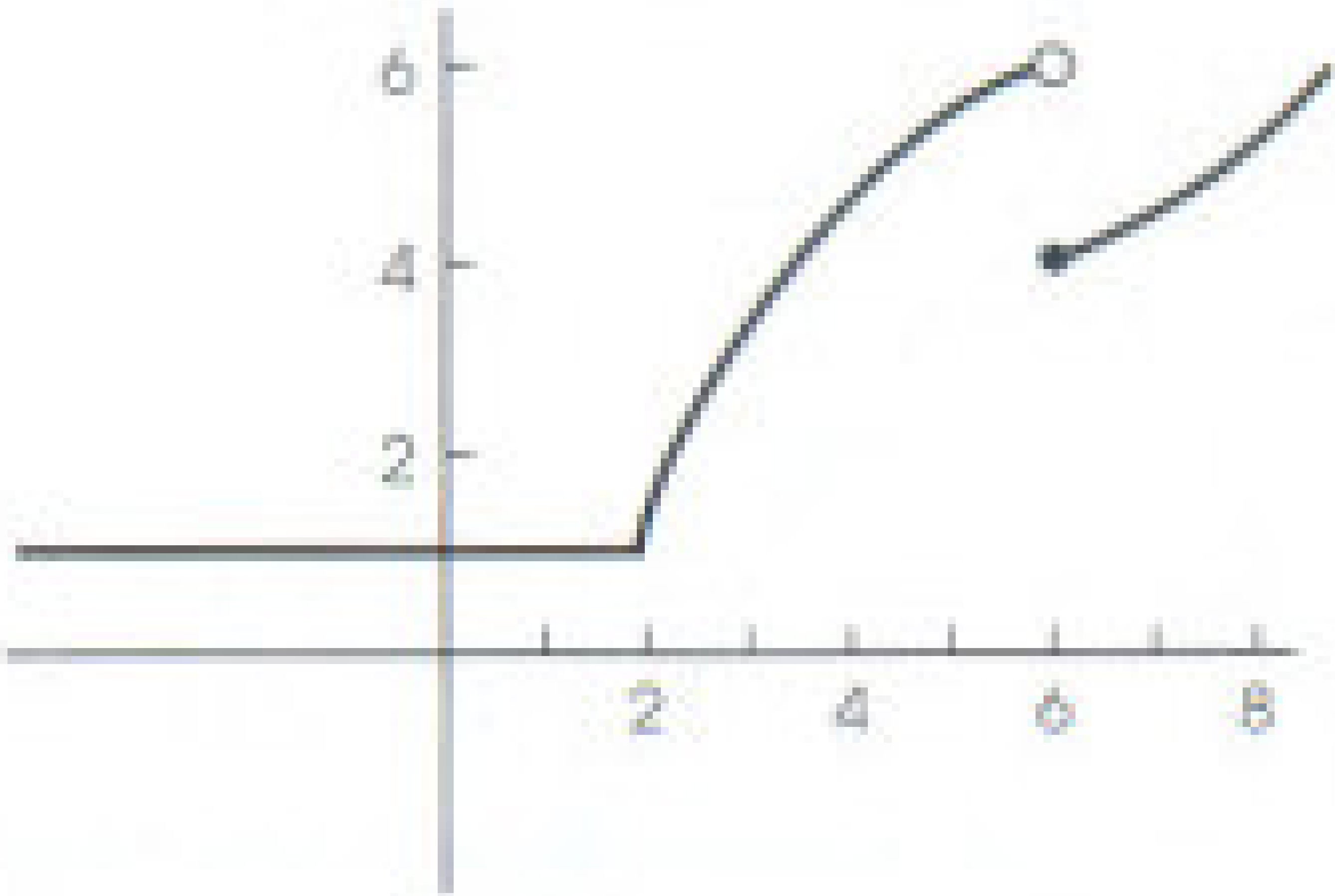
(c)



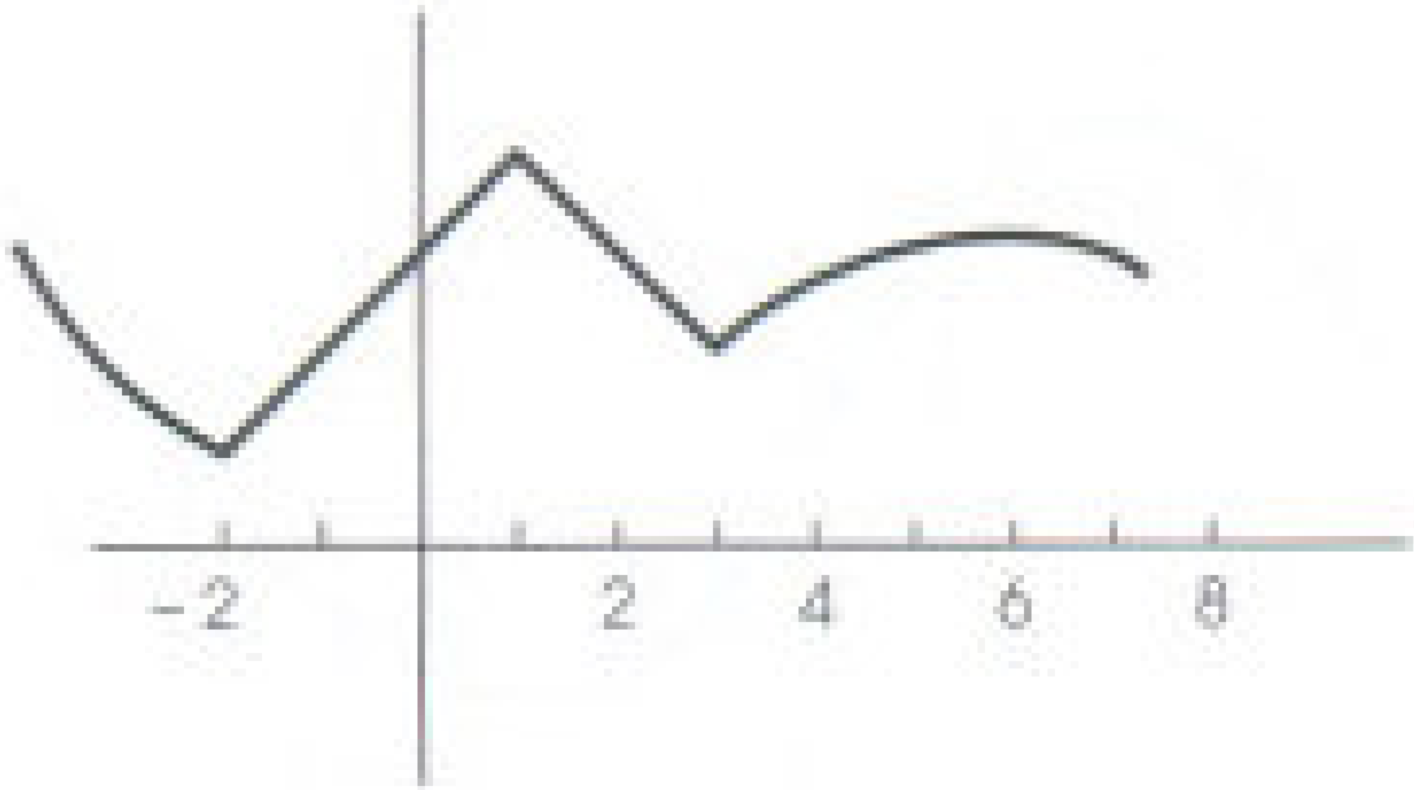
(d)



(e)



(f)




(3) Encontre dois números reais positivos cuja soma é 20 e cujo produto é máximo.

*Resposta: 10 e 10*.

(4) Determine as dimensões do retângulo de menor perímetro cuja área é de 100 $cm^2$.

*Resposta: quadrado de lado 10 cm.*

(5) Quais as dimensões de um retângulo de perímetro 48 que tem maior área?

*Resposta: quadrado de lado 12 cm.*

(6) Divida 40 em duas partes de modo que a soma dos quadrados de cada parte seja mínima.

*Resposta: partes iguais a 20.*

(7) Um recipiente de lata, de forma cilíndrica e aberto no topo, deve ter capacidade de V litros. Determine a razão entre a altura h e o diâmetro d da base de modo que a quantidade de lata usada na sua fabricação seja a menor possível.

*Resposta:* $h = d/2$

(8) Um estudante quer construir um viveiro retangular para seu coelho, usando a parede de um cômodo como um dos lados e cercando os demais três lados com 3 m de tela disponíveis, obtendo a maior área retangular possível. Quais devem ser as dimensões de seu viveiro.

*Resposta: 1,5 na frente e 0,75 m nos lados.*

(9) Determine o raio da base r e altura h de um cilindro de volume máximo, inscrito numa esfera de raio R.

*Resposta:*

$$r = \sqrt{\frac{3}{2}}\, R\,, \qquad h = \frac{2R}{\sqrt{3}}$$

(10) Companhia Betty Moore exige que os recipientes de seus embutidos tenham uma capacidade de 54 polegadas cúbicas, tenham a forma de cilindros circulares retos e sejam feitos de estanho. Determine o raio e a altura do recipiente que requer a menor quantidade de material.

*Resposta: raio de 2,048 pol e altura de 4, 097 pol.*

(11) A função custo total mensal de fabricação de um produto é

$$C_T(q) = \frac{q^3}{3} - 2q^2 + 10q + 1$$

e a função demanda (relação entre quantidade e preço) é

$$p = 10 - q \, .$$

Qual o preço que deve ser cobrado para maximizar o lucro?

*Resposta: R$ 8,00*

(12) Um fabricante de armários de arquivos com capacidade de fabricar 2500 unidades por mês acredita que pode vender x unidades se considerar o preço dado por

$$p(x) = 75 - 0{,}025x$$

(em dólares).

Sua função custo mensal é dada por

$$\mathrm{C}(x) = 3000 + 30x - 0{,}015x^2$$

(em dólares).

Quantos armários devem ser fabricados em cada mês para maximizar o lucro?

*Resposta: 2250 armários.*

(13) Dada a função custo total mensal de um produto $$C_T(q) = 0{,}1q^2 + 3q + 4000.$$

Qual o custo médio mínimo, se a capacidade da empresa é produzir no máximo 250 unidades por mês.

*Resposta: R$ 43,00.*

(14) Em Microeconomia, a função utilidade U de um consumidor é uma medida das preferencias de um consumidor em função da quantidade de um ou mais produtos. Para um dado consumidor

$$U(x) = 10x\,e^{-0{,}1x}$$

, onde x é o número de garrafas de cerveja consumidas num mês. Quantas garrafas de cerveja devem ser consumidas para maximizar a utilidade? Resposta: 10 garrafas