

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Faculdade de Economia, Administração e
Contabilidade de Ribeirão Preto - FEA-RP

Matemática Financeira

Profa. Dra. Luciana C. Siqueira Ambrozini



Fluxos de caixa



Matemática Financeira

Fluxo de caixa

Um fluxo de caixa (PMT) representa uma **série de pagamentos ou recebimentos** que se estima ocorrer em determinado intervalo de tempo.

Exemplos:

- Empréstimos
- Financiamentos
- Investimentos
- Dividendos

Matemática Financeira

Classificação de fluxos de caixa:

Período de ocorrência { Postecipados
Antecipados
Diferidos

Periodicidade { Periódicos
Não periódicos

Matemática Financeira

Classificação de fluxos de caixa:



Matemática Financeira

Modelo-padrão :

São fluxos de caixa que têm termos de sucessão de pagamentos ou recebimentos com as seguintes classificações concomitantemente:

Postecipados Os fluxos de pagamentos ou recebimentos começam a ocorrer ao final do primeiro intervalo de tempo.

Limitados O prazo total do fluxo de caixa é conhecido *a priori*, sendo finito o número de termos.

Matemática Financeira

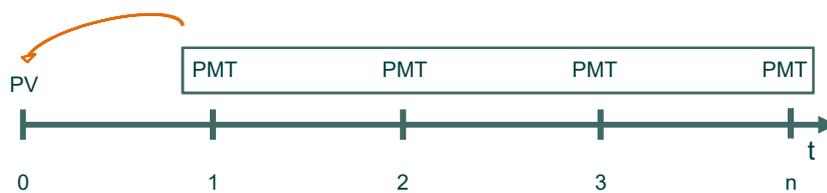
Modelo-padrão :

Constantes Indica que os valores dos termos que compõem o fluxo de caixa são iguais entre si.

Periódicos Os intervalos entre os termos do fluxo são idênticos entre si.

Matemática Financeira

Valor presente e fator de valor presente:



$$PV = PMT \times \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

Matemática Financeira

Exemplo:

Determinado bem é vendido em 7 pagamentos mensais, iguais e consecutivos de R\$ 4.000,00. Para uma taxa de juros de 2,6% a.m., até que preço compensa adquirir o bem a vista?

$$PV = PMT \times \frac{1 - (1 + 0,026)^{-7}}{0,026}$$

$$PV = 4.000 \times 6,325294$$

$$PV = R\$ 25.301,18$$

Na HP 12C

PMT CHS 4.000

2,6 i

7 n

PV R\$ 25.301,18

Matemática Financeira

Exercício:

Determinar o valor presente de um fluxo de 12 pagamentos trimestrais, iguais e sucessivos de R\$ 700,00 sendo a taxa de juros igual a 1,7% a.m.

$$\text{Taxa} = (1 + 0,017)^3 - 1 = 5,19\% \text{ a.t.}$$

$$PV = 700 \times \frac{1 - (1 + 0,0519)^{-12}}{0,0519}$$

$$PV = 700 \times 8,7690 = R\$ 6.138,32$$

Na HP 12C

PMT CHS 700

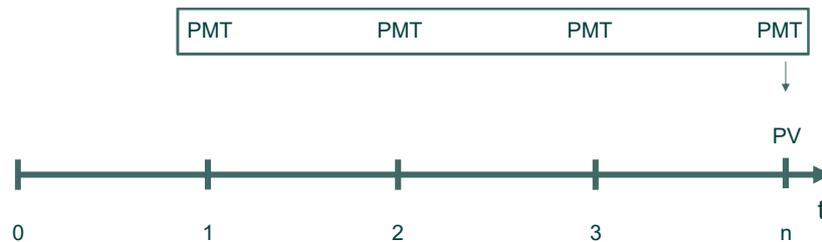
5,19 i

12 n

PV R\$ 6.138,32

Matemática Financeira

Valor futuro e fator de valor futuro:



$$FV = PMT \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Matemática Financeira

Exemplo:

Calcular o montante acumulado ao final do 7º mês de uma sequência de 7 depósitos mensais e sucessivos, no valor de R\$ 800,00 cada, numa conta de poupança que remunera a uma taxa de juros de 2,1% a.m.

$$FV = 800 \times \frac{(1 + 0,021)^7 - 1}{0,021}$$

$$FV = 800 \times 7,456763$$

$$FV = R\$ 5.965,41$$

Na HP 12C

PMT CHS 800

2,1 i

7 n

FV R\$ 5.965,41

Matemática Financeira

Exercício:

Uma pessoa irá necessitar de R\$ 22.000,00 daqui a um ano para realizar uma viagem. Para tanto, está sendo feita uma economia mensal de R\$ 1.250,00, a qual é depositada numa conta poupança que remunera a uma taxa de juros compostos de 4% a.m. Esta pessoa terá acumulado o montante necessário ao final de um ano?

$$FV = 1.250 \times \frac{(1 + 0,04)^{12} - 1}{0,04}$$

$$FV = 1.250 \times 15,025805$$

$$FV = R\$ 18.782,26$$

Na HP 12C

PMT CHS 1.250

4 i

12 n

FV R\$ 18.782,26

Matemática Financeira

Equivalência financeira e fluxos de caixa

Admita que um pessoa esteja avaliando quatro planos de pagamentos de um financiamento de R\$ 300.000.

A taxa de juros considerada nas propostas é de 7% a.m.

Qual a opção de pagamento **economicamente** mais atraente?

Matemática Financeira

Equivalência financeira e fluxos de caixa

Plano 1

0 g CF0
42.713,25 g CFj
10 g Nj
7 i
F NPV 300.000

Mês	Plano 1
1	42.713,25
2	42.713,25
3	42.713,25
4	42.713,25
5	42.713,25
6	42.713,25
7	42.713,25
8	42.713,25
9	42.713,25
10	42.713,25
Total	427.132,50

Matemática Financeira

Equivalência financeira e fluxos de caixa

Plano 2

Mês	Plano 2
1	-
2	-
3	148.033,10
4	-
5	-
6	148.033,10
7	-
8	-
9	148.033,10
10	-
Total	444.099,30

0 g CF0
0 g CFj
2 g Nj
148.033,10 g CFj
0 g CFj
2 g Nj
148.033,10 g CFj
0 g CFj
2 g Nj
148.033,10 g CFj
0 g CFj
7 i
F NPV 300.000

Matemática Financeira

Equivalência financeira e fluxos de caixa

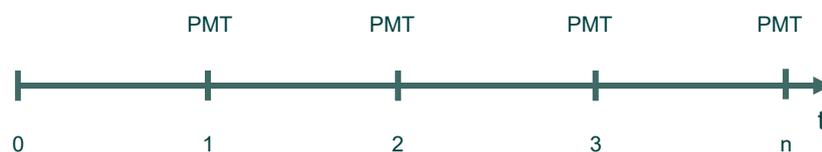
Considerações sobre a atratividade dos planos

- Os planos apresentam o mesmo valor na data zero quando descontados à taxa de 7%.
- Em termos econômicos de atratividade, os planos são equivalentes.
- A decisão deve ser tomada levando em conta o aspecto financeiro do desembolso, considerando a capacidade financeira do tomador de recursos e o comportamento das taxas de mercado.

Matemática Financeira

Fluxos de caixa não convencionais

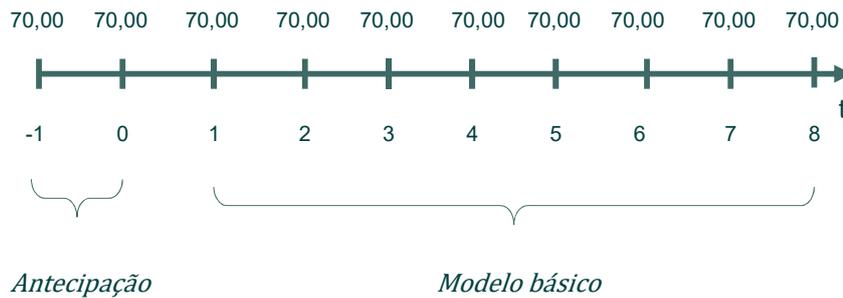
Período de ocorrência: postecipado



Matemática Financeira

Fluxos de caixa não convencionais

Período de ocorrência: antecipados



Matemática Financeira

Fluxos de caixa não convencionais

Período de ocorrência: antecipados_valor presente

$$FPV(i,n) = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

$$FV = PV(1+i)^n \text{ (para capitalizar antecipação)}$$

$$PV = [70,00 \times FPV(4\%, 8)] + 70,00 + 70,00(1,04)$$

$$PV = 614,09$$

Na HP:

0 g Cf0

70 g CFj

10 g Nj

4 i

f PV R\$ 567,762

1,04 Enter

2 y^x

x = 614,09

Matemática Financeira

Fluxos de caixa não convencionais

Período de ocorrência: antecipados_valor futuro

$$FFV(i,n) = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$FV = PV(1+i)^n$$

$$FV = [70,00 \times FFV(4\%, 8)] + 70,00(1,04)^8 + 70,00(1,04)^9$$

$$FV = R\$ 840,43$$

Na HP:

0 g Cf0

70 g CFj

10 g Nj

4 i

f PV R\$ 567,762

1,04 Enter

10 y ^x

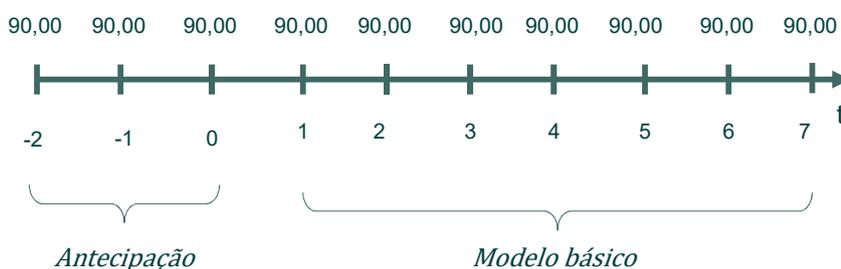
x

FV = 840,427

Matemática Financeira

Fluxos de caixa não convencionais

Período de ocorrência: antecipados _ Exercício



Pede-se calcular o valor presente e futuro do fluxo de caixa acima considerando uma taxa de 3%.

Matemática Financeira

Fluxos de caixa não convencionais

Período de ocorrência: antecipados_valor presente

$$FPV(i,n) = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

$$FV = PV(1+i)^n$$

$$PV = [90,00 \times FPV(3\%, 7)] + 90,00 + 90,00(1,03) + 90,00(1,03)^2$$

$$PV = 90,00 \times 6,23028 + 90,00 + 92,70 + 95,48 = 838,90$$

Na HP:

0 g Cf0

90 g CFj

10 g Nj

3 i

f PV R\$ 767,718

1,03 Enter

3 y^x

x = 838,90

Matemática Financeira

Fluxos de caixa não convencionais

Período de ocorrência: antecipados_valor futuro

$$FFV(i,n) = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$FV = PV(1+i)^n$$

$$FV = [90,00 \times FFV(3\%, 7)] + 90,00(1,03)^7 + 90,00(1,03)^8 + 90,00(1,03)^9$$

$$FV = 90,00 \times 7,6624 + 110,69 + 114,00 + 117,43 = 1.031,73$$

Na HP:

0 g Cf0

90 g CFj

10 g Nj

3 i

f PV R\$ 767,718

1,03 Enter

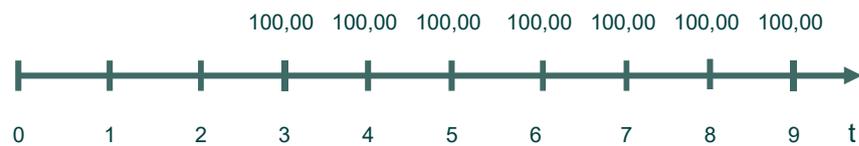
10 y^x

x = 1.031,74

Matemática Financeira

Fluxos de caixa não convencionais

Período de ocorrência: diferido



Carência = 2 (a base para definir a carência é o final do primeiro período)

$$PV = PMT \times (FPV(i,n) \times FAC(i,c))$$

$$PV = PMT \times \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \times \frac{1}{(1+i)^c}$$

Matemática Financeira

Fluxos de caixa não convencionais

Período de ocorrência: diferido_valor presente

$$FPV(i,n) = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

$$FAC = 1/(1+i)^n$$

$$PV = [100 \times FPV(2,2\%, 7)] \times FAC(2,2\%, 2)$$

$$PV = 100 \times 6,422524 \times 0,957410 = 614,90$$

Na HP:

2,2 i

7n

100 CHS PMT

PV

F Fin

FV

2,2 i

2 n

PV 614,90

Matemática Financeira

Fluxos de caixa não convencionais

Período de ocorrência: diferido_valor futuro

$$FFV(i,n) = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$FV = PV(1+i)^n$$

$$FV = [100,00 \times FFV(2,2\%, 7)]$$

$$FV = 100 \times 7,479318 = 747,93$$

Na HP:

100 CHS PMT

2,2 i

7 n

FV 747,93

Matemática Financeira

Fluxos de caixa não convencionais

Periodicidade

Reflete os intervalos de tempo em que os fluxos de caixa ocorrem.

Os fluxos de caixa podem ser periódicos e não periódicos.



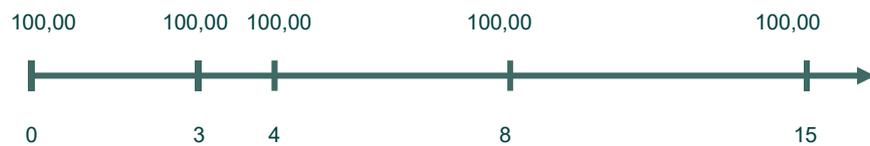
$$PV = \sum_{j=0}^n \frac{PMT_j}{(1+i)^j}$$

$$FV = \sum_{j=0}^n PMT_j \times (1+i)^{n-j}$$

Matemática Financeira

Fluxos de caixa não convencionais

Periodicidade



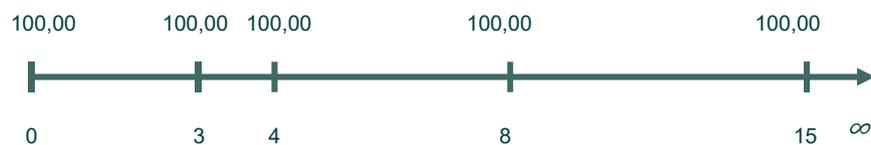
<i>Na HP:</i>	<i>0 g CFj</i>	<i>1,9 i</i>
<i>100 g CFO</i>	<i>3 g Nj</i>	<i>f PV = 448,68</i>
<i>0 g CFj</i>	<i>100 g CFj</i>	<i>f Fin ...CHS PV</i>
<i>2 g Nj</i>	<i>0 g CFj</i>	<i>1,9 i</i>
<i>100 g CFj</i>	<i>6 g Nj</i>	<i>15 n</i>
<i>2 g Nj</i>	<i>100 g CFj</i>	<i>FV</i>

Matemática Financeira

Fluxos de caixa não convencionais

Duração

A duração de um fluxo de caixa pode ser finita ou indeterminada.



$$PV = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{PMT_j}{(1+i)^j}$$

Matemática Financeira

Fluxos de caixa não convencionais

Duração

Fluxo de caixa igual, constante, periódico e indeterminado.

$$PV = PMT / i$$

Aplicações das séries indeterminadas:

- Avaliações de imóveis efetuadas com base nos rendimentos de aluguéis
- Apuração do preço de mercado de uma ação a partir de um fluxo de caixa previsto de dividendos.

Matemática Financeira

Fluxos de caixa não convencionais

Duração

Exemplo:

Um imóvel que esteja rendendo R\$ 2.000,00 de aluguel mensalmente. Sendo 2 % a.m. o custo de oportunidade. Qual o valor de referência do imóvel válido para uma avaliação inicial?

$$PV = PMT / i$$

$$PV = 2.000,00 / 0,02 = R\$ 100.000,00$$

Matemática Financeira

Fluxos de caixa não convencionais

Duração

PMTs que crescem a uma taxa constante (g)

$$PV = PMT / i - g$$

Um imóvel que esteja rendendo R\$ 2.000,00 de aluguel mensalmente. Sendo 2 % a.m. o custo de oportunidade. Qual o valor de referência do imóvel válido para uma avaliação inicial, supondo uma taxa de crescimento de 1% a.m.?

$$PV = 2.000,00 / 0,02 - 0,01 = R\$ 200.000,00$$

Matemática Financeira

Fluxos de caixa não convencionais

Valores

Os valores de um fluxo de caixa podem ser constantes ou variáveis.

$$PV = \sum_{j=0}^n PMT_j / (1+i)^j$$

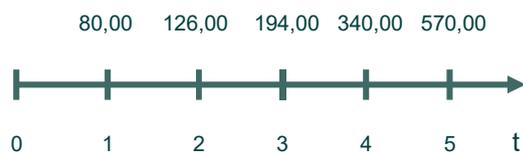
$$FV = \sum_{j=0}^n PMT_j \times (1+i)^{n-j}$$

$$FV = PV \times (1+i)^n$$

Matemática Financeira

Fluxos de caixa não convencionais

Valores



<i>Na HP:</i>	<i>340 g CFj</i>	<i>CHS PV</i>
<i>0 g CFO</i>	<i>570 g CFj</i>	<i>5 n</i>
<i>80 g CFj</i>	<i>4 i</i>	<i>4 i</i>
<i>126 g CFj</i>	<i>f PV = 1.125,00</i>	<i>FV = 1.368,80</i>
<i>194 g CFj</i>		