

Análise Cinemática 2D de Mecanismos

1 Problema de Determinação da Posição

Um problema típico encontrado na análise de mecanismos é o seguinte. Considere um mecanismo plano de 4 elos (barras) articulado por 4 juntas de revolução (pinos) como mostrado na **figura 1**. Apesar de cada elo ter dimensão real tridimensional, o movimento do mecanismo como um todo ocorre predominantemente num plano. Na prática, o movimento tem pequenos desvios fora do plano devido a problemas de montagem, flexão do material, etc., mas pode ser considerado plano para com boa aproximação para fins de análise. Além disso, todas as partes envolvidas serão consideradas como corpo rígido.

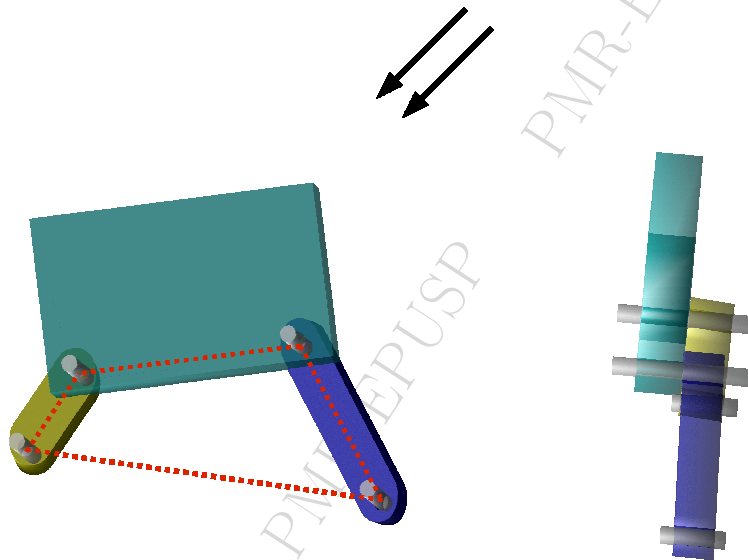


Figura 1: Mecanismo plano de 4 barras tipo RRRR.

O processo de análise do movimento tem início considerando uma representação simplificada do mecanismo. Essa representação deve ser mínima, mas deve permitir o estudo completo. Assim, a primeira etapa consiste na ligação das juntas de cada elo por uma linha reta. Repare, na **figura 2**, que a linha que une as juntas de um mesmo elo não precisa passar sempre por uma região com material. Essas linhas unindo as juntas são simplesmente representações geométricas formando um caminho fechado.

Se houver um ponto especial de interesse para análise em algum elo do mecanismo, ele deve ser unido às respectivas juntas de seu elo, formando um triângulo. Isso está representado na **figura 2** pelo ponto **P** no elo acoplador.

Considere o mecanismo representado na **figura 3**. Normalmente, são conhecidas as distâncias entre juntas das barras (R_{AO} , R_{BA} , R_{CB}), a distância entre os pivôs fixos (R_{OC}), e o ângulo de entrada q_2 . Portanto, resta determinar os ângulos θ_3 e θ_4 que dão as direções das barras 3 e 4 respectivamente.

A resolução gráfica usando régua e compasso é muito simples, e é mostrada na **figura 4**. Há duas soluções possíveis dadas pelos pontos B (configuração aberta) e B' (configuração cruzada). Por outro lado, a solução analítica se torna bastante complicada pois se baseia num sistema de equações não-lineares.

No problema em questão, o mecanismo tem mobilidade 1, possibilitando o uso de um atuador (pode ser um motor elétrico). É possível, então, atribuir valores a uma “variável de entrada” correspondente a esse

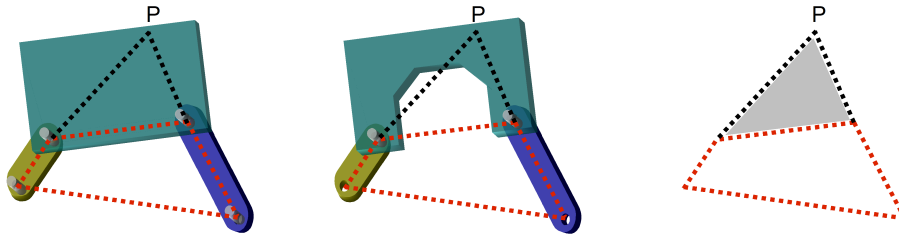


Figura 2: Representação de mecanismo plano de 4 barras por um quadrilátero.

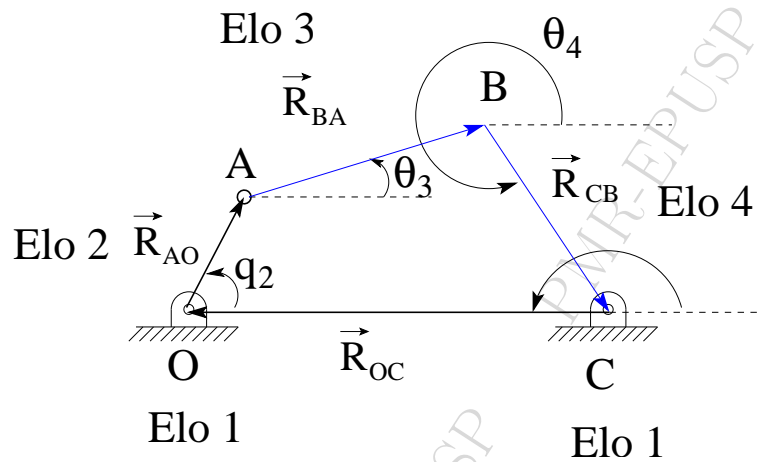


Figura 3: Mecanismo plano de 4 barras.

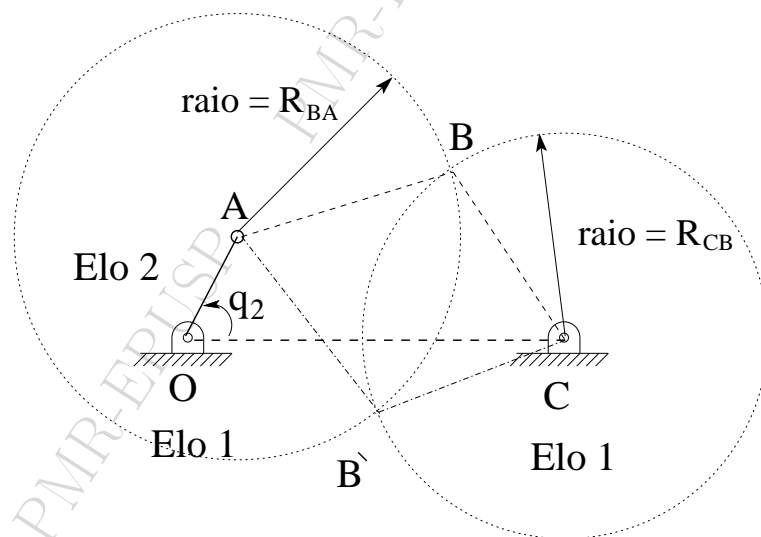


Figura 4: Determinação gráfica das posições do mecanismo de 4 barras.

atuador. Outros parâmetros normalmente conhecidos na análise de um mecanismo são as distâncias entre as juntas subsequentes.

O método para determinação analítica consiste em encontrar uma ou mais equações vetoriais de caminho fechado (loop) e, em seguida, formar o sistema de pares de equações escalares (componentes em X e em Y) e resolver o sistema para as incógnitas especificadas.

O caminho fechado pode ser encontrado ligando os vértices do polígono $OABC$. Existe sempre mais

que uma forma de equação vetorial para o polígono, dependendo da sequência dos vértices escolhidos.

Uma possível equação vetorial, mostrada na **figura 3**, é: $\vec{R}_{AO} + \vec{R}_{BA} + \vec{R}_{CB} + \vec{R}_{OC} = \vec{0}$. Na forma polar: $R_{AO}e^{iq_2} + R_{BA}e^{i\theta_3} + R_{CB}e^{i\theta_4} + R_{OC}e^{i180^\circ} = \vec{0}$.

Equações Escalares:

$$\text{Componente em X: } R_{AO}\cos(q_2) + R_{BA}\cos(\theta_3) + R_{CB}\cos(\theta_4) + R_{OC}\cos(180^\circ) = 0 \quad (1.0.1a)$$

$$\text{Componente em Y: } R_{AO}\sin(q_2) + R_{BA}\sin(\theta_3) + R_{CB}\sin(\theta_4) + R_{OC}\sin(180^\circ) = 0 \quad (1.0.1b)$$

No sistema de equações **1.0.1** os parâmetros variáveis no tempo são: q_2 , θ_3 e θ_4 . Então, pode-se utilizar o conceito de funções nessas variáveis para tratar matematicamente essas equações. Denominando essas funções de f_1 e f_2 obtém-se:

$$f_1(q_2, \theta_3, \theta_4) = R_{AO}\cos(q_2) + R_{BA}\cos(\theta_3) + R_{CB}\cos(\theta_4) + R_{OC}\cos(180^\circ) = 0 \quad (1.0.2a)$$

$$f_2(q_2, \theta_3, \theta_4) = R_{AO}\sin(q_2) + R_{BA}\sin(\theta_3) + R_{CB}\sin(\theta_4) + R_{OC}\sin(180^\circ) = 0 \quad (1.0.2b)$$

Resolve-se o sistema para encontrar as incógnitas (no caso, θ_3 e θ_4) por método analítico (quando possível) ou por método numérico. O método numérico mais comum para esse tipo de sistema de equações não-lineares é o Método de Newton-Raphson.

Outra possível equação vetorial para o polígono $OABC$ está mostrada na **figura 5**, e é dada por: $\vec{R}_{AO} + \vec{R}_{BA} = \vec{R}_{CO} + \vec{R}_{BC}$. Esta equação vetorial está particularizando o ponto B. Na forma polar: $R_{AO}e^{iq_2} + R_{BA}e^{i\theta_3} = R_{CO}e^{i0^\circ} + R_{BC}e^{i\theta'_4}$. Note que ao invés de usar o ângulo θ_4 está sendo usado o ângulo $\theta'_4 = \theta_4 - 180^\circ$.

O sistema de equações escalares correspondentes será:

$$f'_1(q_2, \theta_3, \theta'_4) = R_{AO}\cos(q_2) + R_{BA}\cos(\theta_3) - R_{BC}\cos(\theta'_4) - R_{CO}\cos(0^\circ) = 0 \quad (1.0.3a)$$

$$f'_2(q_2, \theta_3, \theta'_4) = R_{AO}\sin(q_2) + R_{BA}\sin(\theta_3) - R_{BC}\sin(\theta'_4) - R_{CO}\sin(0^\circ) = 0 \quad (1.0.3b)$$

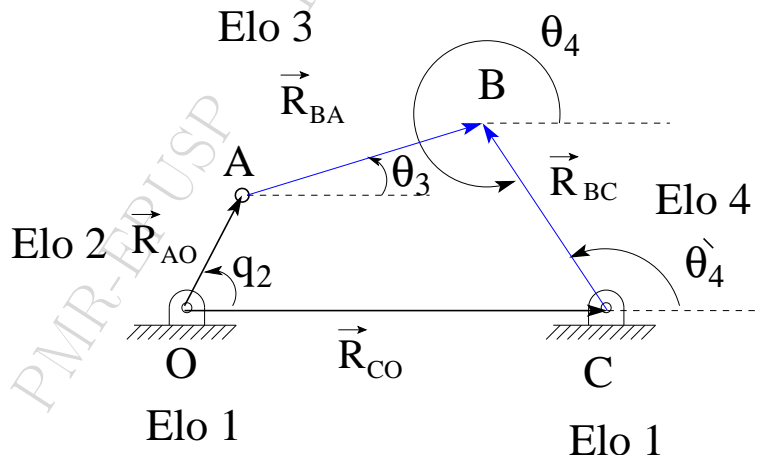


Figura 5: Outra equação vetorial, particularizada para o ponto B.

Atribuindo valores à variável de entrada q_2 (ângulo de rotação do motor), resta determinar os correspondentes valores assumidos por θ_3 e θ_4 . Mas, esse é um sistema não-linear de equações. Assim, veremos dois métodos baseados em conceitos de geometria e trigonometria para resolução do “problema de posição do quadrilátero”.

2 Método 1: Aplicação da Lei dos Cossenos

A **figura 6** mostra uma montagem aberta com um ângulo de entrada $0 \leq q_2 \leq \pi$. São conhecidos os comprimentos das barras: $OA = a$, $AB = b$, $BC = c$ e $CO = d$. Unindo os pontos A e C são formados dois triângulos $\triangle OAC$ e $\triangle ABC$ com ângulos de interesse mostrados na figura. O comprimento do lado e pode ser determinado por aplicação da Lei dos Cossenos ao triângulo $\triangle OAC$:

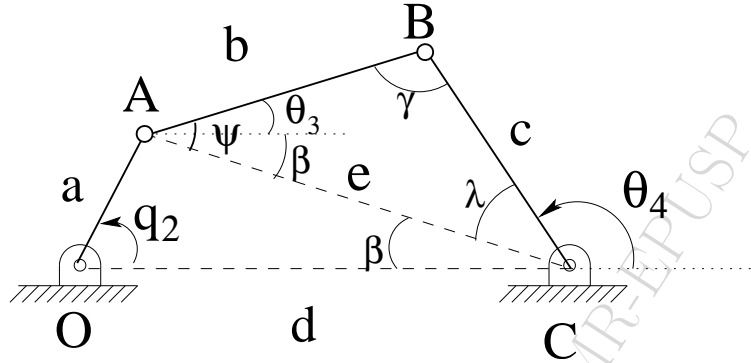


Figura 6: Mecanismo de 4 barras de montagem aberta e com $0 \leq q_2 \leq \pi$.

$$e^2 = a^2 + d^2 - 2ad \cos(q_2) \quad (2.0.1)$$

Desta forma, os ângulos da figura podem ser determinados pelas seguintes expressões:

$$\beta = \arccos \frac{e^2 + d^2 - a^2}{2ed} \quad (2.0.2)$$

$$\psi = \arccos \frac{e^2 + b^2 - c^2}{2eb} \quad (2.0.3)$$

$$\lambda = \arccos \frac{e^2 + c^2 - b^2}{2ec} \quad (2.0.4)$$

Assim, os ângulos de interesse a determinar do problema de posição (θ_3 e θ_4) são determinados na sequência:

$$\theta_3 = \psi - \beta \quad (2.0.5)$$

$$\theta_4 = \pi - \beta - \lambda \quad (2.0.6)$$

O ângulo de transmissão γ é dado por:

$$\gamma = \pi - \psi - \lambda \quad (2.0.7)$$

O *ângulo de transmissão* é um parâmetro importante para mecanismos tipo RRRR em que os componentes de interesse são as duas barras pivotadas na base, ou seja, o elo 2 (entrada) e o elo 4 (saída) da **figura 6**. É o ângulo (agudo) entre o elo acoplador e o elo de saída, e seu valor deve ser maior que 40° para oferecer boa transmissão de força para o elo de saída. Um exemplo desse tipo de mecanismo é o limpador de pára-brisa de automóveis.

Quando o ângulo de entrada $\pi < q_2 < 2\pi$ temos a configuração da **figura 7**. Determine você mesmo as alterações necessárias nas equações de cálculo de θ_3 e θ_4 . Numa simulação no Matlab essas duas situações ($q_2 \leq \pi$ ou $q_2 > \pi$) podem ser conseguidas com os comandos *if* e *else*.

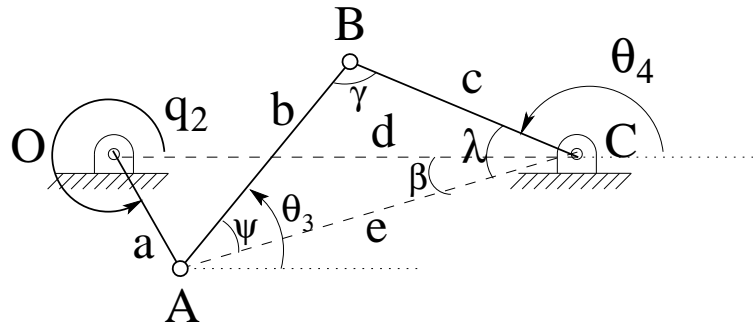


Figura 7: Mecanismo de 4 barras de montagem aberta e com $\pi < q_2 < 2\pi$.

A montagem cruzada do mecanismo com as mesmas dimensões das barras é mostrada na **figura 8**. Determine você mesmo as equações equivalentes para esse sistema.

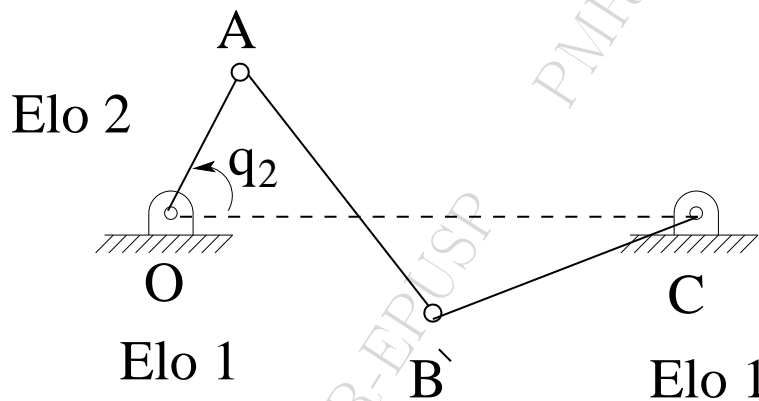


Figura 8: Mecanismo de 4 barras de montagem cruzada.

E se os pontos O e C não estiverem alinhados na horizontal? Como fica o equacionamento? Ver **figura 9**. O ângulo α também deve ser conhecido.

3 Roteiro em Matlab

Considere o mecanismo de 4 elos tipo RRRR da **figura 10**, com um ponto P de interesse no elo acoplador e com distâncias conhecidas entre articulações. A listagem do arquivo de roteiro em Matlab é dada a seguir. Note que a numeração na margem esquerda não faz parte do código: é apenas a numeração da linha para orientação. Essa numeração não deve ser copiada para o programa.

```

1  %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
  %Mecanismo plano do tipo 4R
  %Simulacao em Matlab
  %Resolucao do problema de posicao
5  %v01_2009
  %Metodo: utilizacao da Lei dos Cossenos
  %Observacao: o Matlab nao reconhece acentuacao
  %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
  %Algumas alteracoes para simulacao em Scilab:

```

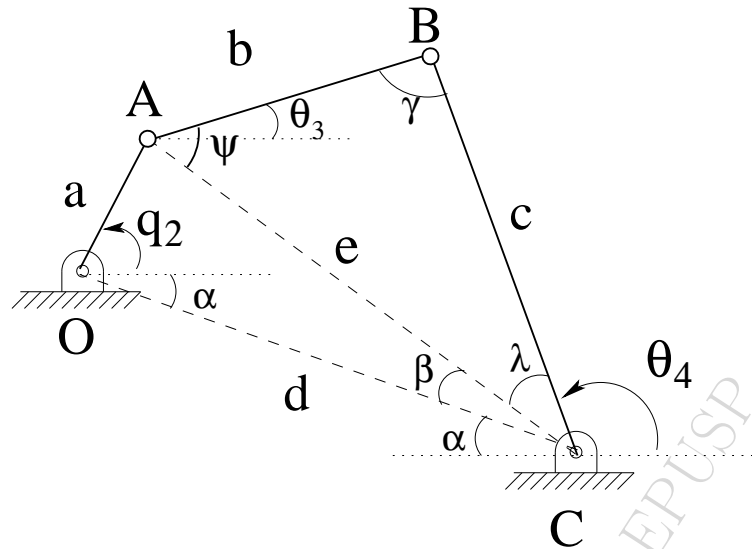


Figura 9: Mecanismo de 4 barras de montagem aberta com os pontos O e C desalinhados em relação à horizontal.

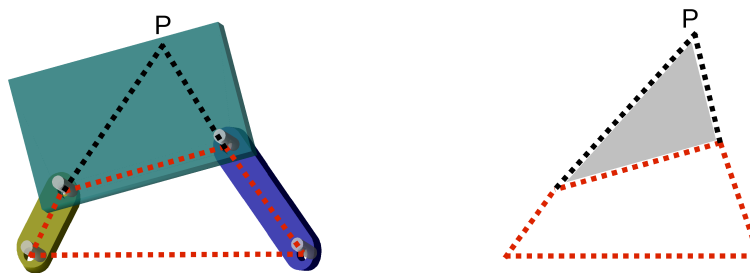


Figura 10: Mecanismo de 4 barras para simulação em Matlab.

```

10 % 1)substitua pi por %pi
    % 2)substitua j por %i (numero complexo)
    % 3)substitua % por // (comentarios)
    % 4)o comando plot deve ser substituido por plot2d adequadamente
    % 5)substitua hold por mtlb_hold
15 % 6)os comandos text, getframe, movie2avi nao funcionam no Scilab
    %Outras alteracoes poderao ser necessarias
    clear %limpa todas as variaveis em uso
    close %fecha todas as janelas graficas
    figure(3); %abre uma janela grafica de numero 3
20 a=1; %comprimento da barra OA
    b=2; %comprimento da barra AB
    c=2.5; %comprimento da barra BC
    d=2; %distancia entre os pinos fixos OC
    %o elo acoplador (elo 3) e' um triangulo
25 P=1.5; %distancia entre A e P
    Phi=25*pi/180; %angulo do lado AP do triangulo com o lado base AB.
    q2_0=pi/3; %q2 inicial= 60graus
    q2=q2_0;

```

```

I=36; %I=numero de iteracoes desejadas
30 for k=1:I %variacoes
    q2=(k-1)*(2*pi/I)+q2_0; %calculo do angulo q2 da sequencia de frames
    e=sqrt(a^2 + d^2 -2*a*d*cos(q2));
    Beta=acos((e^2+d^2-a^2)/(2*e*d));
    Psi=acos((e^2+b^2-c^2)/(2*e*b));
35    Lambda=acos((e^2+c^2-b^2)/(2*e*c));
    if ??? EXERCICIO 1: Qual é a condicao a preencher para  $0 \leq q2 \leq \pi$ ?
        E para  $\pi < q2 < 2\pi$  ?

    else
40
        end
        hold on
        axis([-5 5 -5 5]) %limites dos eixos x e y
45    axis square %transforma a area de plotagem em quadrado
        set(gca,'XTick',-5:1:5) %divisao do eixo horizontal
        grid on %ativa as grades
        Lx=[0,a*cos(q2),d+c*cos(T4),d]; %sequencia O-A-B-C em X
        Ly=[0,a*sin(q2),c*sin(T4),0]; %sequencia O-A-B-C em Y
50    plot(Lx,Ly,'-ob','LineWidth',2); %plota a sequencia O-A-B-C em azul
        hold on %mantem o grafico
        Tx= EXERCICIO 2
        Ty=
        plot(Tx,Ty,'-ob','LineWidth',2); %plota triangulo APC
55    Ax(k)=a*cos(q2); %ponto A em X
        Ay(k)=a*sin(q2); %ponto A em Y
        plot(Ax,Ay,'+g'); %plota sequencia de pontos A com sinal + em verde
        Bx(k)= EXERCICIO 3a
        By(k)=
60    plot(Bx,By,'sm','MarkerSize',4); %plota ponto B quadrado cor magenta
        Px(k)= EXERCICIO 3b
        Py(k)=
        plot(Px,Py,'dr'); %plota ponto P como diamante cor vermelha
        xlabel('Eixo X');
65    ylabel('Eixo Y');
        q2g=q2*180/pi; %converte o angulo T2 em graus
        q2gs=num2str(q2g); %converte o numero T2g em string
        t3=text(-1,-4,['q_2= ',q2gs],'BackgroundColor','w','EdgeColor','b',...
            'FontSize',14); %plota o valor atual de q2g na tela
70    M(k+1)= getframe(gcf,[0 0 550 400]); %comando getframe para transformar a
        %figura atual num frame (quadro) para animacao posterior.
        clf %clear figure (limpa a figura atual)
    end
    M(1)=M(I+1);
75 movie2avi(M,'sint4R_aberta.avi','quality',100,'fps',3)
    %o comando movie2avi gera um video formato avi com os frames M gerados
    %e salva no arquivo sint4R_aberta.avi

```

%FINAL

%%%

O código ainda está incompleto (faltando partes). Complete o código resolvendo os exercícios seguintes.

Exercício Proposto 3.1. Complete o espaço entre as linhas 36 e 42 com as condições para ângulo de entrada $0 \leq q_2 \leq \pi$, e para $\pi \leq q_2 \leq 2\pi$.

Exercício Proposto 3.2. Complete o espaço nas linhas 52 e 53 com a lista de pontos que forma o triângulo $\triangle APC$.

Exercício Proposto 3.3. Complete o espaço entre as linhas 58 e 59 com a definição da coordenada do ponto B; e as linhas 61 e 62 com a definição da coordenada do ponto P.

Exercício Proposto 3.4. Escreva um programa em Matlab que simule um mecanismo 4R de configuração cruzada. O programa anterior pode ser readaptado.

4 Método 2: Método de Freudenstein

Considere o mecanismo de 4 barras de montagem aberta mostrado na **figura 11**. Supondo conhecidos os comprimentos das barras r_1, r_2, r_3, r_4 e o ângulo de entrada q_2 , o problema de posição consiste em determinar θ_3 e θ_4 correspondentes.

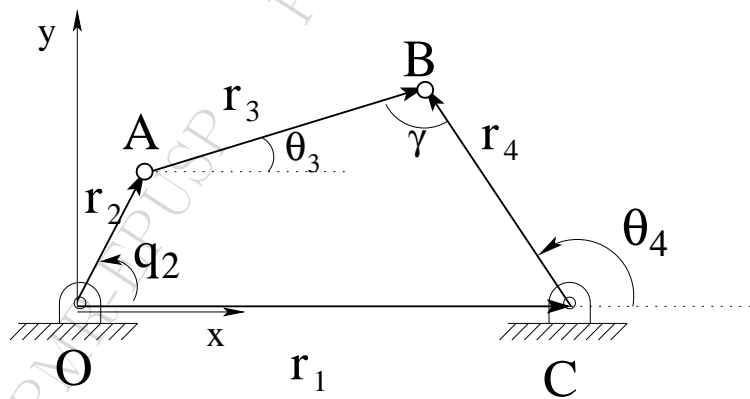


Figura 11: Mecanismo de 4 barras de montagem aberta com notação para aplicação da equação de Freudenstein.

A equação vetorial de caminho fechado (loop) é a seguinte:

$$\vec{r}_2 + \vec{r}_3 - \vec{r}_4 - \vec{r}_1 = \vec{0} \quad (4.0.1)$$

A decomposição em X é dada pela equação escalar:

$$-r_1 + r_2 \cos(q_2) + r_3 \cos(\theta_3) - r_4 \cos(\theta_4) = 0 \quad (4.0.2)$$

A decomposição em Y é dada por:

$$r_2 \sin(q_2) + r_3 \sin(\theta_3) - r_4 \sin(\theta_4) = 0 \quad (4.0.3)$$

Com a finalidade de eliminar a variável incógnita θ_3 as duas equações anteriores são rearranjadas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} r_3 \cos(\theta_3) &= r_4 \cos(\theta_4) + r_1 - r_2 \cos(q_2) \\ r_3 \sin(\theta_3) &= r_4 \sin(\theta_4) - r_2 \sin(q_2) \end{aligned} \quad (4.0.4)$$

Elevando ambos os membros de cada equação ao quadrado e somando membro a membro as duas equações resulta em:

$$r_3^2 = r_1^2 + r_2^2 + r_4^2 + 2r_4 \cos(\theta_4)[r_1 - r_2 \cos(q_2)] - 2r_4 \sin(\theta_4)[r_2 \sin(q_2)] - 2r_1 r_2 \cos(q_2) \quad (4.0.5)$$

Se o ângulo de entrada e os comprimentos das barras forem conhecidos, pode-se colocar a equação anterior simplificadamente como:

$$A \sin(\theta_4) + B \cos(\theta_4) = C \quad (4.0.6)$$

onde:

$$A = \sin(q_2)$$

$$B = \cos(q_2) - \frac{r_1}{r_2}$$

$$C = \frac{r_1^2 + r_2^2 + r_4^2 - r_3^2}{2r_2 r_4} - \frac{r_1}{r_4} \cos(q_2)$$

Para determinar θ_4 basta fazer as seguintes substituições na equação 4.0.6:

$$\begin{aligned} \sin(\theta_4) &= \frac{2 \tan(\theta_4/2)}{1 + \tan^2(\theta_4/2)} \\ \cos(\theta_4) &= \frac{1 - \tan^2(\theta_4/2)}{1 + \tan^2(\theta_4/2)} \end{aligned} \quad (4.0.7)$$

Com a substituição a equação 4.0.6 resulta:

$$(B + C) \tan^2(\theta_4/2) - (2A) \tan(\theta_4/2) + (C - B) = 0 \quad (4.0.8)$$

Resolvendo a equação de segundo grau encontram-se duas soluções: uma correspondente à montagem aberta e a outra correspondente à montagem cruzada.

$$\text{Aberta} \quad \theta_4 = 2 \arctan \left[\frac{A - \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{B + C} \right] \quad (4.0.9)$$

$$\text{Cruzada} \quad \theta_4 = 2 \arctan \left[\frac{A + \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{B + C} \right] \quad (4.0.10)$$

Uma vez determinado θ_4 retorna-se à equação 4.0.4 e determina-se o valor de θ_3 correspondente.

É possível utilizar essas equações para resolução do problema do mecanismo de 4 barras (quadrilátero) ao invés do método dos cossenos. Escolha o método que preferir e prepare um arquivo roteiro para Matlab ou Scilab. Esse arquivo será muito útil na resolução dos exercícios.

5 Lista de Exercícios - Análise Cinemática 2D

Exercício 1. Considere o mecanismo tipo ‘manivela-deslizador’ (RRRP), de 4 barras (peças) usado como modelo de motor a combustão e de compressor, simbolizado pela **figura 12**.

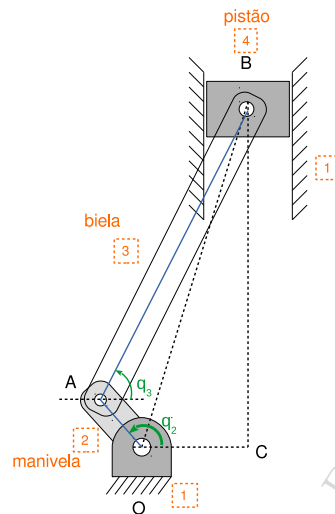


Figura 12: Representação genérica do mecanismo plano RRRP.

- Problema de posição 1: suponha conhecidas as distâncias \overline{OA} ; \overline{AB} e \overline{OC} e o ângulo de posição da manivela q_2 . Encontre a posição do pistão (\overline{BC}) e o ângulo q_3 .
- Problema de posição 2: suponha conhecidas as distâncias \overline{OA} ; \overline{AB} e \overline{OC} e a posição do pistão \overline{BC} . Encontre o ângulo q_2 da manivela e o ângulo q_3 da biela.
- Problema de velocidade: suponha já resolvido o problema de posição e que seja conhecida a velocidade de uma das peças (por exemplo, ω_2 ou V_B). Escreva as equações literais para o problema de velocidade. Não é necessário resolver.
- Problema de aceleração: suponha já resolvidos os problemas de posição e de velocidade e que seja conhecida a aceleração de uma das peças (por exemplo, α_2 ou A_B). Escreva as equações literais para o problema de aceleração. Não é necessário resolver.

Resolva numericamente os problemas de posição, velocidade e aceleração para os casos na **tabela 1**. (Determinar os ítems nas colunas com o sinal ?).

| Posição | | | | | | Velocidade | | | Aceleração | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------------|-------|------------|------------|----------|------------------------|------------|---------------------|
| \overline{OA} | \overline{AB} | \overline{OC} | \overline{BC} | q_2 | q_3 | ω_2 | ω_3 | V_B | α_2 | α_3 | A_B |
| 1 | 3 | 0 | ? | $\frac{\pi}{6}$ rad | ? | -2 rad/s | ? | ? | 0.5 rad/s ² | ? | ? |
| 0.5 | 4 | 1 | ? | $\frac{2\pi}{3}$ rad | ? | 2.5 rad/s | ? | ? | 1.5 rad/s ² | ? | ? |
| 1 | 4 | 0 | 3.3 | ? | ? | ? | ? | -0.5 m/s | ? | ? | -1 m/s ² |
| 1 | 4 | 0 | -3 | ? | ? | ? | ? | -0.5 m/s | ? | ? | -1 m/s ² |
| 1 | 4 | 1.5 | 3 | ? | ? | ? | ? | -0.5 m/s | ? | ? | -1 m/s ² |

Tabela 1: Tabela com dados para análise cinemática de mecanismos RRRP.

Exercício 2. Deduza as equações para encontrar a posição mínima (mais baixa) e a posição máxima (mais alta) do pistão (ponto B) representado genericamente na **figura 13**. Aplique aos valores de dimensões conhecidas dadas na **tabela 2** para determinar as posições extremas do pistão e os ângulos q_2 correspondentes.

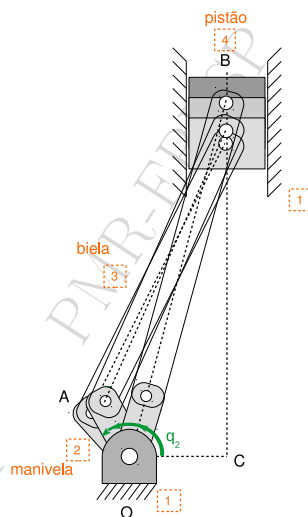


Figura 13: Idéia de condição extrema do mecanismo plano RRRP.

| Posição | | | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|------------|----------------|------------|----------------|
| \overline{OA} | \overline{AB} | \overline{OC} | B_{\min} | $q_{2_B\min}$ | B_{\max} | $q_{2_B\max}$ |
| 1 | 3 | 0 | ? | ? | ? | ? |
| 0.5 | 4 | 1 | ? | ? | ? | ? |
| 1 | 4 | 1.5 | ? | ? | ? | ? |

Tabela 2: Tabela com dados para determinação das posições extremas do pistão.

Exercício 3. Considere o mecanismo tipo ‘quadrilátero articulado’ (RRRR), de 4 barras (peças), simbolizado pela **figura 14**. Note que a peça 3 está representada como uma área mais ampla contendo um ponto P de interesse em seu interior.

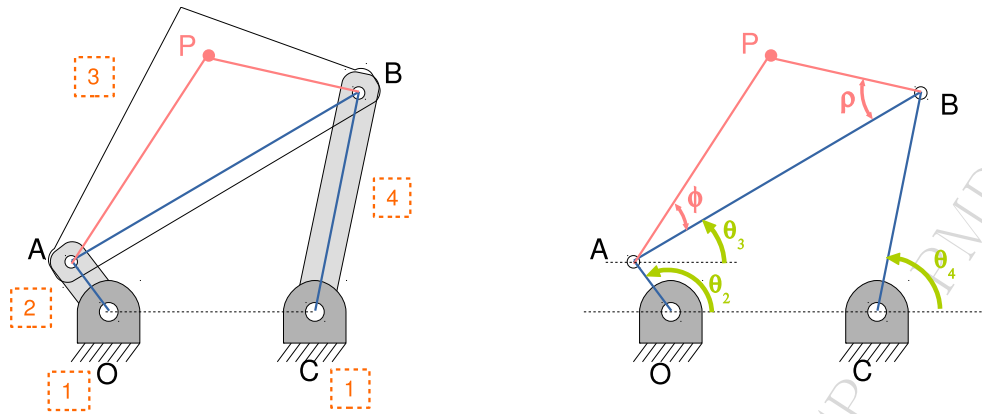


Figura 14: Representação genérica do mecanismo plano RRRR.

- Problema de posição 1: suponha conhecidas as distâncias \overline{OA} ; \overline{AB} ; \overline{BC} e \overline{OC} , o ângulo de posição da manivela θ_2 e um ângulo de posição e a distância do ponto P à articulação correspondente. Encontre os ângulos θ_3 e θ_4 e a posição do ponto P (coordenadas X e Y).
- Problema de posição 2: suponha conhecidas as distâncias \overline{OA} ; \overline{AB} ; \overline{BC} e \overline{OC} , o ângulo de posição da peça 4 (θ_4) e um ângulo de posição e a distância do ponto P à articulação correspondente. Encontre o ângulo θ_2 da manivela e o ângulo θ_3 da peça 3 e a posição do ponto P (coordenadas X e Y).
- Problema de velocidade: suponha já resolvido o problema de posição e que seja conhecida a velocidade de uma das peças (por exemplo, ω_2). Escreva as equações literais para o problema de velocidade, incluindo a velocidade V_P no ponto P pertencente à peça 3. Não é necessário resolver.
- Problema de aceleração: suponha já resolvidos os problemas de posição e de velocidade e que seja conhecida a aceleração de uma das peças (por exemplo, α_2). Escreva as equações literais para o problema de aceleração, incluindo a aceleração A_P no ponto P pertencente à peça 3. Não é necessário resolver.

Resolva numericamente os problemas de posição, velocidade e aceleração para os casos na [tabela 3](#). Considere que a origem é o ponto $O(0, 0)$. (Determinar os ítems nas colunas com o sinal ?).

| | Posição | | | | | | | | | | | | |
|------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------------|------------|------------|-----------------|--------|-----------------|--------|-------|-------|
| | \overline{OA} | \overline{AB} | \overline{OC} | \overline{BC} | θ_2 | θ_3 | θ_4 | \overline{AP} | ϕ | \overline{BP} | ρ | P_x | P_y |
| Problema 1 | 2 | 3.3 | 6 | 2.5 | 30° | ? | ? | 1.3 | 40° | – | – | ? | ? |
| Problema 2 | 0.5 | 2.5 | 1 | 1.5 | $\frac{2\pi}{3}$ rad | ? | ? | 2 | 20° | ? | ? | ? | ? |
| Problema 3 | 0.5 | 2.5 | 1 | 1.5 | 240° | ? | ? | 2.3 | −20° | ? | ? | ? | ? |
| Problema 4 | 4 | 2.5 | 1 | 1.5 | $\frac{2\pi}{3}$ rad | ? | ? | 2 | 20° | ? | ? | ? | ? |

| | Velocidade | | | | | | | | |
|------------|------------|------------|------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | ω_2 | ω_3 | ω_4 | V_{Ax} | V_{Ay} | V_{Bx} | V_{By} | V_{Px} | V_{Py} |
| Problema 1 | 2 rad/s | ? | ? | ? | ? | ? | ? | ? | ? |
| Problema 2 | 100 rpm | ? | ? | ? | ? | ? | ? | ? | ? |
| Problema 3 | -100 rpm | ? | ? | ? | ? | ? | ? | ? | ? |
| Problema 4 | 100 rpm | ? | ? | ? | ? | ? | ? | ? | ? |

| | Aceleração | | | | | | | | |
|------------|-----------------------|------------|------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | α_2 | α_3 | α_4 | A_{Ax} | A_{Ay} | A_{Bx} | A_{By} | A_{Px} | A_{Py} |
| Problema 1 | 1 rad/s ² | ? | ? | ? | ? | ? | ? | ? | ? |
| Problema 2 | 0 | ? | ? | ? | ? | ? | ? | ? | ? |
| Problema 3 | -2 rad/s ² | ? | ? | ? | ? | ? | ? | ? | ? |
| Problema 4 | 0 | ? | ? | ? | ? | ? | ? | ? | ? |

Tabela 3: Dados para análise cinemática de mecanismos RRRR (quadrilátero articulado).

Exercício 4. Para um mecanismo plano tipo RRRR, supondo conhecidos os comprimentos entre as articulações \overline{OA} ; \overline{AB} ; \overline{BC} e \overline{OC} e o ângulo de posição da manivela θ_2 , determine um modo de verificar a *condição de existência* (possibilidade de montagem) do mecanismo. Veja a [figura 15](#). Verifique a possibilidade de montagem de cada um dos mecanismos propostos na [tabela 3](#)

Exercício 5. Calcule as posições extremas dos mecanismos válidos propostos na [tabela 3](#). Consulte a [figura 16](#). Determine os ângulos mínimo e máximo da barra pivotada oscilante e os ângulos correspondentes da manivela.

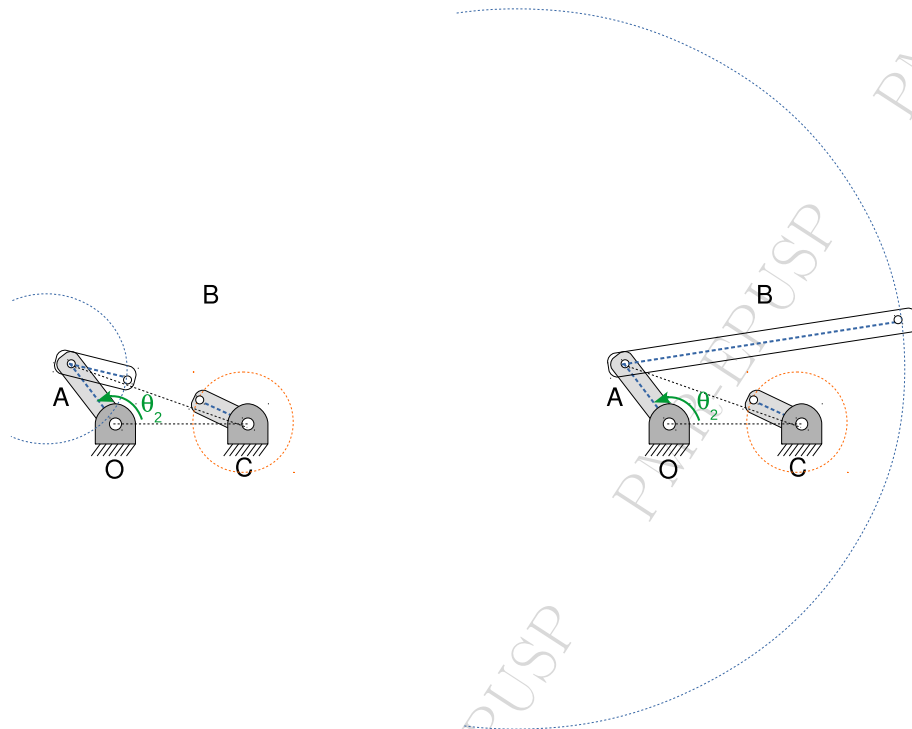


Figura 15: Representação genérica do mecanismo plano RRRR para verificação da possibilidade de montagem.

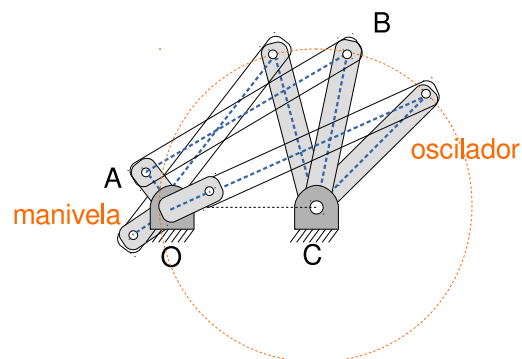


Figura 16: Representação genérica de posições extremas de um mecanismo plano RRRR.