Universidade de São Paulo

Instituto de Física da USP

Física I - Escola Politécnica - 2015

Lista de Exercícios #01

Esta lista cobre os tópicos introdutórios, o estudo da cinemática e das leis de Newton. Para melhor acompanhar o curso, considere completar estes exercícios ao longo das próximas duas semanas de aula (até 15.03.2015) e tire suas dúvidas imediatamente.

1 Leituras associadas

Faça um favor a si mesmo e ao seu professor: considere ler o material da aula, mesmo que superficialmente, ANTES de cada aula. Pode haver uma pequena diferença entre as aulas de cada turma mas, em geral, as turmas estarão sincronizadas. A referência principal de nosso curso é Física Básica Vol. 1 3^a edição, do professor H. Moysés Nussenzveig.

(a) Aula inaugural (ok, não tem como você ter visto isto antes da aula): capítulo 1.

(b) Semana do dia 02.03: capítulo 2 e capítulo 3, seções 3.1 à 3.4.

(c) Semana do dia 09.03: capítulo 3, seções 3.5 à 3.7 e capítulo 4.

2 Análise dimensional

Considere a cinemática de uma partícula restrita a mover-se ao longo de uma linha. A função posição desta partícula, como função do tempo t, é dada pela seguinte equação $x(t) = A\exp(-t/\tau)\sin\omega t + C$. A posição é medida em cm.

(a) Determine as unidades das constantes A, τ, ω e C.

(b) Calcule o valor de $x(t)$ para $t = 0$ e interprete o papel da constante C.

(c) Faça um esboço do gráfico de $x(t)$ e interprete o papel das demais constantes do problema.

3 Exercícios do Cap. 1 do livro texto

8, 11, 12 e 14.

4 Exercícios rápidos sobre cinemática 1D

1. Exploradores espaciais pousam em um planeta de nosso sistema solar. Eles notam que uma pedra jogada verticalmente para cima, com velocidade inicial de $14,6$ m/s, necessita de $7,72$ s para retornar ao solo. Qual a gravidade deste planeta?

2. A posição de uma partícula ao longo do eixo x é medida em metros e dada pela expressão $x(t) = t^2 - t^3$.

   (a) Faça um esboço para $x(t)$ ao longo do intervalo $0 \leq t \leq 2$ s.

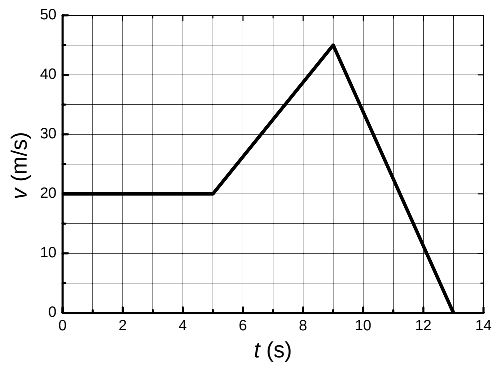
   (b) Calcule a velocidade $v(t)$ da partícula e o instante t' para o qual $v(t') = 0$. Associe este resultado com o esboço de $x(t)$ obtido no item a.

   (c) Determine o deslocamento total da partícula no intervalo $0 \leq t \leq 2$ s.

3. O gráfico da figura abaixo mostra a velocidade da motocicleta de um policial em função do tempo.

    (a) Calcule a aceleração instantânea para $t = 3$ s, $t = 7$ s e $t = 11$ s.

    (b) Qual foi o deslocamento do policial nos 5 s iniciais? E nos 9 s iniciais? E nos 13 s iniciais? (R 100 m, 230 m, 320 m)



5 Limites e derivadas

Este exercício pretende ser um guia para que você consiga deduzir algumas derivadas importantes para nosso curso. Como preparação, vamos primeiro considerar uma derivada bem simples, como a derivada de t^2. Começamos escrevendo a definição da derivada:

$$\frac{df}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{f(t + \Delta t) - f(t)}{\Delta t}$$

e aplicamos esta definição a função $f(t) = t^2$. Desta maneira:

$$\frac{df}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{(t + \Delta t)^2 - t^2}{\Delta t}$$

A partir deste ponto, procedemos fazendo a álgebra convencional:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{(t^2 + 2t\Delta t + \Delta t^2) - t^2}{\Delta t}$$

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{2t\Delta t + \Delta t^2}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} (2t + \Delta t)$$

Agora, basta obedecer o comando da operação limite, que nos diz que Δt deve ir a 0, de maneira que $2t + \Delta t = 2t$. Desta maneira:

$$\frac{df}{dt} = 2t$$

(a) Para checar seu entendimento calcule, a partir da definição, a derivada da função $t + t^3$. Um problema mais interessante é calcular a derivada de $\cos \omega t$. No entanto, precisamos fazer um problema preliminar:

(b) Use uma calculadora e calcule $\sin \theta$ e $\cos \theta$ para ângulos pequenos (da ordem de 5°, mas você precisa usar ângulos em radianos). Estime θ para o qual a diferença entre $\sin \theta$ e θ (em radianos) é da ordem de no máximo 1%. Estime ainda θ para o qual a diferença entre $\cos \theta$ e 1 é também da ordem de 1%. Desta maneira, você descobre o seguinte: para pequenos ângulos:

$$\begin{cases} \sin\theta & \approx \theta \\ \cos\theta & \approx 1 \end{cases}$$

Nosso objetivo é calcular a derivada de $\cos\omega t$. Mas antes observe como calcular a derivada de $\sin\omega t$. Como sempre, partimos da definição:

$$\frac{d(\sin\omega t)}{dt} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\sin\omega(t+\Delta t) - \sin\omega t}{\Delta t}$$

Procedendo com a álgebra de funções trigonométricas, escrevemos:

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\sin\omega(t+\Delta t) - \sin\omega t}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\sin\omega t\cos\omega\Delta t + \cos\omega t\sin\omega\Delta t - \sin\omega t}{\Delta t}$$

Usamos que Δt deve ir para 0, ou seja, que Δt é bastante pequeno, e implementamos as aproximações $\sin\omega\Delta t \approx \omega\Delta t$ e $\cos\omega\Delta t \approx 1$, desta maneira:

$$= \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\sin\omega t + \omega\cos\omega t\Delta t - \sin\omega t}{\Delta t} = \omega\cos(\omega t)$$

(c) Use ideias similares e mostre que:

$$\frac{d}{dt}\cos\omega t = -\omega\sin\omega t$$

(d) Como desafio, parta da definição e mostre que se $h(t) = f(t) + g(t)$, então:

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{df(t)}{dt} + \frac{dg(t)}{dt}$$

6 Exercícios do capítulo 2 do livro texto

14, 16 e 17.

7 Exercícios rápidos de cinemática 2D

1. Um atleta dá um salto em distância, fazendo um ângulo inicial de 20° com o solo com uma velocidade de 11 m/s.

   (a) Qual o alcance do salto? (R 7.94 m)

   (b) Qual a altura máxima atingida? (R 0.722 m)

2. Uma bola, sob ação apenas da aceleração da gravidade, é atirada do chão para o alto. Sabe que em uma altura de de 9 m, sua velocidade, medida em m/s, é dada por $\vec{v} = 7\hat{\imath} + 6\hat{\jmath}$ (onde $\hat{\imath}$ denota a direção horizontal e $\hat{\jmath}$ a vertical).

   (a) Até que altura a bola subirá? (R 10.8 m)

   (b) Qual será a distância horizontal percorrida pela bola? (R 20.8 m)

   (c) Qual o módulo da velocidade no ponto mais alto da trajetória? (R 7 m/s)

   (d) Qual o vetor velocidade no instante em que a mesma volta a tocar o solo? (R $7\hat{\imath} - 14,6\hat{\jmath}$ m/s)

   (e) Discuta, qualitativamente, o efeito da resistência do ar sobre cada uma das suas respostas dos itens $(a) - (d)$.

3. Uma partícula está restrita a mover-se no plano, com uma aceleração $\vec{a} = 4\hat{\imath}$ m/s^2. A partícula sai da origem em $t = 0$, com a velocidade inicial $\vec{v}_0 = 20\hat{\imath} - 15\hat{\jmath}$ m/s.

   (a) Determine o vetor velocidade $\vec{v}(t)$ para esta partícula. (R $\vec{v}(t) = (20 + 4t)\hat{\imath} - 15\hat{\jmath}$ m/s, perceba que $\vec{v}(t = 0)$ corresponde ao $\vec{v}_0$ do enunciado)

   (b) Calcule $\vec{v}(t)$ e $||\vec{v}(t)||$ para $t = 5$ s.

   (c) Determine o vetor posição $\vec{r}(t)$ e a *velocidade média* da partícula entre os instantes $t = 0$ s e $t = 5$ s. Compare este resultado com os valores de $\vec{v}(t)$ para $t = 0$ e $t = 5$ s.

8 Exercícios do capítulo 3 do livro texto

4, 6, 15, 18 e 20.

9 Movimento circular uniforme

Uma partícula executa um movimento circular uniforme de raio R e velocidade angular ω. As funções posição $x(t)$ e $y(t)$ desta partícula se escrevem:

$$\begin{cases} x(t) &= R\cos(\omega t + \theta_0) \\ y(t) &= R\sin(\omega t + \theta_0) \end{cases}$$

(a) Para $t = 0$, faça um esboço da posição da partícula em relação ao sistema de coordenadas (considere x na horizontal e y na vertical). Indique em seu esboço o ângulo θ_0 e o raio R.

(b) Determine os vetores posição $\vec{r}(t)$, $\vec{v}(t)$ e $\vec{a}(t)$ para esta partícula. Mostre explicitamente que $\vec{v}(t)$ é perpendicular a $\vec{r}(t)$ e $\vec{a}(t)$ em qualquer tempo t. Em um esboço, descreva a trajetória da partícula e indique os vetores posição, velocidade e aceleração para um dado instante t.

(c) Mostre que $||\vec{v}(t)||$ é constante para o movimento circular uniforme.

(d) Calcule $\vec{r}(t) \times \vec{v}(t)$ e mostre que esta quantidade é constante para o movimento circular uniforme.

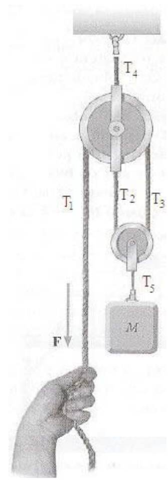
(e) Mostre explicitamente (ou argumente) que $\vec{r}(t) \times \vec{a}(t) = 0$ para todo tempo t para o movimento circular uniforme.

10 Arranjo de polias

Um corpo de massa M é mantido em repouso por uma força aplicada F e por um sistema de polias como mostrado na figura abaixo. As polias são sem massa e sem atrito. Determine:

(a) as tensões T_1, T_2, ..., T_5 em cada trecho da corda.

(b) o módulo de F.



11 Exercícios do capítulo 4 do livro texto

2, 4 e 5.