4300204 - Física Matemática I - 2012201

Prof: Jorge Noronha

30/07/2012

Lista de Exercícios 4

1) Determine a série de Laurent da função $f(z) = senh(z)/z^2$ e a região de convergência da mesma.

2) Represente a função $f(z) = (z+1)/(z-1)$ por (a) uma série de Taylor ao redor de $z = 0$ e dê a região de convergência; (b) considerando o domínio $|z| > 1$, obtenha a série de Laurent para a mesma função .

3) Determine os 4 primeiros termos da série de Laurent da função $f(z) = exp(z)/(z(z^2+1))$ e especifique o anel de convergência.

4) Encontre a soma da série $f(z) = \sum_{k=1}^{\infty} k^2 z^k$ para $|z| < 1$.

5) Obtenha os primeiros termos da série de Laurent da função $f(z) = 1/(z^2 senh(z))$ no domínio $0 < |z| < \pi$.

6) Mostre que $\log[(1+z)/(1-z)] = 2\sum_{k=0}^{\infty} z^{2k+1}/(2k+1)$, $|z| < 1$.

7) Determine a expansão de $sen(z^2)$ em série de Taylor em torno da origem, e o raio de convergência R correspondente.

8) A partir da expansão de $1/\sqrt{1-z^2}$ em série de potências, mostre que no domínio $|z| < 1$

$$sen^{-1}(z) = z + \frac{1}{2}\frac{z^3}{3} + \frac{1\times 3}{2\times 4}\frac{z^5}{5} + \frac{1\times 3\times 5}{2\times 4\times 6}\frac{z^7}{7} + \ldots \qquad (1)$$

Respostas

1) $f(z) = 1/z + \sum_{k=1}^{\infty} z^{2k-1}/(2k+1)!$, $|z| > 0$.

2) (a) $-1 - 2\sum_{k=1}^{\infty} z^k$, $|z| < 1$; (b) $1 + 2\sum_{k=1}^{\infty} 1/z^k$.

3) $f(z) = 1/z + 1 - z/2 - (5/6)z^2 + \ldots$, $0 < |z| < 1$.

4) $z(z+1)/(1-z)^3$.

5) $f(z) = 1/z^3 - 1/(6z) + 7z/360 + \dots$

7) $z^2 - z^6/3! + z^{10}/5! - z^{14}/7! + \dots$, $R \to \infty$.