

## 3.6 - Cálculos Sistemáticos de C.C.

---

- **Impossibilidade de se usar o método anterior para grandes sistemas com muitas barras → uso do computador digital.**
- **Desenvolvimento de uma técnica geral aplicável a um sistema de n barras.**
- **Programas profissionais para tal finalidade.  
Ex: *Power Factory*, Programas do CEPEL.**

## 3.6 - Cálculos Sistemáticos de C.C.

---

**As tensões pós-falta serão dadas por:**

$$V_{bus}^f = V_{bus}^o + V_T$$

$$V_{bus}^o = \begin{bmatrix} V_1^o \\ V_2^o \\ V_3^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad V_T = \begin{bmatrix} \Delta V_{N1} \\ \Delta V_{N2} \\ \Delta V_{N3} \end{bmatrix} \quad (1)$$

## 3.6 - Cálculos Sistemáticos de C.C.

---

- **Obtenção de  $V_T$ :**

$$V_T = [Z_{bus}] \cdot [I_f] \quad (2)$$

$Z_{bus}$  = Matriz de impedância, 3x3, rede anterior.

$$I_f = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -I_f \end{bmatrix} \quad (3)$$

$I_f$  = corrente “injetada” na barra 3.

- **Levando (2) em (1):**

$$V_{bus}^f = V_{bus}^o + Z_{bus} I_f \quad (4)$$

## 3.6 - Cálculos Sistemáticos de C.C.

➤ Para um sistema com n barras:

$$I_f = \begin{bmatrix} 0 \\ \bullet \\ -I_f \\ \bullet \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} 1 \\ \bullet \\ q \\ \bullet \\ n \end{matrix}$$

Corrente Total na Barra "q"

Curto na barra "q"



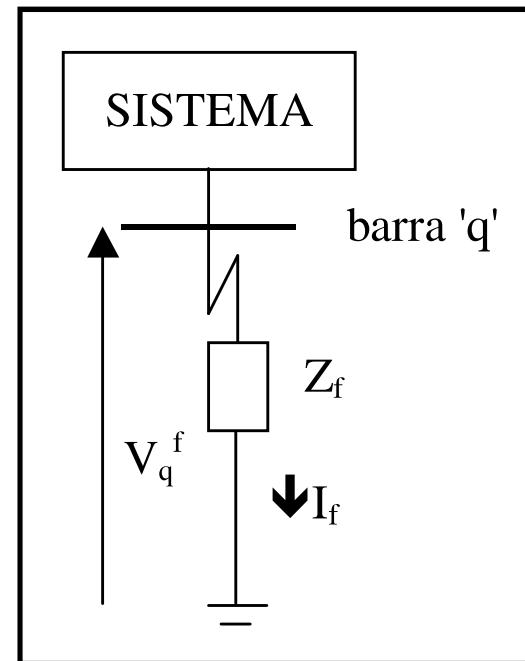
E (4) ficará:

$$\begin{bmatrix} V_1^f \\ \vdots \\ \vdots \\ V_q^f \\ \vdots \\ \vdots \\ V_n^f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1^0 \\ \vdots \\ \vdots \\ V_q^0 \\ \vdots \\ \vdots \\ V_n^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_{11} & & & & Z_{n1} & 0 \\ \vdots & \ddots & & & \vdots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \vdots & \vdots \\ Z_{q1} & \cdots & \cdots & Z_{qn} & \vdots & -I_f \\ \vdots & & & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & & & Z_{n1} & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

## 3.6 - Cálculos Sistemáticos de C.C.

➤ Ou seja:

$$\begin{array}{lcl} V_1^f & = & V_1^0 - Z_{1q} \cdot I_f \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ V_q^f & = & V_q^0 - Z_{qq} \cdot I_f \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ V_n^f & = & V_n^0 - Z_{nq} \cdot I_f \end{array} \quad (5)$$



$I_f$  é desconhecido; para CC não sólido,  $V_{\text{pós-falta}}$  na barra de curto:

$$V_q^f = Z^f \cdot I_f \quad (6)$$

$$V_q^0 - Z_{qq} \cdot I_f$$

## 3.6 - Cálculos Sistemáticos de C.C.

---

➤ **Onde:**

$$I_f = \frac{V_q^o}{Z_f + Z_{qq}} \quad (7)$$

$V_q^o \approx 1,0 \text{ pu}$

$Z_f$  e  $Z_{qq} \rightarrow$  conhecidos

$Z_{qq} \rightarrow$  imp. de Thévenin a ser retirada de  $Z_{bus}$

### 3.6 - Cálculos Sistemáticos de C.C.

- Levando (7) em (5), as tensões de pós-falta são:

$$V_i^f = V_i^o - \frac{Z_{iq}}{Z_f + Z_{qq}} V_q^o$$

$i \neq q$

(8)

$$V_q^f = \frac{Z_f}{Z_f + Z_{qq}} V_q^o$$

$i = q$

- Para um CC sólido:  $Z_f = 0$ ,  $I_f = V_q^o / Z_{qq}$

$$V_i^f = V_i^o - \frac{Z_{iq}}{Z_{qq}} V_q^o$$

$i \neq q$

(9)

$$V_q^f = 0$$

$i = q$

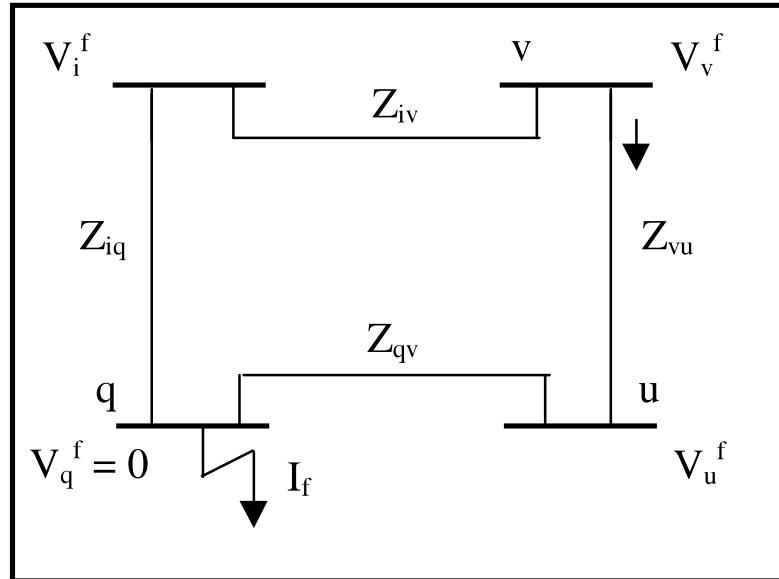
## 3.6 - Cálculos Sistemáticos de C.C.

---

### Notas importantes:

- **$V_i^o$  e  $V_q^o$  (tensões pré-falta) são obtidas do fluxo de carga ou tomadas como 1 pu.**
- **" $Z_{iq}$ " e " $Z_{qq}$ " são retirados de  $Z_{bus}$ .**  
 **$Z_{bus}$  é o inverso de  $Y_{bus}$  → matriz admitância de barra**
- **Para conhecermos os valores das correntes de pós-falta em todos os ramos da rede, considere:**

### 3.6 - Cálculos Sistemáticos de C.C.

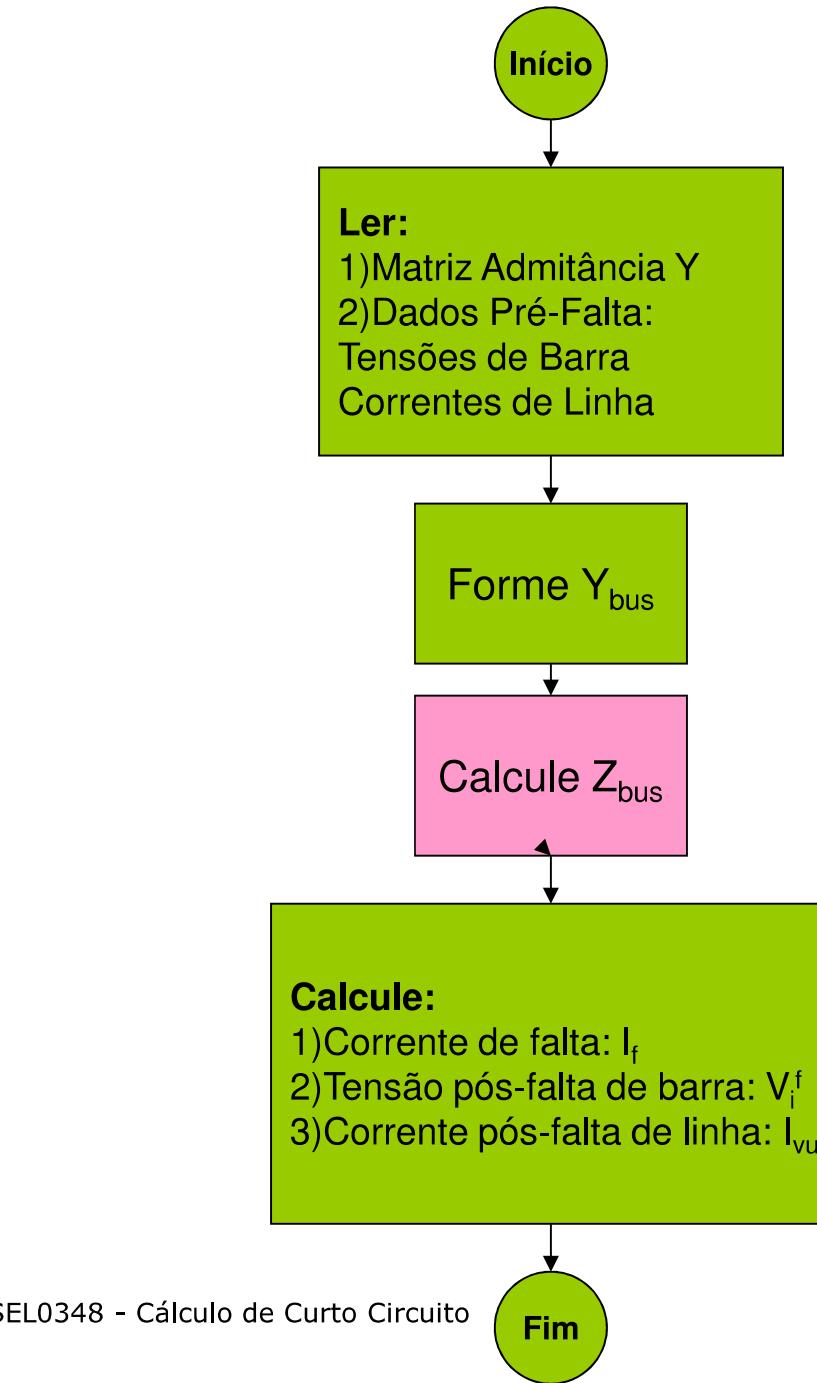


$$I_{vu}^f = \frac{V_v^f - V_u^f}{Z_{vu}} \quad (10)$$

As tensões  $V_v^f$ ,  $V_u^f \rightarrow$  previamente calculados.

$Z_{vu} \rightarrow$  não é retirada de  $Z_{bus}$ .

➤ **Fluxograma  
para análise de CC:**



## 3.6 - Cálculos Sistemáticos de C.C.

### ➤ Matriz Admitância

As matrizes  $\mathbf{Y}_{bus}$  e/ou  $\mathbf{Z}_{bus}$  constituem, evidentemente, modelos das porções passivas do sistema com  $n$  barras, *em forma sistemática*. Das Eqs. (7.34) tiramos as seguintes regras simples para determinar os elementos da matriz:

*Os elementos diagonais  $y_{ii}$  são obtidos pela soma algébrica de todas as admitâncias incidentes no nó  $i$ .*

*Os elementos fora da diagonal,  $y_{ij} = y_{ji}$  são obtidos das admitâncias que ligam os nós  $i$  e  $j$ , com sinal negativo.*

O par de matrizes  $\mathbf{Y}_{bus}$  e  $\mathbf{Z}_{bus}$  representam uma das formas de modelo de rede. É de grande valor teórico, pedagógico e também prático, que nos aprofundemos um pouco mais no assunto matrizes de rede e por isso incluímos a análise que segue.

## 3.6 - Cálculos Sistemáticos de C.C.

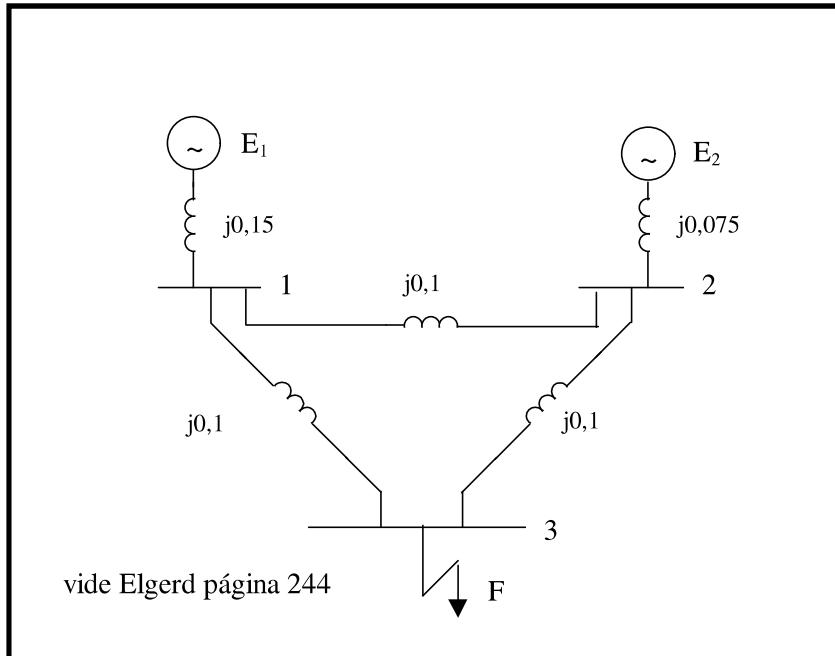
### ➤ Exemplo Anterior

### ➤ Matriz Admitância

$$Y_{11} = \frac{1}{j0,15} + \frac{1}{j0,1} + \frac{1}{j0,1} = -j26,67$$

$$Y_{22} = \frac{1}{j0,0755} + \frac{1}{j0,1} + \frac{1}{j0,1} = -j33,33$$

$$Y_{33} = \frac{1}{j0,1} + \frac{1}{j0,1} = -j20,0$$



$$Y_{12} = Y_{21} = \frac{-1}{j0,1} = j10,0$$

$$Y_{23} = Y_{32} = \frac{-1}{j0,1} = j10,0$$

$$Y_{13} = Y_{31} = \frac{-1}{j0,1} = j10,0$$

## 3.6 - Cálculos Sistemáticos de C.C.

---

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j26,67 & j10 & j10 \\ j10 & -j33,33 & j10 \\ j10 & j10 & -j20 \end{bmatrix}$$

➤ Invertendo:

$$Z_{bus} = \begin{bmatrix} j0,073 & j0,0386 & j0,0558 \\ j0,0386 & j0,0558 & j0,0472 \\ j0,0558 & j0,0472 & j0,1014 \end{bmatrix}$$

## 3.6 - Cálculos Sistemáticos de C.C.

### PROBLEMA!!!

- Inversão da Matriz A ( $A \cdot A^{-1} = I$ )

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} A^+$$

$|A|$  = determinante de A  
 $A^+$  = matriz adjunta

- Tensões pós-falta e correntes de falta:

$$V_i^f = V_i^o - \frac{Z_{iq}}{Z_{qq}} V_q^o$$

## 3.6 - Cálculos Sistemáticos de C.C.

---

### ➤ Barra 3 em CC

$$V_1^f = 1,0 - \frac{Z_{13}}{Z_{33}} \cdot 1,0 = 1,0 - \frac{j0,0558}{j0,1014} \cdot 1 = 0,450 \text{ pu}$$

$$V_2^f = 1,0 - \frac{Z_{23}}{Z_{33}} \cdot 1,0 = 1,0 - \frac{j0,0472}{j0,1014} \cdot 1 = 0,535 \text{ pu}$$

$$V_3^f = 0$$

$$I_f = \frac{V_q^o}{Z_{qq}} \Rightarrow I_f = \frac{1,0}{j0,1014} = -j9,86 \text{ pu}$$

## 3.6 - Cálculos Sistemáticos de C.C.

---

**Barra 1 em curto-círcuito:**

$$I_f = \frac{1,0}{Z_{11}} = \frac{1}{j0,073} = -j13,7 \text{ pu}$$

$$V_1^f = 0$$

$$V_2^f = 1,0 - \frac{Z_{21}}{Z_{11}} \cdot 1,0 = 1 - \frac{j0,0386}{j0,073} \cdot 1 = 0,471 \text{ pu}$$

$$V_3^f = 1,0 - \frac{Z_{31}}{Z_{11}} \cdot 1,0 = 1 - \frac{j0,0558}{j0,073} \cdot 1 = 0,236 \text{ pu}$$