

Problema 21

Uma esfera e duas cascas esféricas condutoras concêntricas.

A esfera de raio R_1 , uma casca esférica de raio interno R_2 e raio externo R_3 e uma segunda casca esférica de raio interno R_4 e externo R_5 .

A esfera tem uma carga líquida $-Q_0$ e ~~casca~~ segunda casca esférica, a de maior raio, Q_0 . A carga líquida da casca interna é nula.

(a) Qual o $\vec{E}$ para r , tal que $R_1 < r < R_2$

Para tal utilizaremos uma casca cilíndrica concêntrica à esfera como superfície de Gauss. Pela Lei de Gauss

$$\oint_{\text{superf. fechada}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{env.}}}{\epsilon_0}$$

Visto que $\vec{E}$ sempre será paralelo a $d\vec{A}$, no caso anti-paralelo, pois $d\vec{A}$ é para fora da superfície e $\vec{E}$ para o centro, pela carga líquida da esfera ser negativa.

Então

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{-Q_0}{\epsilon_0}$$

E é constante, pois a distribuição de carga é uniforme e o campo elétrico tem dependência radial.

Logo

$$E = \frac{-Q_0}{4\pi r^2 \epsilon_0}$$

Idêntico ao campo elétrico de uma carga pontual.

Vetorialmente

$$\vec{E} = \frac{-Q_0}{4\pi r^2 \epsilon_0} \hat{r}$$

D Para obtermos a carga na superfície interna da casca esférica intermediária ~~travando~~ de $r = R_2$, teremos de aplicar a Lei de Gauss no interior ~~da~~ da casca, na região de r , tal que $R_2 < r < R_3$

Como teremos a mesma simetria de a , chegaremos à mesma expressão

$$E = \frac{q_{\text{env}}}{4\pi r^2 \epsilon_0}$$

Porém, a casca é condutora e não condutor, em condições eletrostáticas

$\vec{E} \equiv \vec{0}$. Para o campo elétrico ser nulo, se e somente se a carga total no interior da superfície de Gauss tiver sido nula.

$q_{\text{env}} = -Q_0 + Q_2$, sendo Q_2 a carga em R_2 , logo

$$Q_2 \equiv Q_0$$

c) Novamente, teremos a mesma simetria na região r , tal $R_3 < r < R_4$, entre as duas cascas esféricas.

Como a carga líquida da casca intermediária é nula, a superfície externa da mesma deverá ter carga líquida Q_3 , ou seja a superfície interna, ou seja $Q_3 = -Q_2 \Rightarrow Q_3 = -Q_0$

logo pela Lei de Gauss

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{en}}}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{-Q_0 + Q_2 + Q_3}{4\pi r^2 \epsilon_0}$$

ou

$$E = \frac{-Q_0}{4\pi r^2 \epsilon_0}$$

ou

$$\vec{E} = \frac{-Q_0 \hat{r}}{4\pi \epsilon_0 r^2}$$

d) de forma similar ao item
(b) $\vec{E} \equiv \vec{0}$ para r , tal que $R_4 < r < R_5$

logo $Q_4 = +Q_0$ de tal forma que

$$q_{\text{env}} = -Q_0 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 0$$

ou

$$-Q_0 + Q_0 - Q_0 + Q_4 = 0 \Rightarrow Q_4 = Q_0$$

e) Visto que a casca externa tem carga
líquida Q_0 e sua superfície interna
tem carga Q_0 e $\vec{E}$ em seu interior é
nulo. ~~Pela Lei de Gauss~~ a carga
líquida em sua superfície externa é
nula, pois pela Lei de Gauss para $r > R_5$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{env}}}{\epsilon_0} \text{ sendo}$$

$$q_{\text{env}} = -Q_0 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5$$

Onde $Q_2 + Q_3$ é a carga na casca interna
 do rio e $Q_4 + Q_5$ a carga na casca exter-
 na, e portanto $Q_2 + Q_3 \equiv 0$ e $Q_4 + Q_5 \equiv Q_0$

Perturbo

$$q_{env} = -Q_0 + 0 + Q_0 \equiv 0$$

Então $\forall r > R_5 \quad E = 0$

Reis

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0$$

(f)

No interior da esfera CONDUTORA o
 $\vec{E}$ é nula em condições eletrostáticas, logo

