

Colección

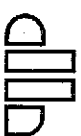
FILOSOFÍA Y DERECHO

9

DELIA TERESA ECHAVE  
MARÍA EUGENIA URQUITO  
RICARDO A. GUIBOURG

# Lógica, proposición y norma

*4ª reimpresión*



EDITORIAL ASTREA  
DE ALFREDO Y RICARDO DEPALMA  
BUENOS AIRES  
1995

- 1ª edición, 1980.
- 1ª reimpresión, 1983.
- 2ª reimpresión, 1986.
- 3ª reimpresión, 1991.
- 4ª reimpresión, 1995.

© EDITORIAL ASTREA  
DE ALFREDO Y RICARDO DEPALMA S.R.L.  
Lavalle 1208 - (1048) Buenos Aires

ISBN: 950-508-071-9

Queda hecho el depósito que previene la ley 11.723  
IMPRESO EN LA ARGENTINA

Los autores expresan su agradecimiento:

a Ambrosio L. Gioja, que abrió cauce en la Argentina a los estudios de lógica deóntica y fomentó su desarrollo;

a Carlos E. Alchourrón y a Eugenio Buljgin, que constituyen el núcleo de ese desarrollo, y que además prestaron inestimable apoyo a la publicación de este libro a través de la estroica revisión de los originales, de la corrección de numerosos errores y —por añadidura— de un prólogo capaz de amortiguar el impacto de los yerros que quedaron;

a Hugo Zuleta, cuyo ojo avizor permitió subsanar dificultades del texto original.

## MODALIDADES DEONTICAS

## 1. Operadores

Quienes se encuentran de alguna manera vinculados al lenguaje del derecho, de la moral o, en general, al lenguaje de las normas, manejan ciertas nociones como las de obligación, permisón y prohibición. Estas nociones tienen, curiosamente, un comportamiento formal análogo al de los conceptos aléuticos.

Así como podemos afirmar que:

1) "no es posible" equivale a "es imposible", y  
2) "no es posible que no" equivale a "es necesario", puede afirmarse también que

1') "no está permitido" equivale a "está prohibido", y

2') "no está permitido que no" equivale a "es obligatorio".

Si utilizamos el operador "P" para simbolizar la permisión podemos, pues, establecer la siguiente analogía:

M (posible)	P (permitido)
-M (imposible)	-P (prohibido)
-M- (necesario)	-P- (obligatorio)

El descubrimiento de estas semejanzas permitió a von Wright el estudio lógico formal de los conceptos normativos, paralelo al de los conceptos aléuticos: surgió así la *lógica deóntica*<sup>25</sup>, que incorporó al análisis de las normas los conocimientos obtenidos y parte de los métodos utilizados por la lógica de las modalidades alélicas.

Sin embargo, el comportamiento de los operadores deónticos no es *idéntico* al de los correspondientes aléuticos. Los operadores "M" y "N" nos servirían para calificar proposiciones que describían estados de cosas. Vale la pena preguntarse qué califican los operadores deónticos: cuáles son las "cosas" de las que decimos que son obligatorias, permitidas o prohibidas. Hay una respuesta plausible: son las *conductas*. De ellas predicamos la obligatoriedad, la permisión o la prohibición.

Así, a diferencia de los operadores aléuticos que afectan a descripciones de estados de cosas en gene-

<sup>25</sup> La expresión "deóntica" fue tomada por von Wright del griego *deón*, -οντος (el deber).

ral, los operadores deónticos son menos ambiciosos: sólo afectan a descripciones de *ciertos* estados de cosas: las conductas o acciones.

Luego, en la fórmula vacía "P...", el vacío "... " habrá de llenarse con el nombre o la descripción de una acción<sup>26</sup>.

Supongamos ahora que "p" designa una acción cualquiera, tal como usar sombrero. La lectura de nuestras fórmulas sería, entonces, la siguiente:

"Pp" equivale a: 1) "Permitido usar sombrero"  
 "-Pp" equivale a: 2) "Prohibido usar sombrero"  
 "-P-p" equivale a: 3) "Obligatorio usar sombrero"

Las expresiones 1, 2 y 3 podrían considerarse simplemente *normas*: una norma que permite, una que prohíbe y una tercera que declara obligatoria la acción de usar sombrero.

Si así fuera, nuestro intento de formalizar un cálculo lógico de las expresiones deónticas empezaría por una dificultad. Este cálculo lógico nos induce a asignar valores de verdad a nuestros enun-

<sup>26</sup> Si bien es ésta la manera más sencilla e intuitiva de leer fórmulas tales como "Pp", no es la única propuesta. Otra lectura posible es la que interpreta "p" como la descripción de un estado de cosas cualquiera: podría decirse que cuando un acto está permitido, lo que en definitiva se permite es el estado de cosas que resulta tras el actuar del agente; así "permitido cerrar la puerta". (Rp) podría leerse como "permitido que la puerta esté cerrada", donde la puerta cerrada será el estado de cosas que resultaría tras la acción de cerrar la puerta.

ciados; y ya sabemos que las normas, las directivas, las prescripciones, carecen de tales valores.

El escollo es salvable; bastará que leamos las fórmulas de otra manera:

"Pp" equivale a "existe una norma que permite usar sombrero".

"-Pp" equivale a "existe una norma que prohíbe usar sombrero".

"-P-p" equivale a "existe una norma que obliga a usar sombrero".

Como la existencia de una norma es un hecho, la proposición que lo afirma será una proposición descriptiva, con su correspondiente valor de verdad. "-Pp" será una proposición verdadera si existe una norma que prohíba la acción de usar sombrero, y será falsa si tal norma no existe.

Esta lectura de nuestras fórmulas deónticas permite analizarlas como *proposiciones* acerca de la existencia de normas; tales enunciados se han llamado *proposiciones normativas*, susceptibles de ser verdaderas o falsas, por oposición a las normas, en las que el uso puramente prescriptivo del lenguaje impide asignar tales valores.

Hasta ahora, nos hemos manejado con un solo operador: "P". Sin embargo, habíamos hablado de tres conceptos deónticos: permitido, prohibido y obligatorio. Es hora de introducir, pues, los dos operadores faltantes:

Usaremos "O" para referirnos a la obligación y "Ph" para referirnos a la prohibición<sup>27</sup>:

"Op" será entonces leído, por ejemplo, como "existe una norma que declara la obligatoriedad de usar sombrero" o, más escuetamente, "es obligatorio usar sombrero".

"Ph p" se leerá, a su vez, como "existe una norma que prohíbe usar sombrero" o "está prohibido usar sombrero".

## 2. Interdefinibilidad

Estamos ya en condiciones de establecer las siguientes equivalencias<sup>28</sup>:

$$\begin{aligned} Pp &\equiv -O-p \equiv -Ph p \\ -Pp &\equiv O-p \equiv Ph p \\ P-p &\equiv -Op \equiv -Ph-p \\ -P-p &\equiv Op \equiv Ph-p \end{aligned}$$

<sup>27</sup> En la notación de la lógica deóntica también seguimos a von Wright: los operadores "permitido" y "obligatorio" se simbolizan mediante la letra con que empieza su nombre ("P", "O"); y el operador "prohibido" con una combinación de dos letras ("Ph"), para que no se confunda con "permitido" ("P"). Algunos autores representan "prohibido" con una V mayúscula, tomada del alemán "verbotten" (en español, "vedado").

<sup>28</sup> En materia de interdefinibilidad de operadores el propio von Wright ha oscilado a través de sus distintas obras. En algunos casos considera a los tres operadores como interdefinibles; en otros sólo interdefiende "O" con "Ph", sin hacer lo mismo con "P". En este punto hemos elegido el sistema que interdefiende los tres operadores, por considerarlo más intuitivo y por lo tanto más comprensible en el nivel introductorio.

Los operadores "O" y "Ph" pueden ser definidos mediante el operador "P" y la negación "-", o, lo que es lo mismo, los conceptos de obligatoriedad y de prohibición pueden definirse en términos de permisón con la ayuda de la negación. Si es obligatorio usar sombrero, será cierto que no está permitido no usarlo; y si usar sombrero está prohibido, usarlo no está permitido.

## VIII

## LEYES DEONTICAS

## 1. Importemos tautologías

Así como existen leyes (tautologías) en el campo de la lógica proposicional, de la misma manera pueden establecerse tautologías deónticas en el dominio del razonamiento normativo.

Cabe advertir, ante todo, que la lógica deóntica no reemplaza a la proposicional, sino que la incluye. Por esto todas las tautologías proposicionales constituyen *también* tautologías deónticas, mediante el solo requisito de sustituir las variables que en ellas aparecen ("p", "q", etc.) por fórmulas bien formadas del lenguaje normativo ("Pp", "Oq", etcétera). La ley del tercero excluido, por ejemplo, dice que o bien es verdadera una proposición, o bien es verdadera su negación (llueve o no llueve). Como se recordará, ella puede simbolizarse así:  $p \vee \neg p$ . Si sustituimos "p" por "Pp", obtenemos una fórmula

lación deóntica del mismo principio:  $Pp \vee \neg Pp$ <sup>29</sup>. La nueva fórmula señala que una acción está permitida, o bien no lo está: o se puede estacionar en las avenidas o no se puede, pero no existe una tercera alternativa. También puede elegirse algún otro operador:  $Ph p \vee \neg Ph p$  (matar está prohibido o no lo está).

El del tercero excluido es sólo un caso: la sustitución puede hacerse en *todas* las leyes de la lógica proposicional, y en cada caso la variable puede reemplazarse por una fórmula deóntica simple ( $Pp$ ,  $Op$ ) o compleja, como ( $Op \cdot Pq$ )  $\supset$  ( $Pr \vee Oq$ ).

Según puede observarse, el método para "importar" tautologías proposicionales a la lógica deóntica no es otro que nuestra vieja conocida, la regla de sustitución<sup>30</sup>. Hemos de recordar, empero, que la regla de sustitución contiene un caso especial privilegiado: el *intercambio*. Esto ocurre también en el paso de la lógica proposicional a la deóntica: cualquier componente proposicional de una fórmula deóntica puede intercambiarse por un equivalente, sin alterar el valor de la fórmula inicial. Así, " $Op$ " equivale a " $O \neg p$ ", ya que " $p$ " equivale a " $\neg \neg p$ " por la ley de la doble negación.

Ahora bien, existe asimismo un repertorio de tautologías que *sólo* pertenecen a la lógica deóntica

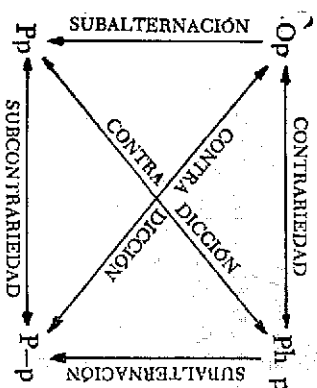
<sup>29</sup> Conviene recalcar aquí que, al sustituir " $p$ " por " $Pp$ ", de " $\neg p$ " se obtiene " $\neg Pp$ ", y de ninguna manera " $P\neg p$ "; la negación debe ocupar el mismo lugar que tenía en la fórmula original.

<sup>30</sup> Ver capítulo V.

Y que no son, por así decirlo, importadas de la lógica proposicional. A ellas dedicaremos ahora nuestra atención, ya que las anteriores se presumen suficientemente conocidas.

## 2. El cuadro de oposición deóntico

Al estudiar las modalidades alécticas hemos examinado algunas relaciones existentes entre ellas, y establecimos el cuadro de oposición que las representaba. La lógica normativa también cuenta con un cuadro similar, en el que se indican gráficamente algunas de las relaciones entre modalizadores deónticos.



La línea horizontal superior representa la ley de contrariedad, que vincula como contrarios a " $Op$ " y a " $Ph p$ "; la horizontal inferior simboliza la ley de subcontrariedad (" $Pp$ " y " $P\neg p$ " son sub-

contrarios); las verticales, las leyes de subalternación (donde "Op" es subalternante de "Pp" y "Ph p" lo es de "P-p"); y las diagonales, las de contradicción (que establecen la incompatibilidad entre "Op" y "P-p" y entre "Ph p" y "Pp", así como entre sus respectivas negaciones).

El cuadro de oposición indica la existencia de cierto repertorio básico de tautologías deónicas que no provienen de la lógica proposicional. Pero entonces, ¿de dónde salen, y por qué son tautologías? Esto es lo que tendremos que demostrar ahora.

### 3. El principio de subcontrariedad

En nuestras demostraciones contaremos con un sólido instrumento: las tautologías "importadas". Pero, además, necesitamos un punto de partida, una cabeza de playa en el territorio deónico. Es decir, un *axioma* que nos permita deducir las demás leyes.

Seguiremos para esto a von Wright<sup>31</sup> y tomaremos como axioma el principio de subcontrariedad: Pp v P-p<sup>32</sup> (por ejemplo, está permitido apostar o bien está permitido no apostar). Por tratarse de un axioma no corresponde probarlo dentro del sis-

<sup>31</sup> Wright, Georg H. von, *Un ensayo de lógica deónica y la teoría general de la acción*, México, 1976, p. 18; ver también Ver-nengo, Roberto J., *Curso de teoría general del derecho*, Bs. As., 1972, p. 82, párr. 2.1.9.

<sup>32</sup> Nótese que la ley de subcontrariedad (Pp v P-p) es diferente de la ley "importada" del tercero excluido (Pp v -Pp).

tema; pero es posible formular una justificación racional y hasta intuitiva de tal principio.

En efecto, lo que esta ley sostiene es que no *todo* puede estar prohibido. Alguna vez se ha visto en esta expresión el requisito de un mínimo de libertad (esto es, de existencia de actos facilitativos dentro del sistema); pero tal cosa no es, en rigor, estrictamente necesaria: nuestro sistema deónico nos permitirá simbolizar, del mismo modo, un orden normativo en que la libertad brille por su ausencia.

Supongamos que me prohíben usar sombrero: si el orden conserva un mínimo de racionalidad, me estará permitido andar descubierto. Y si me prohíben no usar sombrero (es decir, me obligan a usarlo), tendrán que permitirme que lo use. Naturalmente, también puede ser que un legislador menos proclive a fastidiar a sus semejantes me permita tanto usar sombrero como no usarlo (con lo que el acto deviene libre o, para decirlo con mayor propiedad, *facultativo*). Pero, aunque el legislador no desee dejarme margen alguno de libertad, al menos deberá *permitirme* que cumpla con mis obligaciones y *permitirme* que no realice las conductas prohibidas. Esto es, si pretende que las normas motiven mi conducta o sirvan al menos para distinguir mis acciones lícitas de mis acciones ilícitas. Tal es, precisadamente, el sentido de la ley de subcontrariedad: dada una acción determinada (*p*), o bien está permitido cumplirla (*Pp*) o bien está per-



mitido omitirla ( $P \rightarrow p$ ). Sin excluir, por supuesto, la posibilidad de que tanto la acción como su omisión estén igualmente permitidas.

#### 4. Contrariedad

Tenemos, pues, nuestro axioma:

$$1) \quad Pp \vee P \rightarrow p$$

Como sabemos, la disyunción es conmutativa: la ley de conmutatividad de la lógica proposicional permite variar el orden de los disyuntos sin modificar el valor de la disyunción:  $(p \vee q) \equiv (q \vee p)$ . Esto nos lleva a:

$$2) \quad P \rightarrow p \vee Pp$$

La ley de De Morgan permite convertir una disyunción en conjunción mediante el uso de negaciones:  $(p \vee q) \equiv \neg (\neg p \cdot \neg q)$ . Por este medio obtenemos:

$$3) \quad \neg (\neg P \rightarrow p \cdot \neg Pp)$$

Pero, por interdefinibilidad de operadores deónticos,  $\neg P \rightarrow p \equiv Op$ , y  $\neg Pp \equiv Ph p$ . Así:

$$4) \quad \neg (Op \cdot Ph p)$$

Hemos obtenido —como teorema— la ley de contrariedad deóntica, que afirma que un mismo acto no puede ser a la vez obligatorio y prohibido.

#### 5. Subalternación

Volvamos ahora a nuestro axioma:

$$1) \quad Pp \vee P \rightarrow p$$

Como en el caso anterior, conmutamos:

$$2) \quad P \rightarrow p \vee Pp$$

Ahora bien, la ley de definición del condicional indica que la disyunción equivale al condicional con el antecedente negado:  $(p \vee q) \equiv (\neg p \supset q)$ . Así:

$$3) \quad \neg P \rightarrow p \supset Pp$$

Finalmente, por interdefinibilidad de operadores, obtenemos:

$$4) \quad Op \supset Pp$$

que es una de las leyes de subalternación deóntica: lo que es obligatorio está permitido (por ejemplo, si me obligan a pagar las deudas, me estará permitido pagarlas).

De modo parecido puede demostrarse como teorema la otra ley de subalternación:

$$1) \quad Pp \vee P \rightarrow p$$

Sin usar la conmutación, transformamos la fórmula en un condicional:

$$2) \quad \neg Pp \supset P \rightarrow p$$

y por interdefinibilidad, llegamos a:

$$3) \quad \text{Ph } p \supset P\text{-}p$$

que indica que si algo está prohibido, entonces está permitido omitido (por ejemplo, si fumar está prohibido, no fumar está permitido).

#### 6. Contradicción

Veamos ahora las leyes que nos faltan para completar el cuadro de oposición. Por interdefinibilidad de operadores sabemos que:

$$1) \quad \text{Op} \equiv \text{-P}\text{-}p$$

y también recordamos que una tautología proposicional (la definición del bicondicional) indica que  $(p \equiv q) \supset (p \supset q)$ . De este modo,

$$2) \quad \text{Op} \supset \text{-P}\text{-}p$$

Pero otra ley proposicional (la definición del condicional) muestra que un condicional puede transformarse en conjunción:  $(p \supset q) \equiv \text{-(}p \cdot \text{-}q\text{)}$ . De aquí se sigue:

$$3) \quad \text{-(Op} \cdot \text{--P}\text{-}p\text{)}$$

La doble negación se suprime. Por lo tanto,

$$4) \quad \text{-(Op} \cdot P\text{-}p\text{)}$$

que es una de las leyes de contradicción deóntica. Del mismo modo puede demostrarse la otra ley de contradicción:

1)  $\text{Ph } p \equiv \text{-P}p$  por interdefinibilidad de operadores

2)  $\text{Ph } p \supset \text{-P}p$  por definición del bicondicional

3)  $\text{-(Ph } p \cdot \text{--P}p)$  por definición del condicional

4)  $\text{-(Ph } p \cdot Pp)$  por doble negación,

con lo que hemos obtenido la ley que buscábamos.

Las leyes de contradicción, pues, anuncian que una acción no puede ser obligatoria cuando se permite su omisión, y que tampoco puede estar a la vez prohibida y permitida: si es obligatorio pagar las deudas, no puede estar permitido no pagarlas; y si está prohibido fumar no puede estar a la vez permitido hacerlo.

La formulación de las leyes de contradicción:

$$\text{-(Op} \cdot P\text{-}p\text{)}$$

$$\text{-(Ph } p \cdot Pp\text{)}$$

se parece mucho a la de la ley de contrariedad:

$$\text{-(Op} \cdot \text{Ph } p\text{)}$$

Esto puede suscitar alguna perplejidad, ya que la contrariedad y la contradicción se diferencian precisamente en un punto que no aparece en esas fórmulas: dos proposiciones contrarias *pueden* ser ambas falsas, en tanto de dos contradictorias una y sólo una ha de ser verdadera. Pero es preciso aplicar aquí lo que dijimos en el capítulo V al tratar sobre

la contradicción. Una formulación *completa* de la relación de contradicción:

$$\text{Op} \equiv \text{P-p}$$

$$\text{Ph } p \neq \text{Pp}$$

incluiría *también* la versión deóntica de la ley posicional del tercero excluido:

$$\text{Op} \vee \text{P-p}$$

$$\text{Ph } p \vee \text{Pp}$$

con lo que formularíamos dos leyes combinadas en lugar de una.

### 7. El operador "F"

Conviene aquí retomar una idea que hemos mencionado al justificar extrasistemáticamente la ley de subcontrariedad: la de los actos facultativos.

Cuando en el lenguaje corriente hablamos de una conducta *permitida*, damos a esta palabra un significado más fuerte que el que le atribuye el lenguaje de la lógica deóntica: generalmente queremos decir que está permitido tanto cumplir la acción como omitirla. En el uso común (y aun en el de los abogados), "permitido contraer matrimonio" significa que uno puede casarse si lo desea, pero que también —si tal es su decisión— le está permitido observar una conducta más prudente. En nuestro sistema, las acciones que están "permitidas"

en ese sentido *bidireccional* de la permisón se llamarán *facultativas*. Pero hay que aclarar que, cuando decimos de una acción que está *permitida* (Pp), sólo queremos afirmar que está permitido *cumplirla*, sin abrir juicio sobre su omisión: si la omisión está también permitida, la conducta será *facultativa*: si la omisión está prohibida, la acción resultará, en definitiva, *obligatoria*.

Estas precisiones nos permiten introducir el operador "F", que algunos autores utilizan para las acciones facultativas. Su definición puede simbolizarse así:

$$\text{Fp} \equiv (\text{Pp} \cdot \text{P-p})$$

Es decir que una acción es facultativa si (y sólo si) está permitido cumplirla y *también* está permitido omitirla.

De los cuatro operadores deónticos que hemos estudiado, éste es el único cuya interdefinibilidad es compleja: puede definirse en términos de permisón (como lo hemos hecho); pero para eso no puede usarse una fórmula simple (*atómica*), sino una conjunción de dos fórmulas (fórmula compuesta o *molecular*). También podríamos definir el operador "F" en términos de obligación:

$$\text{Fp} \equiv (-\text{Op} \cdot -\text{O-p})$$

O bien en términos de prohibición:

$$\text{Fp} \equiv (-\text{Ph } p \cdot -\text{Ph-p})$$

Pero ninguno de los restantes operadores puede definirse por F sin el auxilio de algún otro. Esto ocurre porque "Fp" dice algo de p y algo de  $\neg p$ , en condiciones tales que el carácter deóntico de la acción no se deduce lógicamente del de la omisión, ni viceversa (al contrario de lo que ocurría, por ejemplo, con "Op", donde la prohibición de  $\neg p$  se deduce de la obligatoriedad de p).

#### 8. Calificación normativa de las conductas complejas

Hemos analizado hasta ahora fórmulas deónticas tales como "Pp", "O $\neg$ q", " $\neg$ Ph p", etc., en las que lo afectado por el operador es la descripción de una conducta, simbolizada mediante una fórmula atómica o, a lo sumo, mediante la negación de una fórmula atómica.

En el lenguaje normativo, no obstante, la permisión, la obligación y la prohibición pueden calificar conductas complejas: por ejemplo, es obligatorio cumplir los contratos o indemnizar los daños provocados por el incumplimiento; está prohibido tener hijos y no alimentarlos; nos está permitido seguir o no seguir una carrera universitaria.

Nuestras fórmulas deónticas deberán dar cuenta de tales situaciones, no reflejadas en las fórmulas con las que, hasta ahora, nos hemos manejado.

Conviendremos en que expresiones tales como "P(p v q)" (esto es: está permitida la conducta p o la conducta q); " $\neg$ O(p  $\supset$  q)" (no es obligatorio

que si se realiza la conducta p se realice la conducta q); "Ph( $\neg$ p . q)" (está prohibido omitir p y realizar q), etc., serán también fórmulas bien formadas de la lógica deóntica.

Por cierto que las leyes deónticas enumeradas en los apartados anteriores también serán válidas para las nuevas fórmulas introducidas.

El principio de subcontrariedad (Pp v P $\neg$ p) podrá también enunciarse—por ejemplo—como:

$$P(p . q) \vee P(\neg p . q)$$

El de subalternación (Op  $\supset$  Pp), como:

$$O(p . q) \supset P(p . q)$$

El de contradicción,  $\neg$ (Op . P $\neg$ p), como:

$$\neg [O(p . q) . P(\neg p . q)]$$

Además, existen ciertas tautologías específicas de las fórmulas que contienen descripciones moleculares de conductas.

Como sabemos ya que las fórmulas modales no son extensionales, observaremos que la verdad de la afirmación de que una conducta está permitida, es obligatoria o está prohibida no depende en absoluto de la realización u omisión de la conducta así calificada. Las fórmulas deónticas no se refieren al real comportamiento, sino a la *calificación normativa* de las conductas, con independencia de que en los hechos éstas se realicen o no. Así, la verdad de la afirmación "P(p v q)" no depende de la verdad de "p v q"; como veremos más tarde, la exis-

tencia de ciertas normas no permite inferir lógicamente nada acerca del comportamiento *real* de los individuos a quienes tales normas están dirigidas.

Otras son las inferencias que la lógica deóntica nos permite. De la verdad de la afirmación de que una determinada conducta está permitida (o es obligatoria, o ha sido prohibida), puede deducirse, al menos en ciertos casos, que otra u otras conductas han sido permitidas (u obligadas o prohibidas). El hecho de que la calificación deóntica de ciertas conductas dependa lógicamente de la calificación deóntica de otras nos permitirá establecer inferencias, que serán tautologías del sistema. A ellas hemos de referirnos.

#### 9. Principio de distribución de la permisón

Decir que está permitido un acto determinado u otro es lo mismo que afirmar que está permitido uno o está permitido el otro. Si está permitido tomar café o té, puedo inferir que está permitido tomar café o está permitido tomar té, y viceversa.

La permisón de una disyunción de conductas es equivalente a la disyunción de la permisón de cada una de ellas. Es, pues, válida la siguiente equivalencia:

$$P(p \vee q) \equiv (Pp \vee Pq)$$

Llamaremos a esta fórmula *principio de distribución de la permisón*; será axioma de nuestro sis-

tema y puede ser enunciada de la siguiente manera: *la disyunción de dos actos está permitida si y sólo si por lo menos uno de los actos en disyunción es permitido.*

#### 10. Teorema de distribución de la obligación

Afirmar que es obligatorio pagar el alquiler y restituir el inmueble en término equivale a afirmar que hay obligación de pagar el alquiler y hay obligación de restituir el inmueble en término. Puede formularse como:

$$O(p \cdot q) \equiv (Op \cdot Oq)$$

Esta ley ya no es un axioma sino un *teorema* de nuestro cálculo, porque puede deducirse de principios ya introducidos. Para hacerlo, partiremos de la siguiente equivalencia:

$$1) \quad O(p \cdot q) \equiv \neg P(\neg p \cdot q)$$

La validez de esta fórmula surge de la interdefinibilidad de operadores. Por la ley de De Morgan, aplicada al segundo término de la equivalencia en virtud de la regla de intercambio, obtenemos:

$$2) \quad O(p \cdot q) \equiv \neg P(\neg p \vee \neg q)$$

Aplicando al segundo término de la equivalencia el principio de distribución de la permisón, obtenemos:

$$3) \quad O(p \cdot q) \equiv \neg(P\neg p \vee P\neg q)$$

Usaremos nuevamente la ley de De Morgan, siempre en el segundo término de la equivalencia, para llegar a:

$$4) \quad O(p \cdot q) \equiv (-P-p \cdot -P-q)$$

Ahora bien; por interdefinibilidad de operadores, " $-P-$ " equivale a "O", de donde resulta que:

$$5) \quad O(p \cdot q) \equiv (Op \cdot Oq)$$

Queda, pues, demostrado el carácter tautológico de la ley introducida, que podemos enunciar de la siguiente manera: *la conjunción de dos actos es obligatoria si y sólo si cada uno de ellos es obligatorio.*

## II. Teorema de la obligación alternativa

Si es obligatorio realizar un acto o es obligatorio realizar otro, entonces será obligatorio realizar el uno o el otro. La inversa, en cambio, no es válida. Si existe la obligación de usar guardapolvo o la obligación de usar uniforme, podemos inferir la obligación de usar uniforme o guardapolvo; en cambio, si recibimos una mercadería a prueba tendremos obligación de pagarla o devolverla (como alternativa), pero no existen ni la obligación de pagar ni la de devolver la mercadería, cada una en forma independiente y específica. La ley puede formularse como:

$$(Op \vee Oq) \supset O(p \vee q)$$

Para probar su validez, partremos de la ley de adición de contradicción:  $p \equiv [p \vee (q \cdot -q)]$ . En virtud de esta ley y por sustitución deóntica, resulta válido afirmar que:

$$1) \quad Op \equiv O[p \vee (q \cdot -q)]$$

Distribuiremos la disyunción que aparece en el segundo término de la equivalencia, para obtener:

$$2) \quad Op \equiv O[(p \vee q) \cdot (p \vee -q)]$$

Por distribución del operador "O", llegamos a:

$$3) \quad Op \equiv [O(p \vee q) \cdot O(p \vee -q)]$$

De donde, a través de la ley proposicional de implicación de los conjuntos:  $[p \supset (q \cdot r)] \supset (p \supset q)$ , obtenemos:

$$4) \quad Op \supset O(p \vee q)$$

Podemos seguir los mismos pasos, reemplazando en todas las fórmulas utilizadas "p" por "q" y "q" por "p", de la siguiente manera:

$$1') \quad Oq \equiv O[q \vee (p \cdot -p)]$$

$$2') \quad Oq \equiv O[(q \vee p) \cdot (q \vee -p)]$$

$$3') \quad Oq \equiv [O(q \vee p) \cdot O(q \vee -p)]$$

$$5) \quad Oq \supset O(q \vee p)$$

De 4 y 5 obtenemos:

$$6) \quad (Op \vee Oq) \supset O(p \vee q)$$

Esta era la ley introducida, que podríamos enunciar de la siguiente manera: *si es obligatoria la realización de un acto o es obligatoria la realización de otro, entonces es obligatorio realizar el uno o el otro.*

### 12. Teorema de la permisón conjunta

Si está permitido realizar dos actos conjuntamente, cada uno de ellos estará también permitido. Si se me permite asistir a clase y presentarme a examen, puedo inferir que tanto el asistir a clase como el presentarme a examen me están permitidos. Sin embargo, no resulta a la inversa: puede darse el caso de actos individualmente permitidos cuya realización conjunta esté vedada. Por ejemplo, asistir a clase está permitido y también lo está jugar al truco; pero la conjunción de ambas acciones no está permitida.

En otras palabras, "Pp.Pq" no es equivalente a "P(p . q)": si bien no es inferencia válida que (Pp . Pq)  $\supset$  P (p . q), sí es válido, en cambio, que P(p . q)  $\supset$  (Pp . Pq).

Para demostrarlo, partiremos de la ley anterior (obligación alternativa), sustituyendo las variables por sus negaciones. Esto no altera el valor de la tautología, puesto que si la ley vale para las acciones valdrá también para las omisiones. Así llegamos a:

$$1) (O-p \vee O-q) \supset O(-p \vee -q)$$

Reemplazando el operador "O" por su equivalente en términos de permisón, tendremos:

$$2) (-Pp \vee -Pq) \supset -P(-p \vee -q)$$

Apliquemos ahora la ley de De Morgan en el antecedente:

$$3) -(Pp . Pq) \supset -P(-p \vee -q)$$

Y luego al consecuente:

$$4) -(Pp . Pq) \supset -P(p . q)$$

Por transposición, obtendremos:

$$5) P(p . q) \supset (Pp . Pq)$$

Hemos llegado así a la ley que queríamos demostrar. Podemos enunciarla como: *si la conjunción de dos actos está permitida, cada uno de ellos también estará permitido*<sup>35</sup>.

### 13. Teorema de la permisón mínima

Si existe la obligación de realizar una u otra conducta, no puede darse el caso de que ambas conductas estén prohibidas. Si tengo la obligación de cumplir el contrato o indemnizar, no pueden prohibírseme, simultáneamente, el cumplimiento y

<sup>35</sup> Los autores agradecen al estudiante Juan José Lagorio la demostración que aquí se incluye, más breve y sencilla que la original.

la indemnización. Podemos formular esta ley de la siguiente manera:

$$-\{O(p \vee q) \cdot (-Pp \cdot -Pq)\}$$

Para demostrarlo, partiremos del principio de subalternación, en la siguiente formulación:

$$1) \quad O(p \vee q) \supset P(p \vee q)$$

Por el principio de distribución de la permisón, aplicado al consecuente, obtenemos:

$$2) \quad O(p \vee q) \supset (Pp \vee Pq)$$

Por definición del condicional, podemos transformarlo en la siguiente conjunción:

$$3) \quad -[O(p \vee q) \cdot -(Pp \vee Pq)]$$

Apliquemos la ley de De Morgan al segundo conjunto:

$$4) \quad -[O(p \vee q) \cdot (-Pp \cdot -Pq)]$$

Esta es la ley que queríamos demostrar, y puede ser enunciada como: *es lógicamente inadmisibles estar obligado a elegir entre dos alternativas prohibidas.*

## IX

### CONDICIONES EXTRASISTEMÁTICAS DE LA LÓGICA DEÓNICA

#### 1. Concepto

La lógica deónica, como la proposicional, como la geometría (la de Euclides u otra), puede presentarse como un sistema deductivo formal, que parte de ciertos enunciados tomados como axiomas y de ellos infiere otros enunciados, a los que suele darse el nombre de teoremas. Existen algunas cualidades que usualmente se consideran deseables en un sistema de esta naturaleza: por ejemplo, que sea *coherente* o *consistente* (que no contenga contradicciones); que sea *deductivamente completo* (que todos los enunciados que lo componen sean, ellos o sus negaciones, demostrables dentro del sistema); que sus axiomas sean *independientes* (que no puedan demostrarse unos a partir de los otros). Pero todas éstas son propiedades intrasistemáticas, que se refieren a la estructura interna del sistema.