



Experimento 3 - Rolamento

Marcia A. Rizzutto

Sara Martins

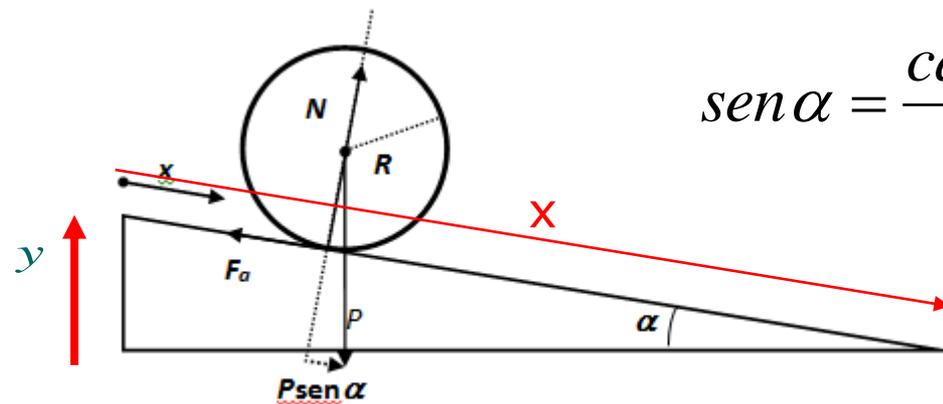
Laboratório de Mecânica - 2017

Objetivos da Experiência

- Determinar o tempo rolamento de objetos cilíndricos, sem escorregamento, em um plano inclinado
- Relacionar estes tempos de queda com a distribuição de massa

Experiência

- Realizar a medida do movimento de rolamento do cilindro:
 - Medidas de altura e tamanho da tábua
 - Calculo do ângulo α
 - medindo os tempos de queda



$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{y}{x}$$

Experiência

○ Variar os pontos de largada dos cilindros:

- Em 120cm
- Em 70, 280 e 630mm
- Por exemplo:

x1: $120 - 7 = 113\text{cm}$,

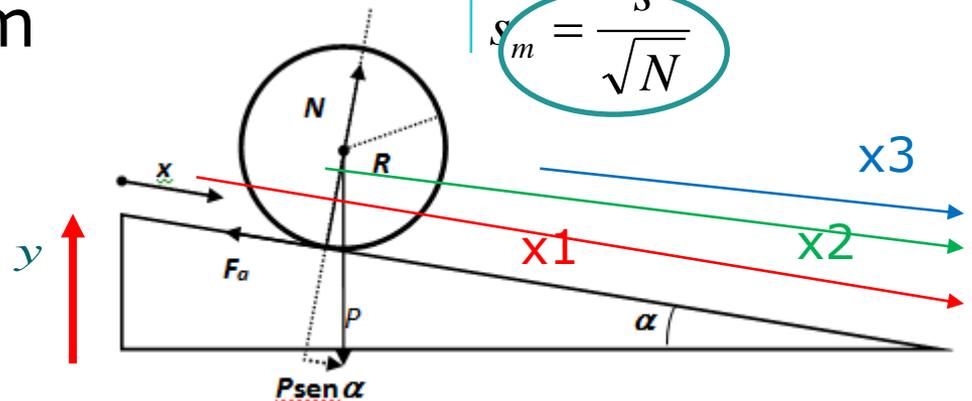
x2: $120 - 28 = 92\text{cm}$

x3: $120 - 63 = 57\text{cm}$

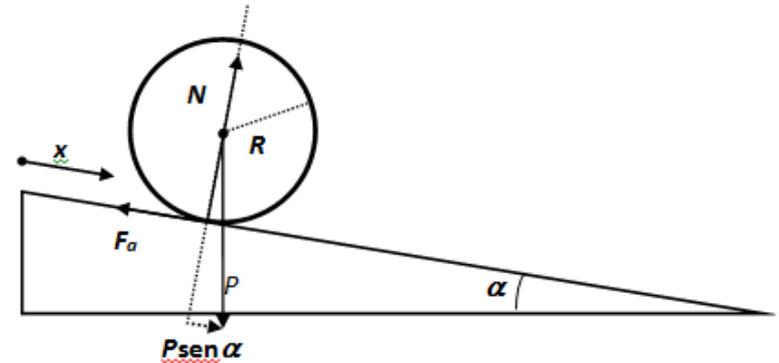
Tempo e queda:
10 quedas para cada aluno
Total de 20 tempos

$$\bar{T} = \sum_{i=1}^N T_i$$
$$s^2 = \frac{1}{N-1} \left(\sum_{i=1}^N (T_i - \bar{T})^2 \right)$$

$$s_m = \frac{s}{\sqrt{N}}$$



Rolamento : Torque e força de atrito



Temos que a velocidade do corpo é

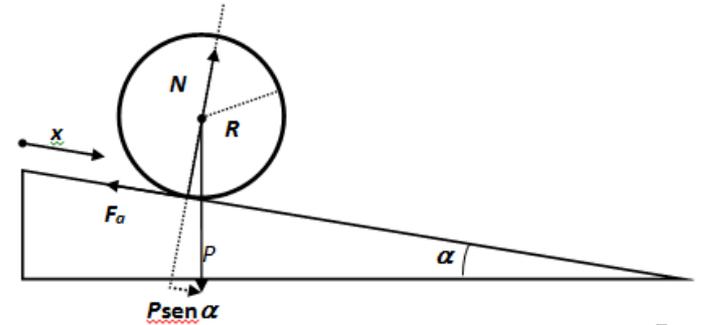
$$v = \omega R$$

Torque devido a força de atrito (em relação ao centro de massa) :

$$\mathfrak{T} = F_{at} R = I \frac{d^2 \varphi}{dt^2} \quad \rightarrow \quad F_{at} = \frac{I}{R} \frac{d^2 \varphi}{dt^2}$$

Onde I = momento de Inércia (grau de dificuldade em se alterar o estado de movimento de um corpo em rotação (depende da distribuição de massa e torno do eixo de rotação))

Rolamento : Equação de movimento



Equação de movimento de translação do CM:

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} = M \cdot g \cdot \text{sen } \alpha - F_a$$

$$F_{at} = \frac{I}{R} \frac{d^2 \varphi}{dt^2}$$

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} = M \cdot g \cdot \text{sen } \alpha - \frac{I}{R} \frac{d^2 \varphi}{dt^2}$$

Podemos escrever:

Velocidade é proporcional a R vezes a variação de ângulo com o tempo

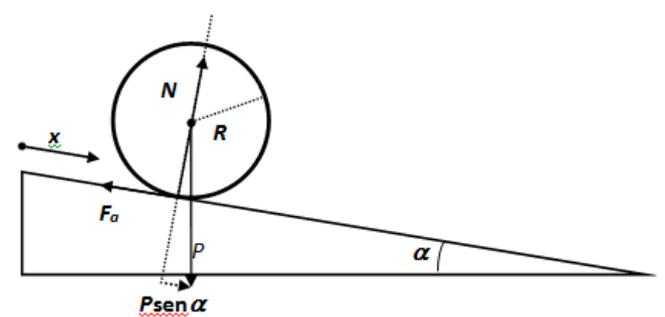
$$\frac{dx}{dt} = R \frac{d\varphi}{dt}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) = \frac{d}{dt} \left(R \frac{d\varphi}{dt} \right)$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{dR}{dt} \frac{d\varphi}{dt} + R \frac{d^2 \varphi}{dt^2}$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = R \frac{d^2 \varphi}{dt^2}$$

Rolamento : Equação de movimento



Equação de movimento de translação do CM:

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} = M \cdot g \cdot \text{sen} \alpha - \frac{I}{R} \frac{d^2 \varphi}{dt^2}$$

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} = M \cdot g \cdot \text{sen} \alpha - \frac{I}{R} \frac{1}{R} \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = R \frac{d^2 \varphi}{dt^2}$$

Momento de inércia para um cilindro oco

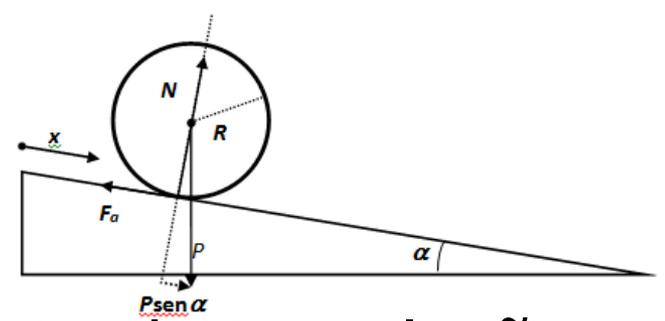
$$I = \frac{1}{2} M (R^2 + r^2)$$

$$\left(M + \frac{I}{R^2} \right) \frac{d^2 x}{dt^2} = M \cdot g \cdot \text{sen} \alpha$$

$$M \left(1 + \frac{1}{R^2} \left[\frac{1}{2} (R^2 + r^2) \right] \right) \frac{d^2 x}{dt^2} = M \cdot g \cdot \text{sen} \alpha$$

$$\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \frac{r^2}{R^2} \frac{d^2 x}{dt^2} = g \cdot \text{sen} \alpha \quad \longrightarrow \quad \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{g \cdot \text{sen} \alpha}{\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \frac{r^2}{R^2}}$$

Rolamento : Equação de movimento



Solução da equação de movimento de translação do CM:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{g \cdot \text{sen} \alpha}{\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \frac{r^2}{R^2}} \longrightarrow \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \frac{r^2}{R^2} = K$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{g \cdot \text{sen} \alpha}{2K} t^2 \quad x_0=0 \text{ e } v_0=0$$

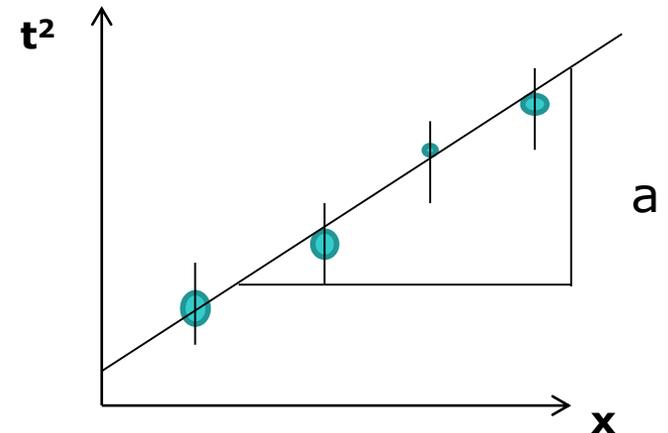
Parâmetro adimensional para verificação da distribuição de massa do objeto

$$x = \frac{g \cdot \text{sen} \alpha}{2K} t^2$$

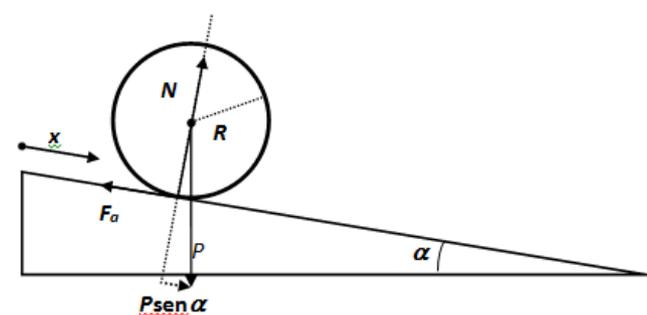
ou

$$t^2 = \frac{2K}{g \cdot \text{sen} \alpha} x$$

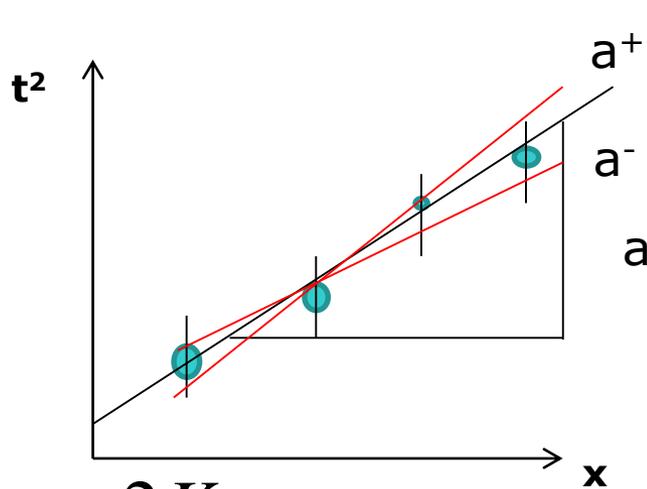
$$y = a \cdot x$$



Rolamento : Parte experimental



Tempo médio de queda em função da distância que o cilindro percorreu



$$s_a = \frac{a^+ - a^-}{2}$$

$$t^2 = \frac{2K}{g \cdot \text{sen} \alpha} x$$

$$y = a \cdot x$$

$$a = \frac{2K}{g \cdot \text{sen} \alpha}$$

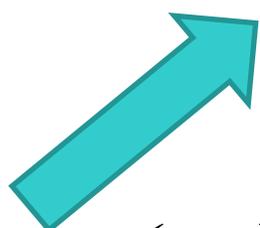
$$K = \frac{a \cdot g \cdot \text{sen} \alpha}{2}$$

$$g = 978,63(3) \text{ cm} / \text{s}^2$$

Determinar K para os dois cilindros:

K=3/2 para cilindro maciço

K= 2 para um casca de raios R



$$\left(\frac{s_K}{K} \right)^2 = \left(\frac{s_a}{a} \right)^2 + \left(\frac{s_g}{g} \right)^2 + \left(\frac{s_\alpha}{\alpha} \right)^2$$