

Lógica e Metodologia Jurídica

Argumentos e Lógica Proposicional

Prof. Juliano Souza de Albuquerque Maranhão

julianomaranhao@gmail.com

Puzzle

2 pessoas A e B fazem uma oferta um ao outro. O problema é identificar qual oferta é melhor:

A: Você faz uma afirmação. Se ela for verdadeira, você recebe R\$10. Se for falsa, você recebe ou mais ou menos que R\$10

B: Você faz uma afirmação. Não importa que ela seja verdadeira ou falsa, você recebe mais do que R\$10.

Puzzle

Frase para proposta A

“Você não vai me pagar exatamente R\$10,00 nem exatamente R\$1.000.000,00”

V: pela proposta vc deve me pagar R\$10, mas pela frase vc não pode me pagar R\$ 10. (contradição, logo a frase não pode ser V)

F: pela proposta recebo ou mais ou menos que R\$10. Se a frase é falsa, ou recebo exatamente R\$10 ou exatamente R\$1mi. A primeira hipótese está excluída pela proposta. Resta a segunda, que é o que vc tem que me pagar.

Argumento

Sequência de sentenças...

...uma das quais se afirma verdadeira (conclusão) e

... as demais (premissas) são oferecidas como razões para acreditar na verdade da conclusão

Argumentos não são verdadeiros nem falsos, mas bons ou ruins, convincentes ou não convincentes, válidos ou inválidos

Argumento e verdade

Qual a relação entre verdade e a qualidade dos argumentos?

Premissas verdadeiras, conclusão verdadeira

Os homens são mamíferos
Os mamíferos são mortais
Os homens são mortais

Todos os homens são mortais
Sócrates é homem
Sócrates é mortal

Premissas falsas, conclusão verdadeira

Todos os homens são abelhas
As abelhas são mamíferos
Os homens são mamíferos

Todo jurista com mais de 90 anos foi filósofo
Miguel Reale foi jurista com mais de 90
Miguel Reale foi filósofo

Argumento e verdade

Premissas falsas, conclusão falsa

Os homens são abelhas
As abelhas são repteis
Os homens são repteis

Todo jurista com mais de 90 anos foi guitarrista
Miguel Reale foi jurista com mais de 90
Miguel Reale foi guitarrista

Estrutura

Todo A é B
Todo B é C
Todo A é C

Todo A é B
s é A
s é B

Argumento e verdade

Premissas verdadeiras, conclusão falsa!

Os homens são maníferos
Os ursos são mamíferos
Os homens são ursos

Os moluscos são mortais
Sócrates é mortal
Sócrates é molusco

Estrutura

Todo A é B
Todo C é B
Todo A é C

Todo A é B
s é B
s é A

Argumento e verdade

Premissas verdadeiras, conclusão verdadeira

Os homens são maníferos
Os advogados são mamíferos
Os advogados são homens

Os homens são mortais
Sócrates é mortal
Sócrates é homem

Os argumentos são bons?

Estrutura

Todo A é B
Todo C é B
Todo A é C

Todo A é B
s é B
s é A

Relação de suporte

Argumentos dedutivos

Bruxas são feitas de madeira. Madeira flutua. Então as bruxas flutuam.

Se algo é de madeira, então flutua. Bruxa é de madeira. Então bruxa flutua.

Conclusão implícita nas premissas:

Dada a verdade das premissas, é impossível que a conclusão seja falsa.

(se conclusão fosse falsa, entraria em contradição com as premissas)

Relação de suporte

Argumentos indutivos

O Prof. deu todas as aulas usando terno. Hoje ele dará aula.
Então ele usará terno.

João tem 90 anos e tem artrite. Logo ele não correrá a São Silvestre.

Premissas são evidências (mais fortes ou mais fracas) para a conclusão:

Dada a verdade das premissas, é (mais ou menos) improvável que a conclusão seja falsa.

(se conclusão fosse falsa, não haveria contradição com as premissas- exceção/generalização equivocada)

Relação de Suporte

Argumentos abduativos

Observo que a calçada está molhada

Sempre que chove a calçada fica molhada

Logo choveu

Premissas tornam plausível uma hipótese:

Falsidade da conclusão não é impossível nem improvável, mas elimina uma explicação plausível para as premissas

Qual a melhor explicação? Candidatos

A) Choveu

C) A calçada foi lavada

D) Explosão de um caminhão pipa

Argumentos Dedutivos

Argumento válido: por que é impossível que a conclusão seja falsa se as premissas forem verdadeiras?

Verdades contingentes: negação é possível

Ontem choveu.

**Verdades necessárias: negação leva a uma
contradição**

...pelo significado dos conceitos

Todo **solteiro** não é **casado**

Todo carro **preto** não é **branco**

A **locação** é **onerosa**

Argumentos Dedutivos

... Pelo "significado" dos conectivos

A porta está aberta **ou não** está aberta

A **ou não** A

A porta está aberta **ou** a janela está aberta

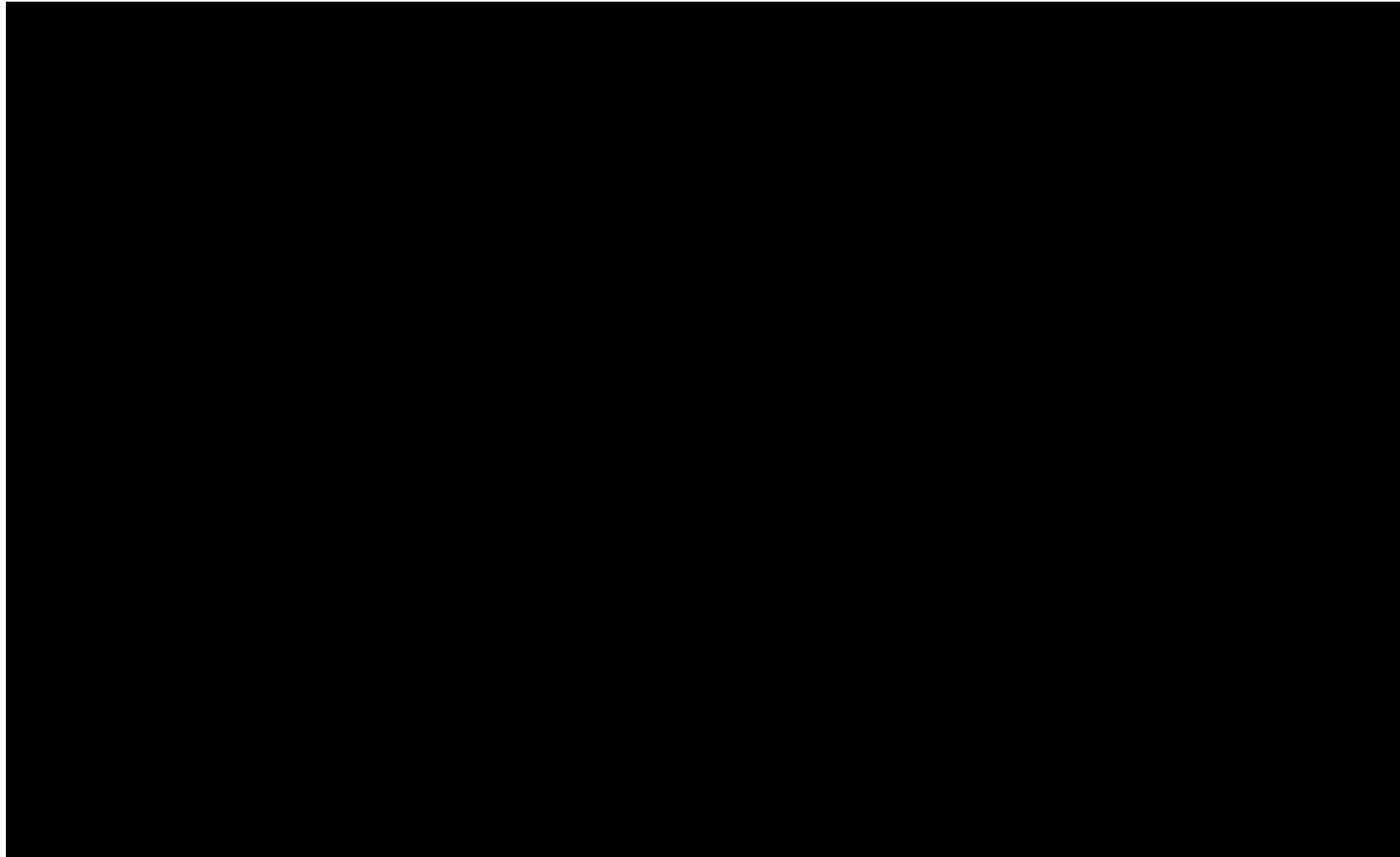
A porta **não** está aberta

Portanto, a janela está aberta

**A verdade de sentenças complexas (ligadas por conectivos)
é uma função da verdade das suas partes**

1. A porta está aberta **ou** a janela está aberta
2. A porta está aberta
3. A janela está aberta

Ela é uma bruxa!



Ela é uma bruxa

- 1) Se uma mulher queima então é uma bruxa
- 2) Ela é uma mulher
- 3) Se algo é feito de madeira então queima
- 4) Se algo flutua, então é de madeira
- 5) Patos flutuam
- 6) Se dois objetos tem o mesmo peso e um deles flutua, então o outro também flutua
- 7) Ela tem o mesmo peso de um pato
- 8) Logo, ela é uma bruxa

Argumento do Ateu

Se Deus quisesse evitar o mal e fosse incapaz de conseguilo, então seria impotente. Se fosse capaz de evitar o mal e não quisesse fazê-lo, então seria malevolente. Se o mal existe, então Deus não pode ou não quer impedi-lo. O mal existe. Se Deus existe, então não é impotente nem malevolente. Portanto Deus não existe.

Argumento do Ateu

Se Deus quisesse evitar o mal e não fosse capaz de evitar o mal, então seria impotente. Se fosse capaz de evitar o mal e não quisesse evitar o mal, então seria malevolente. Se o mal existe, então Deus não quer evitar o mal ou não é capaz de evitar o mal. O mal existe. Se Deus existe, então não é impotente e não é malevolente. Portanto Deus não existe.

Argumento do Ateu

Se Deus quisesse evitar o mal **e não** fosse capaz de evitar o mal, **então** seria impotente. **Se** fosse capaz de evitar o mal **e não** quisesse evitar o mal, **então** seria malevolente. **Se** o mal existe, **então** Deus **não** é capaz de evitar o mal ou **não** quer evitar o mal. O mal existe. **Se** Deus existe, **então** Deus **não** é impotente **e** Deus **não** é malevolente. Portanto Deus **não** existe.

Argumento do Ateu

Q: Deus quer evitar o mal

C: Deus é capaz de evitar o mal

I: Deus é impotente

M: Deus é malevolente

E: O mal existe

D: Deus existe

$Q \wedge \sim C \rightarrow I$

$C \wedge \sim Q \rightarrow M$

$E \rightarrow \sim Q \vee \sim C$

E

$D \rightarrow \sim I \wedge \sim M$

$\sim D$

Lógica dedutiva

Abstraindo da estrutura de cada proposição (sujeito e predicado), qual o significado de sentenças que compõem diferentes proposições por conectivos:

Se...então, e, ou, não, se e somente se...

\rightarrow , \wedge , \vee , \sim , \leftrightarrow

Uma sentença tem valor semântico se pode ser verdadeira ou falsa

O valor semântico de uma sentença é sua verdade ou falsidade.

Ele é uma função do valor semântico de suas partes

Linguagem Proposicional (LP)

1) Símbolos de LP:

Letras proposicionais: $p_1, p_2, \dots, q_1, \dots, r_1, \dots$

Conectivos: $\wedge, \vee, \rightarrow, \sim$

\wedge para representar conjunção

\vee para representar disjunção

\rightarrow Para representar implicação

\sim para representar negação

Usarei letras iniciais do alfabeto na metalinguagem para falar sobre esquemas arbitrários de fórmulas

2) Fórmulas bem formadas da linguagem LP

i) Toda letra proposicional está em LP ($p_i, q_i, r_i \in LP$)

ii) Se $a \in LP$, então $\sim a \in LP$

iii) Se $a, b \in LP$, então $a \wedge b, a \vee b, a \rightarrow b \in LP$

iv) LP é o menor conjunto que satisfaz essas cláusulas

Semântica de LP

Chamarei de função de valoração a função que me leva das fórmulas de LP ao valor de verdade ou falsidade, i.e. $\varphi: LP \Rightarrow \{1, 0\}$

1= verdadeiro

0= falso

Essa função φ satisfaz as seguintes cláusulas:

$\varphi(a \wedge b) = 1$ sse $\varphi(a) = 1$ e $\varphi(b) = 1$

$\varphi(a \vee b) = 0$ sse $\varphi(a) = 0$ e $\varphi(b) = 0$

$\varphi(a \rightarrow b) = 0$ sse $\varphi(a) = 1$ e $\varphi(b) = 0$

$\varphi(\sim a) = 0$ sse $\varphi(a) = 1$

Com ela posso construir as seguintes matrizes para LP

Negação

a	$\sim a$
0	1
1	0

Conjunção

a	b	$a \wedge b$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Disjunção

a	b	$a \vee b$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Condicional (implicação material)

a	b	$a \rightarrow b$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Equivalência ($a \rightarrow b \wedge b \rightarrow a =_{\text{def}} a \leftrightarrow b$)

a	b	$a \rightarrow b$	$b \rightarrow a$	$a \rightarrow b \wedge b \rightarrow a$
1	1	1	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	0
0	0	1	0	1

Tautologias

a	b	$\sim a$	$\sim b$	$a \rightarrow b$	$\sim b \rightarrow \sim a$	$(a \rightarrow b) \rightarrow (\sim b \rightarrow \sim a)$
1	1	0	0	1	1	1
0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	0	0	1
0	0	1	1	1	1	1

Contradições

a	b	$\sim a$	$b \rightarrow a$	$(b \rightarrow a) \wedge \sim a$	$b \wedge ((b \rightarrow a) \wedge \sim a)$
1	1	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	0

Forma normal disjuntiva

a	b	c	bvc	$a \wedge (bvc)$
1	1	1	1	1
1	1	0	1	1
1	0	0	0	0
1	0	1	1	1
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	1	1	0
0	1	0	1	0

a contrario

a	b	$\sim a$	$\sim b$	$a \rightarrow b$	$\sim a \rightarrow \sim b$	$(a \rightarrow b) \rightarrow (\sim a \rightarrow \sim b)$
1	1	0	0	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1	1

Argumento Válido

a	$a \rightarrow b$	b
1	1	0

Argumento é uma seqüência finita de fórmulas cuja fórmula final chamamos de conclusão e as anteriores de premissas

Um argumento é válido se não existe uma valoração na qual as premissas são verdadeiras e a conclusão é falsa.

Testes para argumento válido

Seja $a_1, a_2 \dots a_n$ um argumento A no qual $a_1, a_2 \dots a_{n-1}$ são as premissas e a_n é a conclusão. Então A é válido se e somente se $(a_1 \wedge a_2 \dots \wedge a_{n-1}) \rightarrow a_n$ for uma tautologia.

Se um argumento é válido dizemos que a conclusão a_n é consequência lógica das premissas $a_1, a_2 \dots a_n$ o que será denotado por $a_1, a_2 \dots a_n \models a_n$

Seja S um conjunto de fórmulas. Então $Cn(S) = \{a: S \models a\}$ é o conjunto das consequências lógicas de S .

Tautologias/argumentos válidos

$((a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow c)) \rightarrow (a \rightarrow c)$

Silogismo (Barbara)

$(a \wedge (a \rightarrow b)) \rightarrow b$

modus ponens

$(a \rightarrow b) \rightarrow (\sim b \rightarrow \sim a)$

contrapositiva

$\sim(a \wedge \sim a)$

não contradição

$a \vee \sim a$

terceiro excluído

$((a \rightarrow b) \wedge (a \rightarrow \sim b)) \rightarrow \sim a$

reductio ad absurdum

$((a \vee b) \wedge \sim a) \rightarrow b$

silogismo disjuntivo

$((a \vee b) \wedge ((a \rightarrow c) \wedge (b \rightarrow c))) \rightarrow c$

prova por casos (dilema)

Sintaxe

Esquemas de Axiomas (Kleene):

Implicação:

$$a \rightarrow (b \rightarrow a)$$

$$(a \rightarrow b) \rightarrow ((a \rightarrow (b \rightarrow c)) \rightarrow (a \rightarrow c))$$

Conjunção:

$$(a \wedge b) \rightarrow a$$

$$(a \wedge b) \rightarrow b$$

$$a \rightarrow (b \rightarrow (a \wedge b))$$

Disjunção:

$$a \rightarrow (a \vee b)$$

$$b \rightarrow (a \vee b)$$

$$(a \rightarrow c) \rightarrow ((b \rightarrow c) \rightarrow ((a \vee b) \rightarrow c))$$

Argumento do Ateu

Q: Deus quer evitar o mal

C: Deus é capaz de evitar o mal

I: Deus é impotente

M: Deus é malevolente

E: O mal existe

D: Deus existe

$Q \wedge \sim C \rightarrow I$

$C \wedge \sim Q \rightarrow M$

$E \rightarrow \sim Q \vee \sim C$

E

$D \rightarrow \sim I \wedge \sim M$

$\sim D$