

Matemática aplicada à administração – LISTA 06

(1) Encontre o intervalo(s) em que $f(x)$ é crescente, decrescente, côncava para cima e côncava para baixo.

(a) $f(x) = -x^2 + 8x + 7$

Resposta: crescente no intervalo $(-\infty, 4)$ decrescente no intervalo $(4, +\infty)$, côncava para baixo no intervalo $(-\infty, +\infty)$

(b) $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x$

Resposta: crescente no intervalo $(-\infty, -3) \cup (2, +\infty)$, decrescente no intervalo $(-3, 2)$, côncava para cima no intervalo $(-1/2, +\infty)$, côncava para baixo no intervalo $(-\infty, -1/2)$

(2) Faça um **esboço** do gráfico das funções que satisfazem as condições dadas:

(a) f é contínua em todos os pontos; $f(-2) = 4$ e $f(4) = -2$; $f'(-2) = f'(4) = 0$; $f''(x) < 0$ no intervalo $(-\infty, 1)$ e $f''(x) > 0$ no intervalo $(1, +\infty)$

(b) f é contínua em todos os pontos; $f(0) = 2$ e $f(6) = 7$; $f'(0) = f'(6) = 0$; $f''(x) > 0$ no intervalo $(-\infty, 3)$ e $f''(x) < 0$ no intervalo $(3, +\infty)$

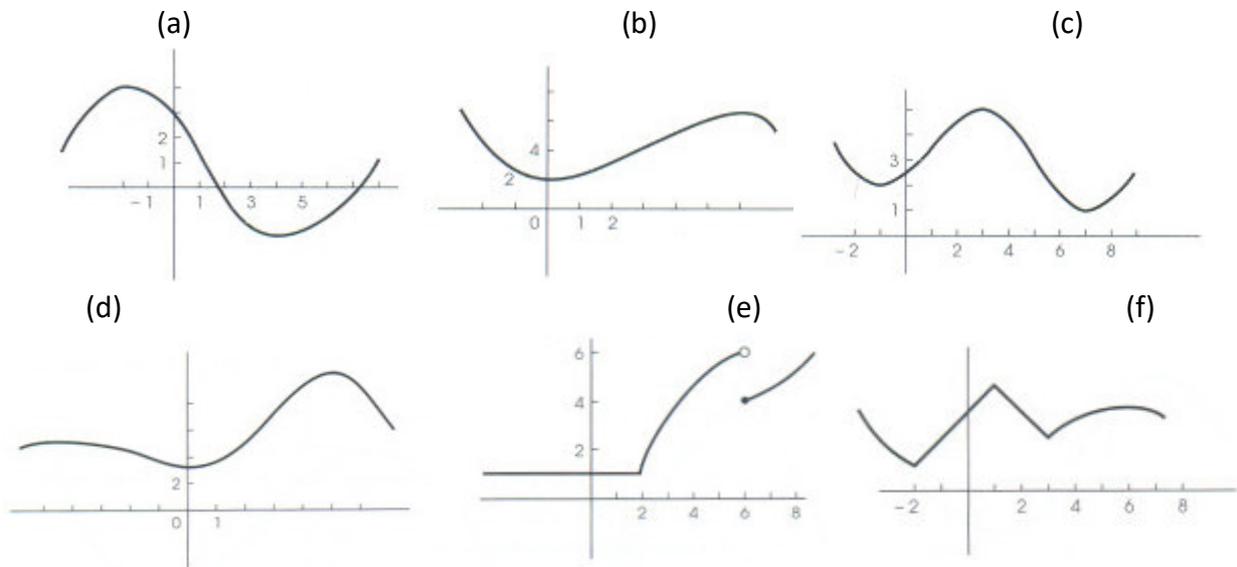
(c) f é contínua em todos os pontos; $f(-1) = 2$, $f(3) = 5$ e $f(7) = 1$; $f'(-1) = f'(3) = f'(7) = 0$; $f'(x) > 0$ no intervalo $(-1, 3) \cup (7, +\infty)$; $f''(x) > 0$ no intervalo $(-\infty, 1) \cup (5, +\infty)$ e $f''(x) < 0$ no intervalo $(1, 5)$.

(d) f é contínua em todos os pontos; $f(-5) = 5$, $f(0) = 3$ e $f(5) = 10$; $f'(-5) = f'(0) = f'(5) = 0$; $f'(x) < 0$ no intervalo $(-5, 0) \cup (5, +\infty)$; $f''(x) > 0$ no intervalo $(-2, 3)$ e $f''(x) < 0$ no intervalo $(-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$.

(e) f é contínua em todos os pontos, exceto em $x = 6$; $\lim_{x \rightarrow 6^-} f(x) = 6$ e $\lim_{x \rightarrow 6^+} f(x) = 4$; $f'(x) = 0$ no intervalo $(-\infty, 2)$; $f''(x) < 0$ no intervalo $(2, 6)$ e $f''(x) > 0$ no intervalo $(6, +\infty)$.

(f) f é contínua em todos os pontos; $f'(x) = 1$ no intervalo $(-2, 1)$ e $f'(x) = -1$ no intervalo $(1, 3)$; $f''(x) > 0$ no intervalo $(-\infty, -2)$ e $f''(x) < 0$ no intervalo $(3, +\infty)$.

Respostas:



- (3) Encontre dois números reais positivos cuja soma é 20 e cujo produto é máximo. *Resposta: 10 e 10*
- (4) Determine as dimensões do retângulo de menor perímetro cuja área é de 100 cm². *Resposta: quadrado de lado 10 cm.*
- (5) Quais as dimensões de um retângulo de perímetro 48 cm que tem maior área?
Resposta: quadrado de lado 12 cm.
- (6) Divida 40 em duas partes de modo que a soma dos quadrados de cada parte seja mínima.
Resposta: partes iguais a 20.
- (7) Um recipiente de lata, de forma cilíndrica e aberto no topo, deve ter capacidade de V litros. Determine a razão entre a altura h e o diâmetro d da base de modo que a quantidade de lata usada na sua fabricação seja a menor possível. *Resposta: $h = d/2$*
- (8) Um estudante quer construir um viveiro retangular para seu coelho, usando a parede de um cômodo como um dos lados e cercando os demais três lados com 3 m de tela disponíveis, obtendo a maior área retangular possível. Quais devem ser as dimensões de seu viveiro.
Resposta: 1,5 na frente e 0,75 m nos lados.
- (9) Determine o raio da base r e altura h de um cilindro de volume máximo, inscrito numa esfera de raio R.
Resposta: $r = \sqrt{\frac{3}{2}} R$ $h = \frac{2R}{\sqrt{3}}$
- (10) Companhia Betty Moore exige que os recipientes de seus embutidos tenham uma capacidade de 54 polegadas cúbicas, tenham a forma de cilindros circulares retos e sejam feitos de estanho. Determine o raio e a altura do recipiente que requer a menor quantidade de material.
Resposta: raio de 2,048 pol e altura de 4,097 pol.
- (11) A função custo total mensal de fabricação de um produto é $C_T(q) = \frac{q^3}{3} - 2q^2 + 10q + 1$ e a função demanda (relação entre quantidade e preço) é $p = 10 - q$. Qual o preço que deve ser cobrado para maximizar o lucro? *Resposta: R\$ 8,00*
- (12) Um fabricante de armários de arquivos com capacidade de fabricar 2500 unidades por mês acredita que pode vender x unidades se considerar o preço dado por $p(x) = 75 - 0,025x$ (em dólares). Sua função custo mensal é dada por $C(x) = 3000 + 30x - 0,015x^2$ (em dólares). Quantos armários devem ser fabricados em cada mês para maximizar o lucro? *Resposta: 2250 armários.*
- (13) Dada a função custo total mensal de um produto $C_T(q) = 0,1q^2 + 3q + 4000$. Qual o custo médio mínimo, se a capacidade da empresa é produzir no máximo 250 unidades por mês. *Resposta: R\$ 43,00.*
- (14) Em Microeconomia, a função utilidade U de um consumidor é uma medida das preferencias de um consumidor em função da quantidade de um ou mais produtos. Para um dado consumidor $U(x) = 10xe^{-0,1x}$, onde x é o número de garrafas de cerveja consumidas num mês. Quantas garrafas de cerveja devem ser consumidas para maximizar a utilidade?