PTC-3214 – REALIDADE E PROBABILIDADE - 2017

3ª LISTA DE EXERCÍCIOS

(Pode ser realizada por até 2 alunos; entregar os códigos-fonte dos programas junto com as respostas através do Moodle até as 23:00 hs do dia 02/06/2017. Se realizada em dupla, os dois alunos devem entregar exatamente a mesma resolução pelo Moodle.)

***** PRAZO PRORROGADO *****

1. Calcule estimativas de π de duas formas:
(a) Usando a "agulha de Buffon" (ou seja, simulando agulhas caindo entre linhas paralelas e verificando quantas destas agulhas cruzam alguma linha);
(b) Através do método das áreas (por exemplo, supondo uma forma geométrica dentro de um quadrado de área conhecida, amostrando pontos aleatórios no quadrado, e calculando quantos pontos caem dentro da forma geométrica).
Apresente os resultados obtidos em forma de tabela ou gráfico, colocando a discrepância relativa da estimativa de π $\left(\frac{\pi_{estimado} - \pi_{real}}{\pi_{real}}\right)$ em função do número de simulações N, para $N = 10^k$, e $k = \{1,2,...,6\}$.

2. Uma função que aparece com frequência em modelos probabilísticos é a *função gama*. Ela é definida através da integral abaixo, onde z é um número complexo com parte real positiva:

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty x^{z-1} e^{-x} dx.$$

Uma propriedade da função gama é que, quando seu argumento é um número inteiro positivo, sua expressão é dada pela função fatorial. Dito de outra forma:

$$\Gamma(n) = (n-1)!, \quad n = 1, 2, \ldots$$

Demonstre esta relação entre a função gama e a função fatorial. Você pode fazer isso através de uma *prova por indução*, que consiste em dois passos:

(a) Mostre que a relação vale para $n = 1$;
(b) Mostre que, se a relação vale para um n inteiro positivo qualquer, ela também será válida para $n + 1$.