

Tópico:

Análise Fatorial

Exemplo completo (Livro Corrar modificado)

Bibliografia:

- L.J. Corrar; E. Paulo; J.M. Dias Filho, Analise multivariada ..., Atlas, 2007

Na AF é feito um agrupamento das variáveis num número menor de variáveis (denominadas fatores)

Modelo matemático:

$$x_i = a_{i1} F_1 + a_{i2} F_2 + a_{i3} F_3 + \dots + a_{im} F_m$$

- a_{ij} são as **cargas fatoriais** que medem o grau de correlação entre a variável original i e os fatores.
- a carga fatorial ao quadrado representa o quanto da variação de uma variável é explicado pelo fator:

$$a_{ij}^2 : \text{variação de } x_i \text{ explicado pelo fator } F_j$$

Os fatores, por sua vez, poderiam ser estimados por uma combinação linear das variáveis originais.

$$F_j = b_{j1}x_1 + b_{j2}x_2 + \dots + b_{ji}x_i$$

Sendo.

- F_j os fatores comuns não relacionados entre si;
- b_{ji} os **coeficientes dos escores fatoriais** e
- x_i as variáveis originais envolvidas no estudo.

O **escore fatorial** é um número resultante da multiplicação dos coeficientes b_{ji} pelo valor das variáveis originais .

Análise Fatorial – Exemplo Completo (Corrar p96)

Índices de Estrutura de Capital:

- Índice de Captações → **ICAP** = PTL/ATT
- Índice de Endividamento → **IEND** = $(PCD+ELP)/PTL$
- Índice de Recursos Próprios em Giro → **IRPG** = $(PTL-IMO-IVD-RLP)/ACL$
- Índice de Imobilização de Recursos → **IIMR** = $(IMO+IVD)/PTL$

Índices de Rentabilidade:

- Índice de Sinistralidade → **ISIN** = SRT/PGN
- Índice de Colocação do Seguro → **ICOL** = DCM/PGN
- Índice de Despesas Administrativas → **IDAD** = DAD/PRT
- Índice de Lucrativ. sobre Prêmio Ganho → **ILPG** = LLQ/PGN
- Índice de Retorno sobre o PL → **IRPL** = LLQ/PTL

Índices de Alavancagem:

- Índice de Solvência Prêmios → **PRPL** = PRT/PTL
- Índice de Alavancagem Líquida → **IALI** = $(PRT+PCC+PCD)/PTL$

Índices de Liquidez:

- Índice de Liquidez Corrente → **ILCO** = $ACL/(PCC+PCD)$
- Índice de Liquidez Geral → **ILGE** = $(ACL+RLP)/(PCC+PCD+ELP)$

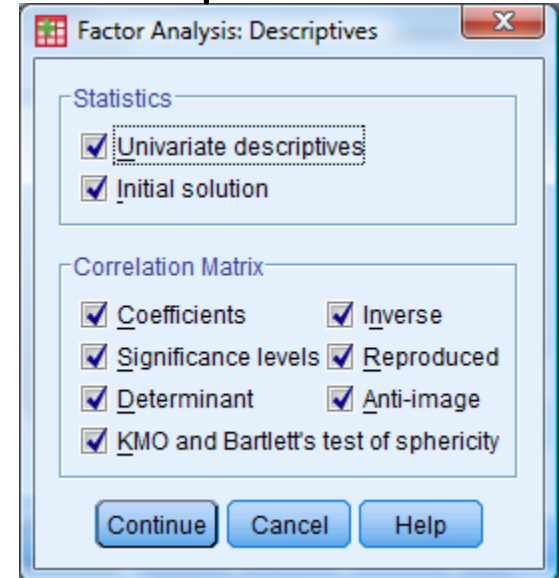
Índices Operacionais:

- Índice Combinado → **ICOM** = $(SRT+DCM+DAD)/PGN$
- Índice Combinado Ampliado → **ICOA** = $(SRT+DCM+DAD)/(PGN+RFC)$

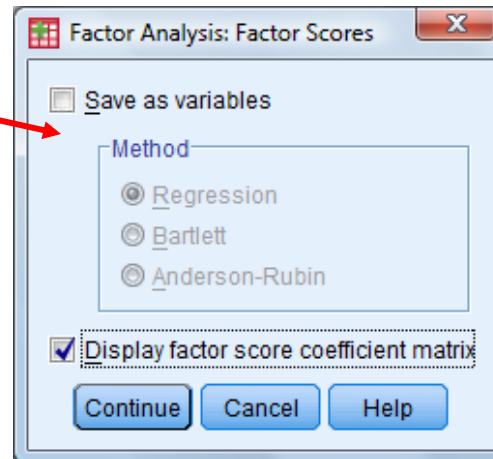
ACL → Ativo Circulante
 ATT → Ativo Total
 DAD → Despesa Administrativa
 DCM → Despesa Comercial
 ELP → Exigível a Longo Prazo
 IMO → Imobilizado
 IVD → Investimento e Diferido
 LLQ → Lucro Líquido
 PCC → Provisão comprometida Circulante
 PCD → Passivo Circulante-Demais
 PCP → Provisão Comprometida
 PGN → Prêmio Ganho
 PRT → Prêmio Retido
 PTL → Patrimônio Líquido
 RFC → Resultado Financeiro
 RLP → Realizável a Longo Prazo
 SRT → Sinistro Retido

Na Análise Fatorial, utilizaremos o SPSS para este exemplo:
Analyze > Dimension Reduction > Factor:

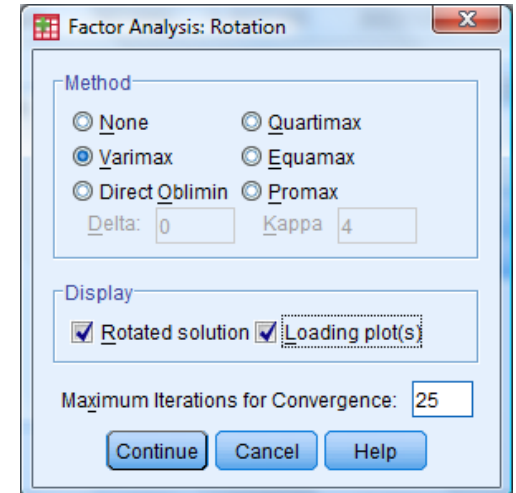
Descriptives:



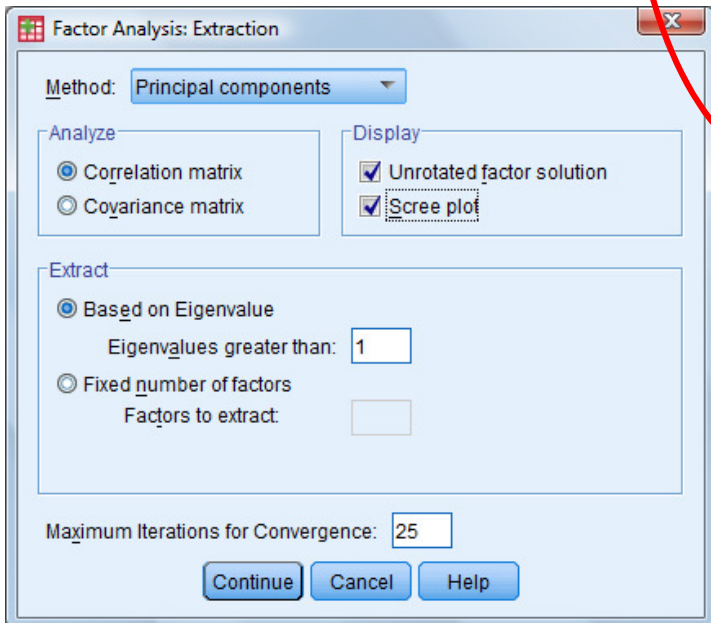
Scores:



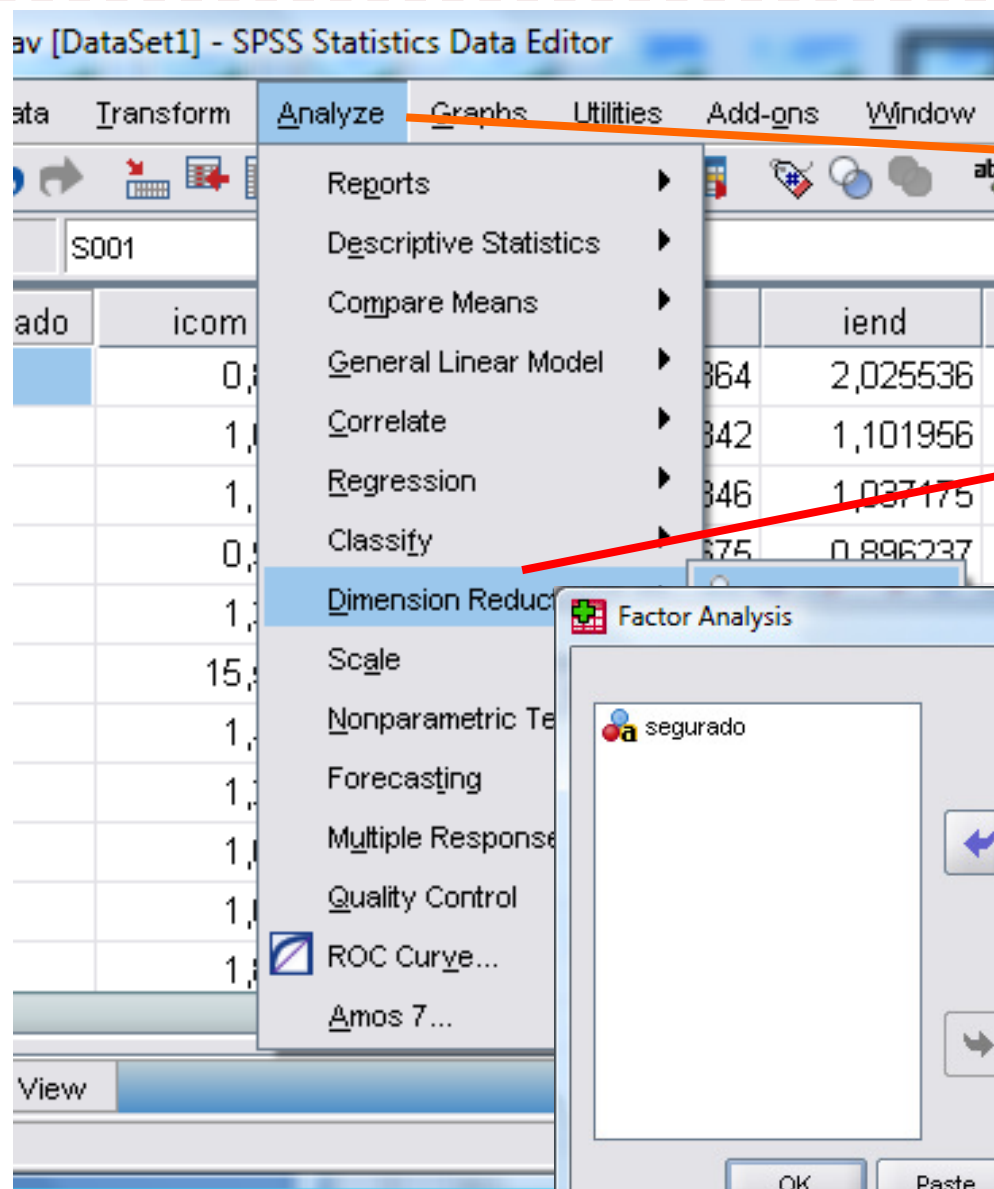
Rotation:



Extraction:

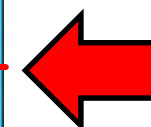


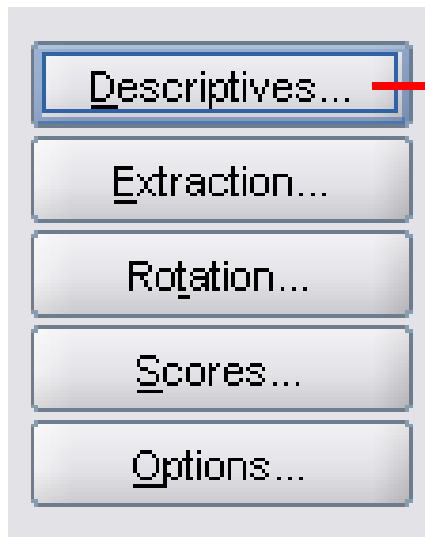
Análise Fatorial – Exemplo completo



Statistics (na versão anterior)

Data reduction (versão mais recente)

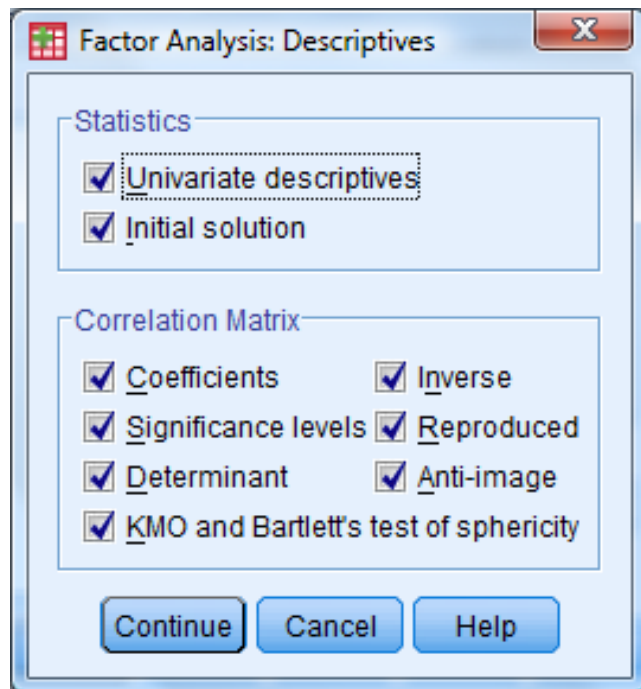




Statistics

Univariate descriptives: estatísticas descritivas para cada uma das variáveis.

Initial solution: Cálculo e demonstração das comunalidades, autovalores e total da variância inicial explicada.



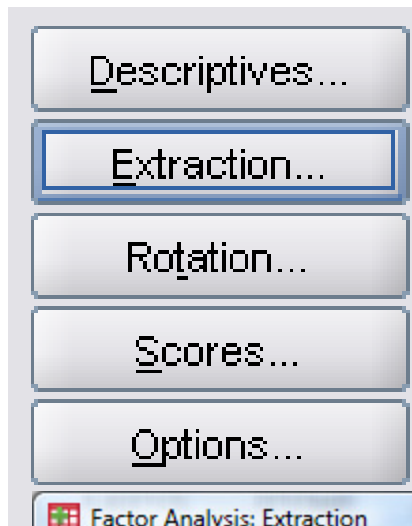
Cálculos relacionados à Matriz de Correlação:

Coeficientes de correlação; Nível de significância; Determinante; KMO e teste esfericidade de Bartlett;

Inversa; Reproduce;

Anti-Image (Observar a diagonal da matriz Anti-imagem): MSA, **M**eaure of **S**ampling **A**dequacy)

SPSS: Opções na caixa de diálogo da Análise Fatorial

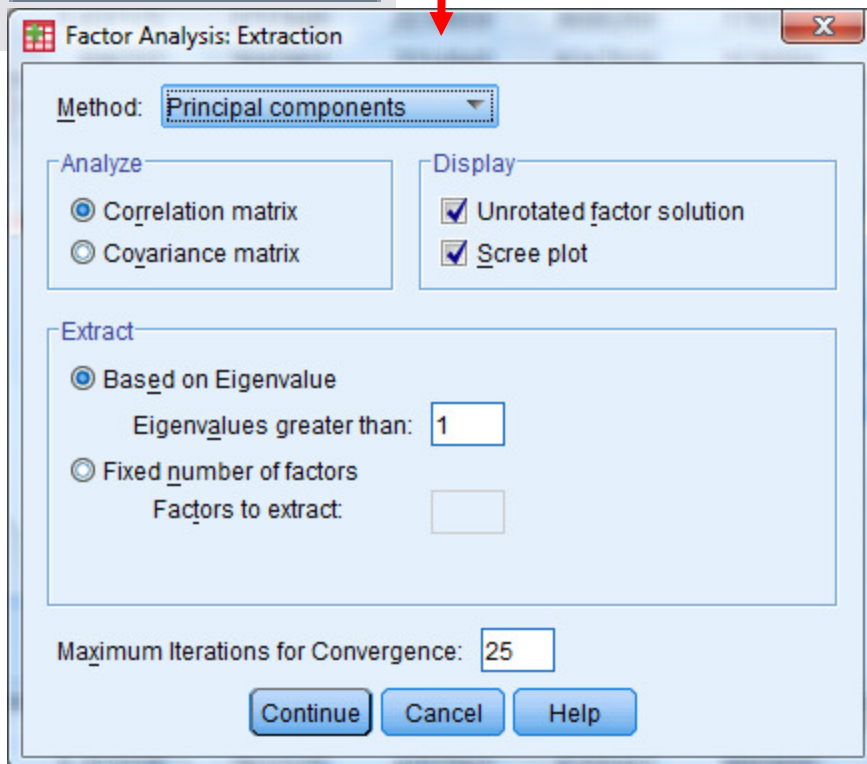


Método: Componentes principais

Opções:

Unrotated factor solution: Apresenta solução inicial.

Critério Kaiser para escolha do número de fatores:
Eigenvalues greater than : 1.



Demonstrar o Gráfico Scree Plot, para auxiliar na seleção do número de fatores.

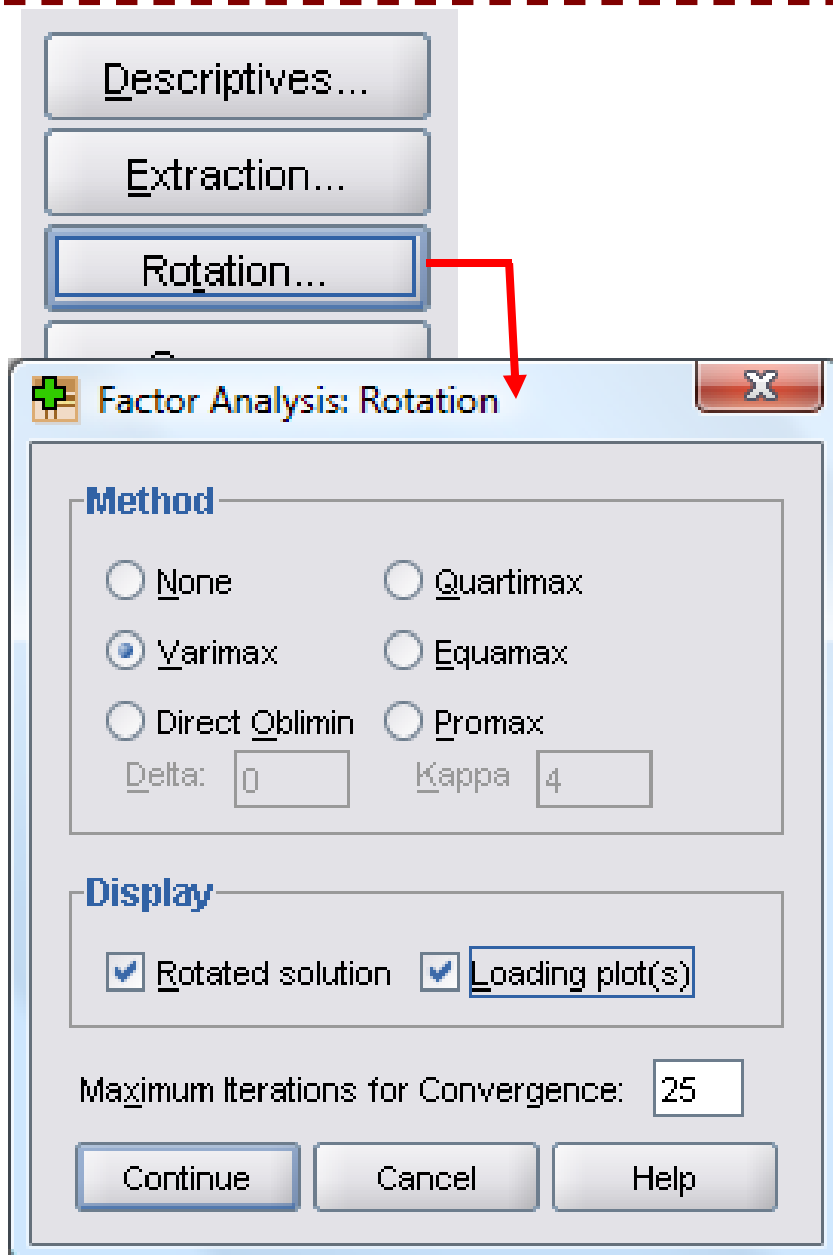
Método de Rotação de Fatores:
Botão **Rotation**.

Método: Varimax é mais utilizado

Display:

Rotated solution: Apresenta solução com a rotação realizada (fica mais evidente a composição dos fatores).

Loading Plot(s): Gráficos



Descriptives...

Extraction...

Rotation...

Scores...

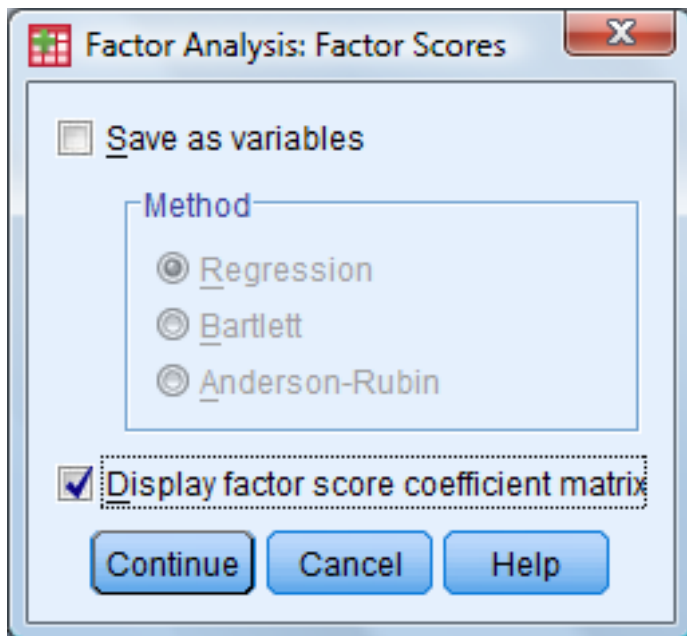
Options...

Botão Scores.

Permite gravar os escores para serem utilizados em outras técnicas.

Save as variables: Para utilizar diretamente em outras técnicas

Display factor score coefficient matrix: Os valores desta matriz, ao serem multiplicados pelos valores originais das variáveis, dão origem aos “indicadores latentes”, ou simplesmente **escores fatoriais**.



The screenshot shows the SPSS Factor Analysis output window. On the left is a tree view of the output, with 'Descriptive Statistics' selected. On the right is the main content area titled 'Factor Analysis' for '[DataSet1] D:\ENSINO\GRADUACAO\Esta'. Below the title is a table of 'Descriptive Statistics'.

	Mean	Std. Deviation	Analysis N
icom	7,4146	53,2527	107
icoa	1,0309	,6279	107
icap	,4177	,1983	107
iend	1,1219	,9655	107
irpg	,0279	,5350	107
iimr	,4924	,3472	107
isin	,7412	,9717	107
icol	,1340	,2272	107
idad	1,9775	10,3703	107
ilpg	5,4915	47,2047	107
irpl	,0892	,3577	107
prpl	1,7312	1,5521	107
iali	4,0605	3,0821	107
ilco	3,9229	6,5438	107
ilge	3,7703	6,3107	107

Resultados SPSS: Correlação

		icom	icoa	icap	iend	irpg	iimr	isin	icol	idad	ilpg
Correlation	icom	1,000	-,070	,296	-,127	,190	-,152	-,029	-,051	,928	,994
	icoa	-,070	1,000	,038	-,060	,029	-,014	,161	-,156	-,016	-,122
	icap	,296	,038	1,000	-,566	,142	,108	,058	-,117	,331	,314
	iend	-,127	-,060	-,566	1,000	-,142	,048	-,018	,048	-,151	-,131
	irpg	,190	,029	,142	-,142	1,000	-,402	,023	-,068	,179	,201
	iimr	-,152	-,014	,108	,048	-,402	1,000	-,149	,094	-,165	-,158
	isin	-,029	,161	,058	-,018	,023	-,149	1,000	-,424	-,036	-,069
	icol	-,051	-,156	-,117	,048	-,068	,094	-,424	1,000	-,049	-,028
	idad	,928	-,016	,331	-,151	,179	-,165	-,036	-,049	1,000	,946
	ilpg	,994	-,122	,314	-,131	,201	-,158	-,069	-,028	,946	1,000
	irpl	-,009	-,546	-,083	-,057	-,027	-,277	-,135	,103	-,039	,019
	prpl	-,134	-,131	-,548	,490	-,010	-,064	-,185	,273	-,185	-,130
	iali	-,113	-,110	-,779	,563	,041	-,132	-,176	,285	-,149	-,113
	ilco	,360	,043	-,074	-,251	,145	-,083	-,081	,036	,412	,360
	ilge	,374	,038	-,055	-,254	,158	-,105	-,069	,027	,424	,374
Sig. (1-tailed)	icom		,236	,001	,096	,025	,059	,382	,303	,000	,000
	icoa	,236		,348	,271	,385	,442	,049	,054	,436	,106
	icap	,001	,348		,000	,072	,135	,278	,116	,000	,000
	iend	,096	,271	,000		,072	,312	,429	,311	,061	,090
	irpg	,025	,385	,072	,072		,000	,406	,245	,033	,019
	iimr	,059	,442	,135	,312	,000		,062	,167	,045	,052
	isin	,382	,049	,278	,429	,406	,062		,000	,356	,241
	icol	,303	,054	,116	,311	,245	,167	,000		,307	,338
	idad	,000	,436	,000	,061	,033	,045	,356	,307		,000
	ilpg	,000	,106	,000	,090	,019	,052	,241	,388	,000	
	irpl	,464	,000	,198	,281	,391	,002	,083	,146	,343	,421
	prpl	,085	,089	,000	,000	,458	,256	,028	,002	,028	,091
	iali	,122	,129	,000	,000	,339	,087	,035	,001	,063	,124
	ilco	,000	,332	,223	,005	,068	,198	,204	,357	,000	,000
	ilge	,000	,348	,286	,004	,052	,141	,239	,391	,000	,000

Resultados SPSS: Correlação

		icom	icoa	icap	iend	irpg	iimr	isin	icol	idad	ilpg	irpl	prpl	iali	ilco	ilge
Correlation	icom	1,000	-,051	,928	,994	-,009	-,134	-,113	,360	,374						
	icoa	-,070	1,000	-,016	-,122	-,546	-,131	-,110	,043	,038						
	icap	,296	-,117	1,000	,331	,314	-,083	-,548	-,779	-,074	-,055					
	iend	-,127	,048	-,151	1,000	-,131	-,057	,490	,563	-,251	-,254					
	irpg	,190	-,088	,179	-,131	1,000	-,027	-,010	,041	,145	,158					
	iimr	-,152	,094	-,165	-,158	-,277	1,000	-,064	-,132	-,083	-,105					
	isin	-,023	-,424	-,036	-,069	-,135	-,185	1,000	-,176	-,081	-,069					
	icol	-,051	1,000	-,049	-,028	,103	,273	,285	1,000	,036	,027					
	idad	,928	-,049	1,000	,946	-,039	-,185	-,149	,412	,424						
	ilpg	,994	-,028	,946	1,000	,019	-,130	-,113	,360	,374						
	irpl	-,009	,103	-,039	,019	1,000	,148	,084	,017	,022						
	prpl	-,134	,273	-,185	-,130	,148	1,000	,761	-,226	-,223						
	iali	-,113	,285	-,149	-,113	,084	,761	1,000	,111	,093						
	ilco	,360	,036	,412	,360	,017	-,226	,111	1,000	,989						
	ilge	,374	,027	,424	,374	,022	-,223	,093	,989	1,000						
Sig. (1-tailed)	icom		,303	,000	,000	,464	,085	,122	,000	,000						
	icoa	,236	,054	,436	,106	,000	,089	,129	,332	,348						
	icap	,001	,116	,000	,000	,198	,000	,000	,223	,286						
	iend	,096	,311	,061	,090	,281	,000	,000	,005	,004						
	irpg	,025	,245	,033	,019	,391	,458	,339	,068	,052						
	iimr	,059	,167	,045	,052	,002	,256	,087	,198	,141						
	isin	,382	,000	,356	,241	,083	,028	,035	,204	,239						
	icol	,303		,307	,388	,146	,002	,001	,357	,391						
	idad	,000	,307		,000	,343	,028	,063	,000	,000						
	ilpg	,000	,388	,000		,421	,091	,124	,000	,000						
	irpl	,464	,146	,343	,421		,064	,196	,430	,413						
	prpl	,085	,002	,028	,091	,064		,000	,010	,011						
	iali	,122	,001	,063	,124	,196	,000		,128	,171						
	ilco	,000	,357	,000	,000	,430	,010	,128		,000						
	ilge	,000	,391	,000	,000	,413	,011	,171	,000							

Kaiser-Meyer-Olkin: Um valor entre 0 e 1.

Valores **próximos de zero indicam que a análise pode não ser adequada.**

KMO and Bartlett's Test

Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy.		,569
Bartlett's Test of Sphericity	Approx. Chi-Square	1631,347
	df	105
	Sig.	,000

Teste de Bartlett: Verifica a hipótese da matriz de correlação ser a matriz identidade, determinante igual a 1.

Resultados SPSS: Matriz anti-imagem

	ilge	,001	,000	-,001	-,008	-,002	,015	-,008	,000
Anti-image Correlation	icom	,531 ^a	-,606	,243	,032	,133	-,109	-,425	,034
	icoa	-,606	,228 ^a	-,120	,020	-,048	,230	,254	,034
	icap	,243	-,120	,724 ^a	,288	-,227	-,201	-,095	-,122
	iend	,032	,020	,288	,824 ^a	,058	-,143	-,037	,099
	irpg	,133	-,048	-,227	,058	,515 ^a	,393	-,012	,099
	iimr	-,109	,230	-,201	-,143	,393	,415 ^a	,201	-,033
	isin	-,425	,254	-,095	-,037	-,012	,201	,329 ^a	,302
	icol	,034	,034	-,122	,099	,099	-,033	,302	,710 ^a
	idad	,646	-,510	,063	-,071	,177	,033	-,291	,014
	ilpg	-,983	,633	-,244	-,026	-,150	,099	,427	-,027
	irpl	-,026	,459	,024	,082	,165	,399	,108	,006
	prpl	-,015	-,070	-,049	,064	-,005	-,110	,060	-,043
	iali	,111	,015	,513	-,258	-,153	,098	-,030	-,187
	ilco	-,081	,003	,056	,156	-,009	-,167	,082	,001
	ilge	,059	-,003	-,017	-,076	-,015	,138	-,066	-,003

a. Measures of Sampling Adequacy(MSA)

Resultados SPSS: Comunalidades

Communalities

Representa a variância total explicada pelos fatores em cada variável.

Se a comunalidade for $> 0,7$ então a variável possui relação com os fatores, conforme apresentado na coluna Extraction

	Initial	Extraction
icom	1,000	,971
icoa	1,000	,748
icap	1,000	,853
iend	1,000	,736
irpg	1,000	,743
iimr	1,000	,750
isin	1,000	,690
icol	1,000	,688
idad	1,000	,945
ilpg	1,000	,990
irpl	1,000	,832
prpl	1,000	,765
iali	1,000	,908
ilco	1,000	,984
ilge	1,000	,977

Extraction Method: Principal Component Analysis.

Resultados SPSS: Variância Explicadas

Autovalores e % de variância explicada pelos Fatores

Um fator explica 26,712% da variância dos dados originais.

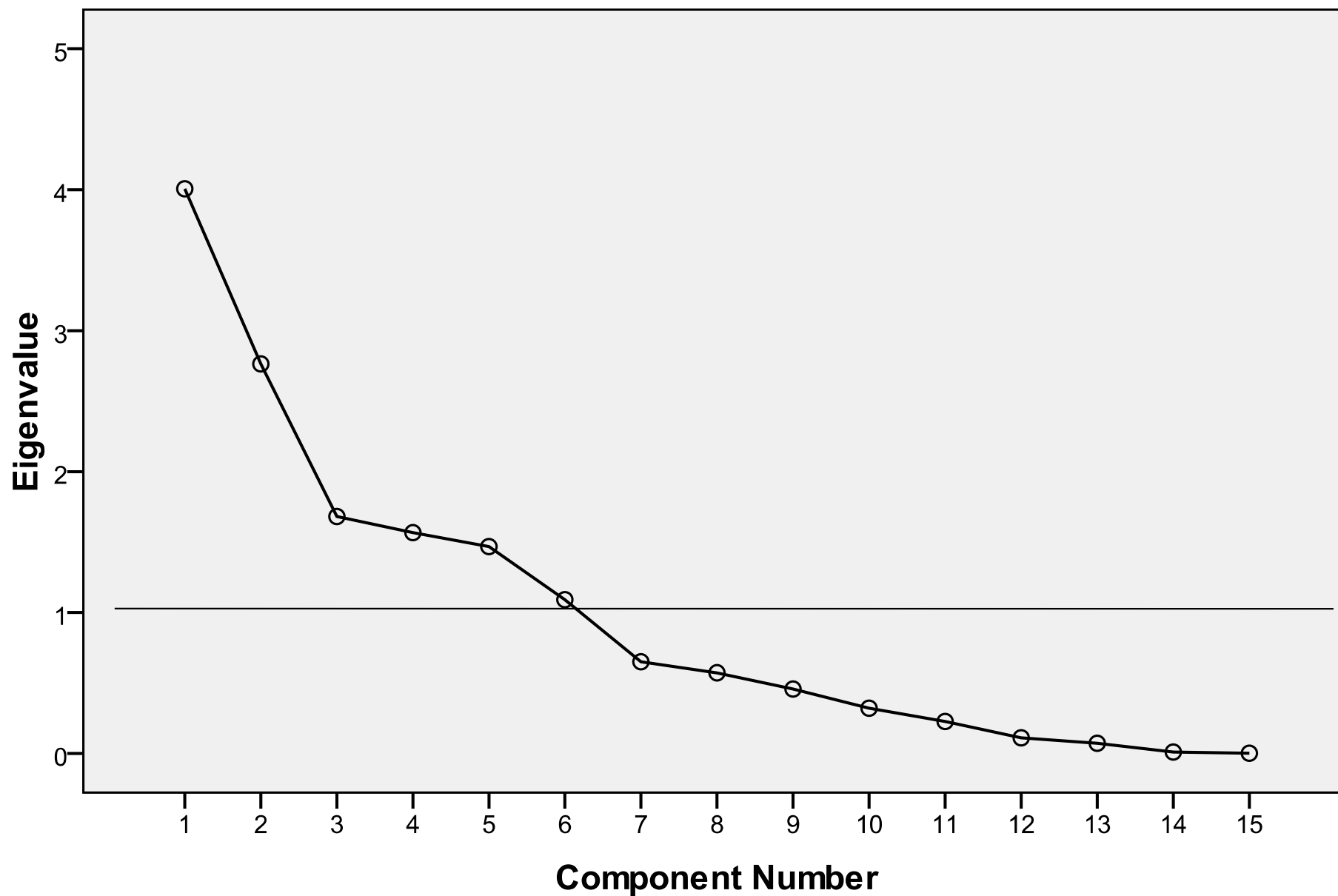
Dois fatores: 45,136 % da variância dos dados originais.

... Seis fatores: 83,852% da variância dos dados originais.

Total Variance Explained

Component	Initial Eigenvalues			Extraction Sums of Squared Loadings			Rotation Sums of Squared Loadings		
	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %
1	4,007	26,712	26,712	4,007	26,712	26,712	3,005	20,030	20,030
2	2,764	18,424	45,136	2,764	18,424	45,136	2,863	19,087	39,117
3	1,681	11,208	56,344	1,681	11,208	56,344	2,130	14,198	53,315
4	1,566	10,443	66,787	1,566	10,443	66,787	1,593	10,623	63,938
5	1,469	9,791	76,577	1,469	9,791	76,577	1,528	10,187	74,125
6	1,091	7,275	83,852	1,091	7,275	83,852	1,459	9,728	83,852
7	,650	4,335	88,187						
8	,572	3,816	92,003						
9	,457	3,045	95,048						
10	,321	2,139	97,187						
11	,227	1,513	98,699						
12	,111	,738	99,437						
13	,072	,483	99,920						
14	,010	,068	99,988						
15	,002	,012	100,000						

Resultados SPSS: Scree Plot



Resultados SPSS: Cargas Fatoriais

Component Matrix^a

	Component					
	1	2	3	4	5	6
icom	,828	,325	-,168	,278	,265	-,062
icoa	,038	-,295	,681	,135	,258	,333
icap	,564	-,611	-,342	-,021	,056	,202
iend	-,509	,433	,082	,372	,316	-,213
irpg	,292	,136	,112	,305	-,422	,597
iimr	-,168	-,263	-,054	-,433	,643	-,220
isin	,044	-,346	,344	,475	-,241	-,408
icol	-,166	,378	-,289	-,443	,208	,440
idad	,853	,293	-,111	,228	,256	-,044
ilpg	,833	,341	-,214	,259	,252	-,050
irpl	-,047	,289	-,571	-,130	-,578	-,263
prpl	-,532	,625	-,091	,233	,117	,126
iali	-,451	,808	,207	,084	,031	,029
ilco	,579	,409	,458	-,475	-,166	-,136
ilge	,594	,405	,450	-,455	-,178	-,132

Uma variável x_i pode ser escrita em termos de fatores F , utilizando as cargas fatoriais:

Extraction Method: Principal Component Analysis.

a. 6 components extracted.

$$X_i = a_{i1} F_1 + a_{i2} F_2 + a_{i3} F_3 + \dots + a_{i6} F_6 + e_i$$

Resultados SPSS: Cargas Fatoriais com Rotação

Rotated Component Matrix^a

	Component					
	1	2	3	4	5	6
icom	,966	-,082	,151	-,021	-,012	,083
icoa	-,105	-,059	,072	,836	-,136	,106
icap	,293	-,847	-,210	,054	,035	,029
iend	,026	,790	-,259	,051	-,094	-,183
irpg	,129	-,084	,044	,126	,073	,834
iimr	-,082	-,118	-,063	,205	,222	-,796
isin	-,051	-,046	-,047	,096	-,818	,071
icol	-,045	,144	,022	-,071	,812	-,028
idad	,938	-,125	,207	,023	-,009	,083
ilpg	,973	-,092	,145	-,061	,024	,090
irpl	-,060	,024	,045	-,895	,047	,151
prpl	-,044	,787	-,232	-,097	,263	,110
iali	-,075	,906	,151	-,043	,204	,121
ilco	,225	-,031	,963	,018	,046	,049
ilge	,239	-,040	,955	,012	,036	,068

Fator 1: ICOM, IDAD, ILPG

Fator 2: ICAP, IEND, PRPL, IALI

Fator 3: ILCO, ILGE

Fator 4: ICOA, IRPL

Fator 5: ISIN, ICOL

Fator 6: IRPG, IIMR

Extraction Method: Principal Component Analysis.
Rotation Method: Varimax with Kaiser Normalization.

a. Rotation converged in 6 iterations.

Com a matriz rotacionada cada variável se associa mais a um fator, ou seja, para uma dada variável a carga fica maior (em módulo) em um dos fatores.

Resultados SPSS: Component Score

Component Score Coefficient Matrix

	Component					
	1	2	3	4	5	6
icom	,355	,049	-,062	,003	-,022	-,034
icoa	-,047	,013	,032	,536	,012	,126
icap	,074	-,307	-,168	,018	,125	,047
iend	,134	,324	-,120	,050	-,146	-,150
irpg	-,033	-,052	-,062	,144	,144	,618
iimr	,035	-,040	,018	,105	,129	-,538
isin	-,005	,062	,013	-,027	-,558	-,003
icol	-,025	-,033	-,016	,049	,554	,044
idad	,332	,032	-,029	,028	-,013	-,030
ilpg	,355	,040	-,068	-,019	,001	-,027
irpl	-,061	-,042	,042	-,576	-,059	,059
prpl	,065	,264	-,130	,010	,118	,091
iali	,010	,319	,082	,034	,053	,069
ilco	-,054	,010	,482	,000	-,008	-,046
ilge	-,050	,008	,474	-,004	-,014	-,034

Extraction Method: Principal Component Analysis.
 Rotation Method: Varimax with Kaiser Normalization.
 Component Scores.

Resultados SPSS: Análise dos Fatores

Índices de Estrutura de Capital:

- Índice de captações → $ICAP = PTL/ATT$
- Índice de Endividamento → $IEND = (PCD+ELP)/PTL$
- Índice de Recursos Próprios em Giro → $IRPG = (PTL-IMO-IVD-RLP)/ACL$
- Índice de Imobilização de Recursos → $IIMR = (IMO+IVD)/PTL$

Índices de rentabilidade:

- Índice de Sinistralidade → $ISIN = SRT/PGN$
- Índice de Colocação do Seguro → $ICOL = DCM/PGN$
- Índice de Despesas Administrativas → $IDAD = DAD/PRT$
- Índice de Lucratividade sobre Prêmio Ganho → $ILPG = LLQ/PGN$
- Índice de Retorno sobre o PL → $IRPL = LLQ/PTL$

Índices de alavancagem:

- Índice de Solvência Prêmios → $PRPL = PRT/PTL$
- Índice de Alavancagem Líquida → $IALI = (PRT+PCC+PCD)/PTL$

Índices de liquidez:

- Índice de Liquidez Corrente → $ILCO = ACL/(PCC+PCD)$
- Índice de Liquidez Geral → $ILGE = (ACL+RLP)/(PCC+PCD+ELP)$

Índices operacionais:

- Índice Combinado → $ICOM = (SRT + DCM + DAD)/PGN$
- Índice Combinado Ampliado → $ICOA = (SRT + DCM + DAD)/(PGN + RFC)$

Fator 1: ICOM, IDAD, ILPG

Fator 2: ICAP, IEND, PRPL, IALI

Fator 3: ILCO, ILGE

Fator 4: ICOA, IRPL

Fator 5: ISIN, ICOL

Fator 6: IRPG, IIMR

Consideração sobre os fatores

Fator 1: ICOM, IDAD, ILPG

Controle das despesas Operacionais

Fator 2: ICAP, IEND, PRPL, IALI

Alavancagem

Fator 3: ILCO, ILGE

Liquidez

Fator 4: ICOA, IRPL

Fator 5: ISIN, ICOL

Fator 6: IRPG, IIMR

Para uma análise completa:

Observar:

- **KMO** (Kaiser-Meyer-Olkin) Medida de adequação da amostra, que varia no intervalo entre 0 e 1, sendo atingido o valor 1 quando as variáveis estão perfeitamente correlacionadas.

A análise deve ser feita da seguinte maneira: valores acima de 0,8 - excelente; 0,7 ou mais - bom; 0,6 ou mais - médio; 0,5 ou mais - ruim; abaixo de 0,5 - inaceitável.

Os valores de KMO aumentam à medida que o tamanho da amostra aumenta, ou que a média das correlações aumenta, ou quando aumenta o número de variáveis ou quando o número de fatores (dimensões) diminui.

Para uma análise completa:

Observar:

- **Teste de esfericidade de Barlett.** Avalia a hipótese de que a matriz das correlações pode ser a matriz identidade, e portanto não estão correlacionadas.

H_0 : a matriz de correlação é uma matriz identidade

H_1 : a matriz de correlação não é uma matriz identidade

- Se H_0 é rejeitada haverá indícios de que existem correlações significativas entre as variáveis.
- Se H_0 não for rejeitada, indica que as variáveis não estão correlacionadas e, nesta situação, não é adequada a utilização da AF.

Para uma análise completa:

- **Matriz anti-imagem.** Observar a “medida de adequação da amostra” ou Measure of Sampling Adequacy (**MSA**), que são os **valores da diagonal principal na Matriz anti-imagem**. Quanto maiores forem tais valores, melhor será a utilização da AF. $MSA < 0,5$ não é considerado adequado para análise fatorial. É desejável um valor de $MSA \geq 0,8$. É um critério importante, se alguma variável apresentar baixo valor na diagonal principal e alto valor fora dela, talvez haja necessidade de excluí-la do modelo.

$$MSA = \frac{\sum_{i \neq j} r_{ij}^2}{\sum_{i \neq j} r_{ij}^2 + \sum_{i \neq j} a_{ij}^2}$$

Para uma análise completa:

- **Comunalidades.**

Verificar os valores das comunalidades, se alguma variável apresentar baixo valor de comunalidade ($< 0,7$) talvez haja necessidade de excluí-la do modelo.

- **Critério de Extração de Fatores.**

Pelo critério Kaiser considere autovalores acima de 1,0 (lembre-se que a análise é feita pela matriz de correlação).

- **Rotação.**

Utilize o critério Varimax para rotação.