

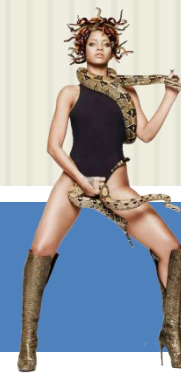
PESQUISA OPERACIONAL – TESTES 1



Uma rede de televisão tem o seguinte problema: foi descoberto que o **programa A** com **20** minutos de música e **1** minuto de propaganda chama a atenção de **30.000** telespectadores, enquanto o **programa B**, com **10** minutos de música e **1** minuto de propaganda, chama atenção de **10.000** telespectadores. No decorrer de uma semana, o patrocinador insiste no uso de, no mínimo, **5** minutos para sua propaganda, e que não há verba para mais de **80** minutos de música. **Quantas vezes por semana cada programa deve ser levado ao ar para obter o número máximo de telespectadores? Elabore o modelo.**



Capítulo





7-3

Variáveis

x_A, x_B = número de vezes que os programas A, B irão ao ar (por semana)

Função-objetivo

$$\max f = 30.000 \cdot x_A + 10.000 \cdot x_B$$

Restrições

$$20 \cdot x_A + 10 \cdot x_B \leq 80$$

$$1 \cdot x_A + 1 \cdot x_B \geq 5$$

$$x_A \geq 0 \quad x_B \geq 0 \text{ e inteiras}$$



Capítulo 7





Teste 2



7-4

Uma empresa transporta bananas de **Brodowski, Cravinhos e Guatapar** para **Ribeirão Preto e Sertãozinho**. O **custo** por tonelada será estimado pela distância entre as cidades em trajeto sem pedágio. **O que fazer?**

	Ribeirão Preto	Sertãozinho	Oferta
Brodowski	36.5	61.3	40 toneladas
Cravinhos	23.7	56.8	50 toneladas
Guatapar	61.7	56.1	60 toneladas
Demanda	65 toneladas	35 toneladas	



Capítulo 7





Teste 2

36.5	61.3	40 †
23.7	56.8	50 †
61.7	56.1	60 †
65 †	35 †	

7-5

Variáveis

x_{ij} = quantidade de bananas transportadas da cidade i para a cidade j

Função-objetivo

$$\min f = 36.5 * x_{11} + 61.3 * x_{12} + 0 * x_{13} + 23.7 * x_{21} + 56.8 * x_{22} + 0 * x_{23} + 61.7 * x_{31} + 56.1 * x_{32} + 0 * x_{33}$$

Restrições

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} = 40$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} = 50$$

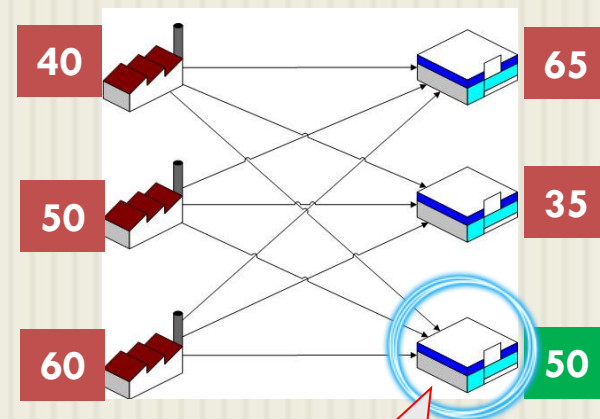
$$x_{31} + x_{32} + x_{33} = 60$$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 65$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 35$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 50$$

$$x_{ij} \geq 0$$



Capítulo 7

150



100

Cidade Fantasma
(ou Dummy)



Teste 3



7-6

Um vendedor dispõe de um caminhão com **10 m³** de espaço.

Ele tem **5** tipos de produtos para transportar para sua região de vendas.

Os produtos têm **0.5 m³**, **1 m³**, **1.5 m³**, **2 m³** e **3m³**, e lucro esperado de **R\$ 10**, **R\$ 20**, **R\$ 30**, **R\$ 40** e **R\$ 50** respectivamente.

Um mínimo de **2** unidades do produto 1 (0.5 m³) tem que ser obrigatoriamente colocadas na carga. **O que fazer?**



Capítulo 7



Teste 3

7-7



Variáveis

x_i = quantidade de cada produto transportada no caminhão

Função-objetivo

$$\max f = 10 \cdot x_1 + 20 \cdot x_2 + 30 \cdot x_3 + 40 \cdot x_4 + 50 \cdot x_5$$



Restrições

$$0,5 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 + 1,5 \cdot x_3 + 2 \cdot x_4 + 3 \cdot x_5 \leq 10$$

$$x_1 \geq 2$$

$$x_i \geq 0 \text{ e inteiras}$$



Capítulo 7





Teste 4



Há carga para transportar de **Ribeirão Preto** para **São Paulo** (**30 toneladas**) e **Rio de Janeiro** (**20 toneladas**). Dispõe-se de **8** aviões B-727, **15** aviões Electra e **12** aviões Bandeirante. O custo total da viagem (R\$) e a capacidade dos aviões são fornecidos abaixo. **O que fazer?**

	B-727	Electra	Bandeirante	Carga
São Paulo	23	5	1.4	30 ton
Rio de Janeiro	58	10	3.8	20 ton
Quantidade de aviões	8 aviões	15 aviões	12 aviões	
Capacidade dos aviões	45 ton	7 ton	4 ton	



Teste 4

23	5	1.4	30 †
58	10	3.8	20 †
8	15	12	
45 †	7 †	4 †	

7-9

Variáveis

x_{ij} = quantidade de aviões do tipo i enviados para a cidade j

Função-objetivo

min $f = 23 \cdot x_{11} + 58 \cdot x_{12} + 5 \cdot x_{21} + 10 \cdot x_{22} + 1.4 \cdot x_{31} + 3.8 \cdot x_{32}$



Restrições

$$x_{11} + x_{12} \leq 8$$

$$x_{21} + x_{22} \leq 15$$

$$x_{31} + x_{32} \leq 12$$

$$45 \cdot x_{11} + 7 \cdot x_{21} + 4 \cdot x_{31} \geq 30$$

$$45 \cdot x_{12} + 7 \cdot x_{22} + 4 \cdot x_{32} \geq 20$$

$$x_{ij} \geq 0 \text{ e inteiras}$$



Capítulo 7



Teste 5

7-10



Uma empresa pode fabricar **3** produtos **A**, **B**, **C** na mesma máquina. Sabe-se que a máquina trabalha no máximo **45** horas por semana e que a produção para cada artigo é respectivamente **50** peças **A** por hora, **25** peças **B** por hora e **75** peças **C** por hora. Uma análise mercadológica revelou que no máximo serão absorvidas **1000** peças **A** por semana, **500** peças **B** por semana e **1500** peças **C** por semana. Sabendo-se que o lucro unitário é respectivamente R\$ **4**, R\$ **12** e R\$ **3** determinar o plano semanal de produção que garanta máximo lucro.



Teste 5

7-11

Variáveis

x_A, x_B, x_C = quantidade produzida de A, B, C

Função-objetivo

$$\max f = 4 \cdot x_A + 12 \cdot x_B + 3 \cdot x_C$$

Restrições

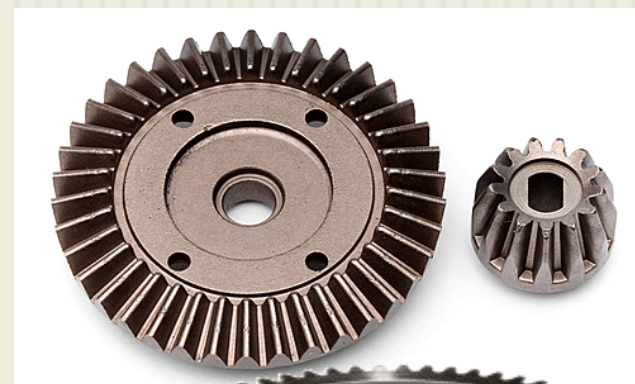
$$(1/50) \cdot x_A + (1/25) \cdot x_B + (1/75) \cdot x_C \leq 45$$

$$x_A \leq 1000$$

$$x_B \leq 500$$

$$x_C \leq 1500$$

$$x_A, x_B, x_C \geq 0 \text{ e inteiras}$$



Capítulo 7

Teste 6

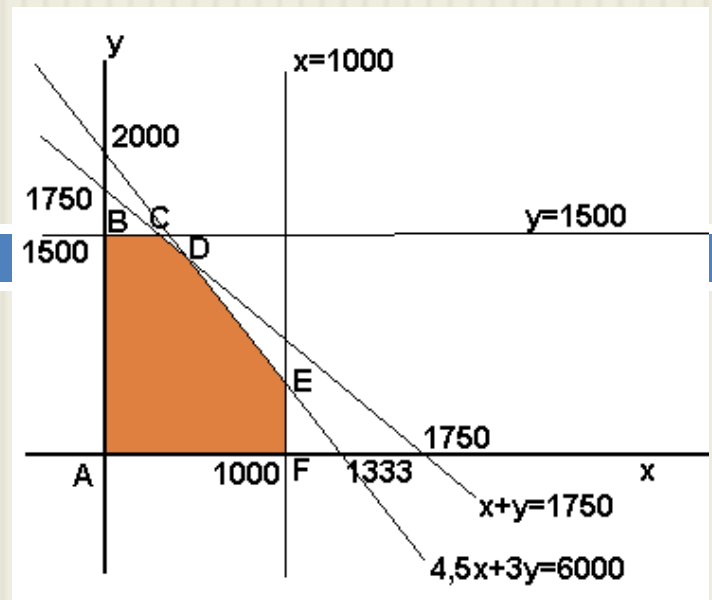
7-12

Resolver graficamente os 2 problemas abaixo:

Problema 1

$$\max \min f = x_1 + 2 \cdot x_2$$

$$\text{s/a} \begin{cases} 4 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 \leq 12 \\ x_2 \leq 2 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$



Problema 2

$$\max \min f = x_1 + x_2$$

$$\text{s/a} \begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1 \\ 2 \cdot x_1 - x_2 \leq 4 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$



Teste 6

7-13

Solução

Problema 1

max $x_1 = 1.5$
 $x_2 = 2$
 $f = 5.5$

min $x_1 = 0$
 $x_2 = 0$
 $f = 0$

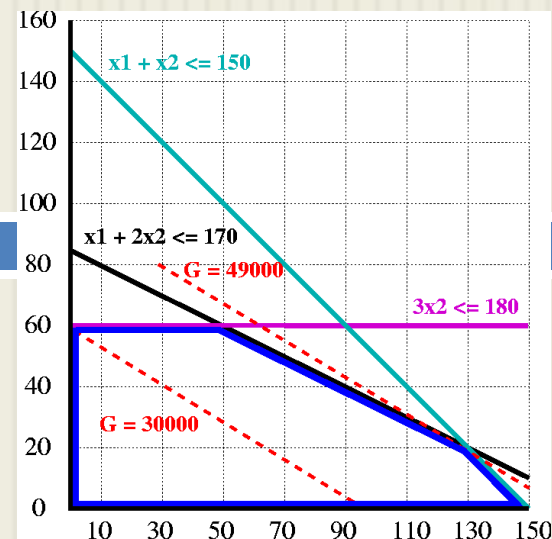
Solução Única

Problema 2

max $f = +\infty$
 Solução ilimitada

min $x_1 = 1 \quad x_2 = 0 \quad f = 1$
 ou
 $x_1 = 0 \quad x_2 = 1 \quad f = 1$
 Solução múltipla

Solução Múltipla



Capítulo 7



Teste 7

7-14

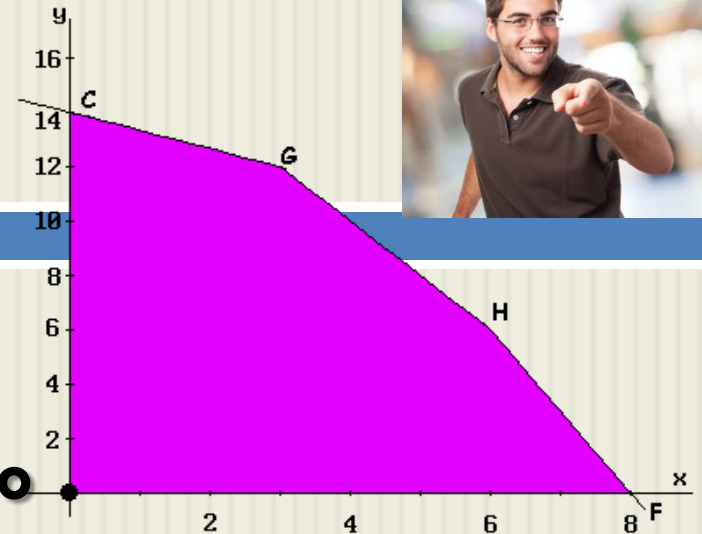
Resolver o problema abaixo pelo
MÉTODO SIMPLEX



$$x_1 = 2 \quad x_2 = 2 \quad f = 4$$

$$\max \quad f = x_1 + x_2$$

$$\text{s/a} \quad \begin{cases} -x_1 + 2x_2 \leq 2 \\ x_1 \leq 2 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$



A) Iniciar pela
variável **x1**

B) Iniciar pela
variável **x2**



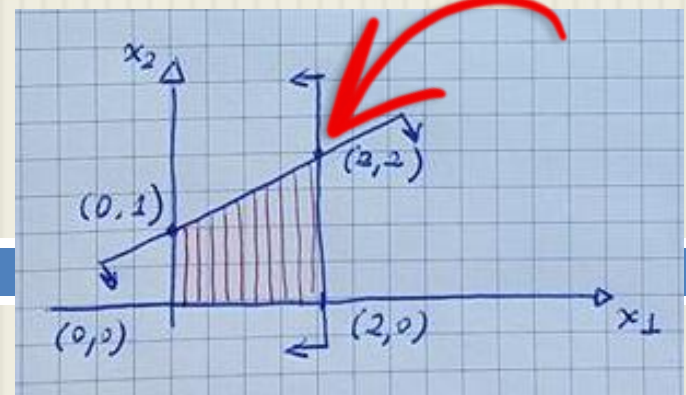
Capítulo 7



Teste 7

7-15

Solução



$$\begin{array}{c} \downarrow \\ \leftarrow \begin{array}{c|cccc|c} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & f \\ \hline & 1 & 1 & 0 & 0 & f \\ x_3 & -1 & 2 & 1 & 0 & 2 \\ x_4 & 1 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ \hline & 0 & 1 & 0 & -1 & f-2 \\ \leftarrow x_3 & 0 & 2 & 1 & 1 & 4 \\ x_1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ \hline & 0 & 0 & -1/2 & -3/2 & f-4 \\ x_2 & 0 & 1 & 1/2 & 1/2 & 2 \\ x_1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ \leftarrow \begin{array}{c|cccc|c} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & f \\ \hline & 1 & 1 & 0 & 0 & f \\ x_3 & -1 & 2 & 1 & 0 & 2 \\ x_4 & 1 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ \hline & 3/2 & 0 & -1/2 & 0 & f-1 \\ x_2 & -1/2 & 1 & 1/2 & 0 & 1 \\ \leftarrow x_4 & 1 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ \hline & 0 & 0 & -1/2 & -3/2 & f-4 \\ & 0 & 1 & 1/2 & 1/2 & 2 \\ & 1 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \end{array}$$


Capítulo 7



Solução Única

Teste 8

7-16

Resolver o problema abaixo pelo
MÉTODO SIMPLEX



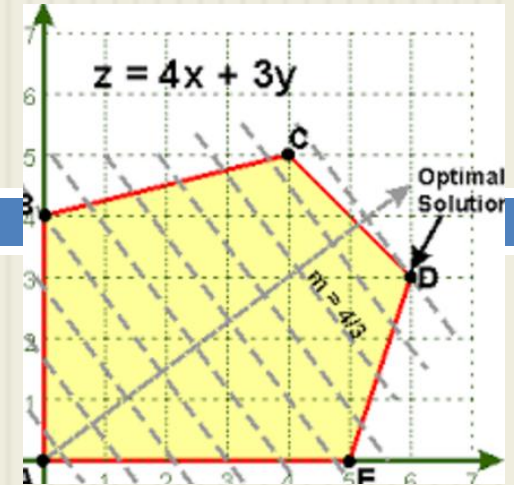
$x_1 = 2 \quad x_2 = 2 \quad f = 4$
ou
 $x_1 = 3 \quad x_2 = 1 \quad f = 4$

$$\text{max} \quad f = x_1 + x_2$$

$$\text{s/a} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 4 \\ -x_1 + x_2 \leq 0 \\ x_1 \leq 3 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

A) Iniciar pela
variável **x_1**

B) Iniciar pela
variável **x_2**



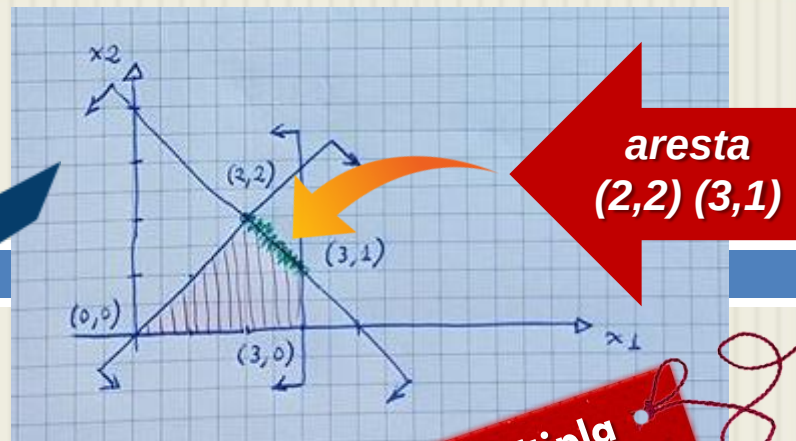
Capítulo 7



Teste 8

7-17

Solução



múltipla

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
	1	1	0	0	0	P
x_3	1	1	1	0	0	4
x_4	-1	1	0	1	0	0
x_5	1	0	0	0	1	3
	0	1	0	0	-1	$P-3$
x_3	0	1	1	0	-1	1
x_4	0	1	0	1	1	3
x_1	1	0	0	0	1	3
	0	0	-1	0	0	-4
x_2	0	1	1	0	-1	1
x_4	0	0	-1	1	2	2
x_1	1	0	0	0	0	3

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
	1	1	0	0	0	P
x_3	1	1	1	0	0	4
x_4	-1	1	0	1	0	0
x_5	1	0	0	0	1	3
	2	0	0	-1	0	P
x_3	2	0	1	-1	0	4
x_2	-1	1	0	1	0	0
x_5	1	0	0	0	1	3
	0	0	-1	0	0	$P-4$
x_1	1	0	1/2	-1/2	0	2
x_2	0	1	1/2	1/2	0	2
x_5	0	0	-1/2	1/2	1	1



Solução Múltipla

Capítulo 7



Solução Múltipla



Resolver o problema abaixo pelo **MÉTODO SIMPLEX** Fase 1 – Fase 2



min

Ilimitada $f = -\infty$

Solução única $x_1 = 1$
 $x_2 = 0$ $f = 1$

max

max & min $f = x_1 - x_2$

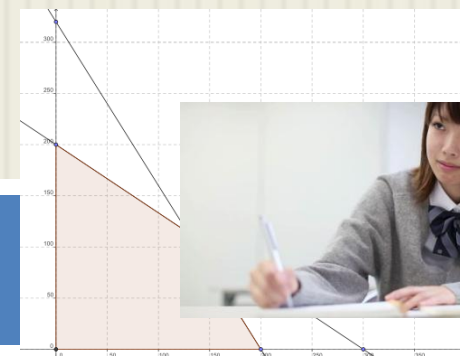
$$\text{s/a} \begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1 \\ x_1 \leq 1 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Degenerada

A) Resolver graficamente

B) Minimizar

C) Maximizar





Teste 10

Para fabricar uma ração com um máximo de **2** mg de sódio e um mínimo de **3** mg de cálcio, dispõe-se de **2** alimentos **S1** e **S2**. O alimento **S1** contém **1** mg de sódio e **1** mg de cálcio. O alimento **S2** contém **1** mg de sódio e não contém cálcio. Se o preço unitário de **S1** é igual a **\$2** e o preço unitário de **S2** é igual a **\$1**, qual a dieta de custo mínimo?

A) **Dê a formulação matemática do problema**

B) **Escrever o problema na Forma Padrão**

C) **Resolver graficamente**



D) **Mostrar, com auxílio do método **SIMPLEX**, que o problema é infactível**

Infactível

E) **E se fosse exigido apenas 1 mg de cálcio? Resolver graficamente e resolver pelo método **SIMPLEX****





Teste 11

7-20



Uma indústria pode fabricar **2** produtos (**P1** e **P2**) a partir de **2** matérias primas (**A** e **B**) cujas disponibilidades máximas são respectivamente **15** e **10**. Para produzir **P1** utiliza-se **2** unidades de cada uma das matérias primas e **1** unidade de **mão de obra**. Para produzir **P2** utiliza-se **3** unidades de **A**, **1** unidade de **B** e **1** unidade de **mão de obra**. O produto **P1** fornece um lucro unitário de **R\$2** e o produto **P2** um lucro unitário de **R\$1**. A agência financiadora exige a absorção de pelo menos **8** unidades de **mão de obra**. **O que fazer?**



Capítulo 7



- A) Dê a formulação matemática do problema
- B) Escrever o problema na Forma Padrão

Teste 11

7-21

Uma indústria pode fabricar **2** produtos (**P1** e **P2**) a partir de **2** matérias primas (**A** e **B**) cujas disponibilidades máximas são respectivamente **15** e **10**. Para produzir **P1** utiliza-se **2** unidades de cada uma das matérias primas e **1** unidade de mão de obra. Para produzir **P2** utiliza-se **3** unidades de **A**, **1** unidade de **B** e **1** unidade de mão de obra. O produto **P1** fornece um lucro unitário de **R\$2** e o produto **P2** um lucro unitário de **R\$1**. A agência financiadora exige a absorção de pelo menos **8** unidades de mão de obra. **O que fazer?**



Infactível



C) Resolver graficamente

D) Resolver pelo método SIMPLEX



D) Se em vez de 8 unidades a agência financiadora exigisse 5 unidades de mão de obra, qual seria a nova solução?



Múltipla $f = 10$
(5, 0) (3.75, 2.5)

D1) Resolver graficamente

D2) Resolver pelo método SIMPLEX

E) Indicar no gráfico uma solução básica factível, uma solução básica infactível, uma solução básica ótima, uma solução ótima não básica, uma solução apenas factível e uma solução apenas infactível



(3,3) $f = 9$

F) Qual seria a solução se ao conjunto de restrições fosse acrescentada a restrição $x_1 - x_2 = 0$? Resolver graficamente.

Capítulo 7

