## 4300204 - Física Matemática I - 2012201

Prof: Jorge Noronha
30/07/2012

# Lista de Exercícios 2

1) Se $z = x + iy$ prove que

(a) $tanh(z/2) = (senh(x) + isen(y))/(cosh(x) + cos(y))$
(b) $coth(z/2) = (senh(x) - isen(y))/(cosh(x) - cos(y))$
(c) $|cosh(z)|^2 = senh^2(x) + cos^2(y)$
(d) $|exp(2z + i) + exp(iz^2)| \leq e^{2x} + e^{-2xy}$

2) Demonstre as seguintes relações

(a) $tan(z_1 + z_2) = (tan(z_1) + tan(z_2))/(1 - tan(z_1)tan(z_2))$
(b) $tan(z/2) = sen(z)/(1 + cos(z))$
(c) $cos(4z) = 8cos^4(z) - 8cos^2(z) + 1$
(d) $sen(z_1) - sen(z_2) = 2cos(\frac{z_1+z_2}{2})sen(\frac{z_1-z_2}{2})$
(e) $sec(z) = sech(iz)$
(f) $senh(z_1 + z_2) = senh(z_1)cosh(z_2) + senh(z_2)cosh(z_1)$
(g) $tan^{-1}(z) = (i/2)ln[(i + z)/(i - z)]$
(h) $senh^{-1}(z) = ln[z + (z^2 + 1)^{1/2}]$

3) Mostrar que $coth^{-1}(z/a) = (1/4)\, ln\left[\frac{(x+a)^2+y^2}{(x-a)^2+y^2}\right] + (i/2)\left[tan^{-1}(\frac{2ay}{a^2-x^2-y^2}) + 2k\pi\right]$ onde $z = x + iy$, $a$ é uma constante real positiva, e $k$ um inteiro qualquer.

(4) Determine todas as soluções das equações abaixo

(a) $sen(z) + cos(z) = 2$        (b) $cos(z) = cosh(z)$

(5) Prove que $\left(\frac{ia-1}{ia+1}\right)^{ib} = e^{-2b\,cot^{-1}(a)}$ onde $a$ e $b$ são constantes reais.

### Respostas

4) (a) $z_k = \frac{arcsen\,3}{2} - k\pi$, (b) $z_k = k\pi(i - 1)$, onde $k$ é inteiro.