## SEM0104 - Aula 2

# Graus de Liberdade em Cadeias Cinemáticas

**Prof. Dr. Marcelo Becker**

SEM - EESC - USP

# Sumário da Aula

- **Introdução**
- Graus de Liberdade
- Cadeias Cinemáticas
- Exercícios Recomendados
- Bibliografia Recomendada

# Introdução

- O que são mecanismos?

- O que são Máquinas?

# Sumário da Aula

- Introdução
- **Graus de Liberdade**
- Cadeias Cinemáticas
- Exercícios Recomendados
- Bibliografia Recomendada

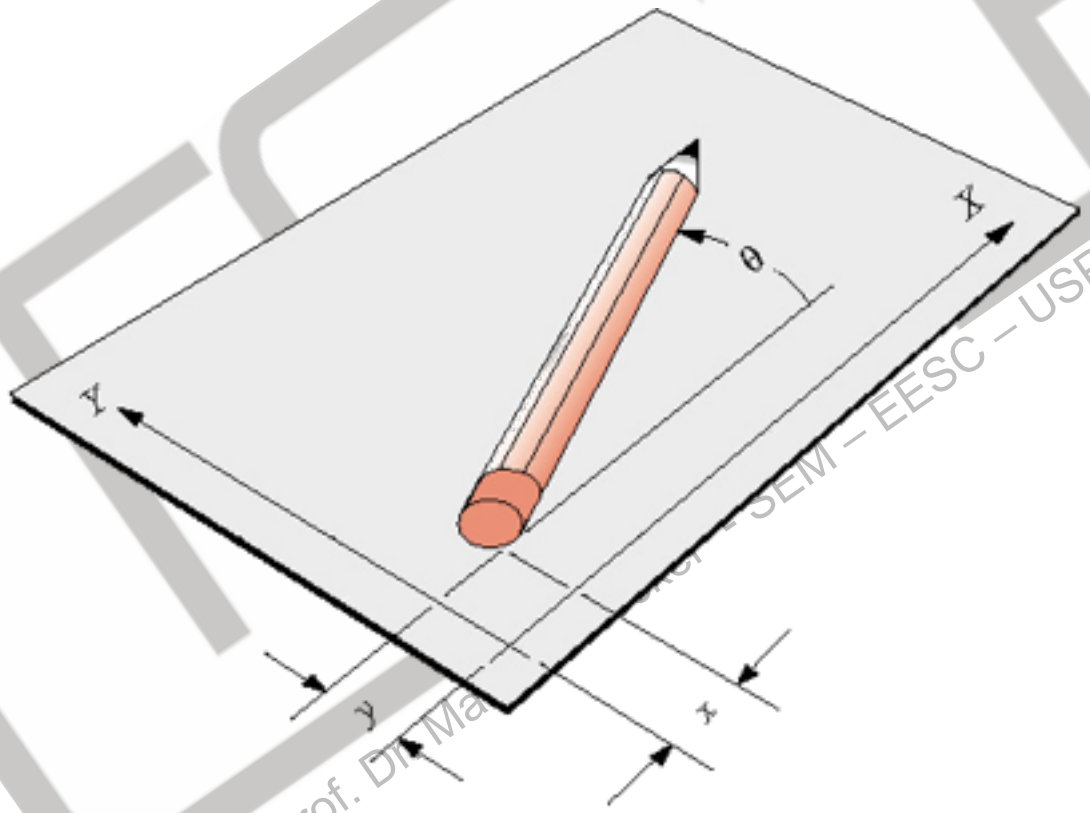
# Graus de Liberdade

- GDL ou DOF (*Degree Of Freedom*)
- O que significa Grau de Liberdade?

Definição: é o número de parâmetros independentes que são necessários para se definir a posição de um corpo no espaço em qualquer instante.

# Graus de Liberdade

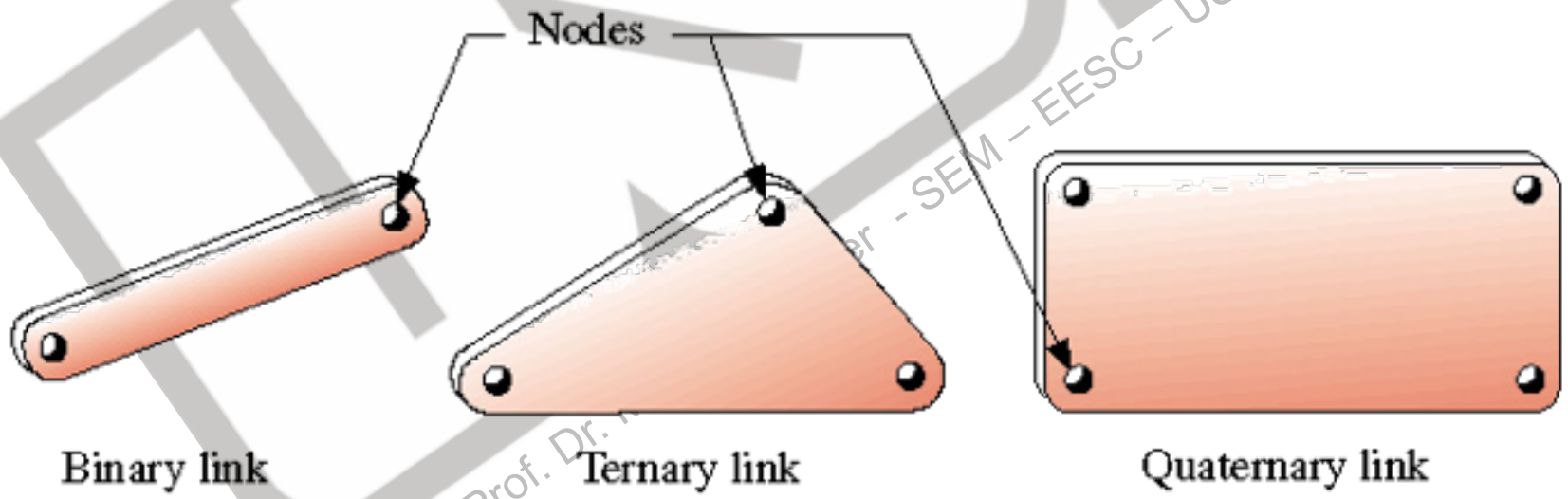
- No Plano: 3 GDL



# Graus de Liberdade

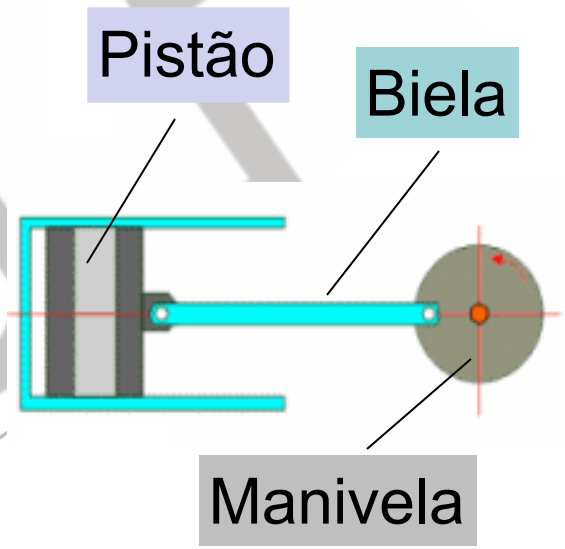
- Corpo Rígido ou Link

Definição: Corpo que não sofre deformações em nenhuma de suas direções e une 2 ou mais juntas



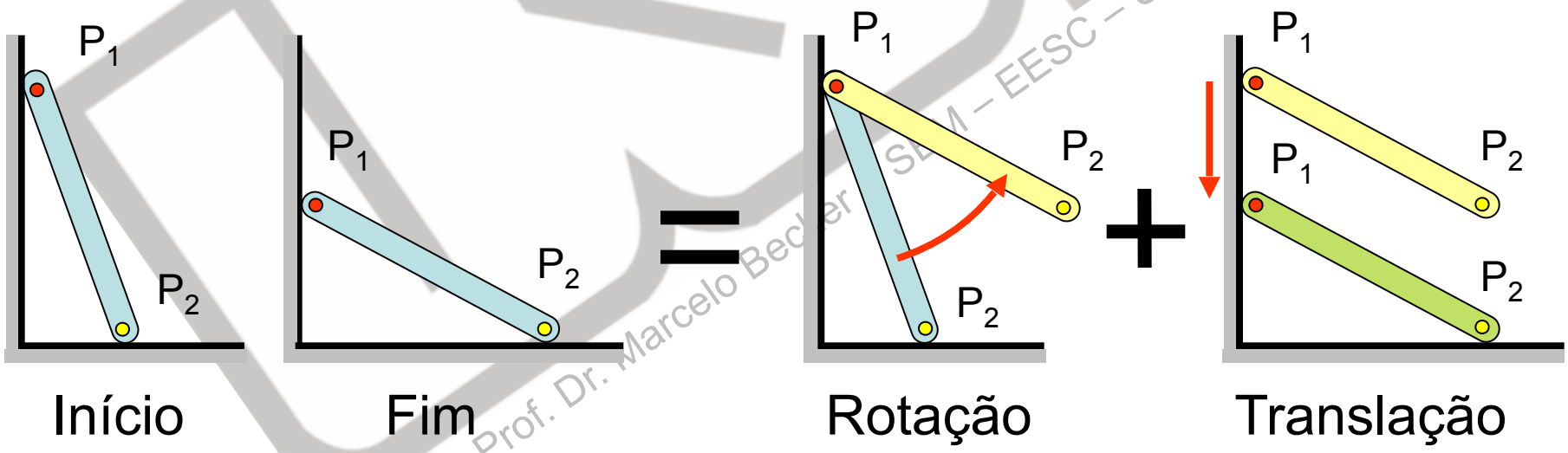
# Graus de Liberdade

- Tipos de Movimento
  - Rotação Pura
  - Translação Pura
  - Movimento Complexo
    - Rotação + Translação



# Graus de Liberdade

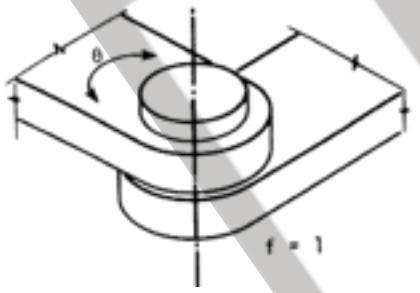
- Movimento Complexo
  - Pode ser descrito como a combinação de rotação e translação



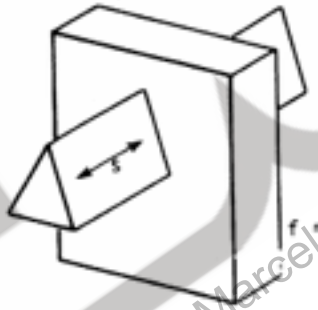
# Graus de Liberdade

- Juntas *(Joints)*

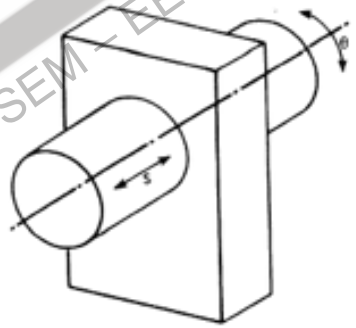
Definição: elemento que conecta 2 corpos e que permite a transmissão de força ou torque. Atuam como restrições geométricas.



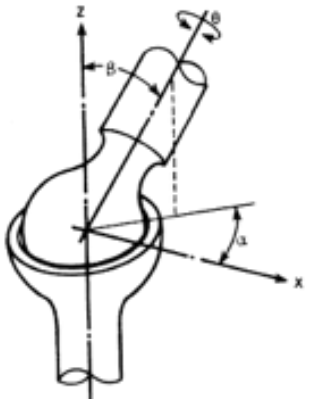
**Rotacional**



**Prismática**



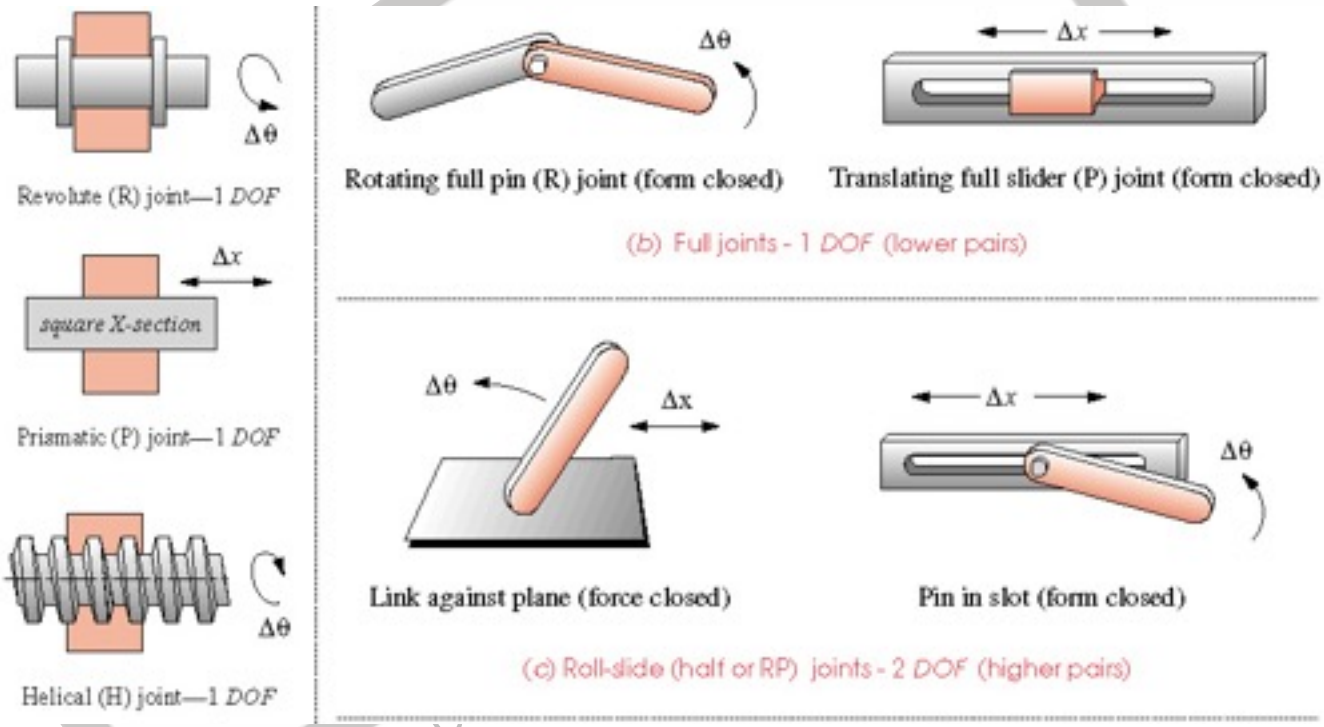
**Cilíndrica**



**Esférica**

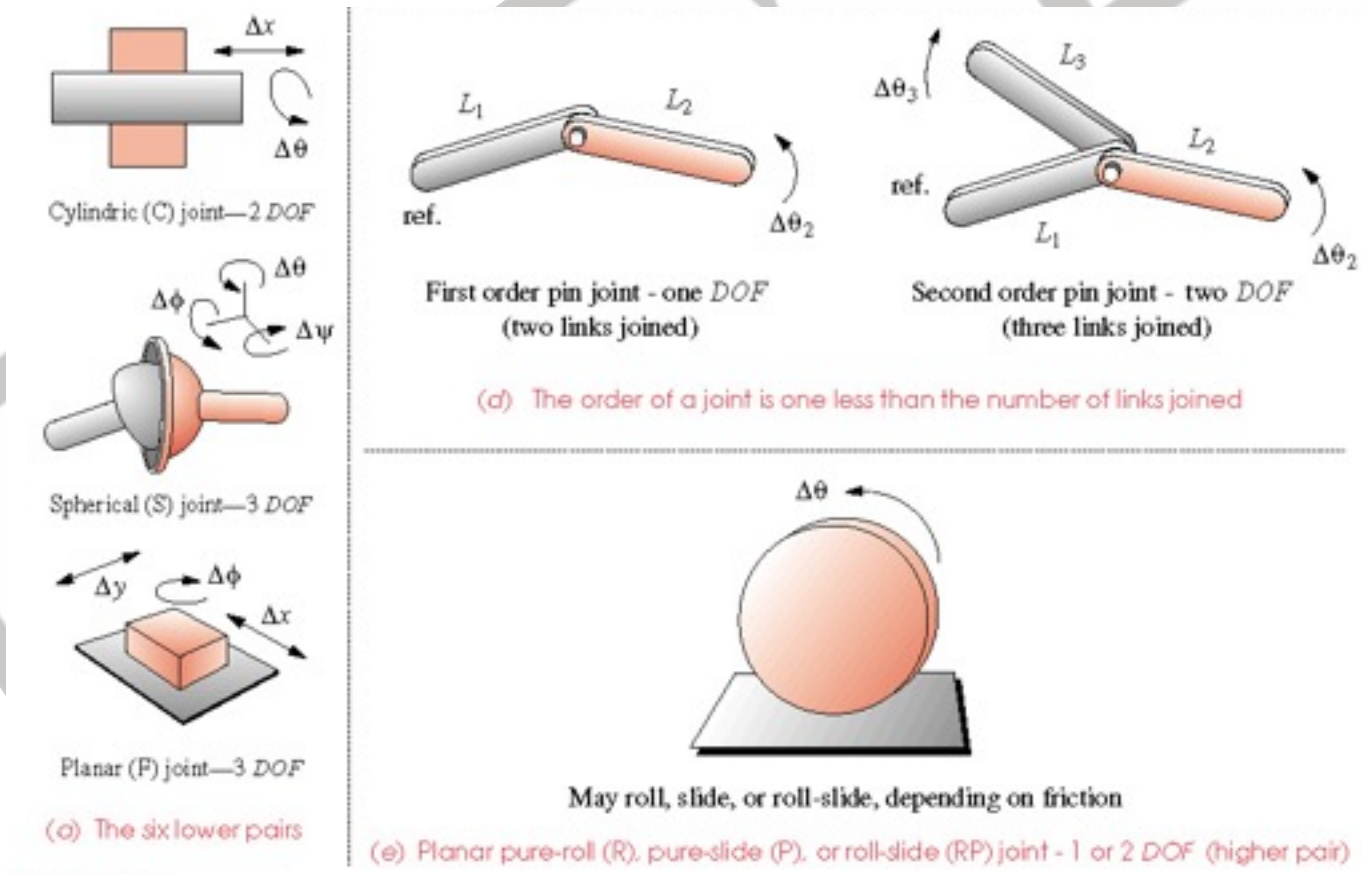
# Graus de Liberdade

- Juntas *(Joints)*



# Graus de Liberdade

- Juntas *(Joints)*



# Graus de Liberdade

## Mecanismos Planares

- Critério de Kutzbach

$$N = 3.(B-1) - 2.n_{J1} - n_{J2}$$

- Onde:

  N: Número de GDLs

  B: Número de Total de Corpos (incluindo o solo)

  $n_{J1}$: Número de Juntas com 1 GDL

  $n_{J2}$: Número de Juntas com 2 GDLs

# Graus de Liberdade

## Mecanismos Planares

- Critério de Kutzbach

$$N = 3.(B-1) - 2.n_{J1} - n_{J2}$$

- Se:

  N = 0 : Sistema Estático

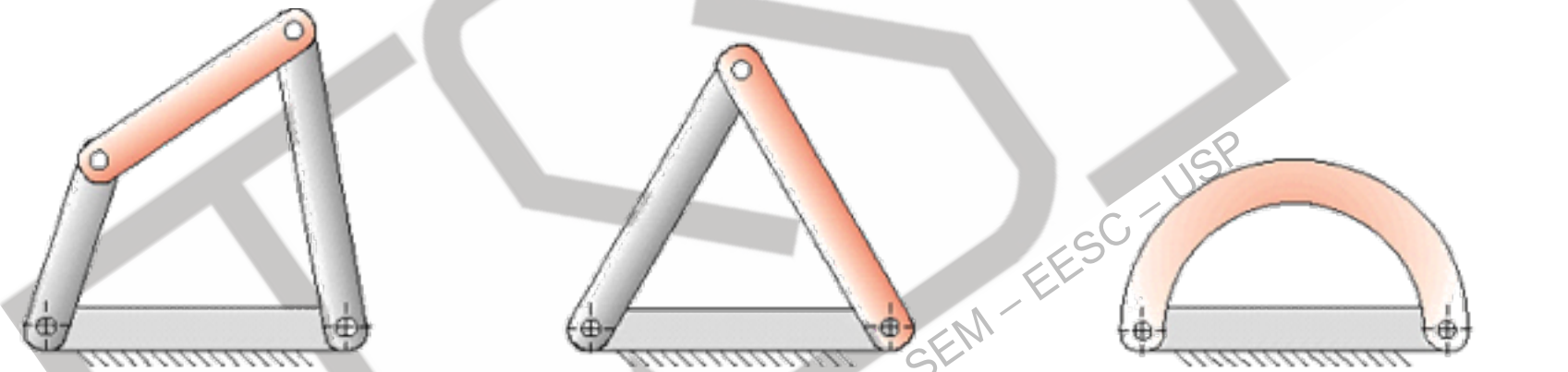
  N > 0 : Sistema com "N" graus de liberdade

  N < 0 : Sistema Hiperestático

# Graus de Liberdade

## Mecanismos Planares

- Critério de Kutzbach

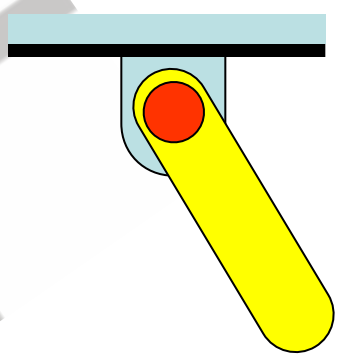


(a) Mechanism—*DOF* = +1 (b) Structure—*DOF* = 0 (c) Preloaded structure—*DOF* = –1

# Graus de Liberdade

## Mecanismos Planares - Exemplos

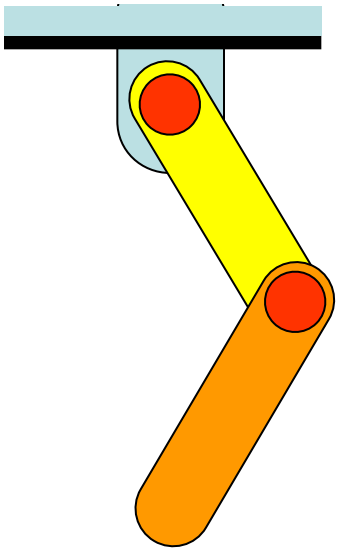
- Pêndulo Simples



$B = 2 \quad n_{J1} = 1 \quad n_{J2} = 0$

$N = 3.(2-1) - 2.(1) - (0) =$ **1 GDL**

- Pêndulo Duplo



$B = 3 \quad n_{J1} = 2 \quad n_{J2} = 0$

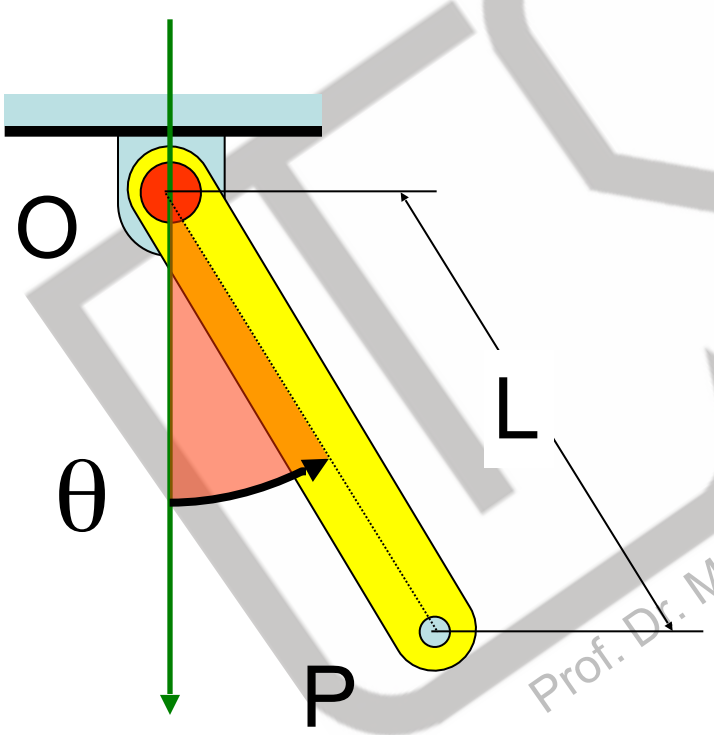
$N = 3.(3-1) - 2.(2) - (0) =$ **2 GDL**

# Graus de Liberdade

## Mecanismos Planares – Pêndulo Simples

- Equações de Posição:

1 GDL




$$\overrightarrow{P} = L.e^{i\theta}$$

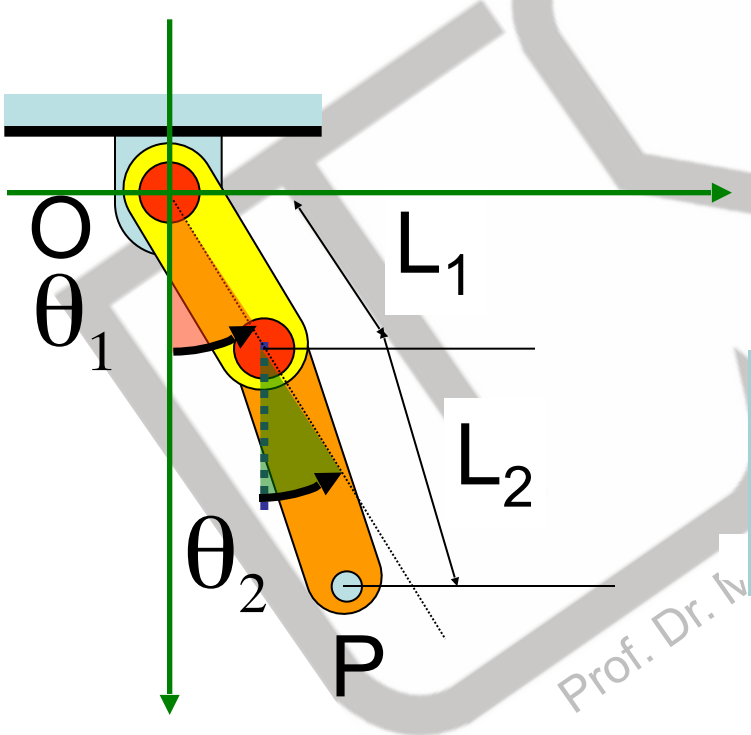
$$\overrightarrow{P} = L.(\sin\theta\,\vec{i} + \cos\theta\,\vec{j})$$

# Graus de Liberdade

## Mecanismos Planares – Pêndulo Duplo

- Equações de Posição:

2 GDL



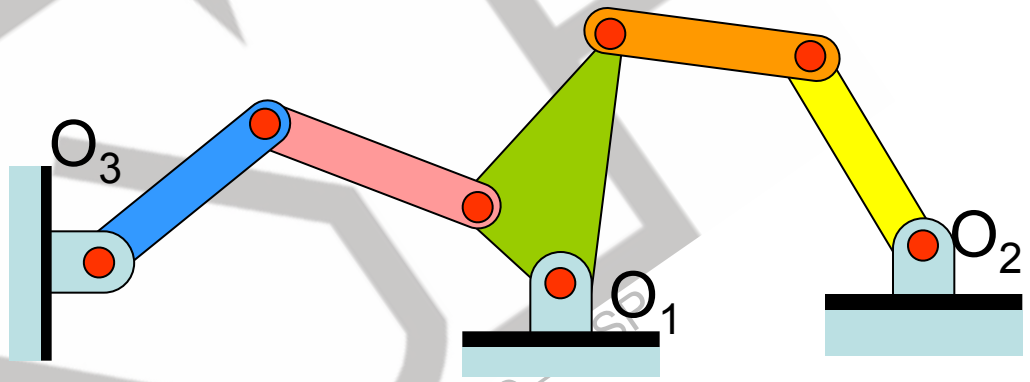

$$\overrightarrow{P} = L_1.e^{i\theta_1} + L_2.e^{i\theta_2}$$

$$\overrightarrow{P} = L_1.(\sin\theta_1\,\vec{i} + \cos\theta_1\,\vec{j}) + L_2.(\sin\theta_2\,\vec{i} + \cos\theta_2\,\vec{j})$$

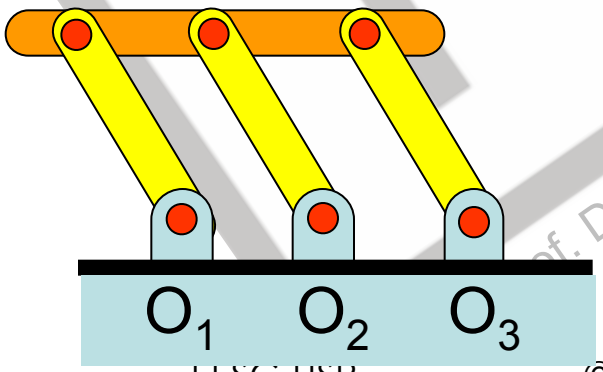
# Graus de Liberdade

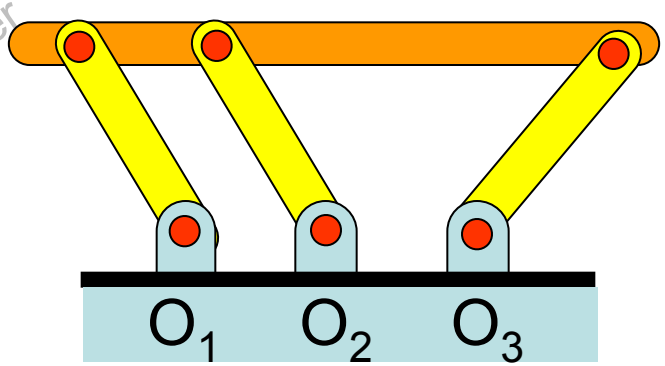
## Mecanismos Planares – Observações

(1) Contagem do solo




(2) Existem exceções ao Critério de Kutzbach

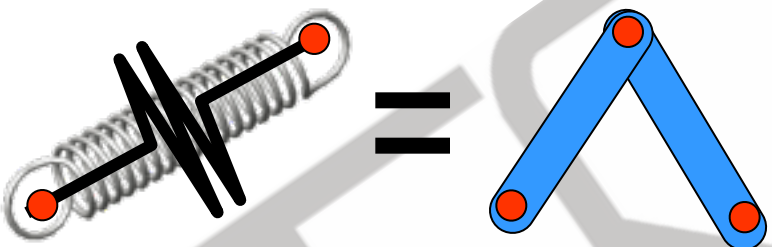


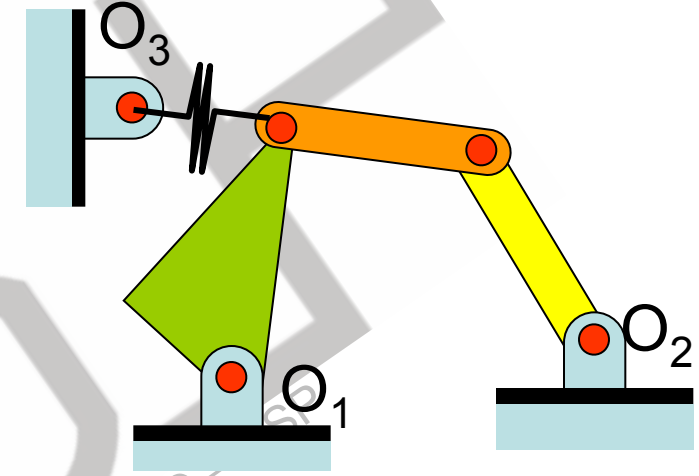



# Graus de Liberdade

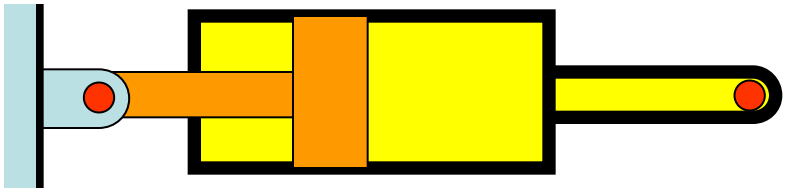
## Mecanismos Planares – Observações

(3) Molas






(4) Sistemas Hidráulicos e Pneumáticos



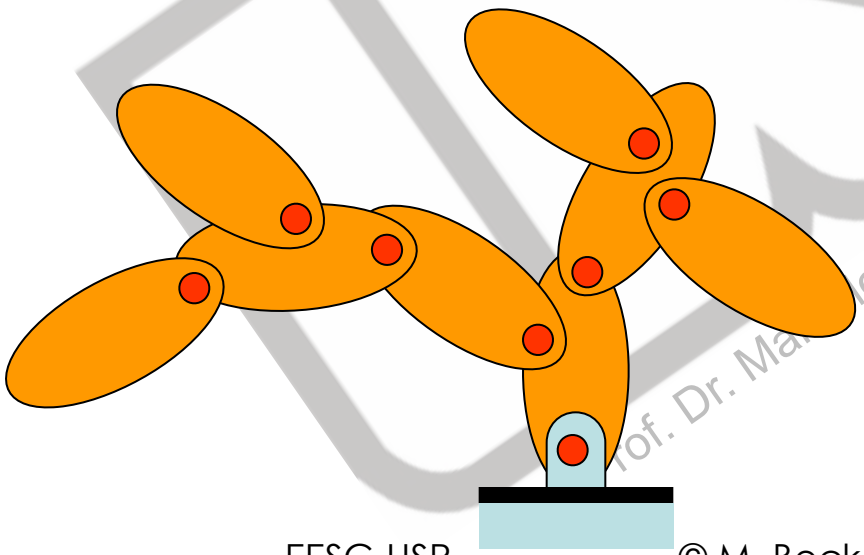
# Sumário da Aula

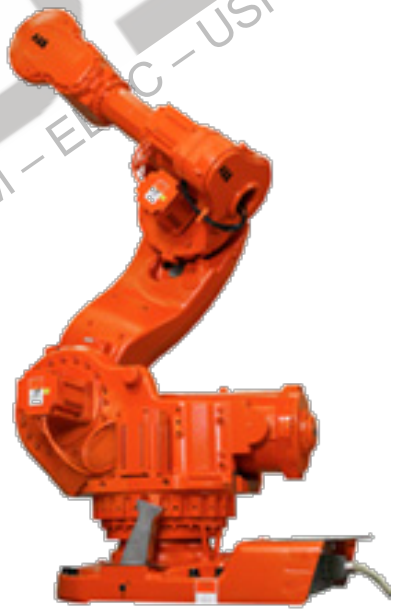
- Introdução
- Graus de Liberdade
- **Cadeias Cinemáticas**
- Exercícios Recomendados
- Bibliografia Recomendada

# Cadeias Cinemáticas

## Topologias

- Cadeias Abertas
  - A trajetória entre 2 corpos é única
  - Excluindo o solo, o número de corpos é igual ao número de juntas

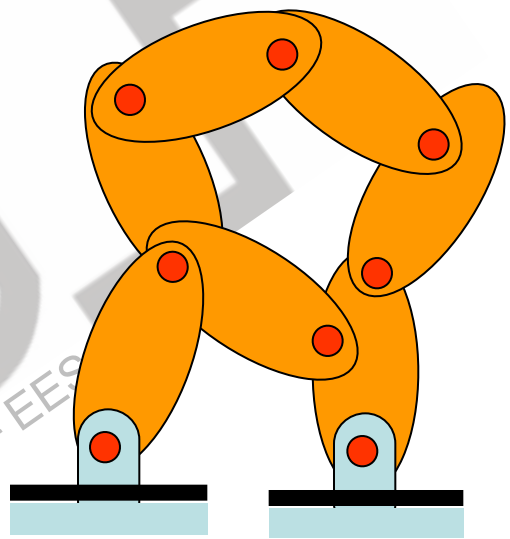




# Cadeias Cinemáticas
## Topologias

- Cadeias Fechadas
  - Loops

$$n_L = n_J - n_B$$



- Onde:

  $n_L$: Número de Loops

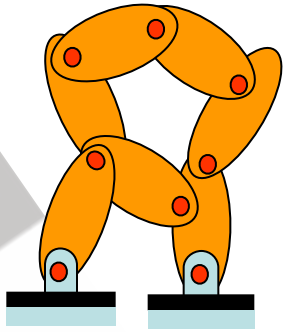
  $n_J$: Número de Juntas

  $n_B$: Número de Corpos (excluindo o solo)

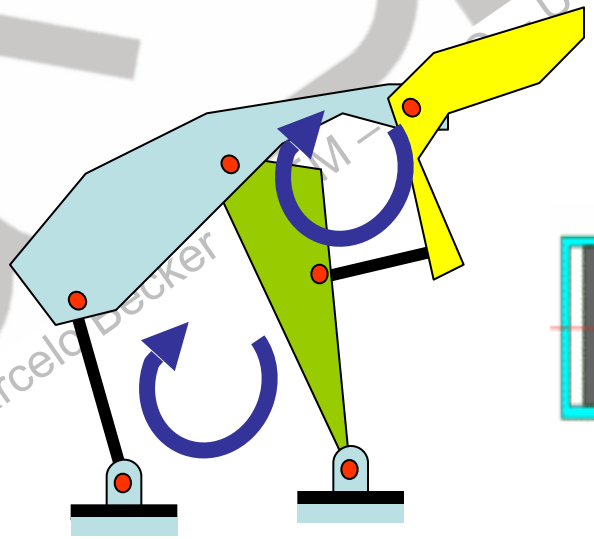
# Cadeias Cinemáticas

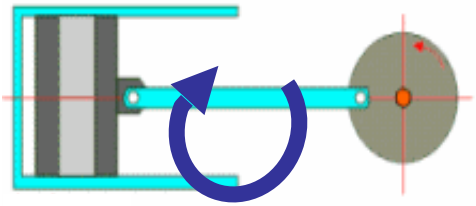
## Topologias

- Cadeias Fechadas - Exemplos



$$n_L = n_J - n_B$$

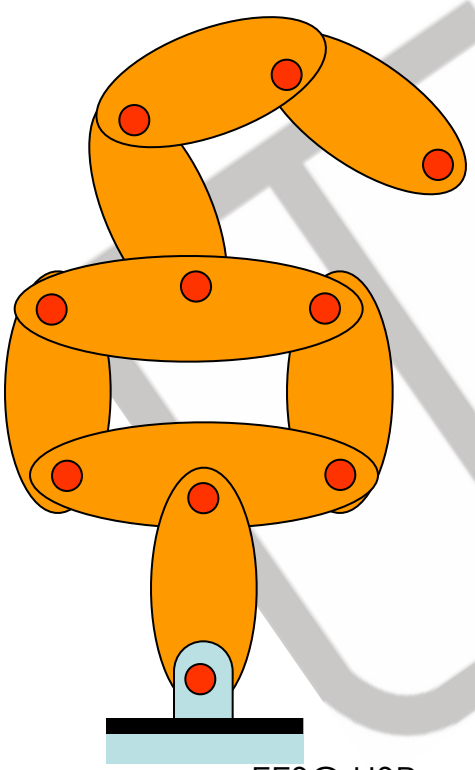


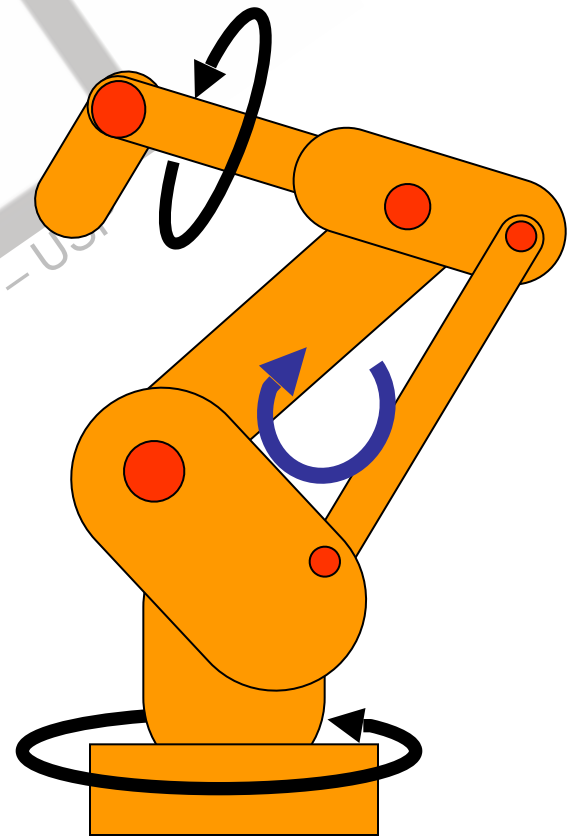


# Cadeias Cinemáticas

## Topologias

- Cadeias Parcialmente Fechadas





# Cadeias Cinemáticas

## Graus de Liberdade

- Não considerando o solo:

$$N = 3.n_B - \sum_{i=1}^{n_J} (3 - f_i)$$

- Onde:

  N: Número de GDLs

  $n_B$: Número de Corpos (excluindo o solo)

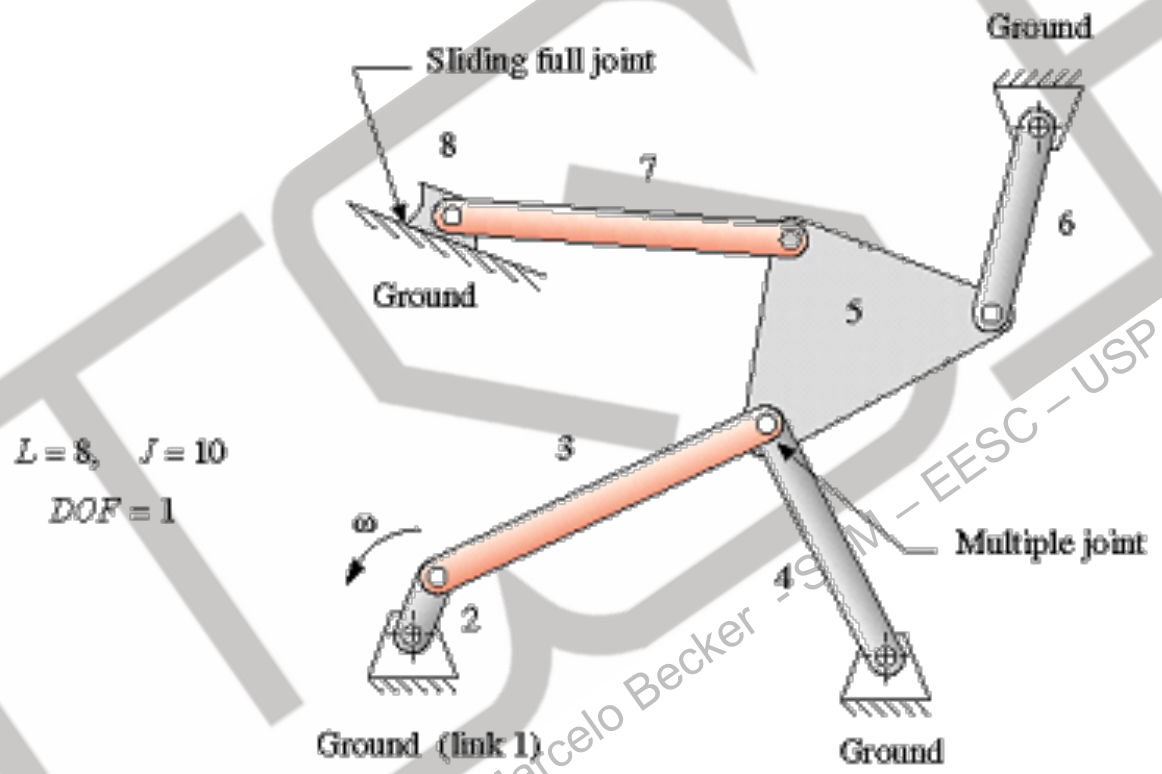
  $n_J$: Número de Juntas

  $n_L$: Número de Loops

  $f_i$: GDL da junta i

# Graus de Liberdade

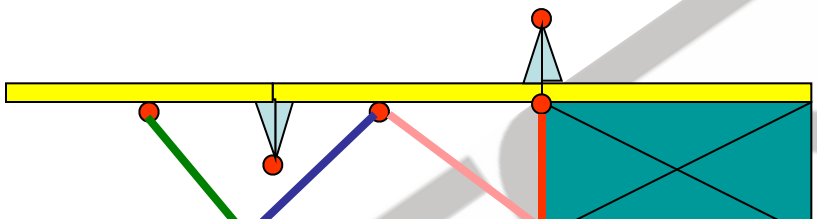
## Mecanismos Planares – Exemplos

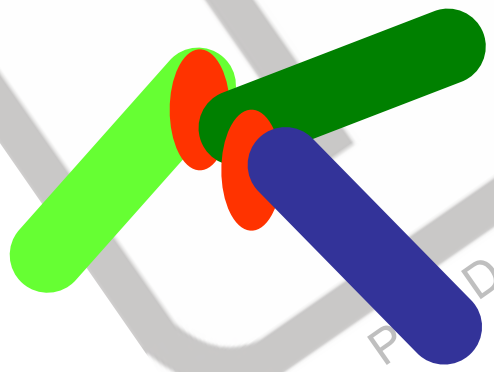


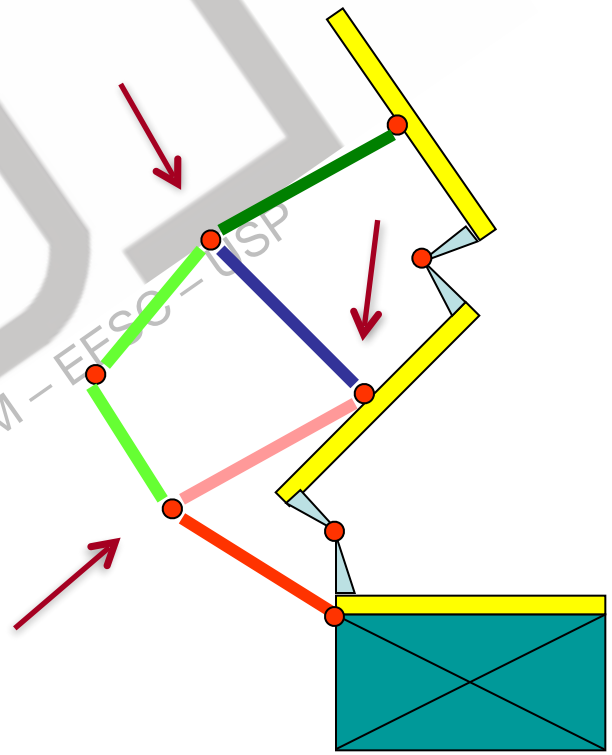

(a) Linkage with full and multiple joints

# Graus de Liberdade

## Mecanismos Planares – Exemplos

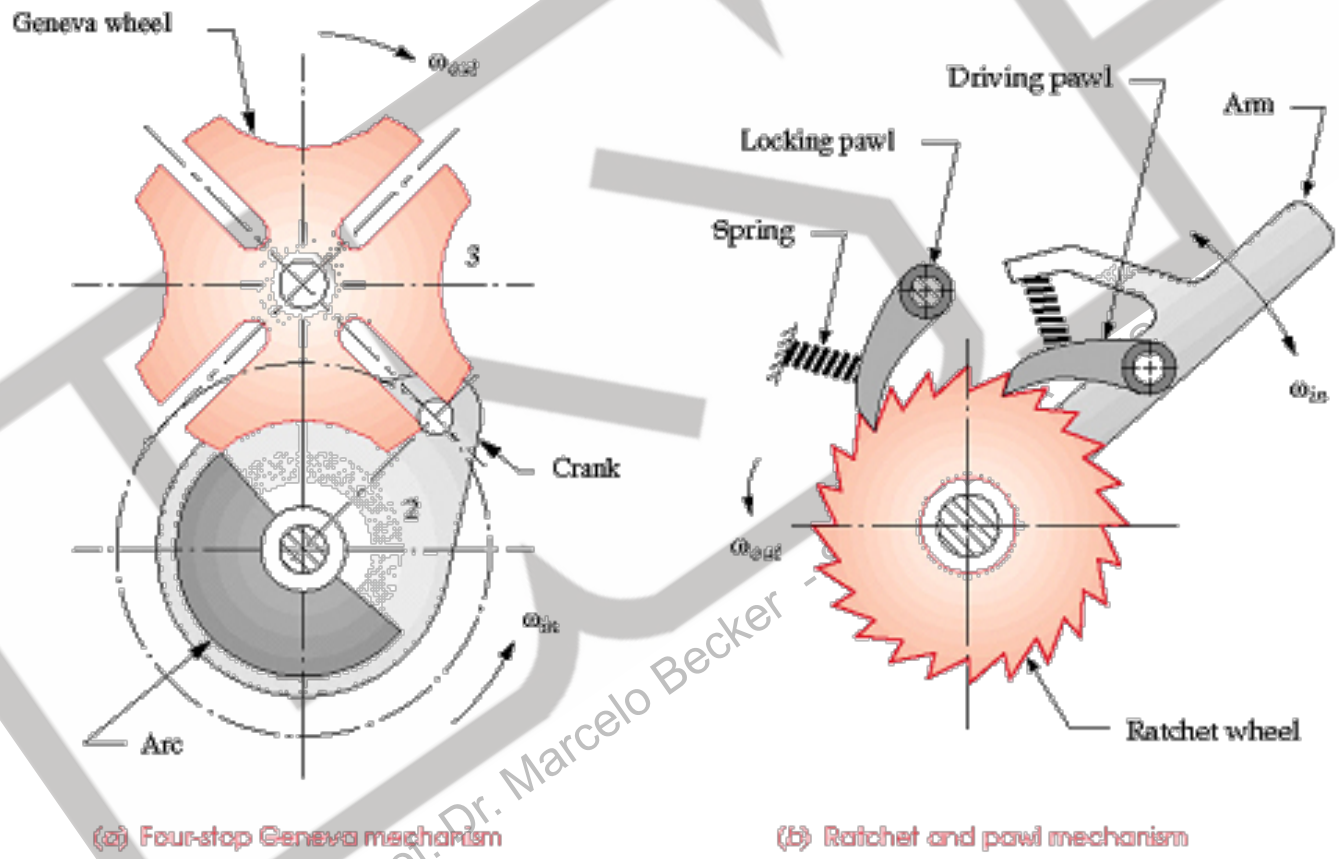






# Graus de Liberdade

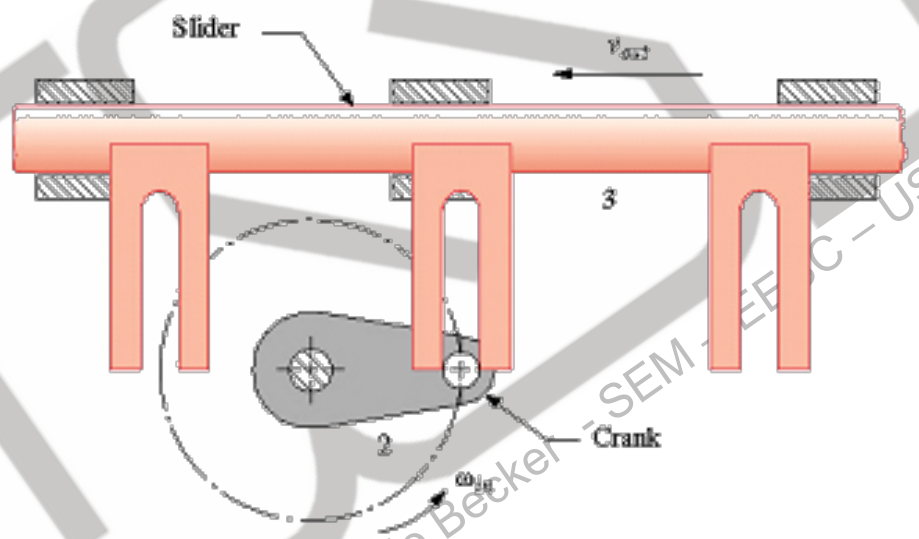
## Mecanismos Planares – Exemplos




(a) Four-stop Geneva mechanism (b) Ratchet and pawl mechanism

# Graus de Liberdade

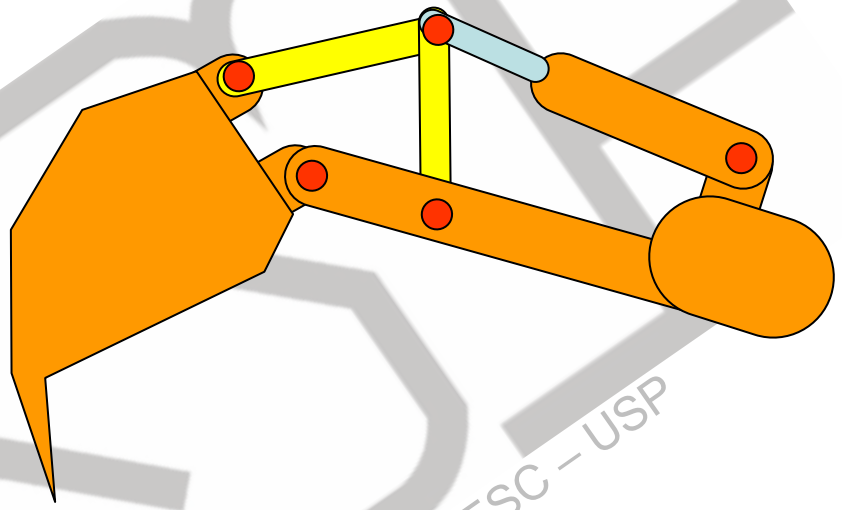
## Mecanismos Planares – Exemplos

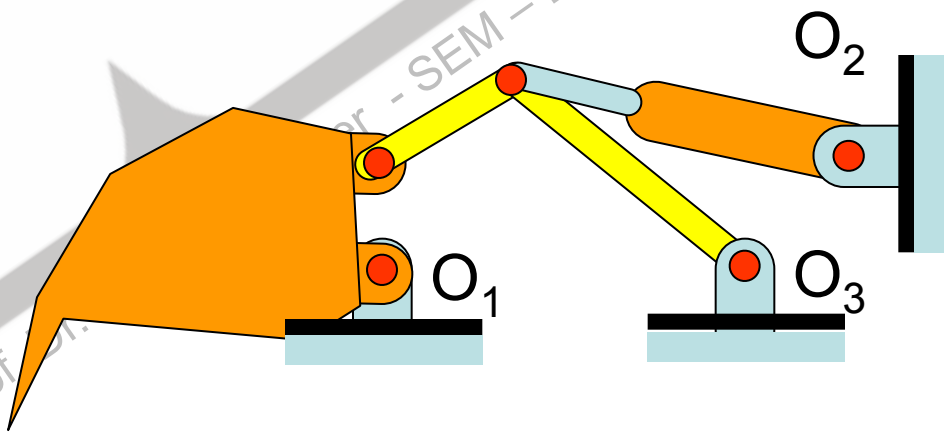



(c) Linear intermittent motion "Geneva" mechanism

# Graus de Liberdade

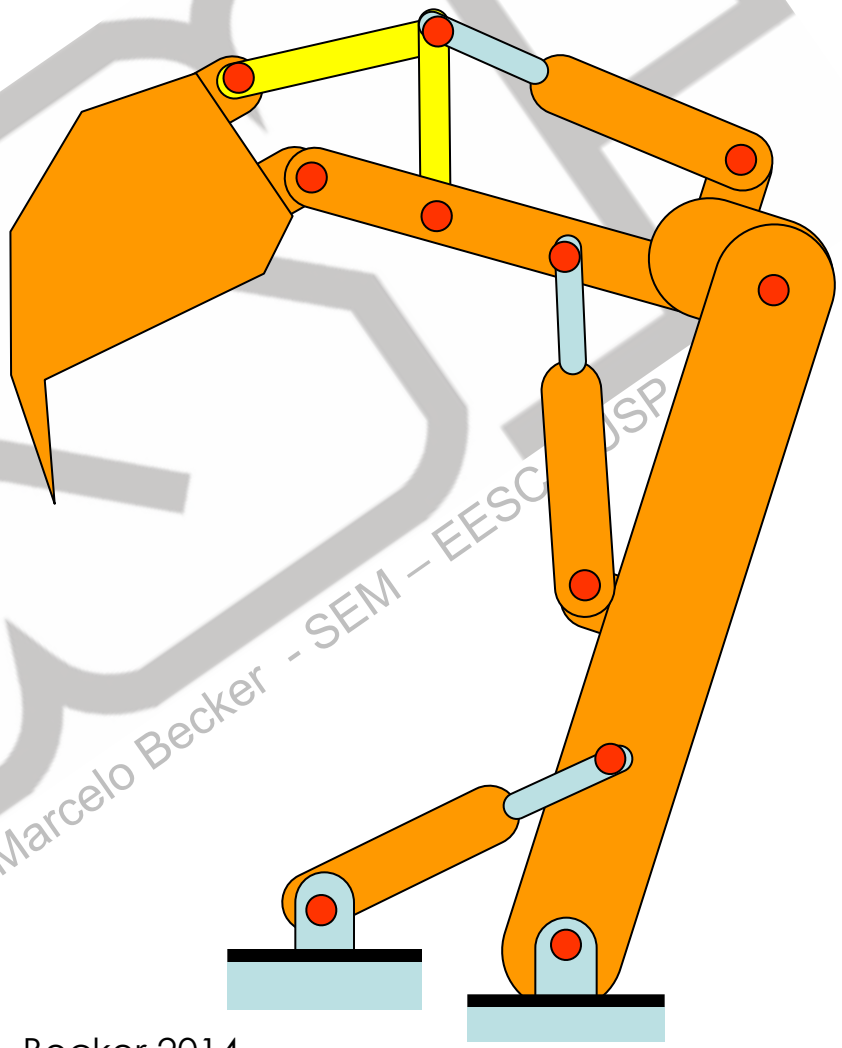
## Mecanismos Planares – Exemplos





# Graus de Liberdade

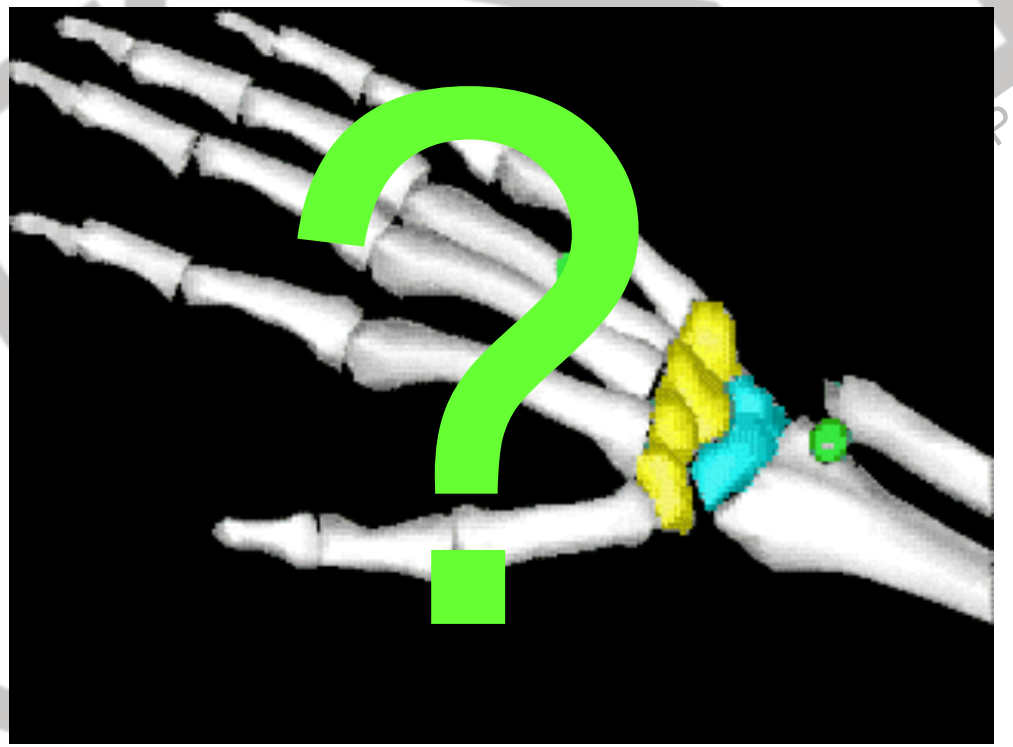
## Mecanismos Planares – Exemplos



# Graus de Liberdade

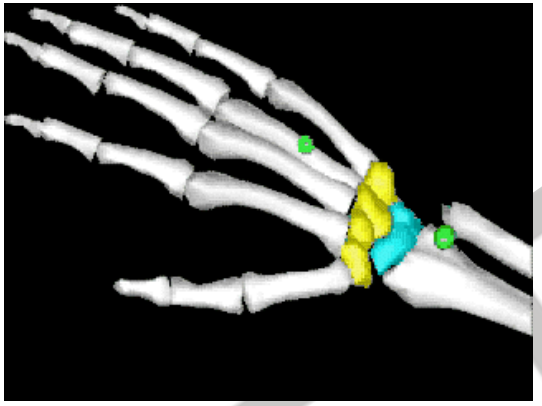
## Pergunta da Aula Passada

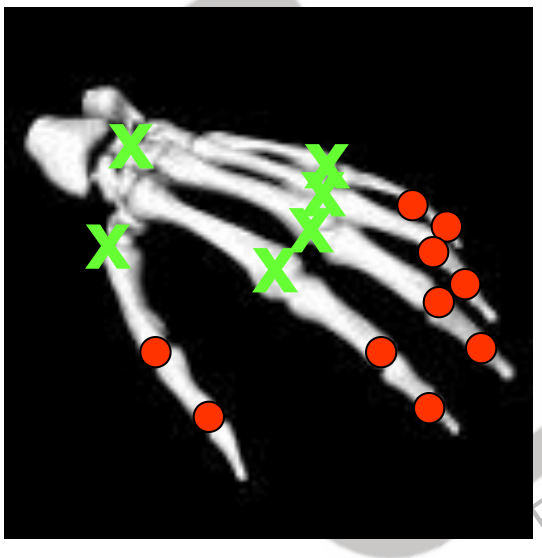
Quantos GDLs possui uma mão?



# Graus de Liberdade

## Pergunta da Aula Passada

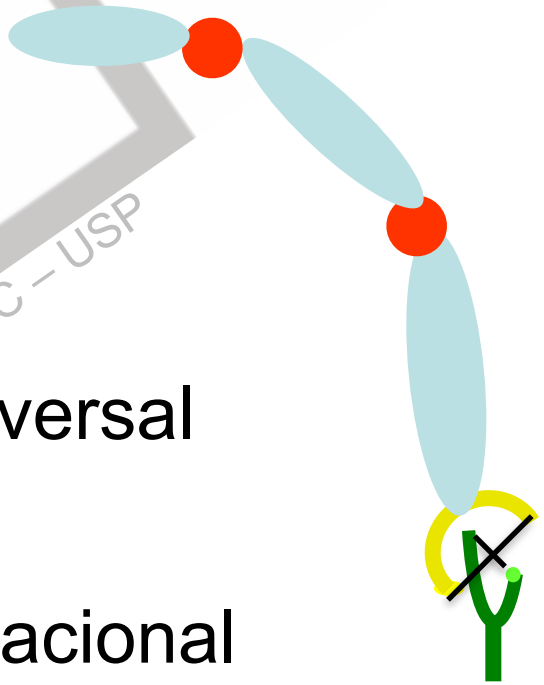




**22 DOFs**

X Junta Universal

Junta Rotacional

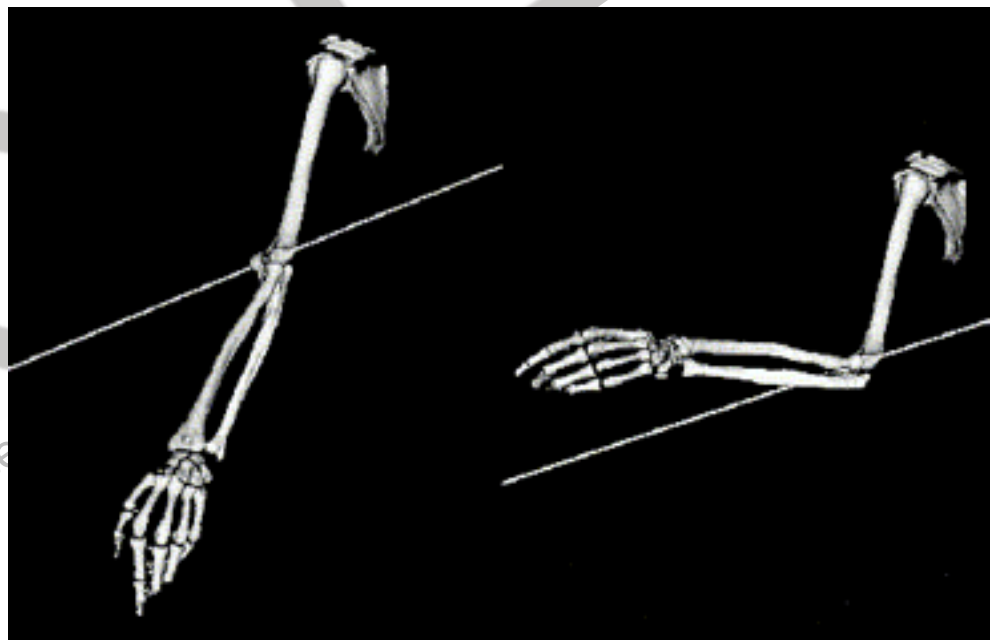


# Próxima Aula

- Mecanismos Simples
- Mecanismos Complexos

- Pergunta:

E o conjunto braço, ante-braço e mão, quantos GDLs possui?

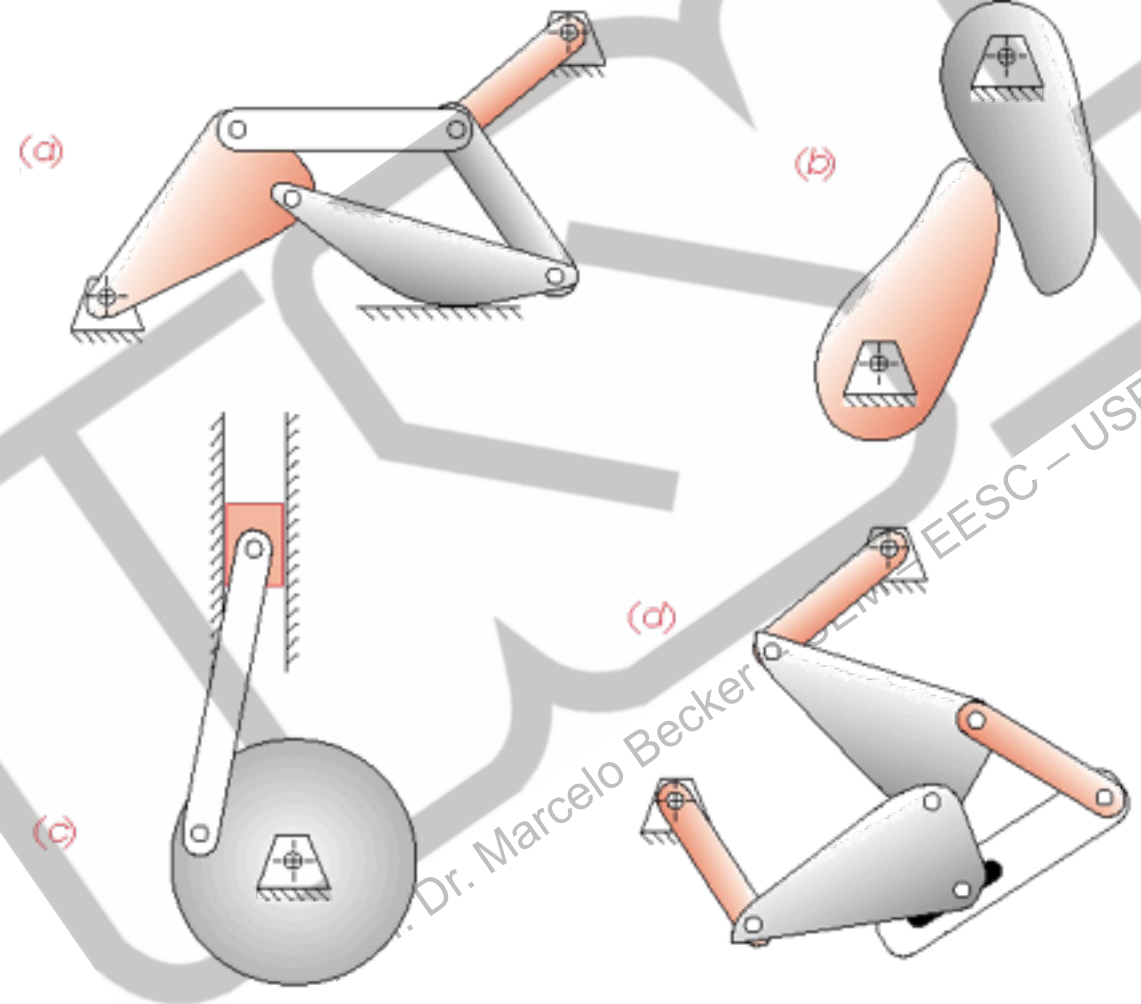


# Sumário da Aula

- Introdução
- Graus de Liberdade
- Cadeias Cinemáticas
- **Exercícios Recomendados**
- Bibliografia Recomendada

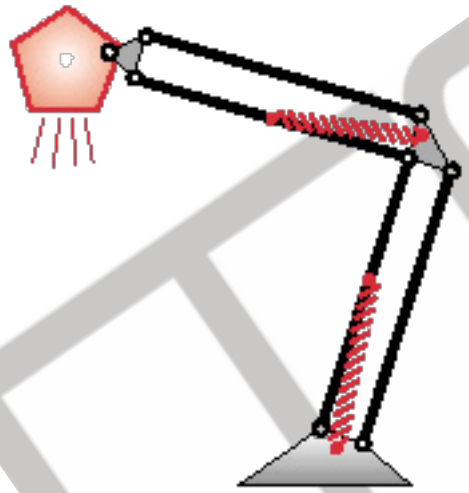
# Graus de Liberdade

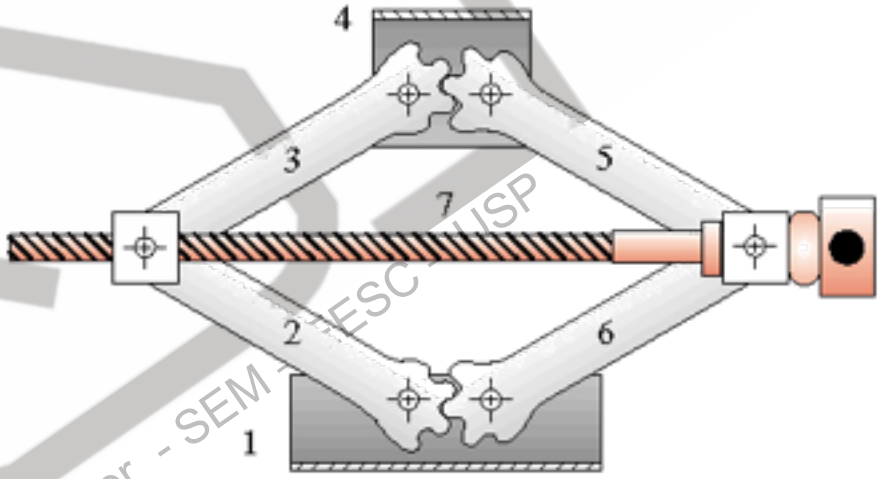
## Mecanismos Planares – Exercícios



# Graus de Liberdade

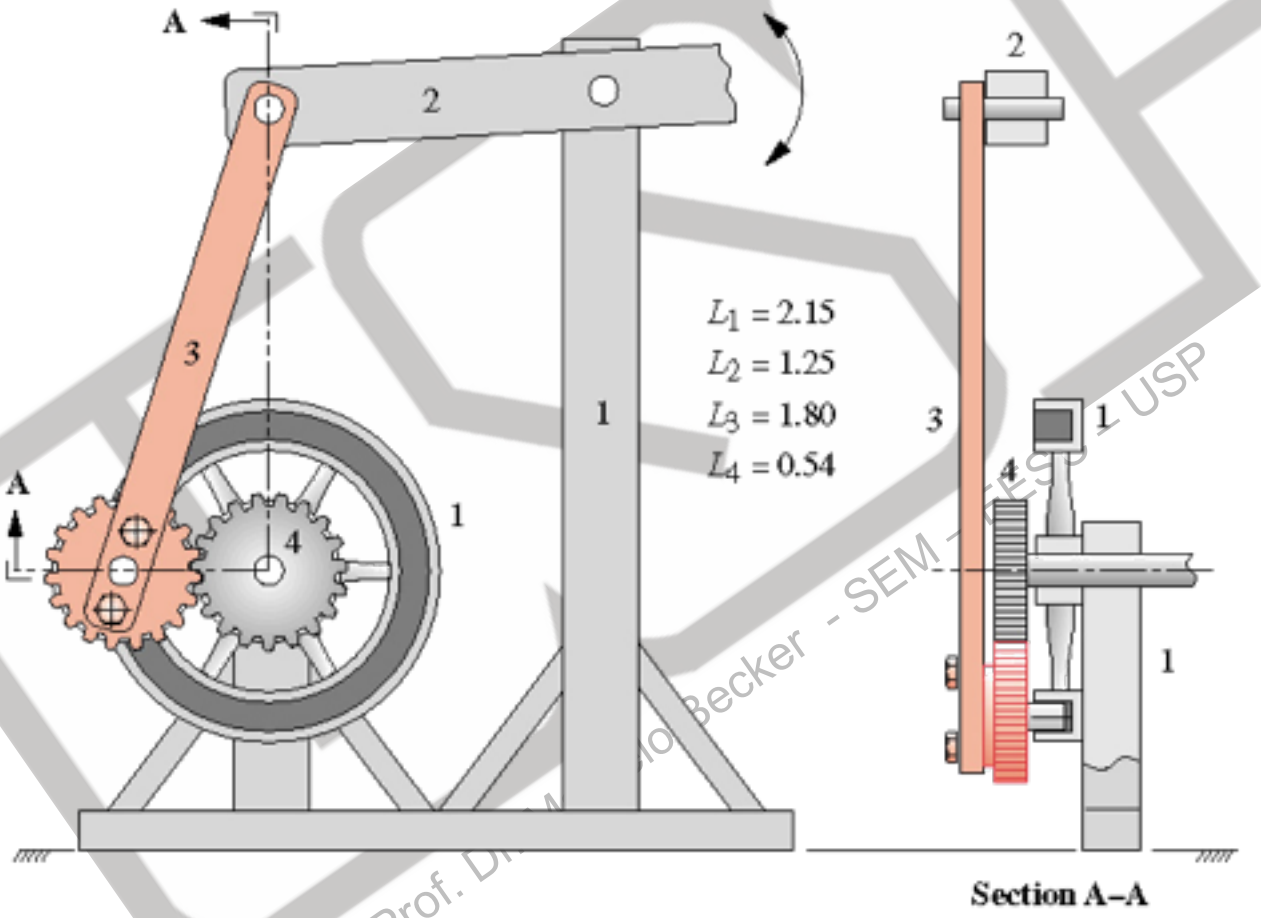
## Mecanismos Planares – Exercícios





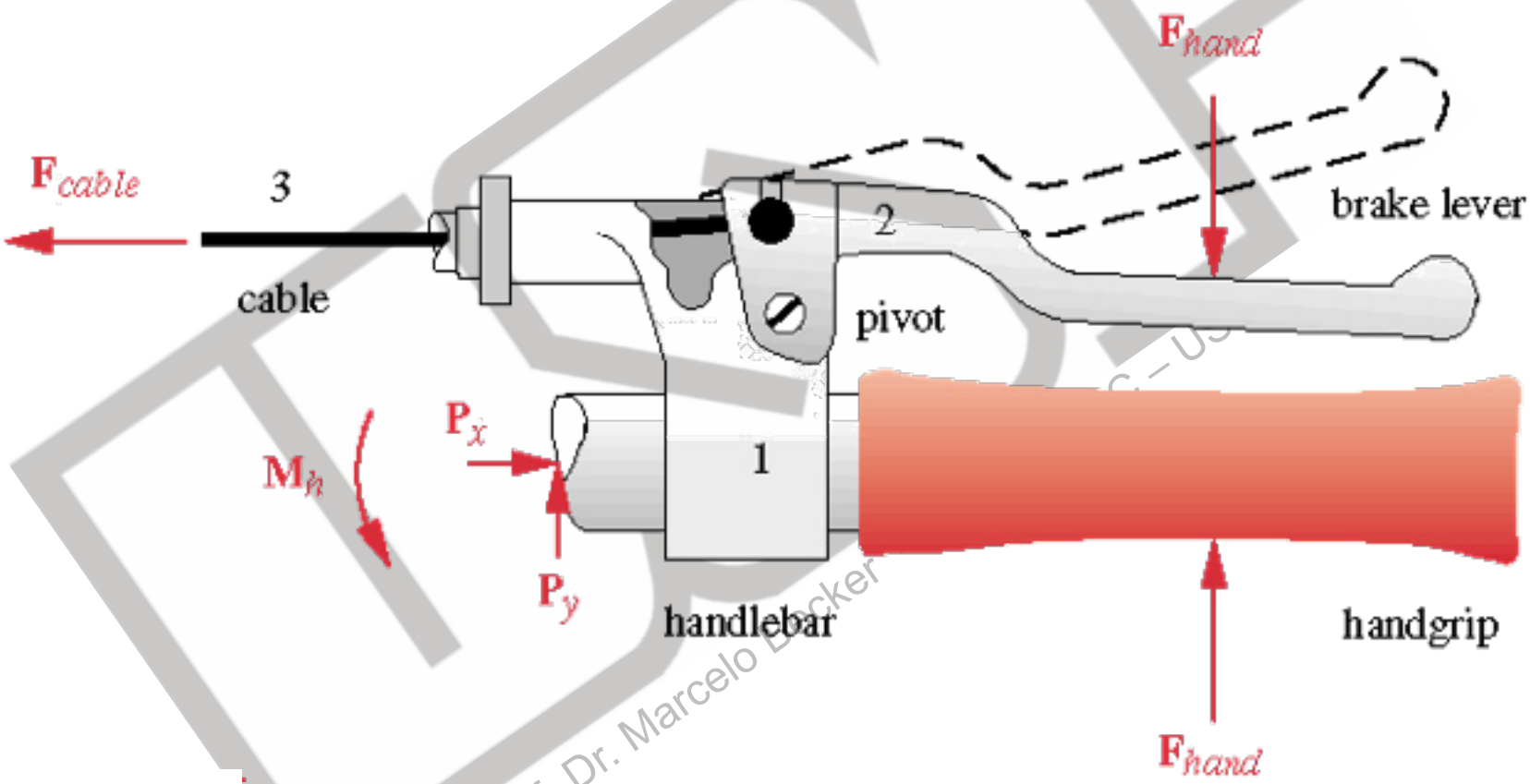
# Graus de Liberdade

## Mecanismos Planares – Exercícios



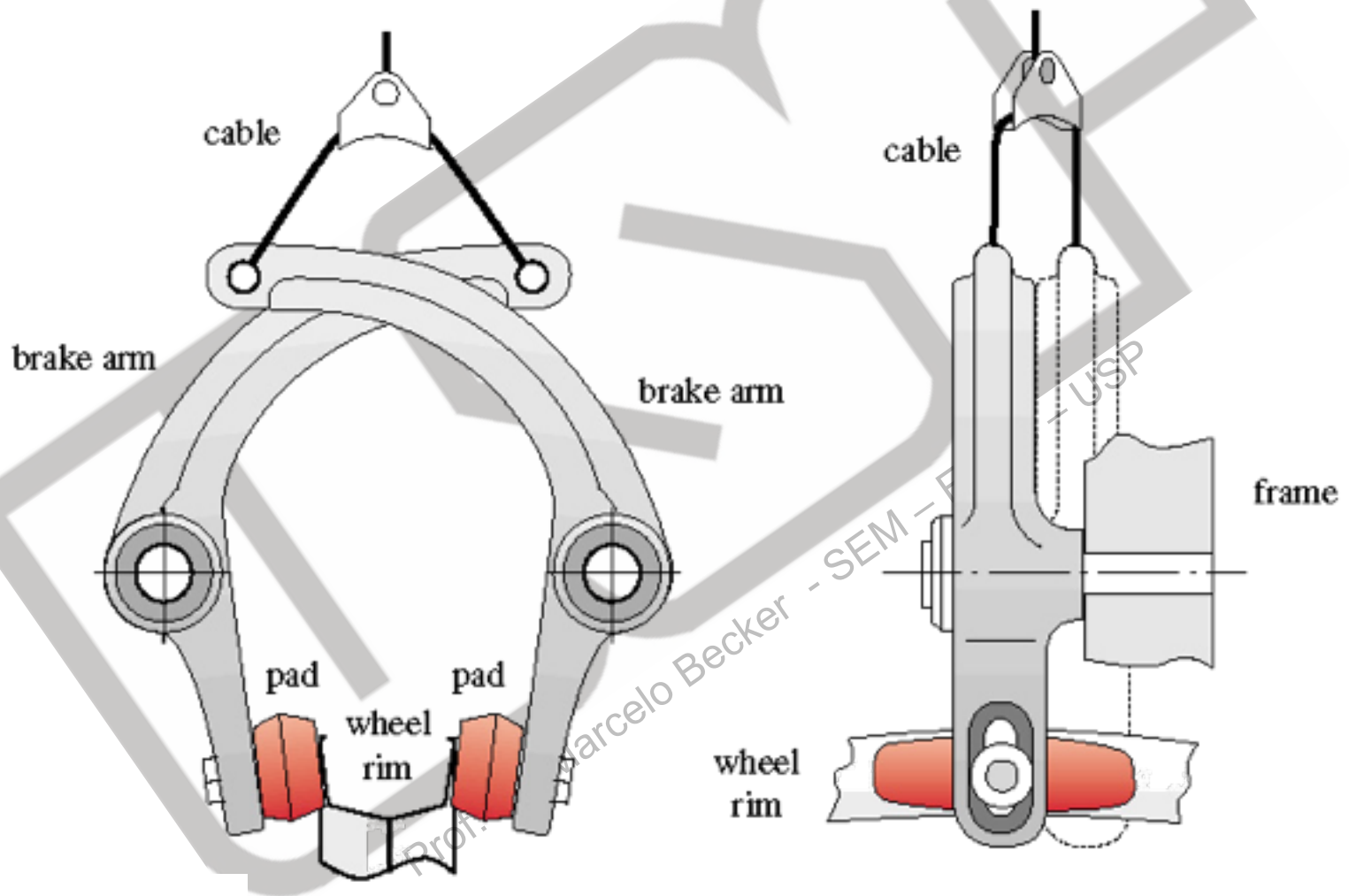
# Graus de Liberdade

## Mecanismos Planares – Exercícios



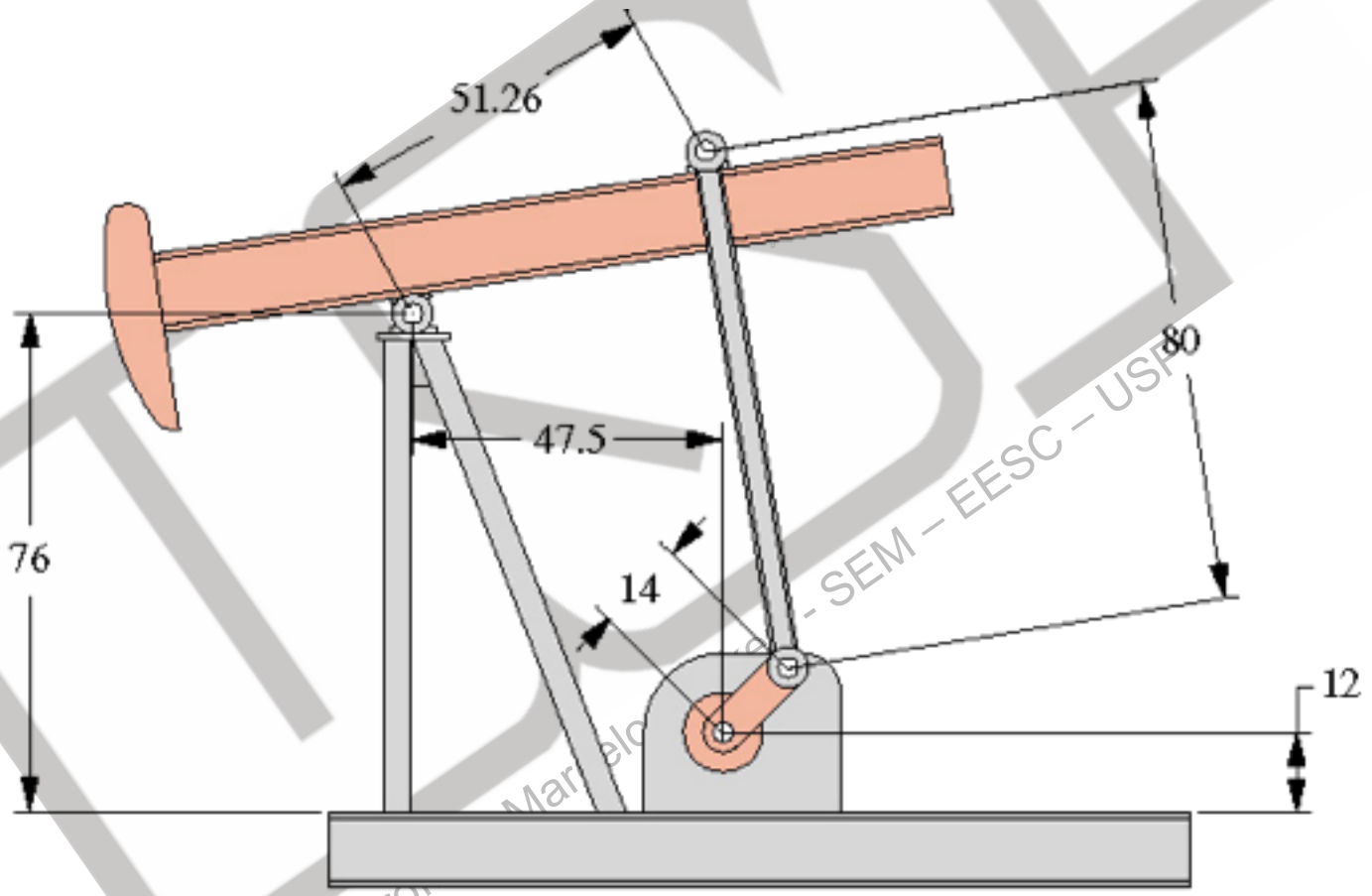
# Graus de Liberdade

## Mecanismos Planares – Exercícios



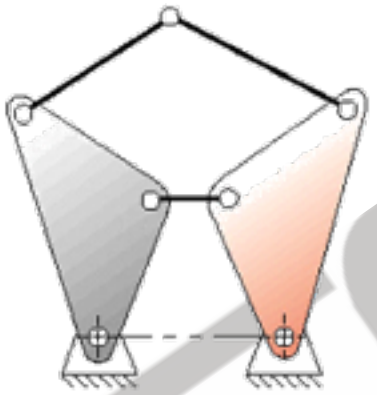
# Graus de Liberdade

## Mecanismos Planares – Exercícios

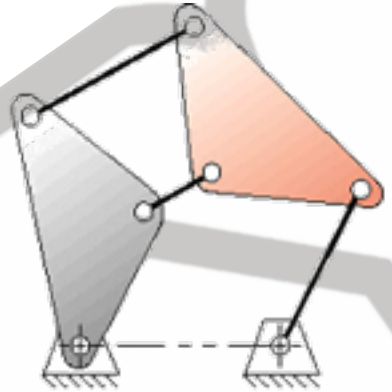


# Graus de Liberdade

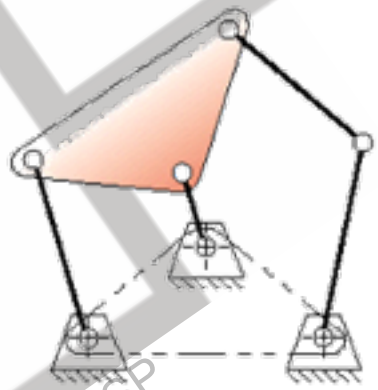
## Mecanismos Planares – Exercícios



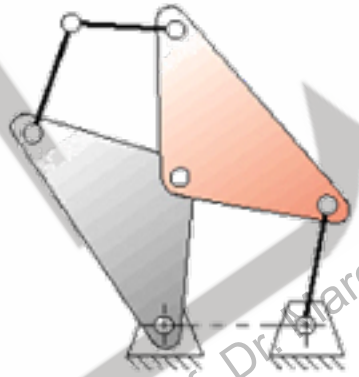
(a) Stephenson's sixbar inversion I



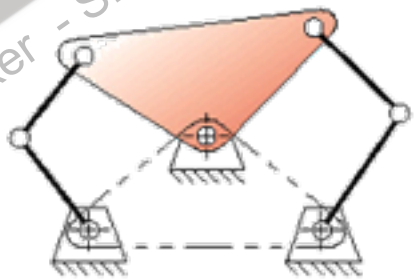
(b) Stephenson's sixbar inversion II



(c) Stephenson's sixbar inversion III



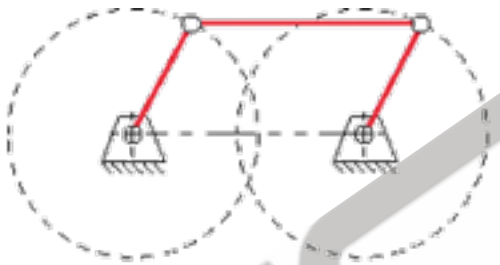
(d) Watt's sixbar inversion I



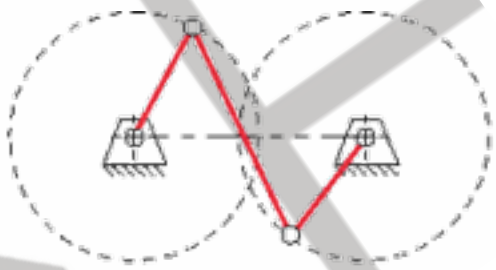
(e) Watt's sixbar inversion II

# Graus de Liberdade

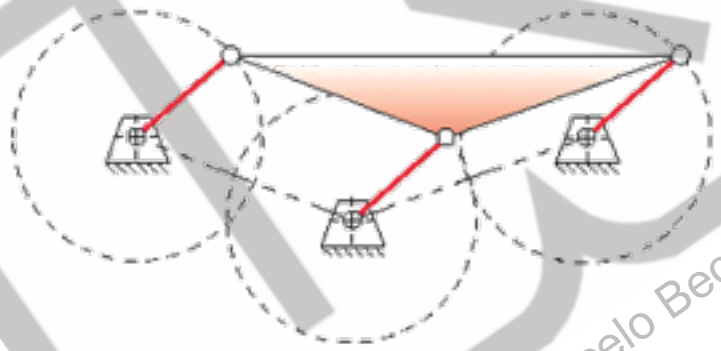
## Mecanismos Planares – Exercícios



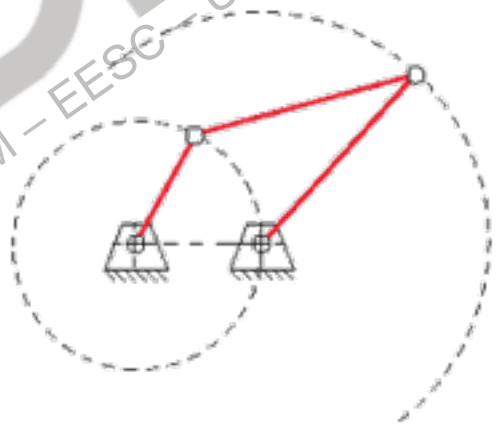
(a) Parallelogram form



(b) Antiparallelogram form



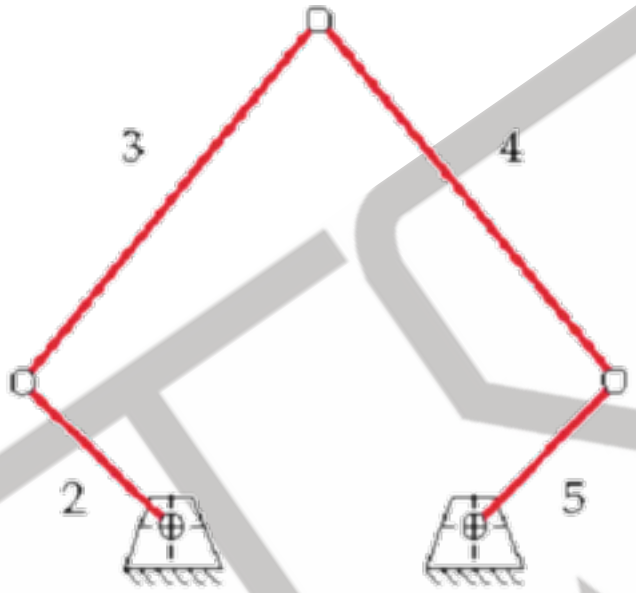
(c) Double-parallelogram linkage gives parallel motion (pure curvilinear translation) to coupler and also carries through the change points

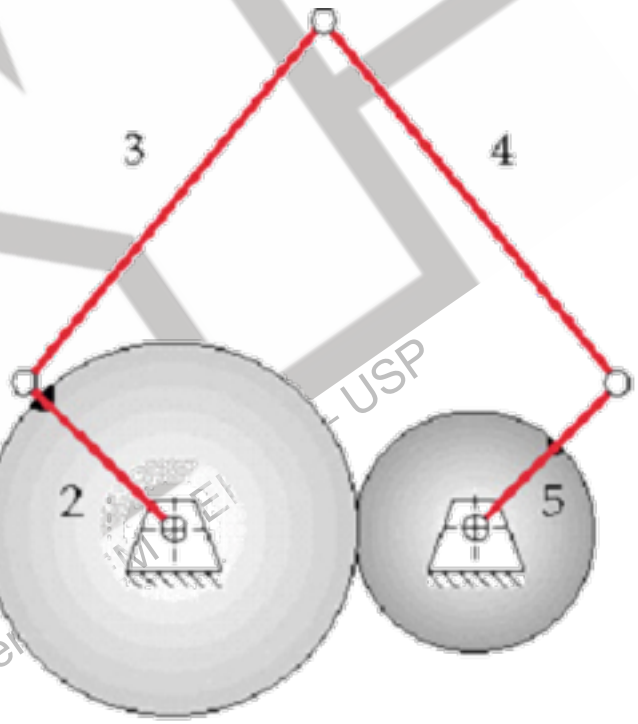


(d) Deltoid or kite form

# Graus de Liberdade

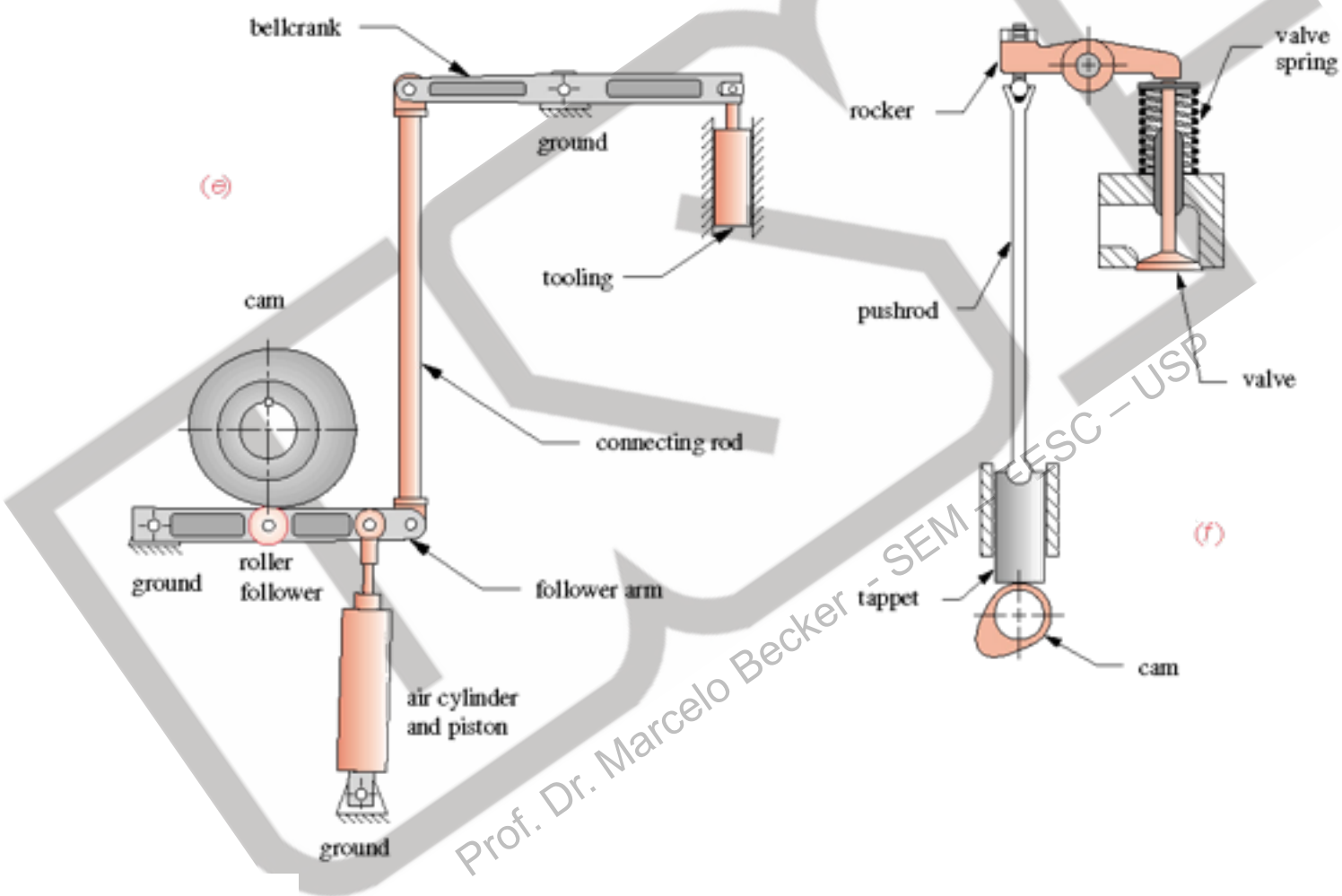
## Mecanismos Planares – Exercícios



# Graus de Liberdade

## Mecanismos Planares – Exercícios



# Sumário da Aula

- Introdução
- Graus de Liberdade
- Cadeias Cinemáticas
- Exercícios Recomendados
- **Bibliografia Recomendada**

# Bibliografia Recomendada


- Shigley, JE. e Uicker, JJ., 1995, "*Theory of Machines and Mechanisms*".
- MABIE, H.H., OCVIRK, F.W. "Mecanismos e dinâmica das máquinas".
- MARTIN, G.H. "Cinematics and dynamics of machines".
- NORTON, R. L. "Design of Machinery - An Introduction to the Synthesis and Analysis of Mechanisms and Machines".

- Notas de Aula