

## ATIVIDADE DE 06 04 2017 – SPLINE CÚBICO

Enunciado da Atividade.

São dados os pontos

$x$	-1	0	1	2
$f(x)$	0	2	1	0

O objetivo é achar uma função  $S(x)$  que valha  $p_1(x)$  em  $[-1,0]$ ,  $p_2(x)$  em  $[0,1]$  e  $p_3(x)$  em  $[1,2]$ , e que, adicionalmente, tenha segunda derivada contínua e satisfaça certas condições de contorno.

A proposta é resolver dois problemas distintos, que diferem pelas condições de contorno impostas. Problema 1: Grampear os extremos com derivada zero. Problema 2: Impor segunda derivada nula nos extremos (que é a chamada condição de contorno ‘natural’).

Roteiro.

Primeira parte: providências comuns aos dois problemas.

- 1) Considerar como incógnitas do problema as derivadas  $d_0, d_1, d_2, d_3$  nos pontos  $-1, 0, 1, 2$ , respectivamente.
- 2) Usando Tabela de Diferenças Divididas com derivada, para dois pontos, obtenha as expressões de  $p_1, p_2$  e  $p_3$ , que dependerão, evidentemente, das constantes/incógnitas. Por exemplo,  $p_1(-1) = 0, p_1'(-1) = d_0, p_1(0) = 2$  e  $p_1'(0) = d_1$ .
- 3) Derive até segunda ordem os 3 polinômios obtidos. Ou seja, obtenha  $p_1'(x), p_1''(x), p_2'(x), p_2''(x), p_3'(x), p_3''(x)$ .
- 4) Escreva agora as equações que garantirão continuidade da segunda derivada nos nós internos, que neste caso são dois:  $x = 0$  e  $x = 1$ . As equações são:

$$\begin{aligned} p_1''(0) &= p_2''(0) \\ p_2''(1) &= p_3''(1) \end{aligned}$$

O que é para fazer? Pegue as expressões obtidas no item anterior, substitua os valores respectivos e monte as equações, que, agora, serão equações lineares nas incógnitas.

Segunda parte: equações provenientes das condições de contorno e solução

Problema 1: Grampear os extremos com derivada zero significa impor

$$\begin{aligned} p_1'(-1) &= 0 \\ p_3'(2) &= 0 \end{aligned}$$

5.1) Escreva as duas equações como equações lineares nas incógnitas. Depois, observe que esse trabalho foi inútil: era só impor  $d_0 = 0 = d_3$ .

6.1) Substitua  $d_0 = d_3 = 0$  nas duas equações do item 4), ficando com apenas duas equações, nas incógnitas  $d_1$  e  $d_2$ . Resolva o sistema.

7.1) Explícite os 3 polinômios obtidos, agora que você conhece  $d_0, d_1, d_2, d_3$ .

8.1) Faça prova real. Deu certo?

Problema 2: Condições de contorno ‘naturais’.

A imposição agora é colocar segunda derivada nula nos extremos, isto é:

$$p_1''(-1) = 0$$

$$p_3''(2) = 0$$

5.2) Explícite essas duas equações, em função das incógnitas, e reúna-as com as duas equações do item 4), formando um sistema linear.

6.2) Resolva o sistema linear. Lembra de “escalonamento”, “eliminação Gaussiana”, etc? Pois então, use!

7.2) Explícite os 3 polinômios obtidos.

8.2) Faça prova real.