PME 3240 - P1 Gabarito Q1

Guenther Carlos Krieger Filho

May 2^{nd} 2017

Como dito no enunciado, a força na mola e no fluido variam linearmente com o volume. Assim, a pressão na fronteira do volume de controle que contém o ar é dada por:

$$P_{fronteira} = \underbrace{k_m V + k_0}_{mola} + \underbrace{k_1 V + k_2}_{fluido} \tag{1}$$

ou ainda

$$\begin{aligned} P_{fronteira} &= \underbrace{(k_m + k_1)}_{C_1} V + \underbrace{(k_0 + k_2)}_{C_2} & (2) \\ &= C_1 V + C_2 & (3) \end{aligned}$$

Assim, conhecidos dois pares (P, V), determinam-se as constantes C_1 e C_2. Sabe-se que para $V_1 = \frac{RT_1 m_1}{P_1}, P = 100kPa$ e para o volume $V_2 = \frac{RT_2 m_2}{P_2}, P = 500kPa$. V_2 fica em função de T_2.

P1 - Q1

Calcula-se o trabalho no volume de controle:

$$W_{V.C.} = \int_{V_1} P dV = \int_{V_1} (C_1 V + C_2) dV \tag{4}$$

que resulta em:

$$W_{V.C.} = \frac{1}{2}(P_1 + P_2)(V_2 - V_1) \tag{5}$$

A primeira lei para o regime uniforme no volume de controle, adibático, é:

$$m_2 u_2 - m_1 u_1 = (m_2 - m_1) h_e - \left[\frac{1}{2}(P_1 + P_2)(V_2 - V_1)\right] \tag{6}$$

P1 - Q1

rearranjando:

$$m_2(u_2 - h_e) - m_1(u_1 - h_e) = -\left[\frac{1}{2}(P_1 + P_2)(V_2 - V_1)\right] \quad (7)$$

$$m_2(u_2 - (u_e + RT_e)) - m_1(u_1 - (u_e + RT_e)) = -\left[\frac{1}{2}(P_1 + P_2)(V_2 - V_1)\right] \quad (8)$$

$$m_2(u_2 - (u_e + RT_e)) - m_1(u_1 - (u_e + RT_e)) = -\left[\frac{1}{2}(P_1 + P_2)(V_2 - V_1)\right] \quad (9)$$

$$m_2(c_v(T_2 - T_e) - RT_e) - m_1(c_v(T_1 - T_e) - RT_e)) = -\left[\frac{1}{2}(P_1 + P_2)\left(\frac{RT_2 m_2}{P_2} - \frac{RT_1}{P_1}\right.\right. \quad (10)$$

$$m_2(c_v T_2 - T_e \underbrace{(c_v + R)}_{c_p}) - m_1(c_v T_1 - T_e \underbrace{(c_v + R)}_{c_p}) = -\left[\frac{1}{2}(P_1 + P_2)\left(\frac{RT_2 m_2}{P_2} - \frac{RT_1}{P_1}\right.\right. \quad (11)$$

$$-m_2 c_v T_2 + m_1 c_v T_1 + c_p T_e \underbrace{(m_2 - m_1)}_{m_e} = \left[\frac{1}{2}(P_1 + P_2)\left(\frac{RT_2 m_2}{P_2} - \frac{RT_1 m_1}{P_1}\right)\right] \tag{12}$$

$$-m_2 c_v T_2 + m_1 c_v T_1 + m_e c_p T_e = \left[\frac{R}{2}(P_1 + P_2)\left(\frac{T_2 m_2}{P_2} - \frac{T_1 m_1}{P_1}\right)\right] \tag{13}$$

P1 - Q1

$$-m_2 c_v T_2 + m_1 c_v T_1 + m_e c_p T_e = \left[\frac{R}{2} (P_1 + P_2) \left(\frac{T_2 m_2}{P_2} - \frac{T_1 m_1}{P_1} \right) \right] \quad (14)$$

Dados:

- $m_1 = 1.0kg$; $m_e = 2.2kg$; $T_e = 298K$; $T_1 = 298K$; $P_0 = 500kPa$; $P_1 = 100kPa$; $P_2 = 500kPa$;
- $c_{v,ar} = 0,717kJ/kgK$; $c_{p,ar} = 1,004kJ/(kgK)$

Substituindo-se os dados, chega-se a $T_2 = 396K$