

Cálculo Numérico

P1

A pontuação total é 11, sem normalização da nota.

Estimativa: (Q1) 10 min; (Q2) 15 min; (Q3) 20 min; (Q4) o resto.

(Q1) Dada a tabela

$x$	-1	0	1	2
$f(x)$	0	$a$	-2	0

- (1.5)** encontre o polinômio interpolador  $p_a = p_f[-1,0,1,2]$ ;
- (0.5)** faça a prova real, isto é, verifique se o polinômio que você encontrou realmente interpola os pontos da tabela;
- (0.5)** para qual valor de  $a$  o polinômio é quadrático?

(Q2) Dada a tabela

$x$	-1	1	2
$f(x)$	0	-2	0

- (1.5)** encontre o polinômio  $q_d$  de grau até 3 que interpola os dados da tabela e que tem derivada  $d$  em  $x = -1$ ;
- (0.5)** faça a prova real, isto é, verifique se foi obtido o que foi pedido no item (a);
- (0.5)** para qual valor de  $d$  se tem  $q_d(0) = a$ ?
- (0.5)** se  $d$  tem o valor obtido no item anterior, é possível concluir que  $q_d = p_a$ , onde  $p_a$  é o polinômio da Q1? (É para responder sem fazer contas)

(Q3)

- (0.5)** Sabendo que a primitiva de  $\sqrt{x}$  é  $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$ , obtenha o valor exato da integral  $\int_1^2 \sqrt{x} dx$ ;
- (2.0)** compare com a aproximação que se obtém pelo Método de Simpson com 3 células e 8 casas decimais depois da vírgula para os valores do integrando.

(Q4) **(3.0)** Dada a tabela

$x$	-1	0	1
$f(x)$	0	1	0

obtenha o spline cúbico  $S(x)$  correspondente, com as seguintes condições de contorno (mistas):  $S'(-1) = 0$  (grampeado à esquerda) &  $S''(1) = 0$  (condição natural à direita).

*Dica:* A primeira condição de contorno já pode ser imposta desde o início no polinômio cúbico da esquerda, dispensando, assim, uma incógnita do problema.