Gabarito das Listas de Exercícios

Probabilidade e Estatística Aplicadas à Contabilidade II

Prof. Dr. Marcelo Botelho da Costa Moraes

Capítulo 11 – Comparações Envolvendo Proporções e Teste de Independência

Exercícios: 1, 2, 4, 6, 7, 10, 11, 12, 14, 15, 16, 18, 22, 25, 26 e 27

1) a) $\bar{p}_1 - \bar{p}_2 = 0{,}48 - 0{,}36 = 0{,}12$

b) $\bar{p}_1 - \bar{p}_2 \pm z_{0{,}05}\sqrt{\frac{\bar{p}_1(1-\bar{p}_1)}{n_1} + \frac{\bar{p}_2(1-\bar{p}_2)}{n_2}}$

$0{,}48 - 0{,}36 \pm 1{,}645\sqrt{\frac{0{,}48(1-0{,}48)}{400} + \frac{0{,}36(1-0{,}36)}{300}}$

0,12 ± 0,0614 (0,0586 até 0,1814)

c) $\bar{p}_1 - \bar{p}_2 \pm z_{0{,}025}\sqrt{\frac{\bar{p}_1(1-\bar{p}_1)}{n_1} + \frac{\bar{p}_2(1-\bar{p}_2)}{n_2}}$

$0{,}48 - 0{,}36 \pm 1{,}96\sqrt{\frac{0{,}48(1-0{,}48)}{400} + \frac{0{,}36(1-0{,}36)}{300}}$

0,12 ± 0,0731 (0,0469 até 0,1931)

2) a) $\bar{p} = \frac{n_1\bar{p}_1 + n_2\bar{p}_2}{n_1 + n_2} = \frac{100(0{,}28)+140(0{,}20)}{100+140} = 0{,}2333$

b) $z = \frac{\bar{p}_1 - \bar{p}_2}{\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{0{,}28-0{,}20}{\sqrt{0{,}2333(1-0{,}2333)\left(\frac{1}{100}+\frac{1}{140}\right)}} = 1{,}44$

Valor *p* = 2 x (1 – 0,9251) = 0,1498

c) valor *p* > 0,05; Não rejeitar H_0; não é possível concluir que as proporções populacionais diferem

4) a) $\bar{p}_1 = \frac{688}{1075} = 0{,}64$ Golfistas Profissionais

$\bar{p}_2 = \frac{696}{1200} = 0{,}58$ Golfistas Amadores

Apresentou maior precisão = Golfistas Profissionais

b) $\bar{p}_1 - \bar{p}_2 = 0{,}64 - 0{,}58 = 0{,}06$

6% a mais de acerto pelos profissionais

c) $z_{0{,}025}\sqrt{\frac{\bar{p}_1(1-\bar{p}_1)}{n_1} + \frac{\bar{p}_2(1-\bar{p}_2)}{n_2}}$

$1{,}96\sqrt{\frac{0{,}64(1-0{,}64)}{1075}+\frac{0{,}58(1-0{,}58)}{1200}}=0{,}0400$

0,06 ± 0,0400 (0,02 até 0,10)

De 2% a 10% mais

Os golfistas profissionais têm uma taxa de acerto de 2% a 10% maior que os amadores.

6) a) $\bar{p}_1=\frac{192}{300}=0{,}64$

b) $\bar{p}_2=\frac{117}{260}=0{,}45$

c) $\bar{p}_1-\bar{p}_2=0{,}64-0{,}45=0{,}19$

$z_{0,025}\sqrt{\frac{\bar{p}_1(1-\bar{p}_1)}{n_1}+\frac{\bar{p}_2(1-\bar{p}_2)}{n_2}}$

$1{,}96\sqrt{\frac{0{,}64(1-0{,}64)}{300}+\frac{0{,}45(1-0{,}45)}{260}}=0{,}0813$

0,19 ± 0,0813 (0,1087 até 0,2713)

7) a) H_0: $p_1 - p_2 \leq 0$

H_1: $p_1 - p_2 > 0$

b) $\bar{p}_1=\frac{300}{811}=0{,}37$

c) $\bar{p}_2=\frac{255}{750}=0{,}34$

$\bar{p}=\frac{n_1\bar{p}_1+n_2\bar{p}_2}{n_1+n_2}=\frac{300+255}{811+750}=0{,}3555$

$z=\frac{\bar{p}_1-\bar{p}_2}{\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}}=\frac{0{,}37-0{,}34}{\sqrt{0{,}3555(1-0{,}3555)\left(\frac{1}{811}+\frac{1}{750}\right)}}=1{,}24$

Valor p = 1 – 0,8925 = 0,1075

Como o valor $p > 0{,}05$; Não rejeitar H_0

Não há diferença entre mulheres e homens.

11) a) Frequências Esperadas: e_1 = 200(0,40) = 80; e_2 = 200(0,40) = 80; e_3 = 200(0,20) = 40

Frequências Atuais: f_1 = 60; f_2 = 120; f_3 = 20

$x^2=\frac{(60-80)^2}{80}+\frac{(120-80)^2}{80}+\frac{(20-80)^2}{80}=\frac{400}{80}+\frac{1600}{80}+\frac{400}{80}=5+20+10=35$

k -1 = 2 graus de liberdade

Usando a distribuição qui-quadrado com $gl = 2$, $x^2 = 35$ o valor $p \approx 0$

Como o valor $p \leq 0{,}01$; Rejeitar H_0

b) $x_{0,01} = 9{,}210$

Rejeitar H_0 se $x^2 \geq 9{,}210$

Como $x^2 = 35$; Rejeitar H_0

12) a) Frequências Esperadas: $e_1 = 300(0{,}25) = 75$; $e_2 = 300(0{,}25) = 75$; $e_3 = 300(0{,}25) = 75$; $e_4 = 300(0{,}25) = 75$;

Frequências Atuais: $f_1 = 85$; $f_2 = 95$; $f_3 = 50$; $f_4 = 70$

$$x^2 = \frac{(85-75)^2}{75} + \frac{(95-75)^2}{75} + \frac{(50-75)^2}{75} + \frac{(70-75)^2}{75} =$$

$$= \frac{100}{75} + \frac{400}{75} + \frac{625}{75} + \frac{25}{75} = \frac{1150}{75} = 15{,}33$$

k -1 = 3 graus de liberdade

Usando a distribuição qui-quadrado o valor p é menor que 0,005. Exato valor $p = 0{,}0016$

Como o valor $p \leq 0{,}05$; Rejeitar H_0

As proporções populacionais não são todas iguais a 0,25.

14)

Categoria	Proporção Hipotética	Frequência Observada (f_i)	Frequência Esperada (e_i)	$(f_i - e_i)^2 / e_i$
Marrom	0,30	177	151,8	4,18
Amarelo	0,20	135	101,2	11,29
Vermelho	0,20	79	101,2	4,87
Laranja	0,10	41	50,6	1,82
Verde	0,10	36	50,6	4,21
Azul	0,10	38	50,6	3,14
	Totais	506		29,51

k -1 = 5 graus de liberdade

Usando a distribuição qui-quadrado com $x^2 = 29{,}51$ o valor $p \approx 0$

Como o valor $p \leq 0{,}05$; Rejeitar H_0

Os percentuais diferem daquelas relatadas pela companhia.

15)

Loja	Proporção Hipotética	Frequência Observada (f_i)	Frequência Esperada (e_i)	$(f_i - e_i)^2 / e_i$
Wal-Mart	0,24	42	33,6	2,10
Loja Departam.	0,11	20	15,4	1,37
J.C. Penney	0,08	8	11,2	0,91
Kohl's	0,08	10	11,2	0,13
Encom. Postal	0,12	21	16,8	1,05
Outros	0,37	39	51,8	3,16
	Totais	140		8,73

k -1 = 5 graus de liberdade

Usando a distribuição qui-quadrado com x^2 = 8,73 o valor *p* é maior que 0,10. Exato valor *p* = 0,1203

Como o valor *p* > 0,05; Não rejeitar H_0

Não podemos concluir que as compradoras em Atlanta diferem quanto a preferência de compras expressas no U.S. Shopper Database.

16)

Método	Proporção Hipotética	Frequência Observada (f_i)	Frequência Esperada (e_i)	$(f_i - e_i)^2 / e_i$
Cartão Crédito	0,22	46	48,4	0,12
Cartão Débito	0,21	67	46,2	9,36
Cheque Pessoal	0,18	33	39,6	1,10
Dinheiro	0,39	74	85,8	1,62
	Totais	220		12,21

k -1 = 3 graus de liberdade

Usando a distribuição qui-quadrado com x^2 = 12,21 o valor *p* está entre 0,005 e 0,01. Exato valor *p* = 0,0067

Como o valor *p* ≤ 0,01; Rejeitar H_0

Concluir que os percentuais para os métodos de pagamentos em loja têm mudado ao longo do período de quatro anos.

b)

		2003	1999	% Variação
Cartão Crédito	46/220 =	21%	22%	-1%
Cartão Débito	67/220 =	30%	21%	+9%
Cheque Pessoal	33/220 =	15%	18%	-3%
Dinheiro	74/220 =	34%	39%	-5%

A principal variação é que o uso do cartão de débito mostra o maior aumento em forma de pagamento (9%). Dinheiro e cheque pessoal têm visto o maior declínio no uso, 5% e 3%, respectivamente.

c) 21% + 30% = 51%. Mais da metade das compras na loja são feitas com cartões.

18) H_0: $p_1 = 0{,}03$; $p_2 = 0{,}28$; $p_3 = 0{,}45$; $p_4 = 0{,}24$

Avaliação	Frequência Observada (f_i)	Frequência Esperada (e_i)	$(f_i - e_i)^2 / e_i$
Excelente	24	0,03(400) = 12	12,00
Bom	124	0,28(400) = 112	1,29
Razoável	172	0,45(400) = 180	0,36
Ruim	80	0,24(400) = 96	2,67
Totais	400		16,31

k -1 = 3 graus de liberdade

Usando a distribuição qui-quadrado com $x^2 = 16{,}31$ o valor $p \leq 0{,}005$. Exato valor $p = 0{,}001$

Como o valor $p \leq 0{,}01$; Rejeitar H_0

Concluir que as classificações diferem. A comparação das frequências observadas e esperadas mostra que o serviço telefônico é um pouco melhor.

22) a)

Frequência Observada (f_{ij})

	18-24 anos	25-43 anos	25-44 anos	45 anos ou mais	Total
Cartões	21	27	27	36	111
Dinheiro ou cheque	21	36	42	90	189
Total	42	63	69	126	300

Frequência Esperada (e_{ij})

	18-24 anos	25-43 anos	25-44 anos	45 anos ou mais	Total
Cartões	15,54	23,31	25,53	46,62	111
Dinheiro ou cheque	26,46	39,69	43,47	79,38	189
Total	42	63	69	126	300

Qui-quadrado $(f_{ij} - e_{ij})^2 / e_{ij}$

	18-24 anos	25-43 anos	25-44 anos	45 anos ou mais	Total
Cartões	1,92	0,58	0,08	2,42	5,01
Dinheiro ou cheque	1,13	0,34	0,05	1,42	2,94
Total	3,05	0,93	0,13	3,84	7,95

Graus de liberdade = (4 – 1)(2 – 1) = 3

Usando a distribuição qui-quadrado com $x^2 = 7{,}95$ o valor p está entre 0,025 e 0,05. Exato valor $p = 0{,}0471$

Como o valor $p \leq 0{,}05$; Rejeitar H_0

O método de pagamento não é independente da faixa etária.

25)

Voo realizado	American	Continental	Delta	United	Total
Sim	48	69	68	25	210
Não	52	41	62	35	190
Total	100	110	130	60	400

Frequência Esperada (e_{ij})

Voo realizado	American	Continental	Delta	United	Total
Sim	52,5	57,75	68,25	31,5	210
Não	47,5	52,25	61,75	28,5	190
Total	100	110	130	60	400

Qui-quadrado $(f_{ij} - e_{ij})^2 / e_{ij}$

Voo realizado	American	Continental	Delta	United	Total
Sim	0,39	2,19	0,00	1,34	3,92
Não	0,43	2,42	0,00	1,48	4,33
Total	0,81	4,61	0,00	2,82	8,25

Graus de liberdade = (2 – 1)(4 – 1) = 3

Usando a distribuição qui-quadrado com $x^2 = 8{,}25$ o valor p está entre 0,025 e 0,05. Exato valor $p = 0{,}0411$

Como o valor $p \leq 0{,}05$; Rejeitar H_0

Existe diferenças entre a realização do voo e as condições do tempo.

26) a) Amostra = 6.448

b)

Frequência Observada (f_{ij})

	GB	Fr	It	Es	Al	EUA	Total
Fortemente favoráveis	141	161	298	133	128	204	1065
Mais favoráveis do que contrários	348	366	309	222	272	326	1843
Mais contrários do que favoráveis	381	334	219	311	322	316	1883
Fortemente contrários	217	215	219	443	389	174	1657
Total	1087	1076	1045	1109	1111	1020	6448

Frequência Esperada (e_{ij})

	GB	Fr	It	Es	Al	EUA	Total
Fortemente favoráveis	179,5	177,7	172,6	183,2	183,5	168,5	1065
Mais favoráveis do que contrários	310,7	307,5	298,7	317,0	317,6	291,5	1843
Mais contrários do que favoráveis	317,4	314,2	305,2	323,9	324,4	297,9	1883
Fortemente contrários	279,3	276,5	268,5	285,0	285,5	262,1	1657
Total	1087	1076	1045	1109	1111	1020	6448

Qui-quadrado $(f_{ij} - e_{ij})^2 / e_{ij}$

	GB	Fr	It	Es	Al	EUA	Total
Fortemente favoráveis	8,3	1,6	91,1	13,7	16,8	7,5	139,0
Mais favoráveis do que contrários	4,5	11,1	0,4	28,5	6,5	4,1	55,0
Mais contrários do que favoráveis	12,7	1,2	24,3	0,5	0,0	1,1	39,9
Fortemente contrários	13,9	13,7	9,1	87,6	37,5	29,6	191,5
Total	39,4	27,6	124,9	130,3	60,9	42,3	425,4

Graus de liberdade = (4 – 1)(6 – 1) = 15

Usando a distribuição qui-quadrado com x^2 = 425,4 o valor p é menor que 0,005. Exato valor p ≈ 0

Como o valor $p \leq 0{,}05$; Rejeitar H_0

Concluir que a atitude em relação à energia nuclear não é independente do país.

c)

	GB	Fr	It	Es	Al	EUA
Favoráveis	45%	49%	**58%**	**32%**	36%	52%

Itália (58%), Espanha (32%).

27) a)

Frequência Observada (f_{ij})

Idade	Menos de 6	6 a 6,9	7 a 7,9	8 ou mais	Total
Menos de 49 anos	38	60	77	65	240
Mais de 50 anos	36	57	75	92	260
Total	74	117	152	157	500

Frequência Esperada (e_{ij})

Idade	Menos de 6	6 a 6,9	7 a 7,9	8 ou mais	Total
Menos de 49 anos	36	56	73	75	240
Mais de 50 anos	38	61	79	82	260
Total	74	117	152	157	500

Qui-quadrado $(f_{ij} - e_{ij})^2 / e_{ij}$

Idade	Menos de 6	6 a 6,9	7 a 7,9	8 ou mais	Total
Menos de 49 anos	0,17	0,26	0,22	1,43	2,08
Mais de 50 anos	0,16	0,24	0,21	1,31	1,92
Total					4,01

Graus de liberdade = (2 – 1)(4 – 1) = 3

Usando a distribuição qui-quadrado com x^2 = 4,01 o valor p é maior que 0,10. Exato valor p = 0,2607

Como o valor $p > 0{,}05$; Não rejeitar H_0

Não é possível rejeitar a hipótese de que a idade e as horas de sono são independentes.

b) Como a idade não parece ter um efeito sobre o sono durante a semana, usamos as percentagens globais:

Menos de 6 74/500 →14,8%

6 a 6,9 117/500 → 23,4%

7 a 7,9 152/500 → 30,4%

8 ou mais 157/500 → 31,4%