LSEE

4 - Componentes Simétricos

4.1 - Análise por Componentes Simétricos

4.2 - Operadores

4.3 - Comp. Simétricos de Fasores Assimétricos

4.4 - Potência em termos de Componentes Simétricos

4.5 - Componentes Simétricos das Impedâncias

4.6 - Impedância de Seqüência dos Componentes do Sistema

4.1 – Análise por Componentes Simétricos

- 1918 Dr. Fortescue apresentou um trabalho intitulado: *"Método de Componentes Simétricos aplicado a solução de circuitos polifásicos"*,

- desde então largamente usado em sistemas desiquilibrados, CC entre uma e duas fases.

- De acordo com o teorema um sistema trifásico desequilibrado pode ser substituido por três sistemas equilibrados de fasores:

LSEE

4.1 – Análise por Componentes Simétricos

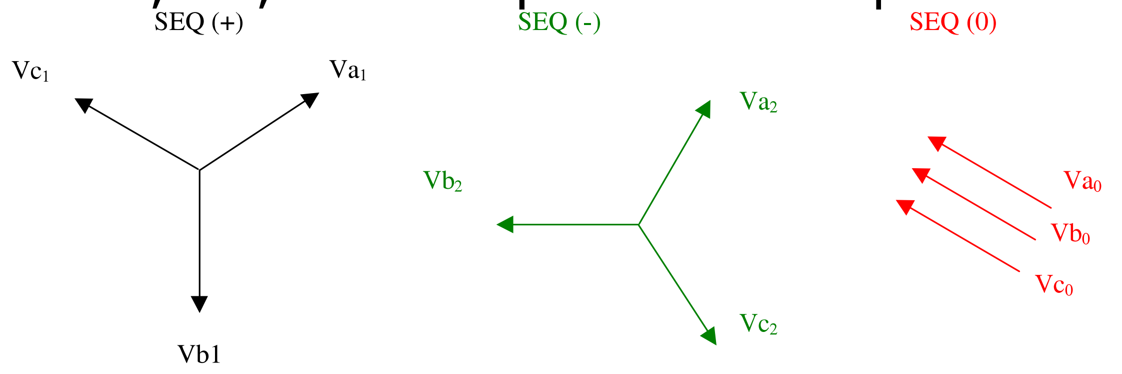
❶ **Componentes de sequência positiva (+)**: 3 fasores iguais em módulo, defasados de 120º, tendo a mesma seq. de fase original (abc);

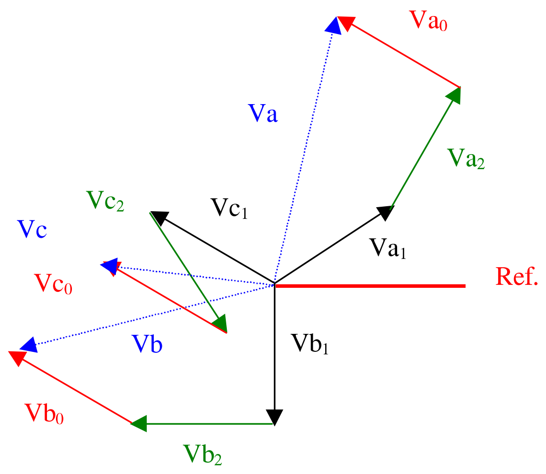
❷ **Componentes de sequência negativa (-)**: 3 fasores iguais em módulo, defasados de 120º, seq. de fase oposta a original (acb);

❸ **Componentes de sequência zero (0)**: 3 fasores iguais em módulo com defasagem de 0º entre si.

4.1 – Análise por Componentes Simétricos

Exemplificando, Va, Vb e Vc podem ser representados por:





Podemos escrever que:

$$\mathbf{V_a = V_{a1} + V_{a2} + V_{a0}} \quad (4.1)$$

$$\mathbf{V_b = V_{b1} + V_{b2} + V_{b0}} \quad (4.2)$$

$$\mathbf{V_c = V_{c1} + V_{c2} + V_{c0}} \quad (4.3)$$

LSEE

4.2 – Operadores

- Operador j

$$j = 1\angle 90^o = 1\angle -270^o = 0 + j1$$

$$j^2 = 1\angle 180^o = 1\angle -180^o = -1 + j0 = -1$$

$$j^3 = 1\angle 270^o = 1\angle -90^o = 0 - j1 = -j$$

$$j^4 = 1\angle 360^o = 1\angle 0^o = 1 + j0 = 1$$

$$j^5 = 1\angle 450^o = 1\angle 90^o = 0 + j1 = j$$

$$j + j^2 = \sqrt{2}\angle 135^o = \sqrt{2}\angle -235^o = -1 + j1$$

$$j + j^3 = 0 - 0 + j0 = 0$$

$$j - j^2 = \sqrt{2}\angle 45^o = \sqrt{2}\angle -315^o = 1 + j1$$

$$j - j^3 = 2\angle 90^o = 2\angle 270^o = 0 + j2$$

LSEE

4.2 – Operadores

- **Operador a = 1∠120º = 1e$^{j2\pi/3}$ = -0,5 + j0,866**

$$a = 1\angle 120^o = -0{,}5 + j0{,}866$$

$$a^2 = 1\angle 240^o = -0{,}5 - j0{,}866$$

$$a^3 = 1\angle 360^o = 1 + j0$$

$$a^4 = 1\angle 120^o = a$$

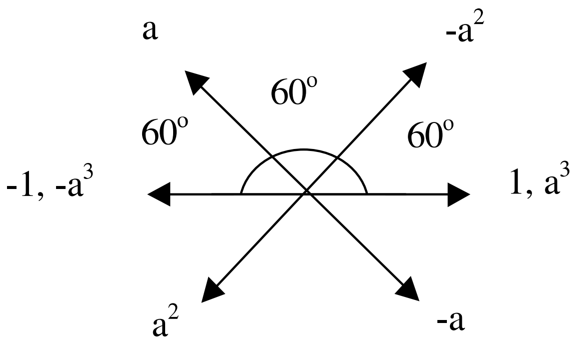
$$1 - a = \sqrt{3}\angle -30^o = 1{,}5 - j0{,}866$$

$$1 + a^2 = 1\angle -60^o = 0{,}5 - j0{,}866 = -a$$

$$a + a^2 = 1\angle 180^o = -1 - j0$$

$$a - a^2 = \sqrt{3}\angle 90^o = 0 + j1{,}732$$

$$1 + a + a^2 = 0$$



$j = 1\angle 90^o$ $\quad -j = \angle -90^o$

$a = 1\angle 120^o$ $\quad -a = 1\angle -60^o$

4.3 – Comp. Simétricos de Fasores Assimétricos

$$V_a = V_{a1} + V_{a2} + V_{a0} \qquad (4.1)$$

$$V_b = V_{b1} + V_{b2} + V_{b0} \qquad (4.2)$$

$$V_c = V_{c1} + V_{c2} + V_{c0} \qquad (4.3)$$

Usando a e as figuras:

$V_{b1} = a^2.V_{a1}$ $\qquad V_{c1} = a.V_{a1}$ $\qquad a = 1\angle 120^o$

$V_{b2} = a.V_{a2}$ $\qquad V_{c2} = a^2.V_{a2}$ $\qquad a^2 = 1\angle 240^o$

$V_{b0} = V_{a0}$ $\qquad V_{c0} = V_{a0}$

LSEE

4.3 – Comp. Simétricos de Fasores Assimétricos

Substituindo:

$$V_a = V_{a1} + V_{a2} + V_{a0} \quad (4.5)$$

$$V_b = a^2V_{a1} + aV_{a2} + V_{a0} \quad (4.6)$$

$$V_c = aV_{a1} + a^2V_{a2} + V_{a0} \quad (4.7)$$

Matricialmente:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}}_{A} \begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

4.3 – Comp. Simétricos de Fasores Assimétricos

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \qquad (4.9)$$

$$A^{-1} = 1/3 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \qquad (4.10)$$

Pré-multiplicando (4.8) por A^{-1}:

$$A^{-1}\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = A^{-1}.A\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix}$$

LSEE

4.3 – Comp. Simétricos de Fasores Assimétricos

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = 1/3 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Desenvolvendo:

$$V_{a0} = 1/3(V_a + V_b + V_c) \quad (4.12)$$

$$V_{a1} = 1/3(V_a + aV_b + a^2Vc) \quad (4.13)$$

$$V_{a2} = 1/3(V_a + a^2V_b + aV_c) \quad (4.14)$$

Os demais valores de V_{b0}, V_{c0}, V_{b1}, V_{c1}, V_{b2} e V_{c2} são obtidos pelas equações anteriores.

LSEE

4.3 – Comp. Simétricos de Fasores Assimétricos

Observações importantes:

1. Para circuitos trifásicos equilibrados não há componente de sequência zero.

2. As equações (4.12) ... (4.14) podem ser resolvidas gráfica ou analiticamente. Quando representam correntes:

$$I_{a0} = 1/3(I_a + I_b + I_c) \qquad (4.15)$$

$$I_{a1} = 1/3(I_a + aI_b + a^2I_c) \qquad (4.16)$$

$$I_{a2} = 1/3(I_a + a^2I_b + aI_c) \qquad (4.17)$$

3. Num sistema trifásico com condutor neutro:

$$I_n = I_a + I_b + I_c \Rightarrow I_{a0} = 1/3I_n \Rightarrow \mathbf{I_n = 3I_{a0}} \qquad (4.18)$$

*** Quando não há retorno ⇨ $I_n = 0$ ⇨ correntes de seqüência *0* são nulas (carga ligada em △ não tem corrente de sequência nula).**

4.4 – Potência em Termos de Componentes Simétricos

$$\mathbf{N = P + \mathit{j}Q = V_aI_a^* + V_bI_b^* + V_cI_c^*} \qquad \mathbf{(4.19)}$$

(potência em termos de tensão e corrente de fase)

Matricialmente:

$$N = [\, V_a \; V_b \; V_c \,] \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}^* = \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}^* \qquad (4.20)$$

$$N = V_L^t . I_L^* \qquad V_L = A \begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} \qquad I_L = A \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix}$$

LSEE

4.4 – Potência em termos de Componentes Simétricos

Assim:

$$N = \left\{ A \begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} \right\}^T \left\{ A \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix} \right\}^* \qquad \textbf{(4.21)}$$

Da álgebra matricial:

$$[A.V]^t = V^t.A^t$$

$$[A.I]^* = A^*.I^*$$

a e a² ➔ conjugados

LSEE

4.4 – Potência em termos de Componentes Simétricos

Assim:

$$N = \underbrace{[\, V_{a0} \quad V_{a1} \quad V_{a2} \,]}_{[V]^T} \underbrace{\overbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}}^{A^t = A} \overbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix}}^{A^*}}_{\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} = 3} \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix}^* \quad (4.22)$$

$$N = 3\,[\, V_{a0} \quad V_{a1} \quad V_{a2} \,] \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix}^*$$

4.4 – Potência em termos de Componentes Simétricos

$$V_a I_a^* + V_b I_b^* + V_c I_c^* = 3V_{a0} I_{a0}^* + 3V_{a1} I_{a1}^* + 3V_{a2} I_{a2}^*$$

$$\begin{bmatrix} V_a & V_b & V_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}^* = 3 \begin{bmatrix} V_{a0} & V_{a1} & V_{a2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ao} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix}^*$$

Exemplos

<u>Exemplo 1:</u>

Um condutor de uma linha trifásica está aberto. A corrente que flui para uma carga ligada em Δ pela linha <u>a</u> é de 10A. Tomando a corrente na linha <u>a</u> como referência e a linha <u>c</u> aberta, determine os componentes simétricos das correntes de linha.

$$\dot{I}_a = 10\underline{/0^\circ}(A);\ \dot{I}_b = 10\underline{/180^\circ}(A) \text{ e } \dot{I}_c\, 0$$

<u>Exemplo 2:</u>

Dados: $V_a = 10\underline{/30^o}$, $V_b = 30\underline{/-60^o}$ e $V_c = 15\underline{/145^o}$ determinar as componentes simétricas correspondentes.