

## Lista 4 - Econometria I - 2017

Professor: Denisard Alves  
Monitor: Adriano Teixeira

Data de entrega: 18 de maio (horário: durante a aula)

### PARTE I:

**Exercício 1:** Em notação matricial, suponha o modelo  $Y = X\beta + u$ . Vimos que o estimador de MQO associado a este modelo pode ser escrito como  $\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y$ .

- a) Habitualmente, a primeira coluna de  $X$  é um vetor de 1's, referente ao intercepto do modelo. Prove que a primeira entrada da matriz  $X'X$  é o número de observações da amostra.
- b) Prove que  $E(\hat{\beta}) = \beta$ . Identifique as hipóteses usadas em cada passo.
- c) Prove que  $Var(\hat{\beta}) = \sigma^2(X'X)^{-1}$ . Identifique as hipóteses usadas em cada passo.
- d) Suponha agora que o modelo verdadeiro é  $Y = X\beta + Z\gamma + u$ , mas o modelo estimado foi  $\hat{Y} = X\hat{\beta}$ . Demonstre o viés de variável omitida. Discuta em quais casos o viés é positivo, negativo e nulo.

**Exercício 2:** Sob as hipóteses do **Teorema de Gauss-Markov**,  $\hat{\beta}$  é **BLUE**.

- a) Enuncie formalmente o Teorema de Gauss-Markov.
- b) Descreva detalhadamente o significado de cada hipótese.
- c) Crie exemplos que satisfazem cada hipótese.
- d) Crie exemplos que violem cada hipótese.
- e) Demonstre o Teorema identificando as hipóteses necessárias em cada passo.

PARTE II:

**Trollita**, sobrinha de **Jacinto Endogenous**, está passando uma temporada na casa de seu tio. Trollita só tem 6 anos e está na fase de colorir tudo o que vê pela frente. Jacinto não imaginava, no entanto, que suas regressões serviriam de “matéria-prima” para traquinagens...

**Exercício 3:** A regressão abaixo é resultado da primeira arte de Trollita. Jacinto pretendia avaliar os determinantes dos preços de aluguel usando uma amostra de “n” cidades, no entanto, vários de seus resultados impressos estão censurados.

`. reg logAluguel logPop logRenda perEstu`

Source	SS	df	MS			
Model	11.2058728		3.73529093	Number of obs =		
Residual			.023002087	F( , ) =	162.39	
Total		127	.110693949	Prob > F =	0.0000	
				R-squared =		
				Adj R-squared =		
				Root MSE =	.15166	

  

logAluguel	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
logPop	.0313456	.0270787				
logRenda	.8771388		21.23			
perEstu		.0012027	5.48		.0042044	
_cons	-3.368309					-2.450034

Em que  $\log Aluguel$  é o log do preço médio mensal do aluguel,  $\log Pop$  o log da população total,  $\log Renda$  o log da renda média domiciliar e  $per Estu$  o percentual de estudantes na cidade.

a) Ajude Jacinto a encontrar:

- (i) o número de observações da amostra.
- (ii) a Soma dos Quadrados dos Resíduos (SQR).
- (iii) o valor de  $R^2$ .
- (iv) o valor do coeficiente estimado de  $per Estu$ .
- (v) o valor do erro-padrão de  $\hat{\beta}_{cons}$ .
- (vi) os graus de liberdade usados na estatística  $F$ .

b) Escreva a equação estimada do modelo. Interprete os resultados.

c) Explique detalhadamente o que representa a estatística  $t$  de um parâmetro. Compute  $t_{\hat{\beta}_{cons}}$ .

d) Explique detalhadamente o que representa o p-valor de um teste. No Stata, use o comando `display ttail` e compute o p-valor para o teste de significância de  $\log Pop$ .

e) Explique detalhadamente o que representa um intervalo de confiança de um parâmetro. Construa um intervalo de confiança de 95% para  $\beta_{\log Pop}$ .

f) É possível saber quais coeficientes estimados são estatisticamente significativos a um nível de 5% de significância? Plote um gráfico que ilustre as regiões de rejeição e aceitação. Explique seu raciocínio para cada coeficiente.

g) Usando  $\alpha = 0,05$ , teste a hipótese nula de que a elasticidade do aluguel com respeito à renda é igual a 1 contra a hipótese alternativa unilateral à esquerda. Use o Stata para fazer um gráfico que ilustre as regiões de rejeição e aceitação. Compute o p-valor do teste estatístico. Interprete os resultados.

**Exercício 4:** Apesar de seus dotes artísticos, Trollita não está indo bem na escola. Jacinto suspeita que o motivo consiste no tamanho da instituição: “*Talvez, escolas grandes têm um efeito adverso no desempenho dos alunos*”, refletiu. Para testar sua hipótese, Jacinto coletou dados de 44 escolas privadas da Finlândia e estimou o seguinte modelo:

$$\widehat{Leitura} = -207,66 + 21,16\log Sal + 3,98\log Fun - 1,35\log Matri$$

(48,70)    (4,06)                    (4,19)                    (0,71)

onde *Leitura* é o percentual de alunos de 8 anos aprovados num teste padronizado de leitura; *logSal* o log do salário médio dos professores; *logFun* o log do número de funcionários por mil estudantes e *logMatri* o log do número de estudantes matriculados. Os erros-padrão foram reportados entre parênteses.

a) Interprete o coeficiente estimado de *logMatri*. Qual a previsão do modelo se o número de matriculados aumentar em 10%? Explique.

b) Conduza um teste estatístico, mencionando  $H_0$  e  $H_1$ , que permita validar (ou invalidar) a conjectura de Jacinto a um nível de significância de 5%. Plote um gráfico que ilustre as regiões de rejeição e aceitação de  $H_0$ .

c) Seus resultados mudam ao usar um nível de significância de 1%? Explique. Plote outro gráfico que ilustre as regiões de rejeição e aceitação.

d) Use o Stata para gerar o p-valor do teste estatístico. Interprete.

e) Explique como a seleção da amostra pode ter interferido nos coeficientes estimados.

**Exercício 5:** Com outra base de dados, Jacinto estimou agora uma regressão múltipla com 5 variáveis explicativas e 56 observações. O problema é que Trollita deu um jeito de sumir com todos os resultados. “*Só sei que o  $R^2$  era 0,90*”, revela a criança.

a) Como você procederia para testar se a regressão é significativa?

b) Se possível, ajude Jacinto calculando o valor da estatística do teste a ser empregado.

c) Há evidências para aceitação ou rejeição da hipótese nula? Justifique.