

**SEM0104 - Aula 7**

# **Equacionamento de Mecanismos**

**Prof. Dr. Marcelo Becker**

SEM - EESC - USP

Prof. Dr. Marcelo Becker - SEM - EESC - USP

# Sumário da Aula

- **Notação Complexa**
- Equacionamento de Links
- Mecanismos Simples
- Mecanismos Complexos
- Exemplo
- Bibliografia Recomendada

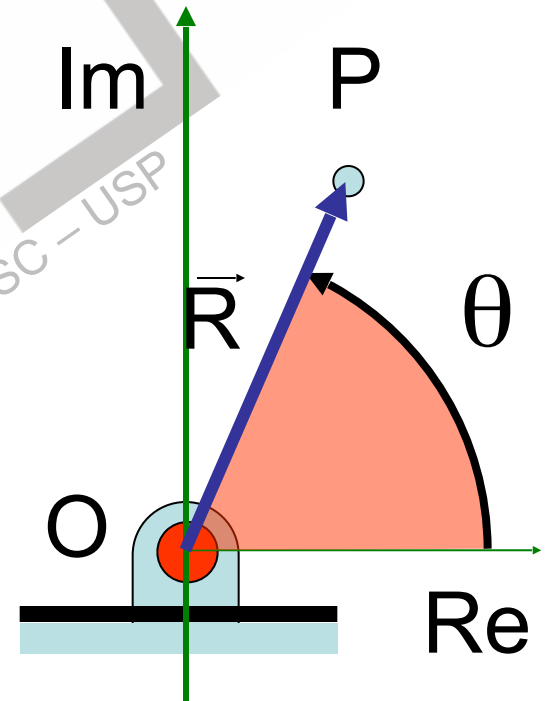
# Notação Complexa

- Formas de representação:
  - Exponencial

$$\vec{R} = OP \cdot e^{i\theta}$$

- Senos e Cosenos

$$\vec{R} = OP \cdot (i \cdot \sin \theta + \cos \theta)$$



# Sumário da Aula

- Notação Complexa
- **Equacionamento de Links**
- Mecanismos Simples
- Mecanismos Complexos
- Exemplo
- Bibliografia Recomendada

# Equacionamento

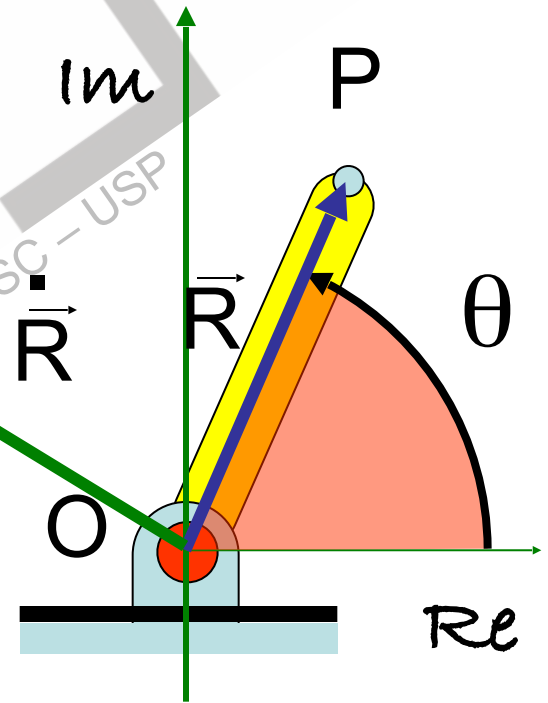
## Links Rígidos

- Derivada Primeira
  - Exponencial

$$\dot{\vec{R}} = OP \cdot i\dot{\theta} \cdot e^{i\theta}$$

- Senos e Cosenos

$$\dot{\vec{R}} = OP \cdot \dot{\theta} \cdot (i \cdot \cos \theta - \sin \theta)$$



# Equacionamento

## Links Rígidos

- Derivada Segunda
  - Exponencial

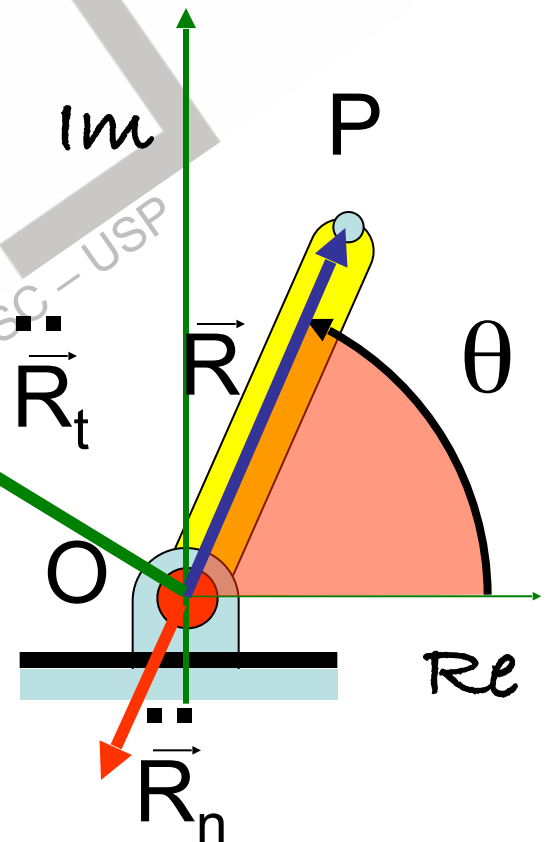
$$\ddot{\vec{R}} = OP \cdot ( \underbrace{i^2 \dot{\theta}^2 \cdot e^{i\theta}}_{\ddot{\vec{R}}_n} + \underbrace{i \ddot{\theta} \cdot e^{i\theta}}_{\ddot{\vec{R}}_t} )$$

$$\ddot{\vec{R}}_n$$

$$\ddot{\vec{R}}_t$$

- Senos e Cosenos

$$\ddot{\vec{R}} = -OP \cdot \dot{\theta}^2 \cdot (\cos \theta + i \cdot \sin \theta) + OP \cdot \ddot{\theta} \cdot (i \cdot \cos \theta - \sin \theta)$$



# Equacionamento

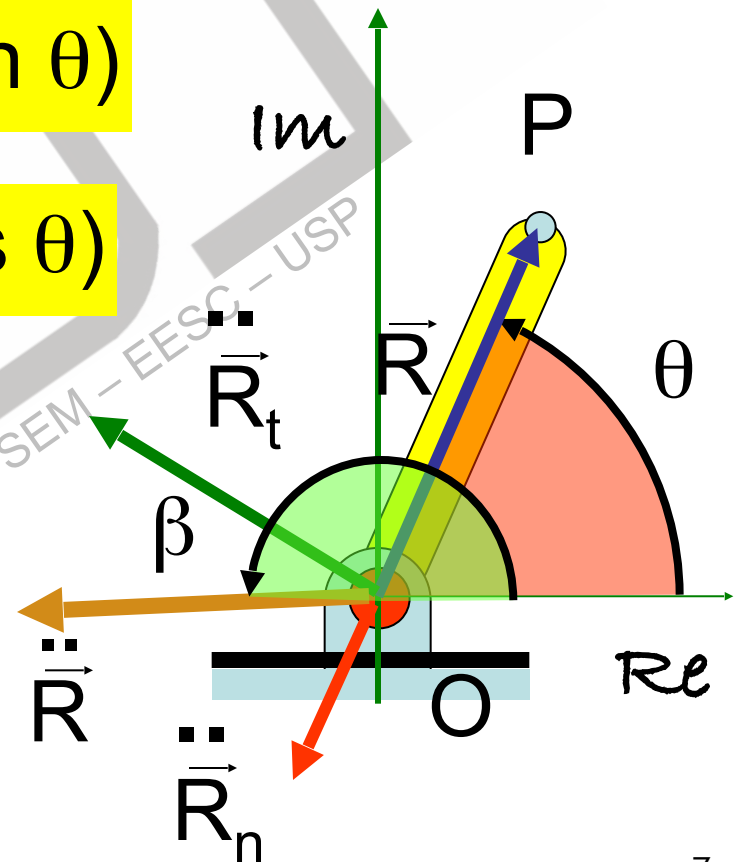
## Links Rígidos

- Determinação do Módulo de  $\ddot{\vec{R}}$ :

$$\ddot{\vec{R}}_{Re} = -OP.(\dot{\theta}^2.\cos \theta - \ddot{\theta}.\sin \theta)$$

$$\ddot{\vec{R}}_{Im} = -OP.(\dot{\theta}^2.\sin \theta + \ddot{\theta}.\cos \theta)$$

$$|\ddot{\vec{R}}| = \sqrt{\ddot{\vec{R}}_{Im}^2 + \ddot{\vec{R}}_{Re}^2}$$

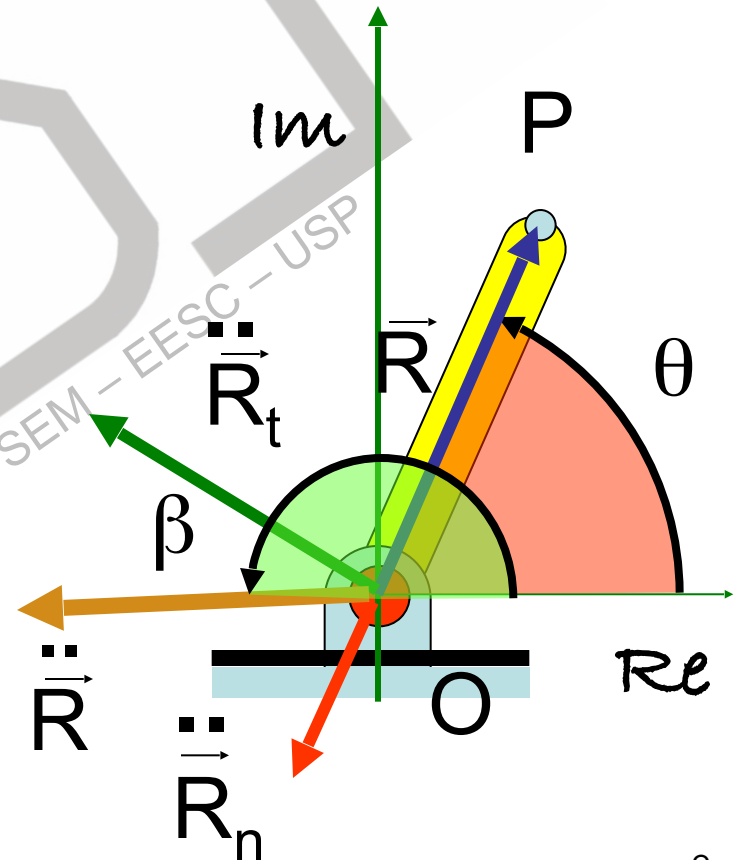


# Equacionamento

## Links Rígidos

- Determinação da fase de  $\ddot{\vec{R}}$ :

$$\tan(\beta) = \frac{|\ddot{\vec{R}}_{Im}|}{|\ddot{\vec{R}}_{Re}|}$$





# Equacionamento

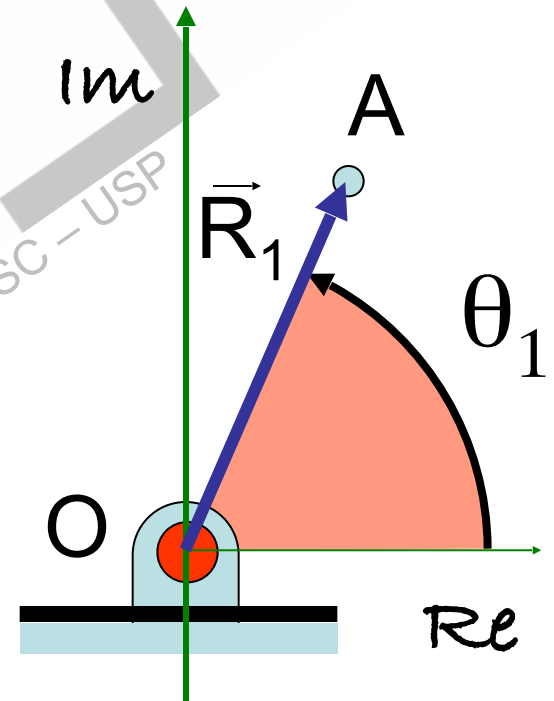
## Links não Rígidos

- Formas de representação:
  - Exponencial

$$\vec{R}_1 = R_1 \cdot e^{i\theta_1}$$

- Senos e Cosenos

$$\vec{R}_1 = R_1 \cdot (i \cdot \sin \theta_1 + \cos \theta_1)$$



# Equacionamento

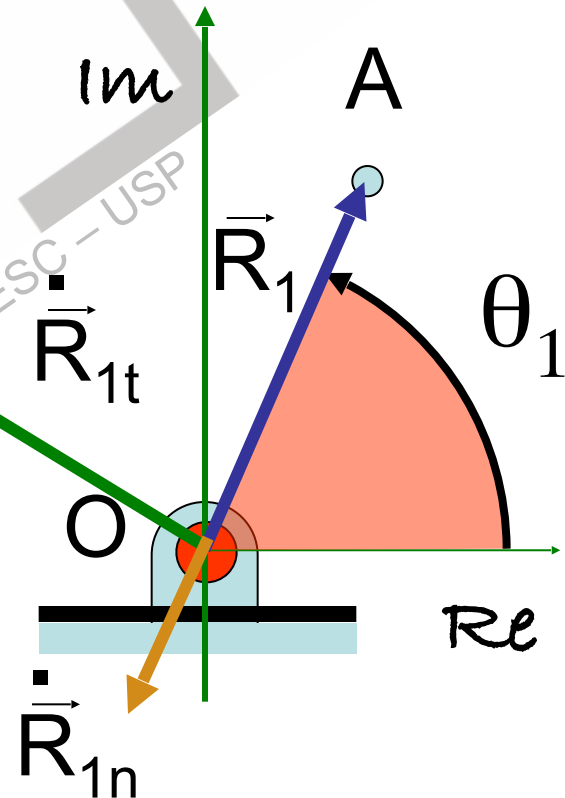
## Links não Rígidos

- Derivada Primeira
  - Exponencial

$$\dot{\vec{R}}_1 = \underbrace{R_1 \cdot i\dot{\theta}_1 \cdot e^{i\theta_1}}_{\dot{\vec{R}}_{1t}} + \underbrace{\dot{R}_1 \cdot e^{i\theta_1}}_{\dot{\vec{R}}_{1n}}$$

- Senos e Cosenos

$$\dot{\vec{R}}_1 = \dot{R}_1 \cdot \theta \cdot (i \cdot \cos \theta - \sin \theta) + \dot{R}_1 \cdot (\cos \theta + i \cdot \sin \theta)$$

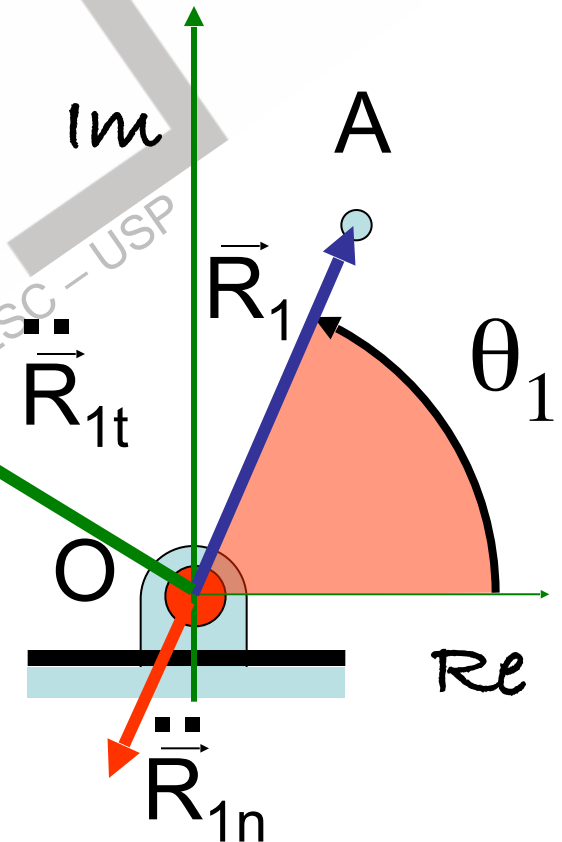


# Equacionamento

## Links não Rígidos

- Derivada Segunda
  - Exponencial

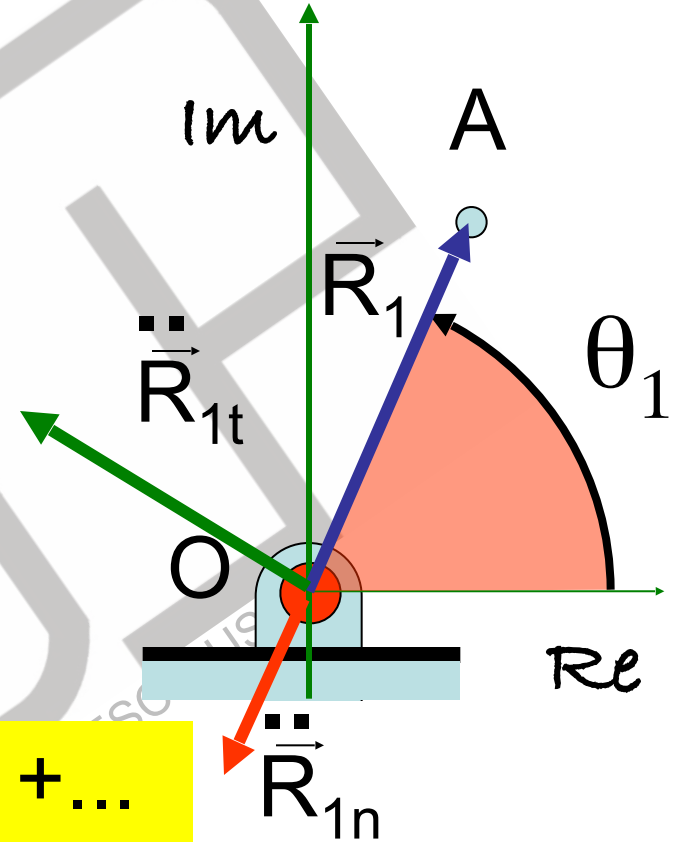
$$\begin{aligned}\ddot{\vec{R}}_1 &= \vec{R}_1 \cdot (i^2 \dot{\theta}_1^2 \cdot e^{i\theta_1} + i \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot e^{i\theta_1}) \\ &+ \ddot{\vec{R}}_1 \cdot (i \cdot \dot{\theta}_1 \cdot e^{i\theta_1} + e^{i\theta_1}) \\ &+ \dot{\vec{R}}_1 \cdot i \cdot \dot{\theta}_1 \cdot e^{i\theta_1}\end{aligned}$$



# Equacionamento

## Links não Rígidos

- Derivada Segunda  
– Seno e Coseno



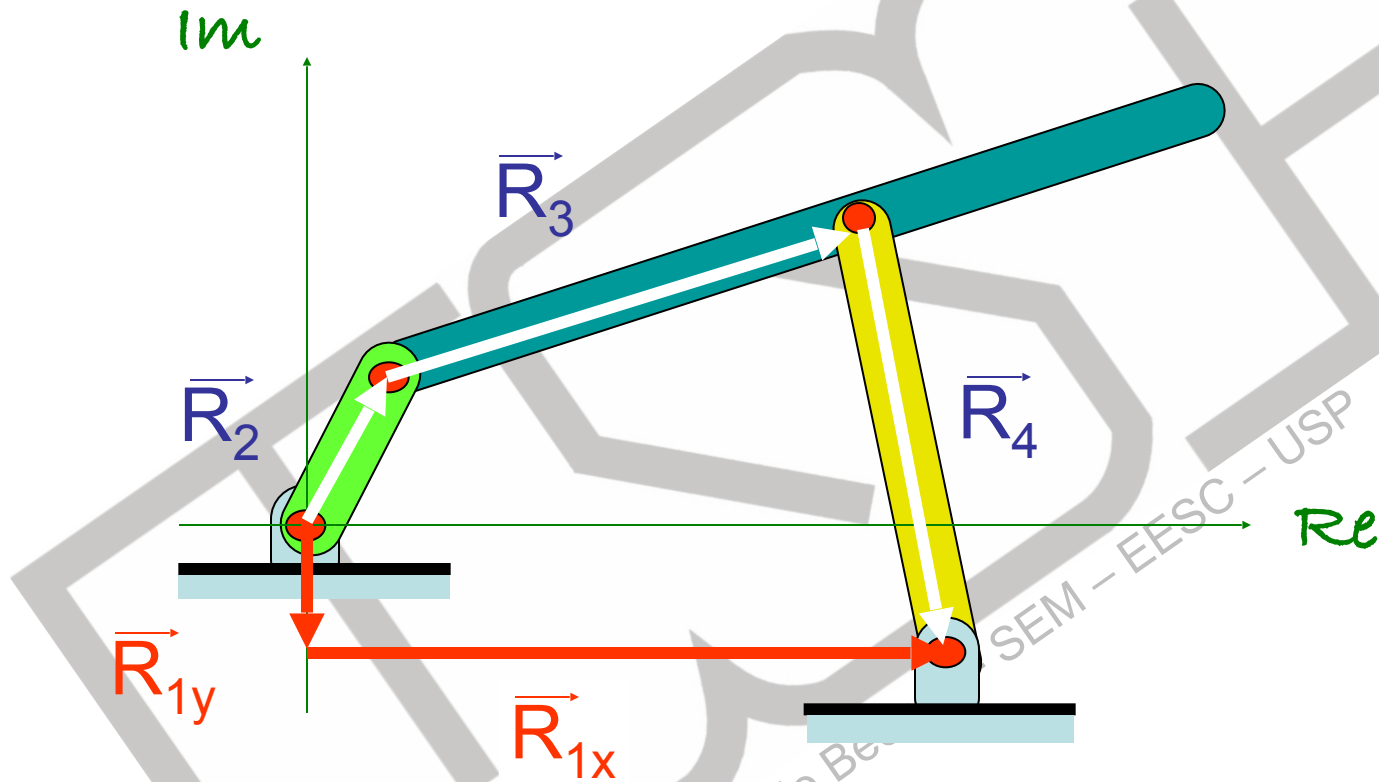
$$\begin{aligned}\ddot{\vec{R}} = & -R_1 \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot (\cos \theta_1 + i \cdot \sin \theta_1) + \dots \\ & \dots + R_1 \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot (i \cdot \cos \theta_1 - \sin \theta_1) + \dots \\ & \dots + 2 \cdot \dot{R}_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot (i \cdot \cos \theta_1 - \sin \theta_1) + \dots \\ & \dots + \ddot{R}_1 \cdot (i \cdot \sin \theta_1 + \cos \theta_1)\end{aligned}$$

# Sumário da Aula

- Notação Complexa
- Equacionamento de Links
- **Mecanismos Simples**
- Mecanismos Complexos
- Exemplo
- Bibliografia Recomendada

# Equacionamento

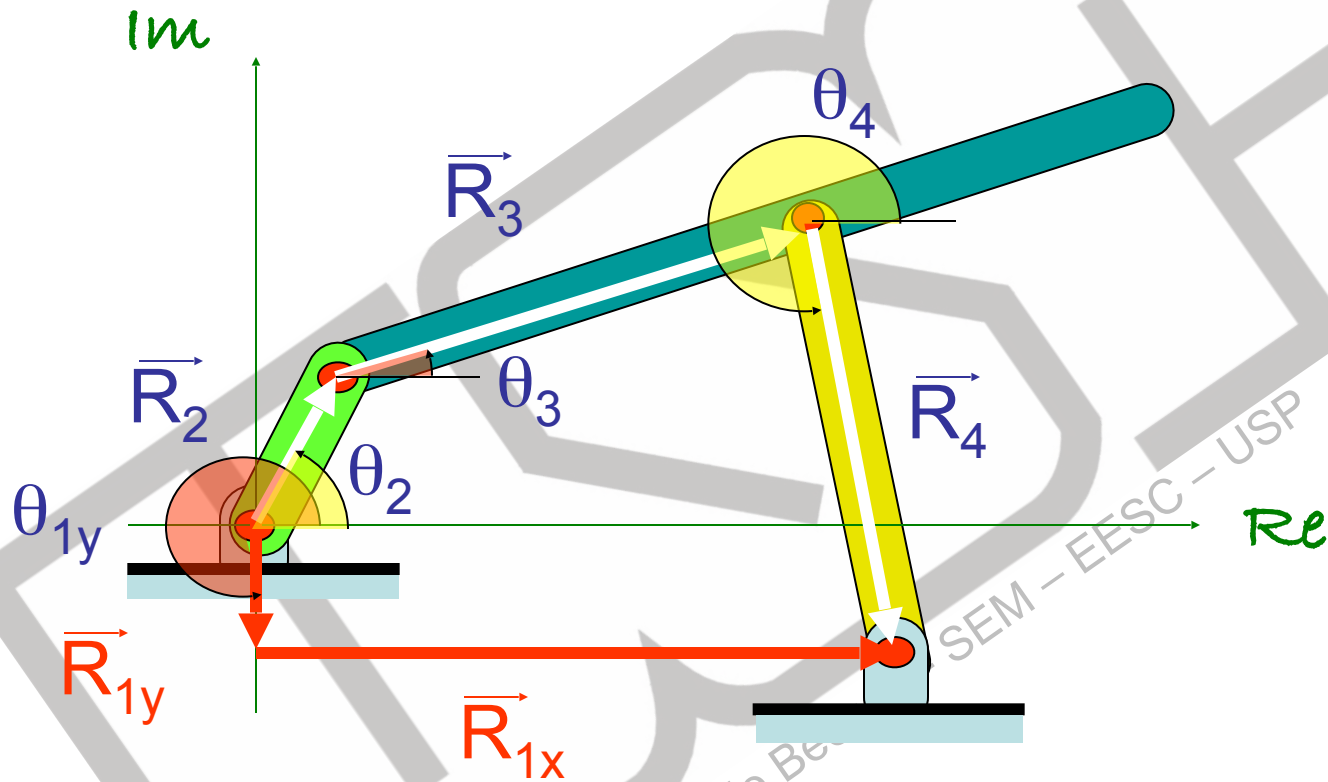
## 4 Barras - Posição



$$\vec{R}_2 + \vec{R}_3 + \vec{R}_4 = \vec{R}_{1y} + \vec{R}_{1x}$$

# Equacionamento

## 4 Barras - Posição

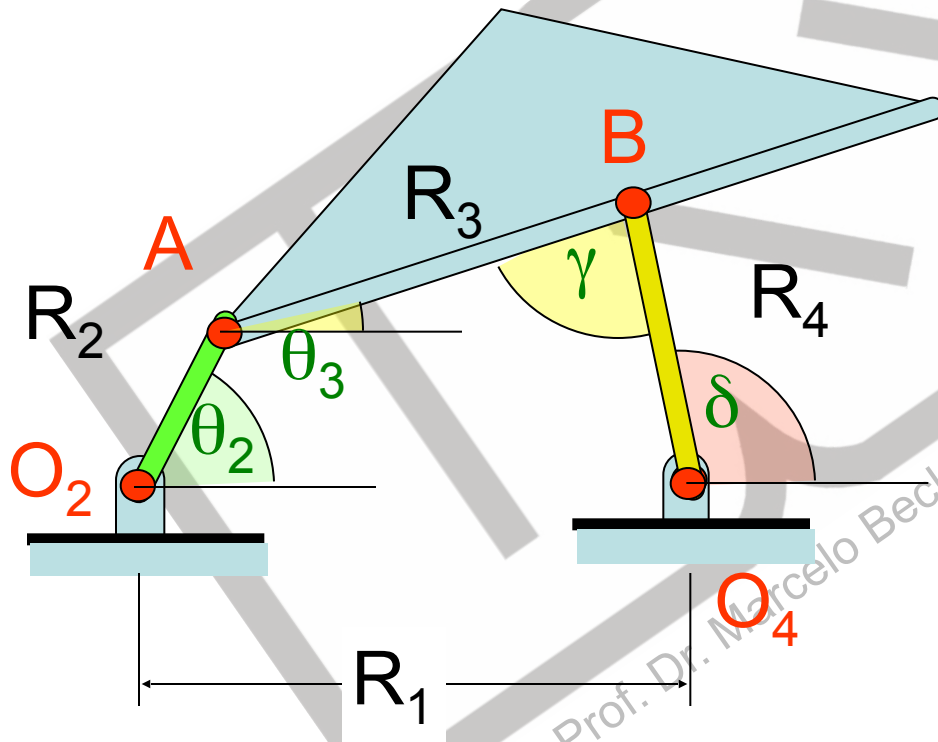


$$R_2 \cdot (\cos\theta_2 + i \cdot \sin\theta_2) + R_3 \cdot (\cos\theta_3 + i \cdot \sin\theta_3) + \dots \\ \dots + R_4 \cdot (\cos\theta_4 + i \cdot \sin\theta_4) = -i \cdot R_{1y} + R_{1x}$$

# Equacionamento

## Mecanismos Simples – 4 Barras

- 1º Determinar os ângulos



L<sub>2</sub>: link motor

L<sub>1</sub>: solo

L<sub>3</sub>: link acoplador

L<sub>4</sub>: link seguidor

$\theta_2$ : âng. da barra motriz

$\delta$ : âng. da barra seguidora

$\theta_3$ : âng. da barra acopladora

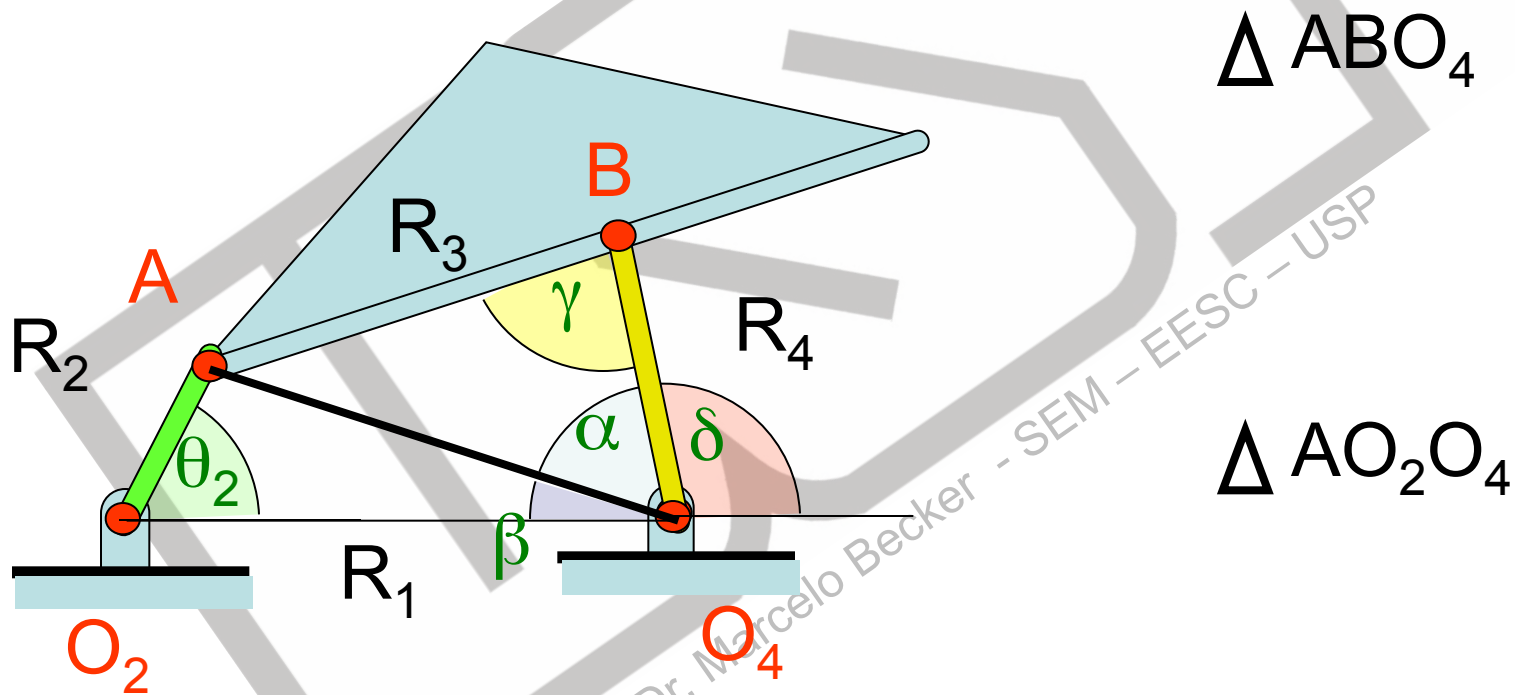
$\gamma$ : âng. de transmissão



# Equacionamento

## Mecanismos Simples – 4 Barras

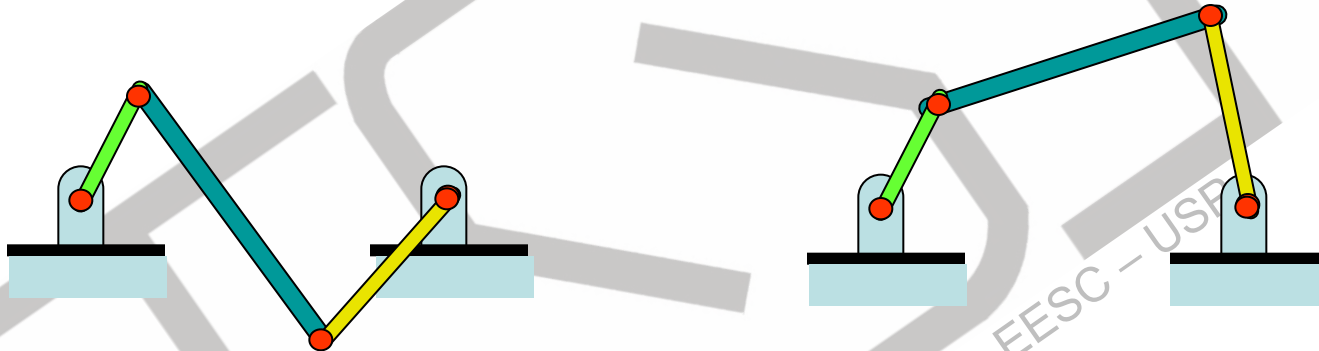
- Aplicar Lei dos Cosenos



# Equacionamento

## Mecanismos Simples – 4 Barras

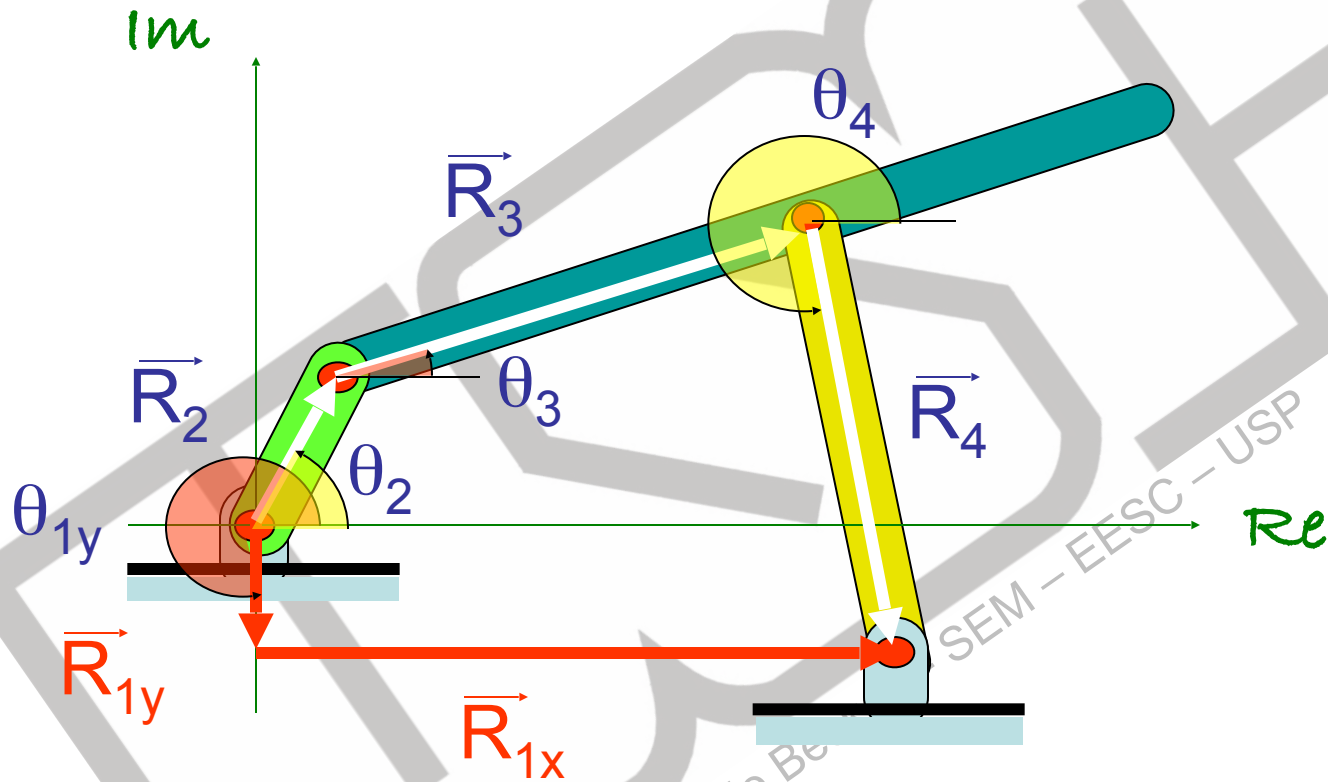
- Mecanismos “Cruzados”



- “Descruzar” o Mecanismo e seguir o equacionamento

# Equacionamento

## 4 Barras - Velocidade



$$R_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot (-\sin\theta_2 + i \cdot \cos\theta_2) + R_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot (-\sin\theta_3 + i \cdot \cos\theta_3) + \dots$$

$$\dots + R_4 \cdot \dot{\theta}_4 \cdot (-\sin\theta_4 + i \cdot \cos\theta_4) = 0$$

# Equacionamento

## 4 Barras - Velocidade

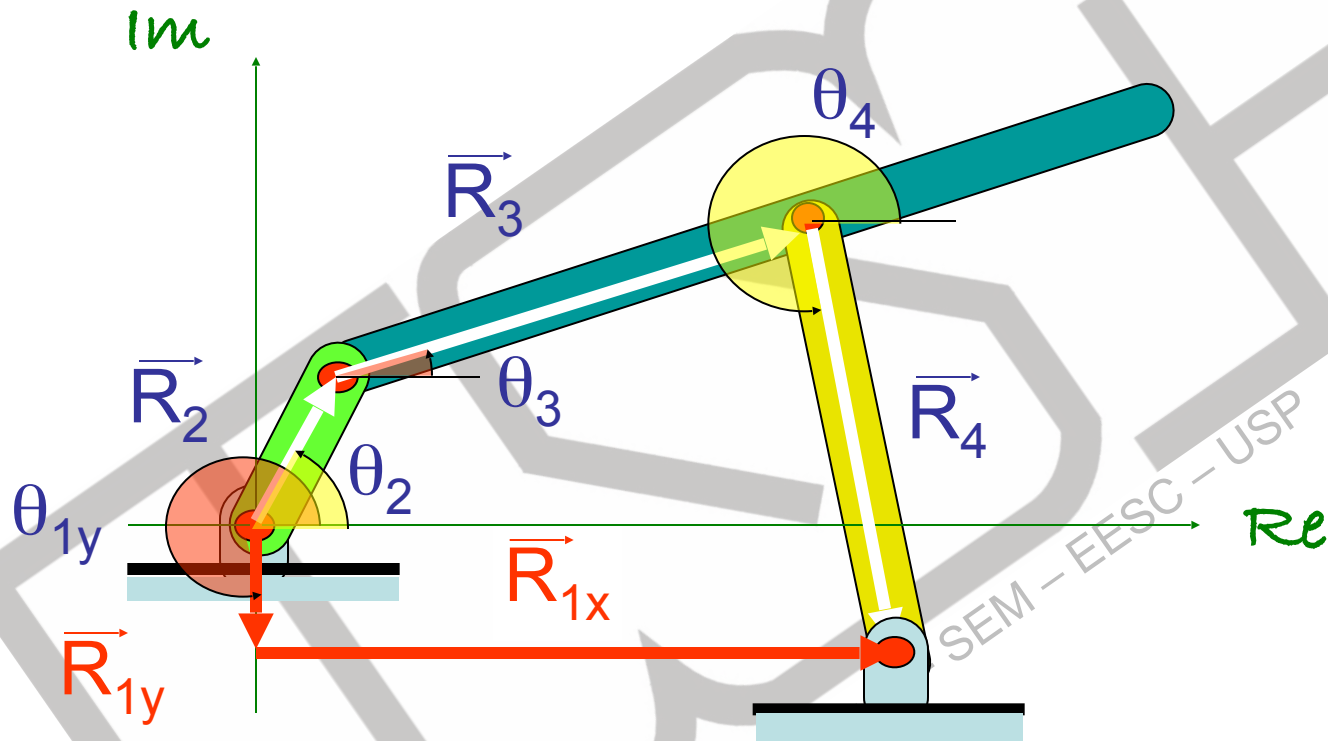
- Dividir em Re e Im

$$R_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot (-\sin\theta_2 + i \cdot \cos\theta_2) + R_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot (-\sin\theta_3 + i \cdot \cos\theta_3) + \dots \\ \dots + R_4 \cdot \dot{\theta}_4 \cdot (-\sin\theta_4 + i \cdot \cos\theta_4) = 0$$

$$\begin{array}{l} \text{Re} \\ \text{Im} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} -R_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \sin\theta_2 - R_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \sin\theta_3 - R_4 \cdot \dot{\theta}_4 \cdot \sin\theta_4 = 0 \\ R_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \cos\theta_2 + R_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \cos\theta_3 + R_4 \cdot \dot{\theta}_4 \cdot \cos\theta_4 = 0 \end{array} \right.$$

# Equacionamento

## 4 Barras - Aceleração



$$\begin{aligned}
 & R_2 \cdot \ddot{\theta}_2 \cdot (-\sin\theta_2 + i \cdot \cos\theta_2) + R_3 \cdot \ddot{\theta}_3 \cdot (-\sin\theta_3 + i \cdot \cos\theta_3) + \dots \\
 & \dots + R_4 \cdot \ddot{\theta}_4 \cdot (-\sin\theta_4 + i \cdot \cos\theta_4) - R_2 \cdot \dot{\theta}_2^2 \cdot (\cos\theta_2 + i \cdot \sin\theta_2) - \dots \\
 & \dots - R_3 \cdot \dot{\theta}_3^2 \cdot (\cos\theta_3 + i \cdot \sin\theta_3) - R_4 \cdot \dot{\theta}_4^2 \cdot (\cos\theta_4 + i \cdot \sin\theta_4) = 0
 \end{aligned}$$

# Equacionamento

## 4 Barras - Aceleração

- Dividir em Re e Im

$$R_2 \ddot{\theta}_2 (-\sin\theta_2 + i \cos\theta_2) + R_3 \ddot{\theta}_3 (-\sin\theta_3 + i \cos\theta_3) + \dots \\ \dots + R_4 \ddot{\theta}_4 (-\sin\theta_4 + i \cos\theta_4) - R_2 \dot{\theta}_2^2 (\cos\theta_2 + i \sin\theta_2) - \dots \\ \dots - R_3 \dot{\theta}_3^2 (\cos\theta_3 + i \sin\theta_3) - R_4 \dot{\theta}_4^2 (\cos\theta_4 + i \sin\theta_4) = 0$$

$$\begin{array}{l} \text{Re} \left\{ \begin{array}{l} -R_2 \ddot{\theta}_2 \sin\theta_2 - R_3 \ddot{\theta}_3 \sin\theta_3 - R_4 \ddot{\theta}_4 \sin\theta_4 - \dots \\ \dots - R_2 \dot{\theta}_2^2 \cos\theta_2 - R_3 \dot{\theta}_3^2 \cos\theta_3 - R_4 \dot{\theta}_4^2 \cos\theta_4 = 0 \end{array} \right. \\ \text{Im} \left\{ \begin{array}{l} R_2 \ddot{\theta}_2 \cos\theta_2 + R_3 \ddot{\theta}_3 \cos\theta_3 + R_4 \ddot{\theta}_4 \cos\theta_4 - \dots \\ \dots - R_2 \dot{\theta}_2^2 \sin\theta_2 - R_3 \dot{\theta}_3^2 \sin\theta_3 - R_4 \dot{\theta}_4^2 \sin\theta_4 = 0 \end{array} \right. \end{array}$$

# Mecanismos Simples

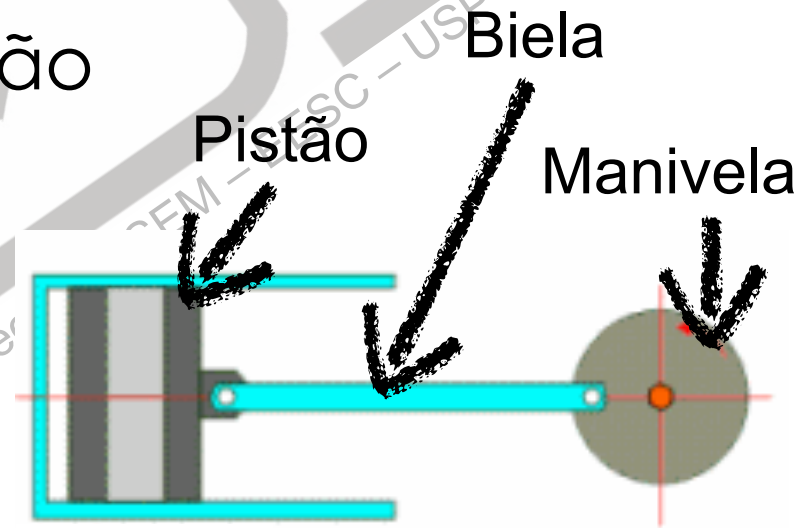
## Biela-Manivela

- Exemplos de Aplicação: Motores de Combustão Interna, Máquinas Ferramenta, Compressores, etc.

- Deslocamento do Pistão

- Velocidades

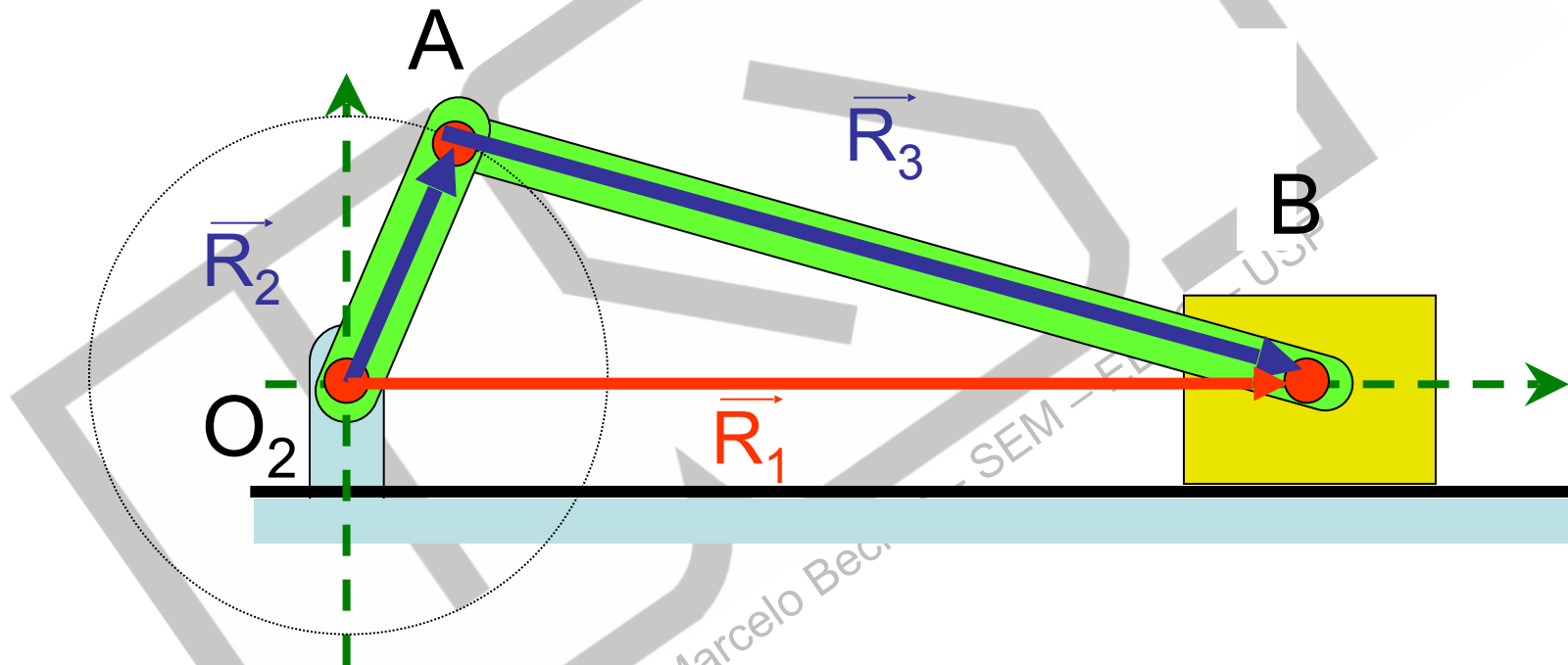
- Aceleração



# Mecanismos Simples

## Biela-Manivela

- Equacionamento

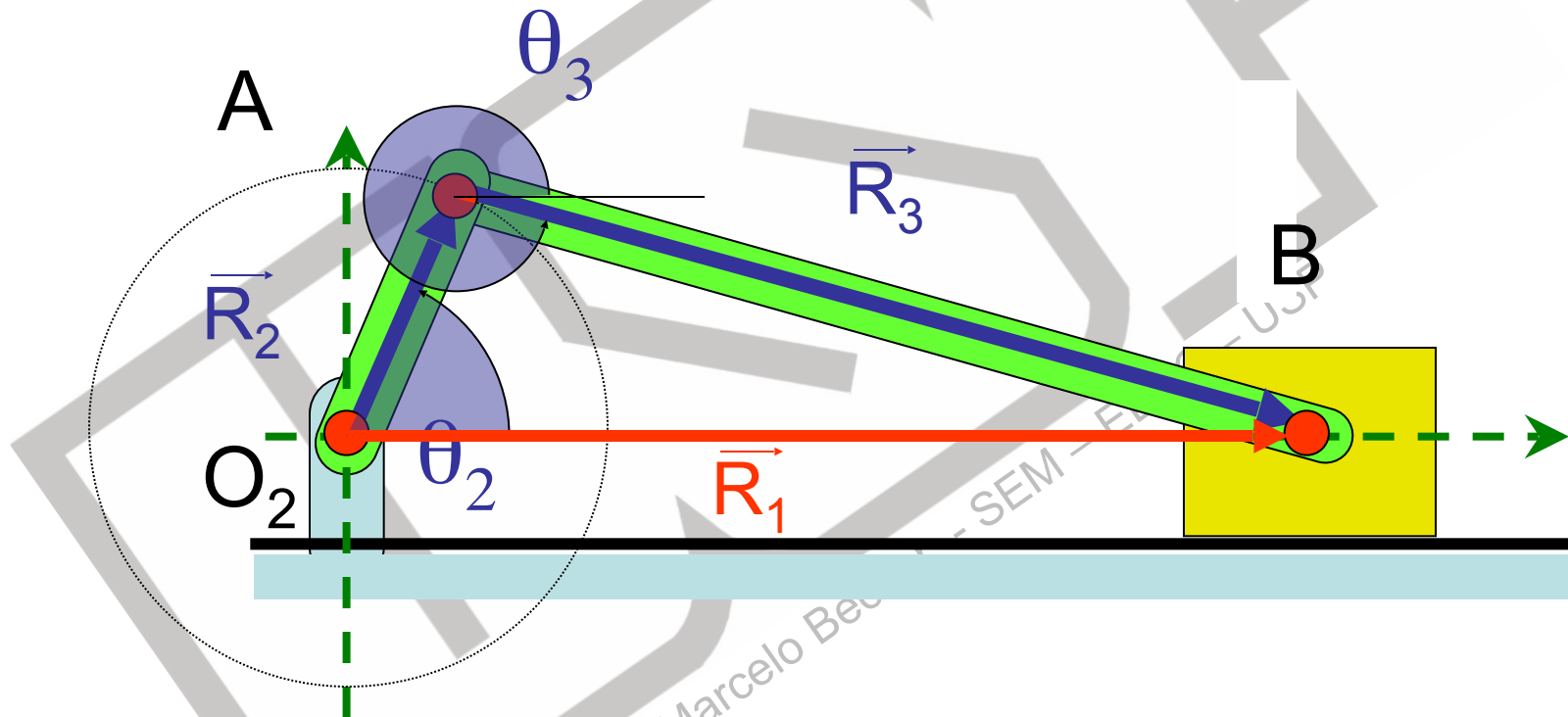




# Mecanismos Simples

## Biela-Manivela

- Equacionamento

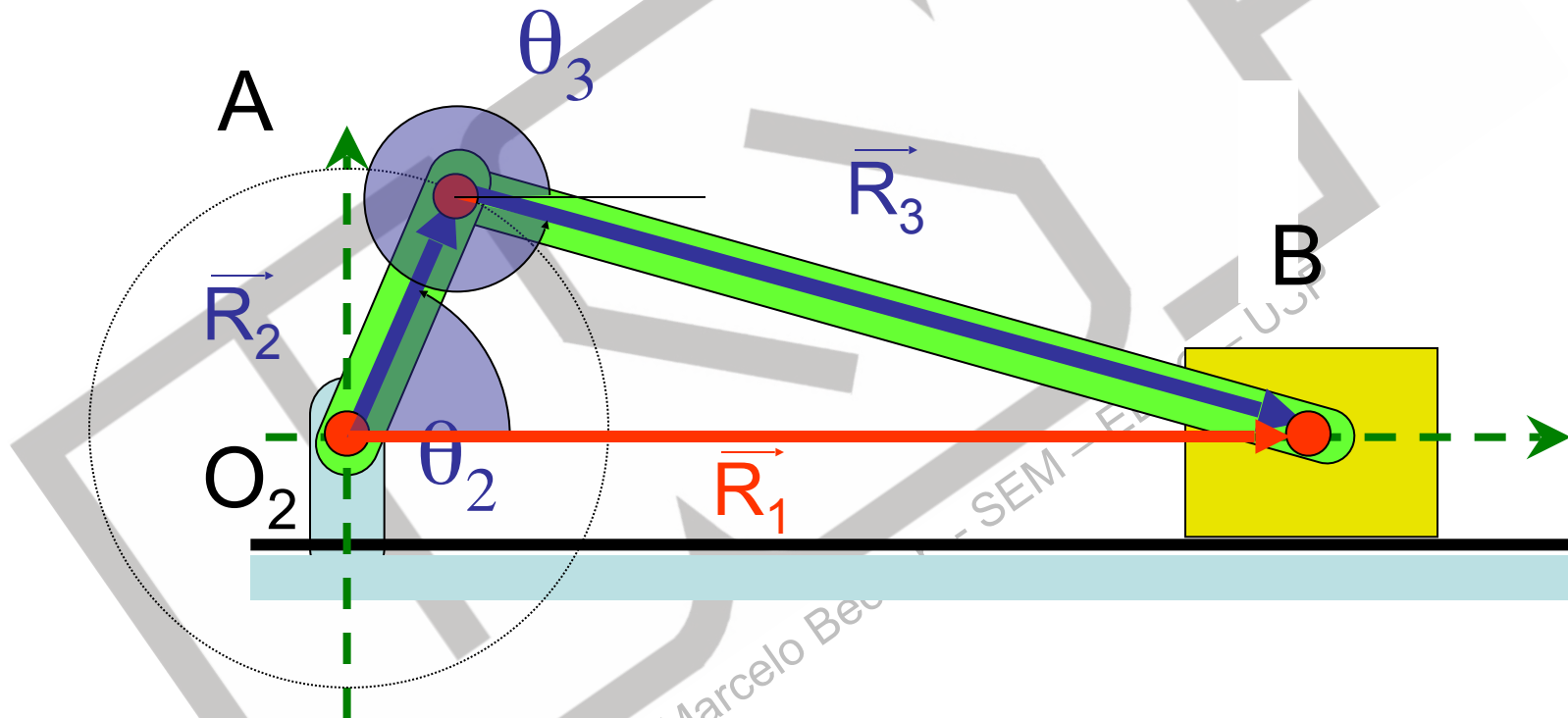


$$\vec{R}_2 + \vec{R}_3 = \vec{R}_1$$

# Mecanismos Simples

## Biela-Manivela - Posição

- Equacionamento

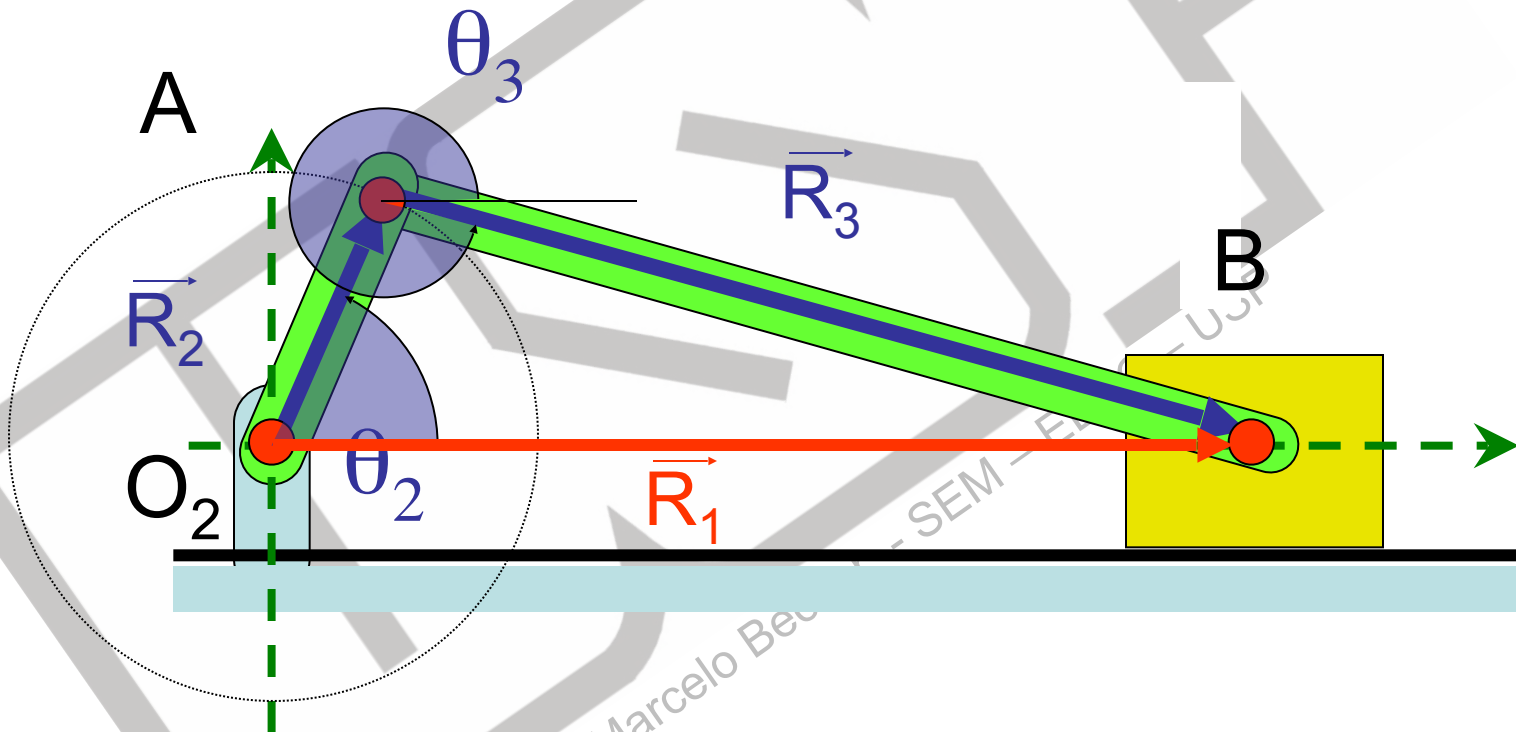


$$R_2 \cdot (\cos\theta_2 + i \cdot \sin\theta_2) + R_3 \cdot (\cos\theta_3 + i \cdot \sin\theta_3) = R_1$$

# Mecanismos Simples

## Biela-Manivela - Velocidade

- Equacionamento



$$R_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot (i \cdot \cos \theta_2 - \sin \theta_2) + R_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot (i \cdot \cos \theta_3 - \sin \theta_3) = \dot{R}_1$$

# Equacionamento

## Biela-Manivela - Velocidade

- Dividir em  $\mathcal{R}e$  e  $\mathcal{I}m$

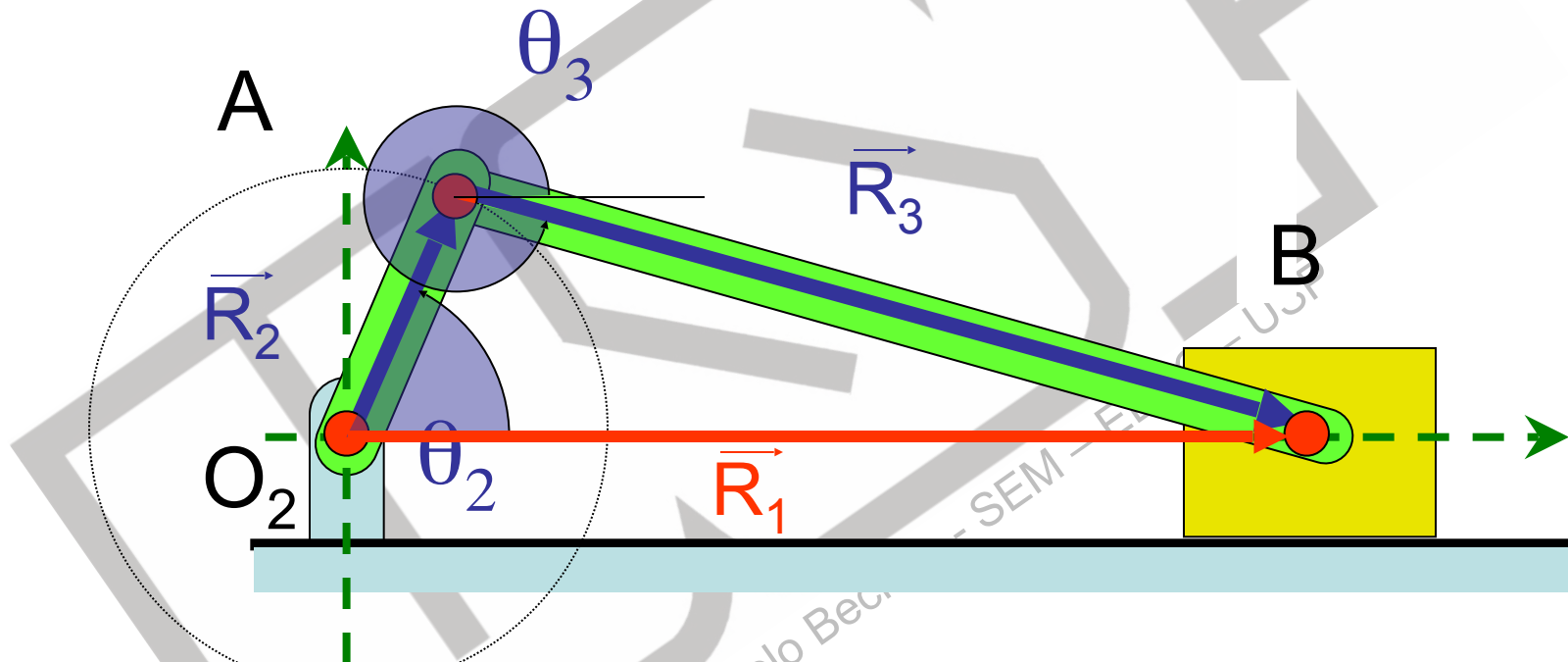
$$R_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot (i \cdot \cos\theta_2 - \sin\theta_2) + R_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot (i \cdot \cos\theta_3 - \sin\theta_3) = \dot{R}_1$$

$$\begin{array}{l} \mathcal{R}e \\ \mathcal{I}m \end{array} \left\{ \begin{array}{l} -R_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \sin\theta_2 - R_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \sin\theta_3 = \dot{R}_1 \\ R_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \cos\theta_2 + R_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \cos\theta_3 = 0 \end{array} \right.$$

# Mecanismos Simples

## Biela-Manivela - Aceleração

- Equacionamento



$$R_2 \cdot \ddot{\theta}_2 \cdot (-\sin\theta_2 + i \cdot \cos\theta_2) + R_3 \cdot \ddot{\theta}_3 \cdot (-\sin\theta_3 + i \cdot \cos\theta_3) - \dots$$

$$\dots - R_2 \cdot \dot{\theta}_2^2 \cdot (\cos\theta_2 + i \cdot \sin\theta_2) - R_3 \cdot \dot{\theta}_3^2 \cdot (\cos\theta_3 + i \cdot \sin\theta_3) = \ddot{R}_3$$

# Equacionamento

## Biela-Manivela - Aceleração

- Dividir em Re e Im

$$R_2 \ddot{\theta}_2 (-\sin\theta_2 + i \cos\theta_2) + R_3 \ddot{\theta}_3 (-\sin\theta_3 + i \cos\theta_3) - \dots \\ \dots - R_2 \dot{\theta}_2^2 (\cos\theta_2 + i \sin\theta_2) - R_3 \dot{\theta}_3^2 (\cos\theta_3 + i \sin\theta_3) = \ddot{R}_3$$

$$\begin{cases} \text{Re} & \left\{ \begin{array}{l} -R_2 \ddot{\theta}_2 \sin\theta_2 - R_3 \ddot{\theta}_3 \sin\theta_3 - R_2 \dot{\theta}_2^2 \cos\theta_2 - \dots \\ \dots - R_3 \dot{\theta}_3^2 \cos\theta_3 = \ddot{R}_3 \end{array} \right. \\ \text{Im} & \left\{ \begin{array}{l} R_2 \ddot{\theta}_2 \cos\theta_2 + R_3 \ddot{\theta}_3 \cos\theta_3 - R_2 \dot{\theta}_2^2 \sin\theta_2 - \dots \\ \dots - R_3 \dot{\theta}_3^2 \sin\theta_3 = 0 \end{array} \right. \end{cases}$$

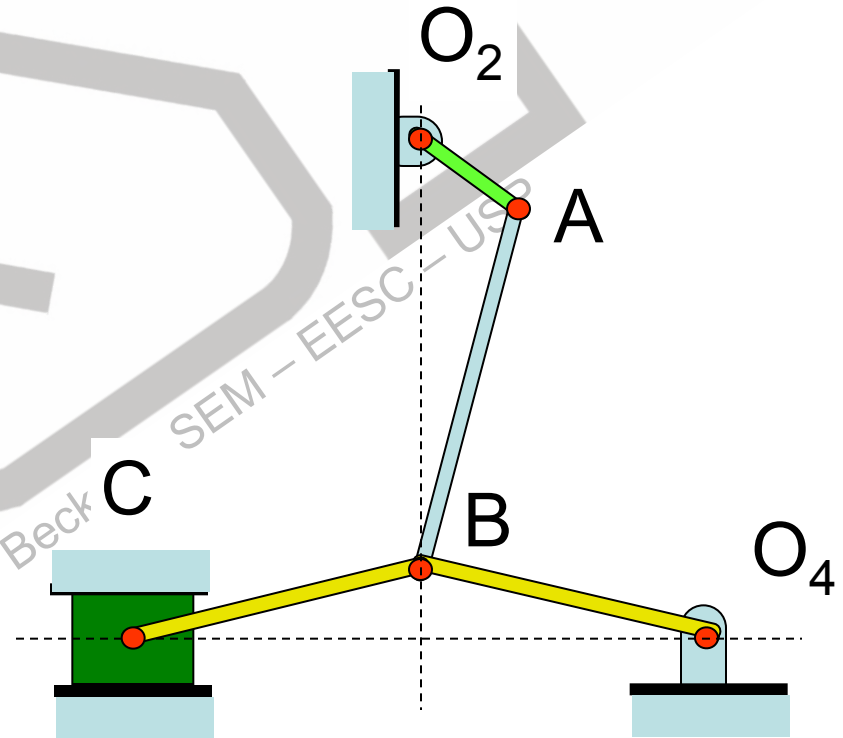
# Sumário da Aula

- Notação Complexa
- Equacionamento de Links
- Mecanismos Simples
- **Mecanismos Complexos**
- Exemplo
- Bibliografia Recomendada

# Mecanismos Complexos

## Mecanismo Toggle

- Barras CB e  $BO_4$  com mesmo comprimento





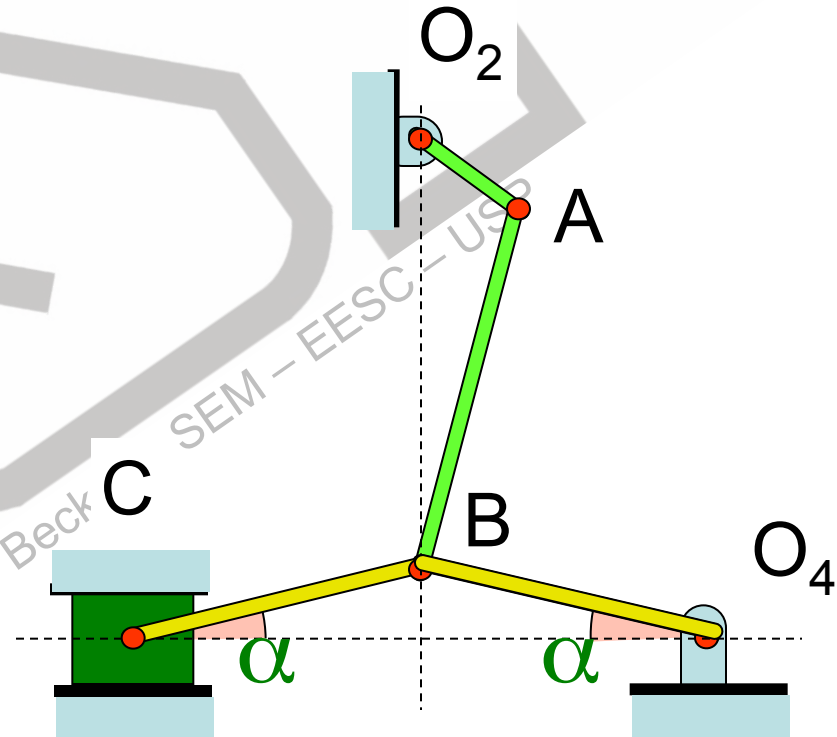
# Mecanismos Complexos

## Mecanismo Toggle

- Equacionamento: Dividir em 2 mecanismos Simples

- 4 Barras:  $O_2ABO_4$

- Biela-Manivela:  $CBO_4$



# Sumário da Aula

- Notação Complexa
  - Equacionamento de Links
  - Mecanismos Simples
  - Mecanismos Complexos
- 
- **Exemplo**
  - Bibliografia Recomendada

# Enunciado do Problema

## Guindaste

- Um guindaste utilizado em docas consiste em um mecanismo 4 barras ( $A_0ABCB_0$ ), sendo C um ponto da barra ABC. O link  $AA_0$  é acionado por um motor acoplado em  $A_0$ , cuja velocidade é de 720 rpm ( $c^{te}$ ), através de um redutor de  $i=1430:1$ . Calcule a velocidade da carga e a variação em sua elevação quando o link  $AA_0$  gira de  $\phi=60^\circ$  a  $\phi=140^\circ$  (em passos de  $10^\circ$ ).

# Dados do Problema

## Guindaste

$$a = 22,05 \text{ m}$$

$$b = 9,75 \text{ m}$$

$$c = 28,95 \text{ m}$$

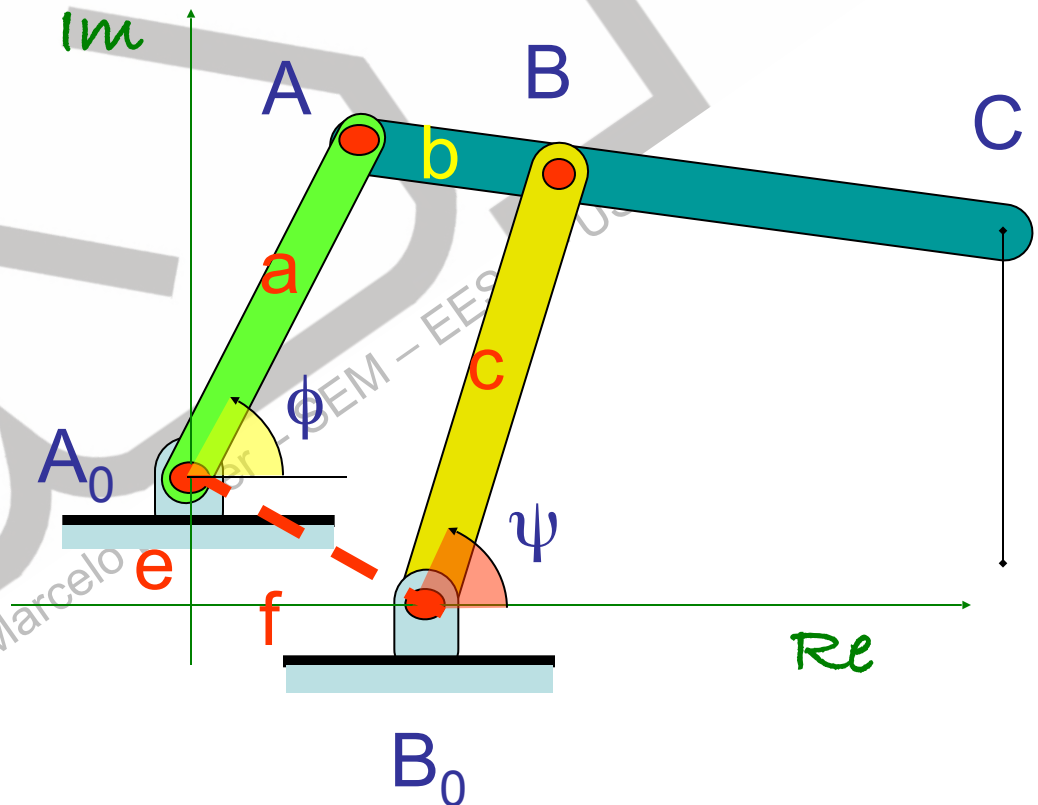
$$e = 7,95 \text{ m}$$

$$f = 9,60 \text{ m}$$

$$L = 33,75 \text{ m}$$

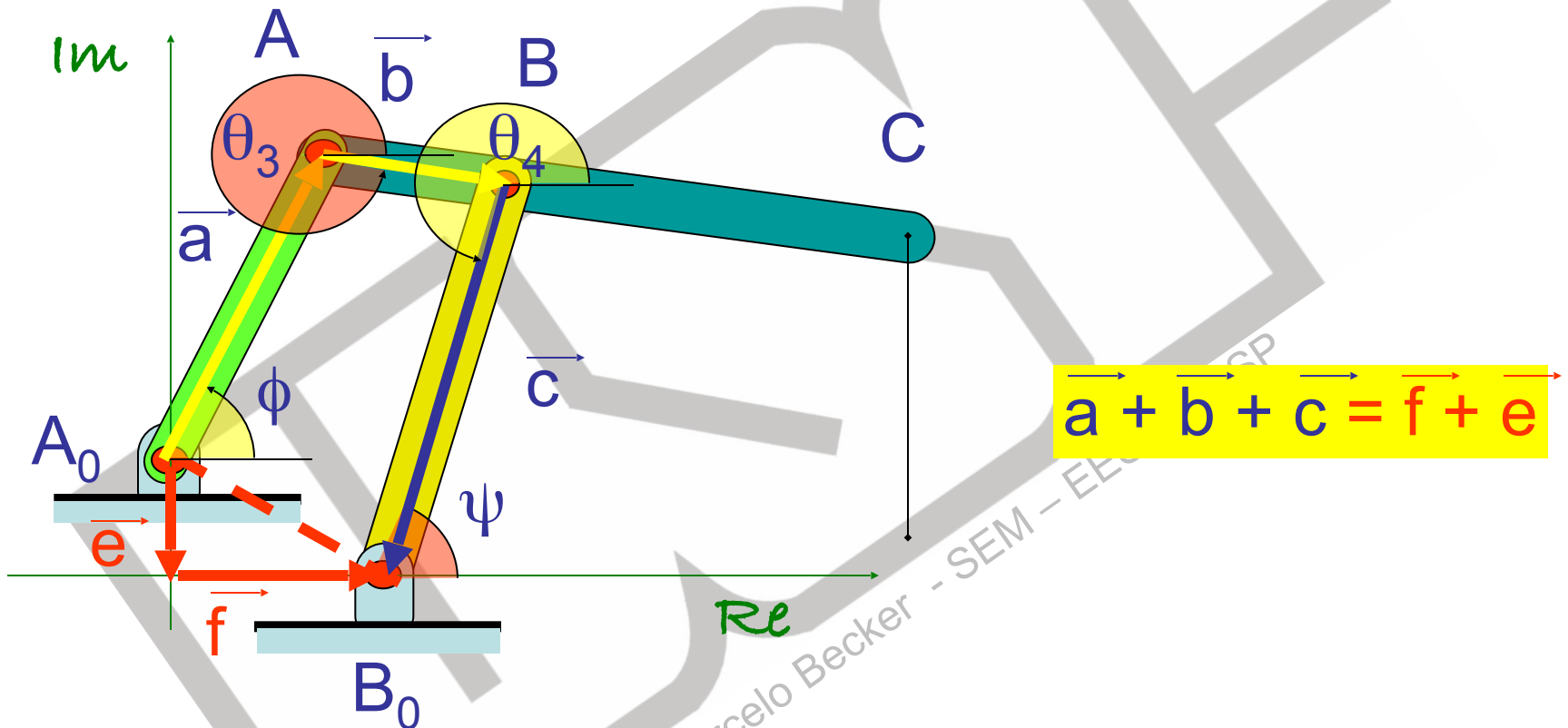
$$CB = 24 \text{ m}$$

$$A_0B_0 = d$$



# Equacionamento

## Guindaste - Posição

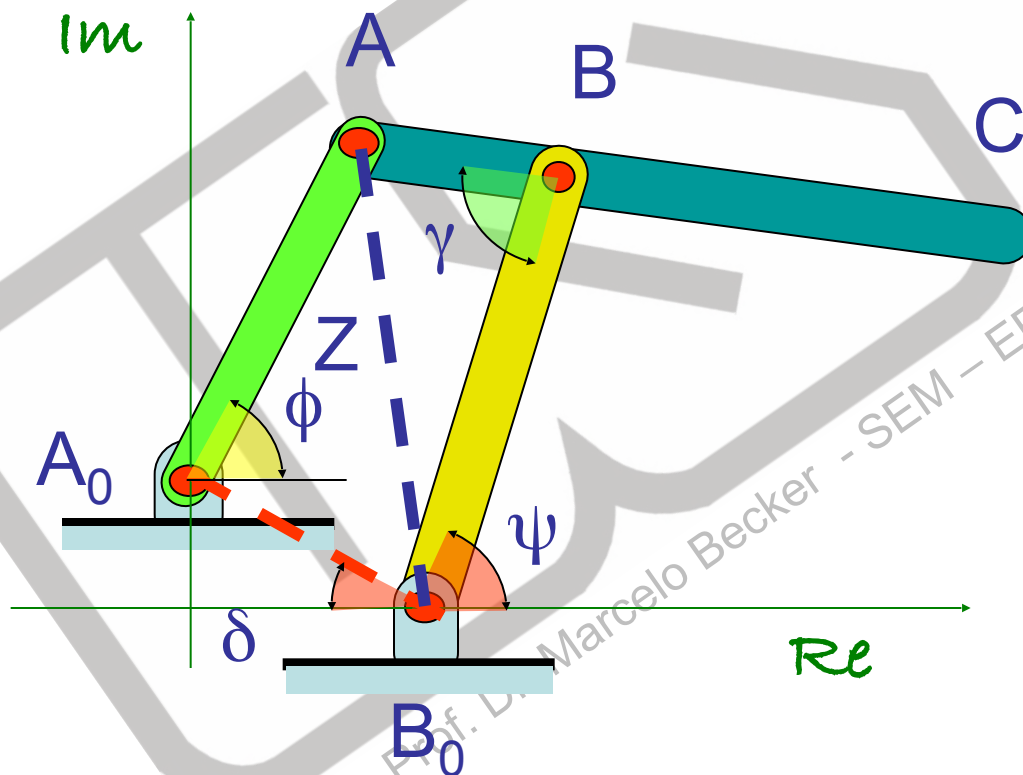


# Equacionamento

## Recordação – 4 Barras

- 1º Determinar os ângulos

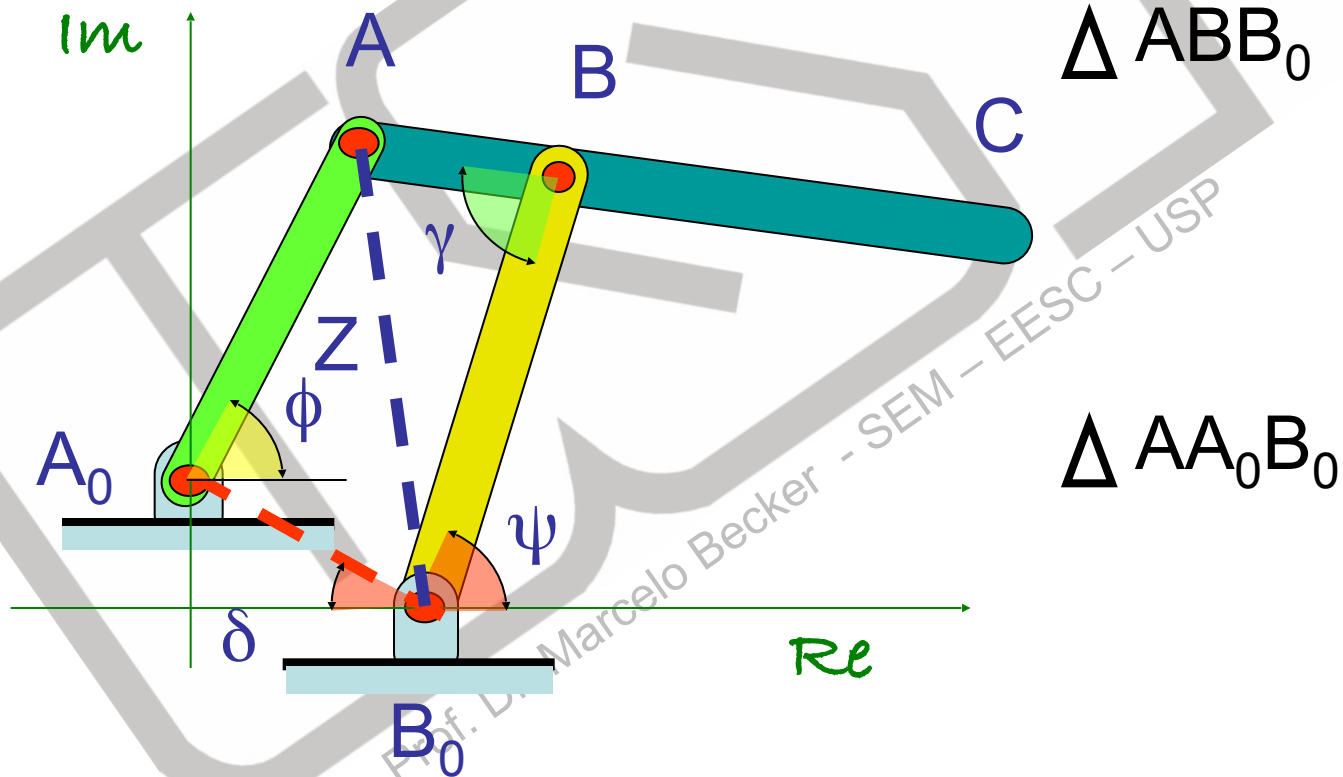
$$Z = f_{\zeta}(\phi + \delta)$$



# Equacionamento

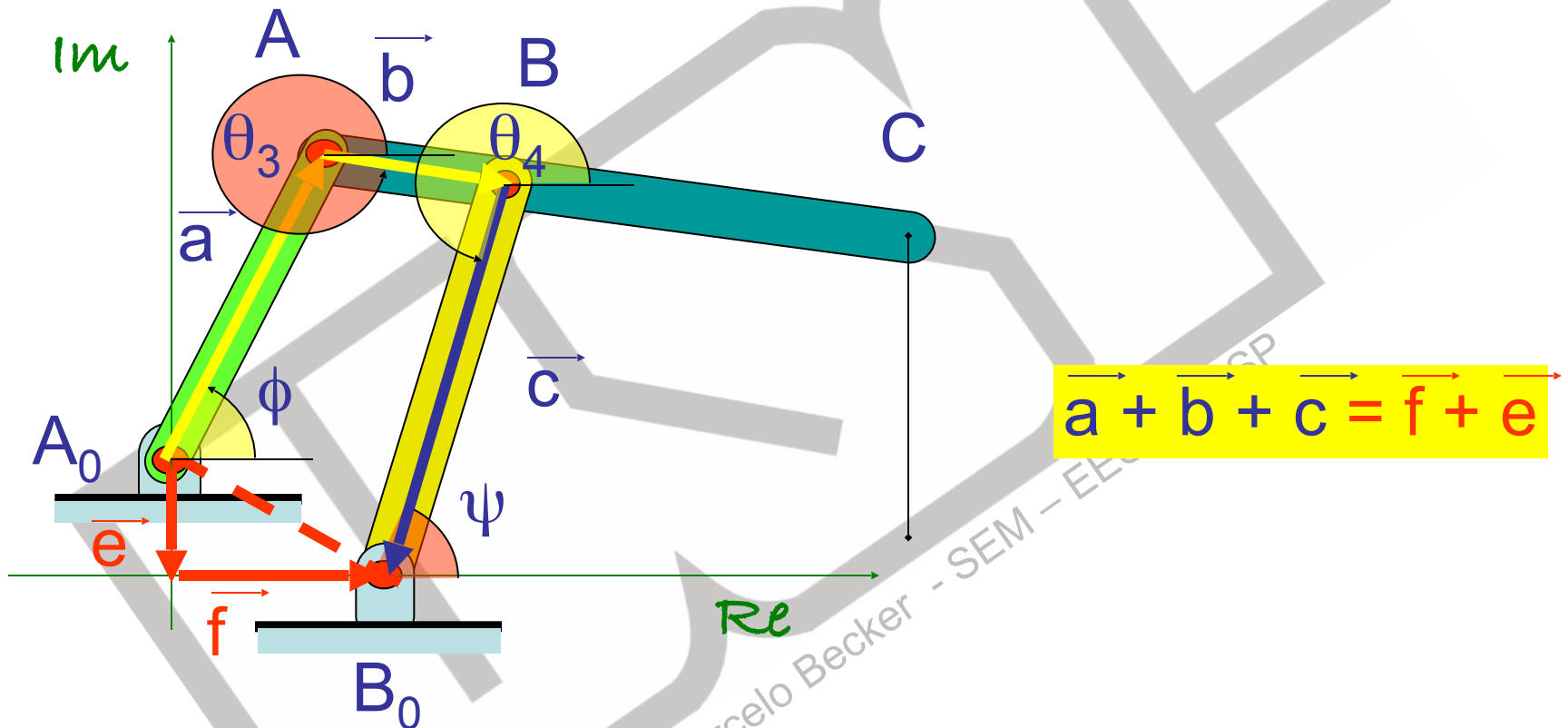
## Recordação – 4 Barras

- Aplicar Lei dos Co-senos!!



# Equacionamento

## Guindaste - Posição



$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{f} + \vec{e}$$

$$a \cdot (\cos\phi + i \cdot \sin\phi) + b \cdot (\cos\theta_3 + i \cdot \sin\theta_3) + \dots$$

$$\dots + c \cdot (\cos\theta_4 + i \cdot \sin\theta_4) = -i \cdot e + f$$



# Equacionamento

## Guindaste - Posição

- Dividir em Re e Im

$$a.(\cos\phi + i.\sin\phi) + b.(\cos\theta_3 + i.\sin\theta_3) + \dots \\ \dots + c.(\cos\theta_4 + i.\sin\theta_4) = -i.e + f$$

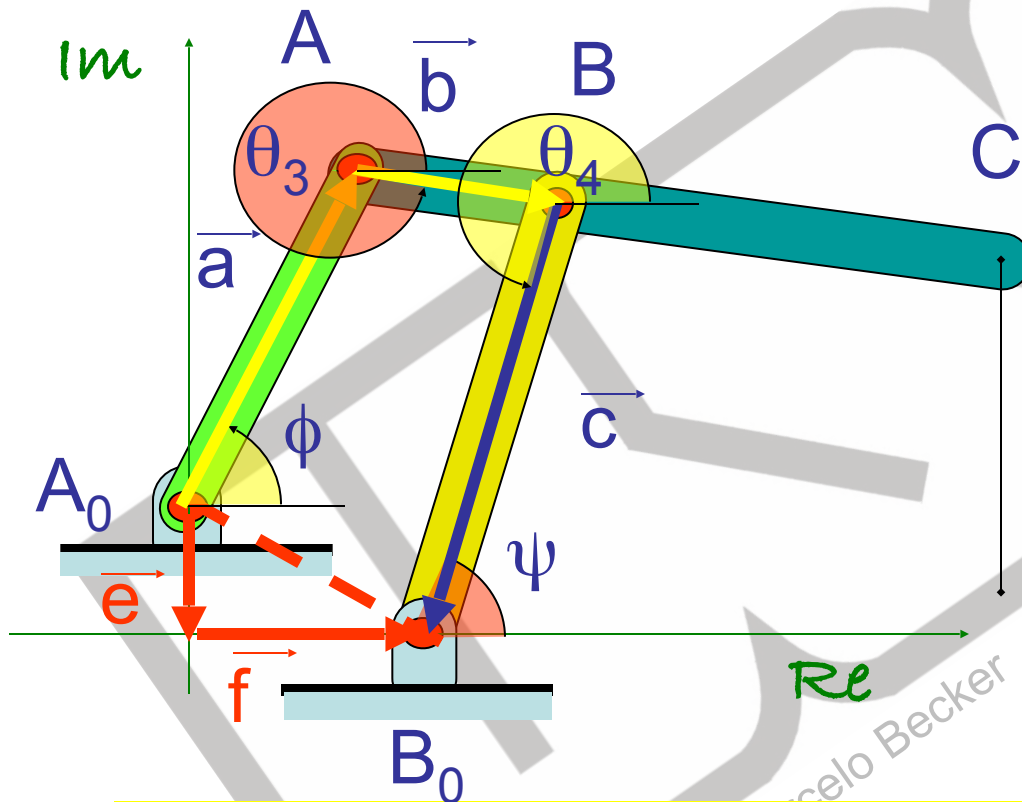
Re

$$a.\cos\phi + b.\cos\theta_3 + c.\cos\theta_4 = f$$

Im

$$a.\sin\phi + b.\sin\theta_3 + c.\sin\theta_4 = -e$$

# Equacionamento Guindaste - Velocidade



$$a \cdot \dot{\phi} \cdot (-\sin\phi + i \cdot \cos\phi) + b \cdot \dot{\theta}_3 \cdot (-\sin\theta_3 + i \cdot \cos\theta_3) + \dots \\ \dots + c \cdot \dot{\theta}_4 \cdot (-\sin\theta_4 + i \cdot \cos\theta_4) = 0$$

# Equacionamento

## Guindaste - Velocidade

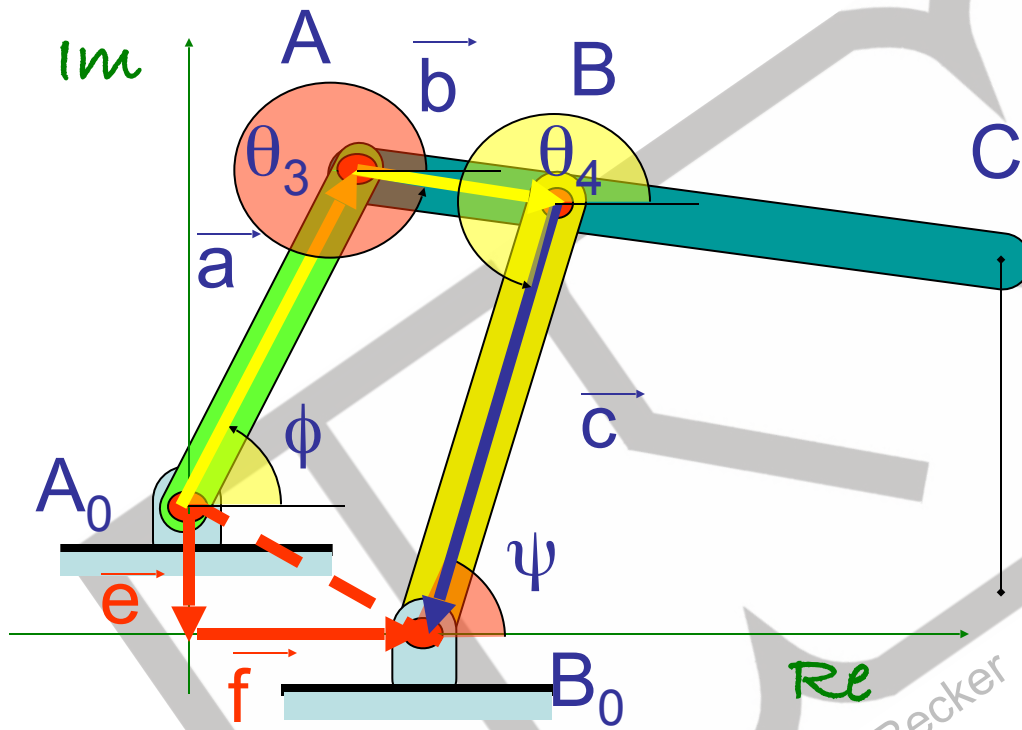
- Dividir em Re e Im

$$a.\dot{\phi}(-\sin\phi + i.\cos\phi) + b.\dot{\theta}_3(-\sin\theta_3 + i.\cos\theta_3) + \dots \\ \dots + c.\dot{\theta}_4(-\sin\theta_4 + i.\cos\theta_4) = 0$$

$$\begin{array}{l} \text{Re} \\ \text{Im} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} -a.\dot{\phi}.\sin\phi - b.\dot{\theta}_3.\sin\theta_3 - c.\dot{\theta}_4.\sin\theta_4 = 0 \\ a.\dot{\phi}.\cos\phi + b.\dot{\theta}_3.\cos\theta_3 + c.\dot{\theta}_4.\cos\theta_4 = 0 \end{array} \right.$$

# Equacionamento

## Guindaste - Aceleração



$$\begin{aligned}
 & a \cdot \ddot{\phi} \cdot (-\sin\phi + i \cdot \cos\phi) + b \cdot \ddot{\theta}_3 \cdot (-\sin\theta_3 + i \cdot \cos\theta_3) + \dots \\
 & \dots + c \cdot \ddot{\theta}_4 \cdot (-\sin\theta_4 + i \cdot \cos\theta_4) - a \cdot \dot{\phi}^2 \cdot (\cos\phi + i \cdot \sin\phi) - \dots \\
 & \dots - b \cdot \dot{\theta}_3^2 \cdot (\cos\theta_3 + i \cdot \sin\theta_3) - c \cdot \dot{\theta}_4^2 \cdot (\cos\theta_4 + i \cdot \sin\theta_4) = 0
 \end{aligned}$$

# Equacionamento

## 4 Barras - Aceleração

- Dividir em Re e Im

$$\begin{aligned} & a.\ddot{\phi}(-\sin\phi + i.\cos\phi) + b.\ddot{\theta}_3(-\sin\theta_3 + i.\cos\theta_3) + \dots \\ & \dots + c.\ddot{\theta}_4(-\sin\theta_4 + i.\cos\theta_4) - a.\dot{\phi}^2(\cos\phi + i.\sin\phi) - \dots \\ & \dots - b.\dot{\theta}_3^2(\cos\theta_3 + i.\sin\theta_3) - c.\dot{\theta}_4^2(\cos\theta_4 + i.\sin\theta_4) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l} \text{Re} \left\{ \begin{array}{l} -a.\ddot{\phi}.\sin\phi - b.\ddot{\theta}_3.\sin\theta_3 - c.\ddot{\theta}_4.\sin\theta_4 - \dots \\ \dots - a.\dot{\phi}^2.\cos\phi - b.\dot{\theta}_3^2.\cos\theta_3 - c.\dot{\theta}_4^2.\cos\theta_4 = 0 \end{array} \right. \\ \text{Im} \left\{ \begin{array}{l} a.\ddot{\phi}.\cos\phi + b.\ddot{\theta}_3.\cos\theta_3 + c.\ddot{\theta}_4.\cos\theta_4 - \dots \\ \dots - a.\dot{\phi}^2.\sin\phi - b.\dot{\theta}_3^2.\sin\theta_3 - c.\dot{\theta}_4^2.\sin\theta_4 = 0 \end{array} \right. \end{array}$$

# Velocidade e Aceleração

## Guindaste – Ponto C (ponta da lança)

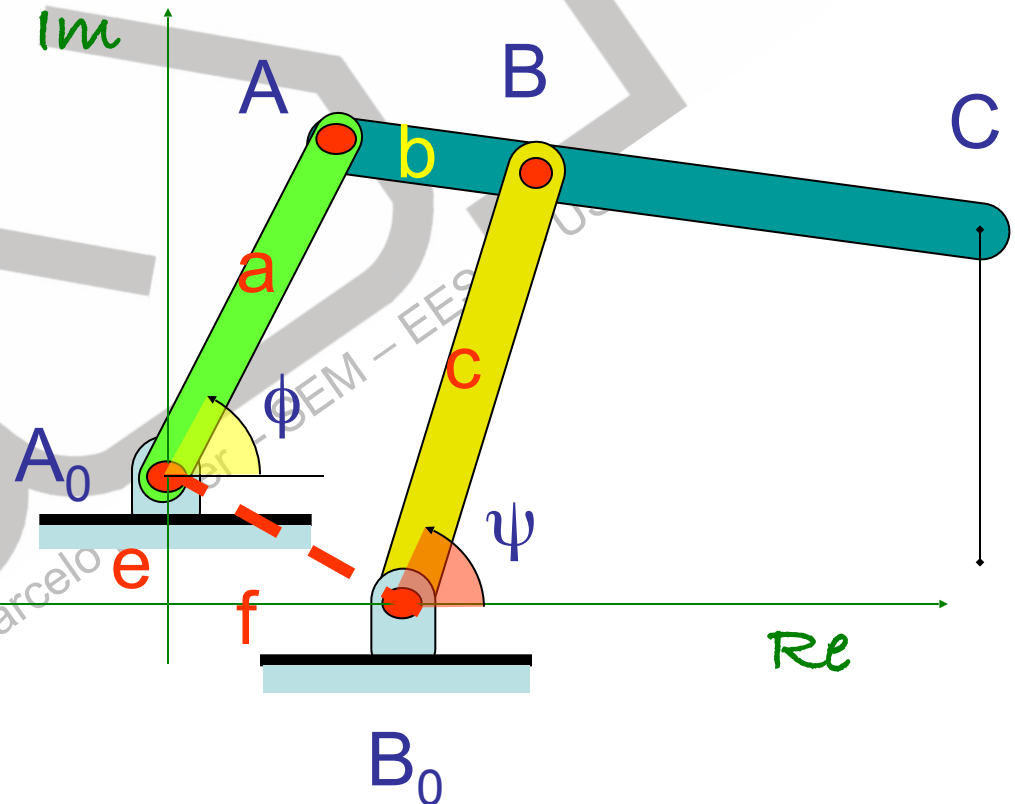
Lembrar que:

$$\vec{V}_C = \vec{V}_A + \vec{V}_{C/A}$$

$$|V_A| = a \cdot \dot{\phi}$$

$$\dot{\phi} = \frac{2\pi}{60} \cdot \frac{N}{i}$$

$$|V_{C/A}| = L \cdot \dot{\theta}_3$$



# Velocidade e Aceleração

## Guindaste – Ponto C (ponta da lança)

Assim:

$$\vec{V}_C = \vec{V}_A + \vec{V}_{C/A}$$

$$\vec{V}_A = a \cdot \dot{\phi} \cdot (-\sin\phi + i \cdot \cos\phi)$$

$$\vec{V}_{C/A} = L \cdot \dot{\theta}_3 \cdot (-\sin\theta_3 + i \cdot \cos\theta_3)$$

$$V_C^2 = (-a \cdot \dot{\phi} \cdot \sin\phi - L \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \sin\theta_3)^2 + \dots$$
$$+ \dots (a \cdot \dot{\phi} \cdot \cos\phi + L \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \cos\theta_3)^2$$

# Velocidade e Aceleração

## Guindaste – Ponto C (ponta da lança)

Assim:

$$\vec{A}_C = \vec{A}_A + \vec{A}_{C/A}$$

$$\vec{A}_A = a.\ddot{\phi}(-\sin\phi + i.\cos\phi) - a.\dot{\phi}^2(\cos\phi + i.\sin\phi)$$

$$\vec{A}_{C/A} = L.\ddot{\theta}_3(-\sin\theta_3 + i.\cos\theta_3) - L.\dot{\theta}_3^2(\cos\theta_3 + i.\sin\theta_3)$$

$$A_C^2 = (-a.\ddot{\phi}.\sin\phi - a.\dot{\phi}^2.\cos\phi - L.\ddot{\theta}_3.\sin\theta_3 - L.\dot{\theta}_3^2.\cos\theta_3)^2 \dots \\ + (a.\ddot{\phi}.\cos\phi - a.\dot{\phi}^2.\sin\phi + L.\ddot{\theta}_3.\cos\theta_3 - L.\dot{\theta}_3^2.\sin\theta_3)^2$$



# Exemplo MatLab (for Dummies)

```
% -----  
%  
% EESC - USP - lab. de Mecatrônica - Grupo de Robótica Móvel  
%  
% Programa exemplo de Simulação e Análise Cinemática de um  
% Guindaste utilizado em portos marítimos.  
%  
% M. Becker 25/04/2009  
% =====
```

```
clear all;
```

```
% Enunciado do problema:  
% Um guindaste utilizado em docas consiste em um mecanismo  
% 4-barras (O2ABO4), sendo E um ponto da barra ABE. O "link"  
% O2A acionado por um motor acoplado em O2, cuja velocidade  
% de 720 rpm (cte), através de um redutor de  $i=1430:1$ .  
% Calcule a velocidade da carga e a variação em sua elevação  
% quando a barra O2A gira de  $\phi=60$  a  $\phi=140$ .
```

```
% Dados:
```

```
% Valor                    % Unidade                    Descrição da Variável
```

# MatLab

```
% Valor          % Unidade      Descrição da Variável
% -----
a = 22.05;       % [m]          Comprimento da Barra O2A
b = 9.75;        % [m]          Comprimento da Barra AB
c = 28.95;       % [m]          Comprimento da Barra B04
e = 7.95;        % [m]          Posição vertical da Junta O2
f = 9.60;        % [m]          Posição horizontal da Junta O4
L = 33.75;       % [m]          Comprimento da Barra ABE
N_motor = 720;   % [rpm]        Rotação do Motor
red = 1430;      % [-]          Redução

d = sqrt(e^2 + f^2);

cont=1;         % contador

ang_inicial = pi/3; % ângulo inicial da Simulação
ang_final = 7*pi/9; % ângulo final da Simulação
passo = pi/180;  % passo angular da Simulação

% Determinação do número de passos...

n_passos = fix((ang_final - ang_inicial)/passo);
```

# MatLab

```
n_passos = fix((ang_final - ang_inicial)/passo);

% ESTUDO DAS POSIES
%=====

% (1) Posies Fixas: O2 e O4 e ângulo delta

% Observe que os pontos O2 e O4 so FIXOS! Suas posies so determinadas
% no enunciado: O2=(0,e) e O4=(f,0)

O2x = zeros(1,n_passos);           % Matriz de zeros n_passos x 1 na direção X
O2y = e*ones(1,n_passos);          % Matriz de "uns" n_passos x 1 na direção Y

O4x = f*ones(1,n_passos);          % Matriz de "uns" n_passos x 1 na direção X
O4y = zeros(1,n_passos);          % Matriz de zeros n_passos x 1 na direção Y

% ângulo delta: FIXO...

delta = atan(e/f);

% "LOOP" de cálculo das posições

for angulo=ang_inicial:passo:ang_final,
```

ângulo devido ao desnível entre A<sub>0</sub> e A<sub>1</sub>

# MatLab

```
% "LOOP" de cálculo das posições
```

```
for angulo=ang_inicial:passo:ang_final,
```

```
    phi(cont) = angulo;
```

**ângulo de "entrada" - acionamento**

```
    % (2) Determinação dos ângulos:
```

```
    % a - ângulos alpha, betha e gamma:
```

**ângulos internos ao 4 barras**

```
    z = sqrt(a^2 + d^2 - 2*a*d*cos(phi(cont) + delta));
```

```
    gamma(cont) = acos((z^2 - (b^2 + c^2))/(-2*b*c));
```

```
    alpha(cont) = acos((z^2 + (c^2 - b^2))/(2*z*c));
```

```
    betha(cont) = acos((z^2 + (d^2 - a^2))/(2*z*d));
```

```
    % b - ângulos theta3 e theta4:
```

**ângulos que definem os vetores**

```
    theta4(cont) = pi - (alpha(cont) + betha(cont) + delta);
```

```
    theta3(cont) = theta4(cont) - gamma(cont);
```

```
    % (3) Posições:
```

# MatLab

```
% (3) Posições:
```

```
% a - Ponto A:
```

```
% A posição do ponto A determinada através da decomposição do  
% comprimento da barra O2A nos eixos X e Y.
```

```
Ax(cont)= a*cos(phi(cont)) + O2x(1);  
Ay(cont)= a*sin(phi(cont)) + O2y(1);
```

```
% b - Ponto B:
```

```
% A posição do ponto B determinada através da decomposição do  
% comprimento da barra B04 nos eixos X e Y.
```

```
Bx(cont)= c*cos(theta4(cont)) + O4x(1);  
By(cont)= c*sin(theta4(cont)) + O4y(1);
```

```
% c - Ponto E:
```

```
% A posição do ponto E determinada através da decomposição do  
% comprimento da barra ABE nos eixos X e Y, levando-se em conta  
% a posição da Junta A.
```

# MatLab

```
% c - Ponto E:

% A posição do ponto E determinada através da decomposição do
% comprimento da barra ABE nos eixos X e Y, levando-se em conta
% a posição da Junta A.

Ex(cont)= Ax(cont) + L*cos(theta3(cont));
Ey(cont)= Ay(cont) + L*sin(theta3(cont));

cont=cont+1;

end

% ESTUDO DAS VELOCIDADES E ACELERAÇÕES
%=====

phi_l = 2*pi*N_motor/(60*red); % unidade: [rad/s]
phi_ll = 0; % (pois a velocidade angular é cte)

for i=1:1:n_passos,
```

# MatLab

```
for i=1:1:n_passos,

% (1) Determinação de theta_l_3 e theta_l_4

P1 = -b*sin(theta3(i));      % A
P2 = c*sin(theta4(i));      % B
P3 = a*phi_l*sin(phi(i));   % C
P4 = b*cos(theta3(i));      % D
P5 = -c*cos(theta4(i));     % E
P6 = -a*phi_l*cos(phi(i));  % F

theta_l_3(i) = (P6*P2 - P5*P3)/(P4*P2 - P5*P1);
theta_l_4(i) = (P4*P3 - P6*P1)/(P4*P2 - P5*P1);

% (2) Determinação de theta_ll_3 e theta_ll_4

P31 = a*(phi_l^2)*cos(phi(i)) + a*phi_ll*sin(phi(i)) +...
      b*(theta_l_3(i)^2)*cos(theta3(i)) - c*(theta_l_4(i)^2)*cos(theta4(i)); % C'
P61 = a*(phi_l^2)*sin(phi(i)) - a*phi_ll*cos(phi(i)) +...
      b*(theta_l_3(i)^2)*sin(theta3(i)) - c*(theta_l_4(i)^2)*sin(theta4(i)); % F'

theta_ll_3(i) = (P61*P2 - P5*P31)/(P4*P2 - P5*P1);
theta_ll_4(i) = (P4*P31 - P61*P1)/(P4*P2 - P5*P1);
```

# MatLab

```
% (3) Determinação das Velocidades e Acelerações das Juntas e Ponto E:

% a - Velocidade e aceleração da Junta A:

Va(i) = a*phi_1;
Aa(i) = sqrt((a*(phi_1^2))^2 + (a*phi_1l)^2);

% b - Velocidade e aceleração da Junta B:

Vb(i) = c*theta_1_4(i);
Ab(i) = sqrt((b*(theta_1_3(i)^2))^2 + (c*(theta_1_4(i)^2))^2);

% c - Para o Ponto E:

% Lembrar que:  $V_e = V_a + V_{e/a}$ , onde  $V_{e/a} = L*\theta_{1_3}$ , e aplicando a mesma
% idéia para  $A_e \dots A_e = A_a + A_{e/a}$ 

Vex(i) = -a*phi_1*sin(phi(i)) - L*theta_1_3(i)*sin(theta3(i));
Vey(i) = a*phi_1*cos(phi(i)) + L*theta_1_3(i)*cos(theta3(i));
Ve(i) = sqrt(Vex(i)^2 + Vey(i)^2);

Aex(i) = -a*(phi_1)^2*cos(phi(i)) - a*(phi_1l)*sin(phi(i)) - ...
... L*(theta_1_3(i))^2*cos(theta3(i)) - L*(theta_1l_3(i))*sin(theta3(i));
Aey(i) = -a*(phi_1)^2*sin(phi(i)) + a*(phi_1l)*cos(phi(i)) - ...
... L*(theta_1_3(i))^2*sin(theta3(i)) + L*(theta_1l_3(i))*cos(theta3(i));
```



# MatLab

```
Ae(i) = sqrt(Aex(i)^2 + Aey(i)^2);

end

% Em Forma de Simulação - Linhas a cada novo ponto calculado

figure(1);

for i=1:1:cont-2
    clf;
    axis([-20 60 -20 60]);
    hold on;
    plot([O2x(i);Ax(i)],[O2y(i);Ay(i)],'.-b');
    plot([Ax(i); Ex(i)],[Ay(i); Ey(i)],'.-r');
    plot([Bx(i); O4x(i)],[By(i); O4y(i)],'.-b');
    grid on;
    title('Simulação do Guindaste');
    xlabel(' X [m]');
    ylabel(' Y [m]');
    pause(0.5);
    hold off;
end
```

# MatLab

```
[k N_max] = size(theta_1_3);
```

```
figure(2);
```

```
hold on;
```

```
plot(phi(1:N_max),theta_1_3(1:N_max),'-b');
```

```
plot(phi(1:N_max),theta_1_4(1:N_max),'--r');
```

```
grid on;
```

```
title('Derivadas 1a dos ângulos {\theta}_3 e {\theta}_4');
```

```
xlabel(' {\phi} [rad]');
```

```
ylabel(' Derivada [rad/s]');
```

```
legend('derivada 1a de {\theta}_3','derivada 1a de {\theta}_4');
```

```
hold off;
```

```
figure(3);
```

```
hold on;
```

```
plot(phi(1:N_max),theta_1l_3(1:N_max),'-b');
```

```
plot(phi(1:N_max),theta_1l_4(1:N_max),'--r');
```

```
grid on;
```

```
title('Derivadas 2a dos ângulos {\theta}_3 e {\theta}_4');
```

```
xlabel(' {\phi} [rad]');
```

```
ylabel(' Derivada [rad/s2]');
```

```
legend('derivada 2a de {\theta}_3','derivada 2a de {\theta}_4');
```

```
hold off;
```

# MatLab

```
figure(4);  
hold on;  
plot(phi(1:N_max),Va(1:N_max),'-b');  
plot(phi(1:N_max),Vb(1:N_max),'--r');  
plot(phi(1:N_max),Ve(1:N_max),'.m');  
grid on;  
title('Velocidades das Juntas A e B e do Ponto E');  
xlabel(' {\phi} [rad]');  
ylabel(' Velocidade [m/s]');  
legend('Va', 'Vb', 'Ve');  
hold off;
```

```
figure(5);  
hold on;  
plot(phi(1:N_max),Aa(1:N_max),'-b');  
plot(phi(1:N_max),Ab(1:N_max),'--r');  
plot(phi(1:N_max),Ae(1:N_max),'.m');  
grid on;  
title('Acelerações das Juntas A e B');  
xlabel(' {\phi} [rad]');  
ylabel(' Aceleração [m/s^{2}]');  
legend('Aa', 'Ab', 'Ae');  
hold off;
```

# MatLab

```
figure(6);
hold on;
plot(phi(1:N_max),Vex(1:N_max),'-b');
plot(phi(1:N_max),Vey(1:N_max),'--r');
grid on;
title('Velocidades Vertical e Horizontal do Ponto E');
xlabel(' {\phi} [rad]');
ylabel(' Velocidade [m/s]');
legend('Vel. Horizontal','Vel. Vertical');
hold off;
```

```
figure(7);
hold on;
plot(phi(1:N_max),Aex(1:N_max),'-b');
plot(phi(1:N_max),Aey(1:N_max),'--r');
grid on;
title('Acelerações Vertical e Horizontal do Ponto E');
xlabel(' {\phi} [rad]');
ylabel(' Aceleração [m/s{^2}]');
legend('Acel. Horizontal','Acel. Vertical');
hold off;
```

```
% Desenho 3D do Guindaste
```

# MatLab

```
% Desenho 3D do Guindaste
% =====

% Cada Barra do Mecanismo 4-barras que forma o guindaste foi simulada
% como sendo uma barra de seco circular
%

figure(8);

[x,y,z]=cylinder([1,1],20);
[xx,yy,zz]=sphere;

for i=1:1:N_max,

    xmin = -20;
    xmax = 50;
    ymin = -20;
    ymax = 50;
    zmin = 0;
    zmax = 70;

    clf;
    axis([xmin xmax ymin ymax zmin zmax]);
```

# MatLab

```
hold on;
```

```
% Barra O2A
```

```
x1 = x; y1 = y; z1 = z;  
x1(2,:) = x1(2,:) + a*cos(phi(i));  
z1(1,:) = e;  
z1(2,:) = e + a*sin(phi(i));  
s = mesh(x1,y1,z1);  
set(s,'FaceColor','blue');
```

```
% Barra O4B
```

```
x2 = x; y2 = y; z2 = z;  
x2(1,:) = f + x2(1,:);  
x2(2,:) = f + x2(2,:) + c*cos(theta4(i));  
z2(2,:) = c*sin(theta4(i));  
s = mesh(x2,y2,z2);  
set(s,'FaceColor','blue');
```

```
% Barra AB
```

```
x3 = x; y3 = y; z3 = z;  
x3(1,:) = Ax(i) + x3(1,:);
```

# MatLab

```
% Barra AB
```

```
x3 = x; y3 = y; z3 = z;  
x3(1,:) = Ax(i) + x3(1,:);  
x3(2,:) = Ax(i) + x3(2,:) + L*cos(theta3(i));  
z3(1,:) = Ay(i);  
z3(2,:) = Ay(i) + L*sin(theta3(i));  
s = mesh(x3,y3,z3);  
set(s,'FaceColor','red');
```

```
% Detalhe do Cabo do Guindaste
```

```
plot3([Ex(i); Ex(i)], [0; 0], [Ey(i); Ey(i)-20], '-k');
```

```
% Solo
```

```
x4=[xmin xmax; xmin xmax];  
y4=[ymin ymin; ymax ymax];  
z4=[0 0; 0 0];  
s=surf(x4,y4,z4,[0.8 0.8 0.8]);  
set(s,'FaceColor',[127/255 1 122/255]);
```

```
% Detalhes das Juntas
```

# MatLab

```
% Detalhes das Juntas
```

```
% Junta 02
```

```
x5 = xx; y5 = yy; z5 = zz;  
z5 = z5 + e;  
s = mesh(x5,y5,z5);  
set(s,'FaceColor','red');
```

```
% Junta 04
```

```
x5 = xx; y5 = yy; z5 = zz;  
x5 = x5 + f;  
s = mesh(x5,y5,z5);  
set(s,'FaceColor','red');
```

```
% Junta A
```

```
x5 = xx; y5 = yy; z5 = zz;  
x5 = x5 + Ax(i);  
z5 = z5 + Ay(i);  
s = mesh(x5,y5,z5);  
set(s,'FaceColor','red');
```



# MatLab

```
% Junta B

x5 = xx; y5 = yy; z5 = zz;
x5 = x5 + Bx(i);
z5 = z5 + By(i);
s = mesh(x5,y5,z5);
set(s,'FaceColor','red');

% Base da Junta O4

x6 = x; y6 = y; z6 = z;
x6 = x6*2.5 ;
y6 = y6*2.5;
z6(2,:) = e;
s = mesh(x6,y6,z6);
set(s,'FaceColor',[127/255 1 122/255]);

% Detalhes de Iluminação

light('Position',[1 1 1]);
material metal;
material([.8 .1 .5])
```

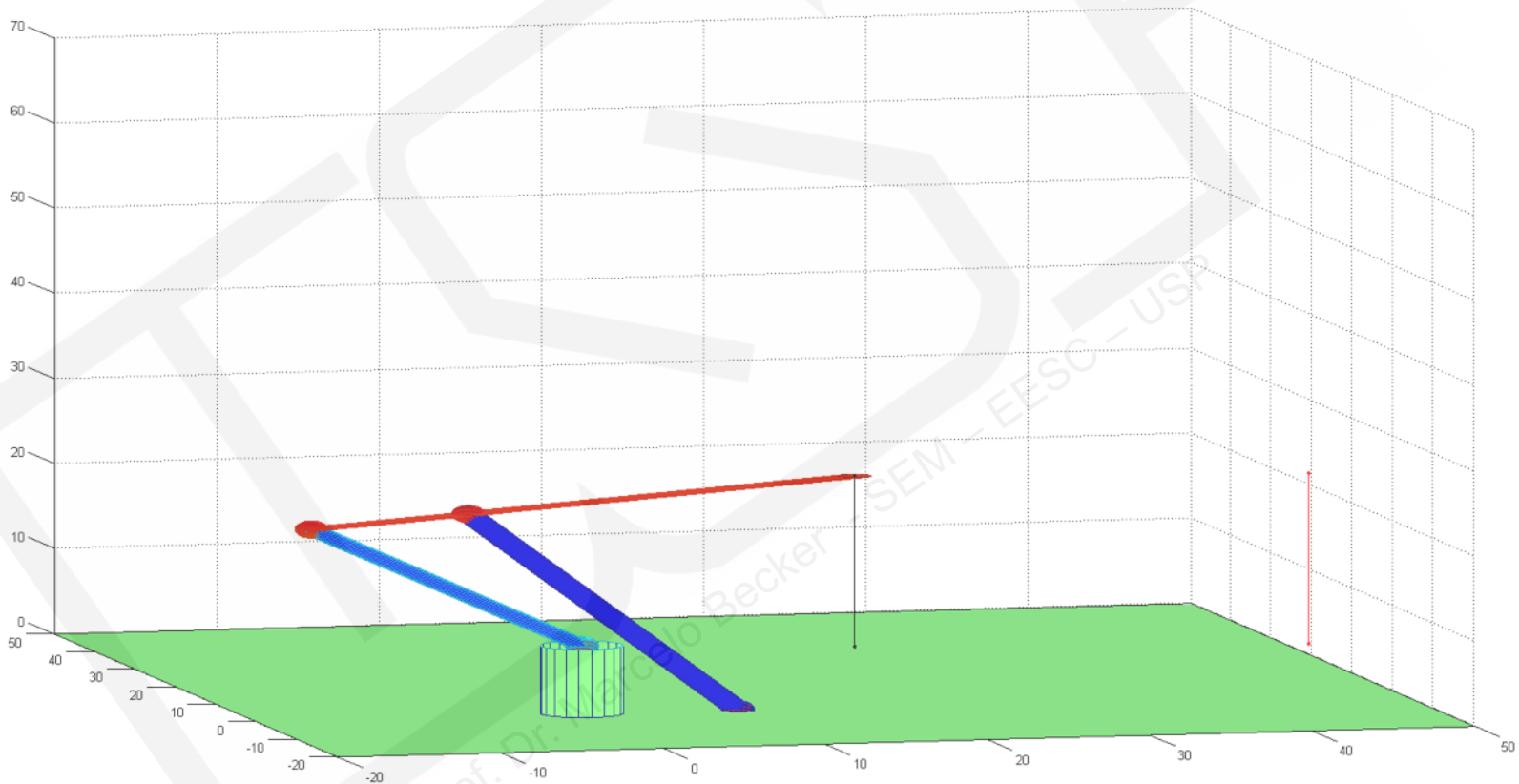
# MatLab

```
rotate3d on;  
view(-14,12);  
  
grid on;  
  
% Posição Inicial do Cabo  
plot3([Ex(1); Ex(1)], [0; 0], [Ey(1); Ey(1)-20], '-r');  
  
pause(0.5);  
  
hold off;  
  
end
```

# Velocidade e Aceleração

## Guindaste – Gráficos

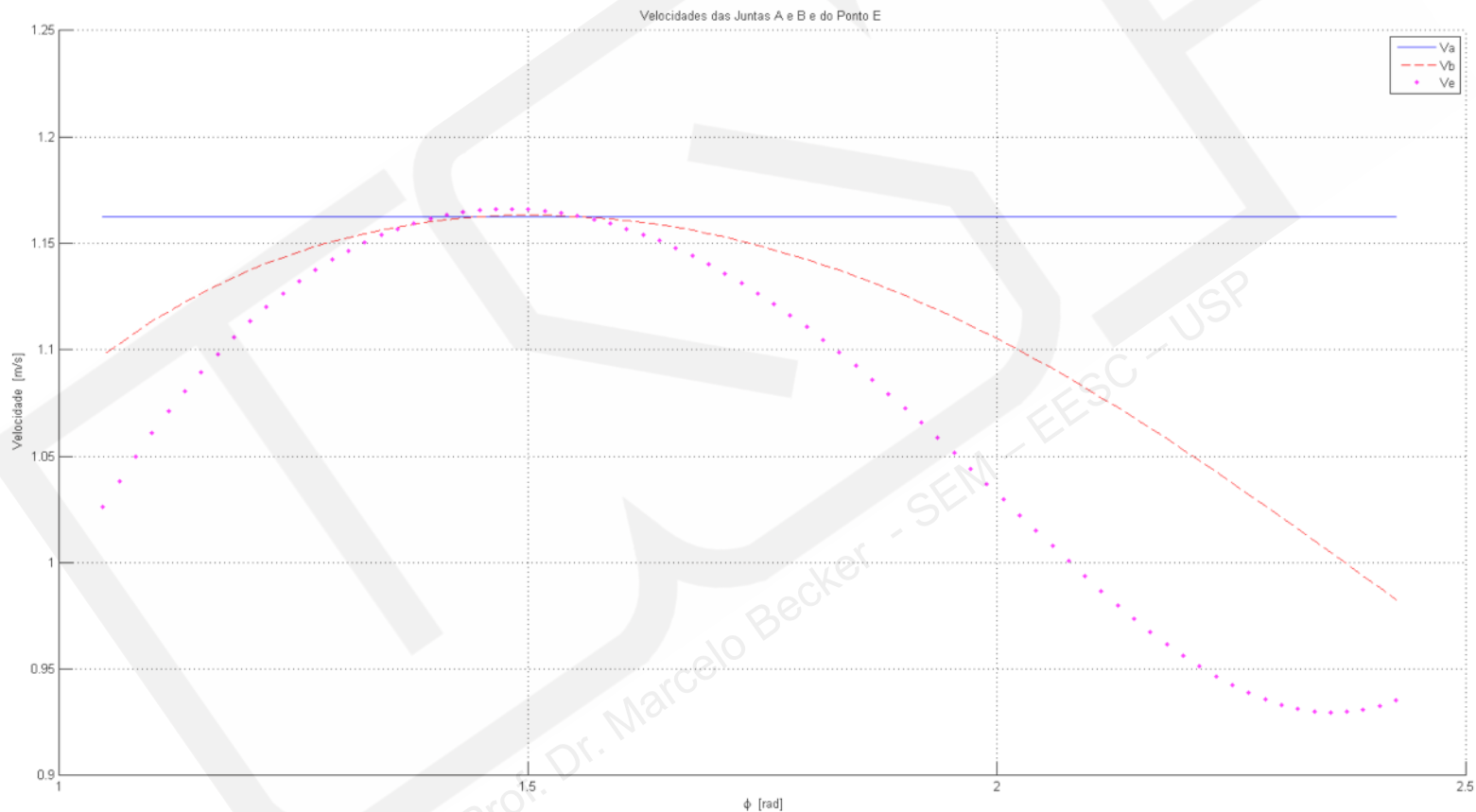
### Animação



# Velocidade e Aceleração

## Guindaste – Gráficos

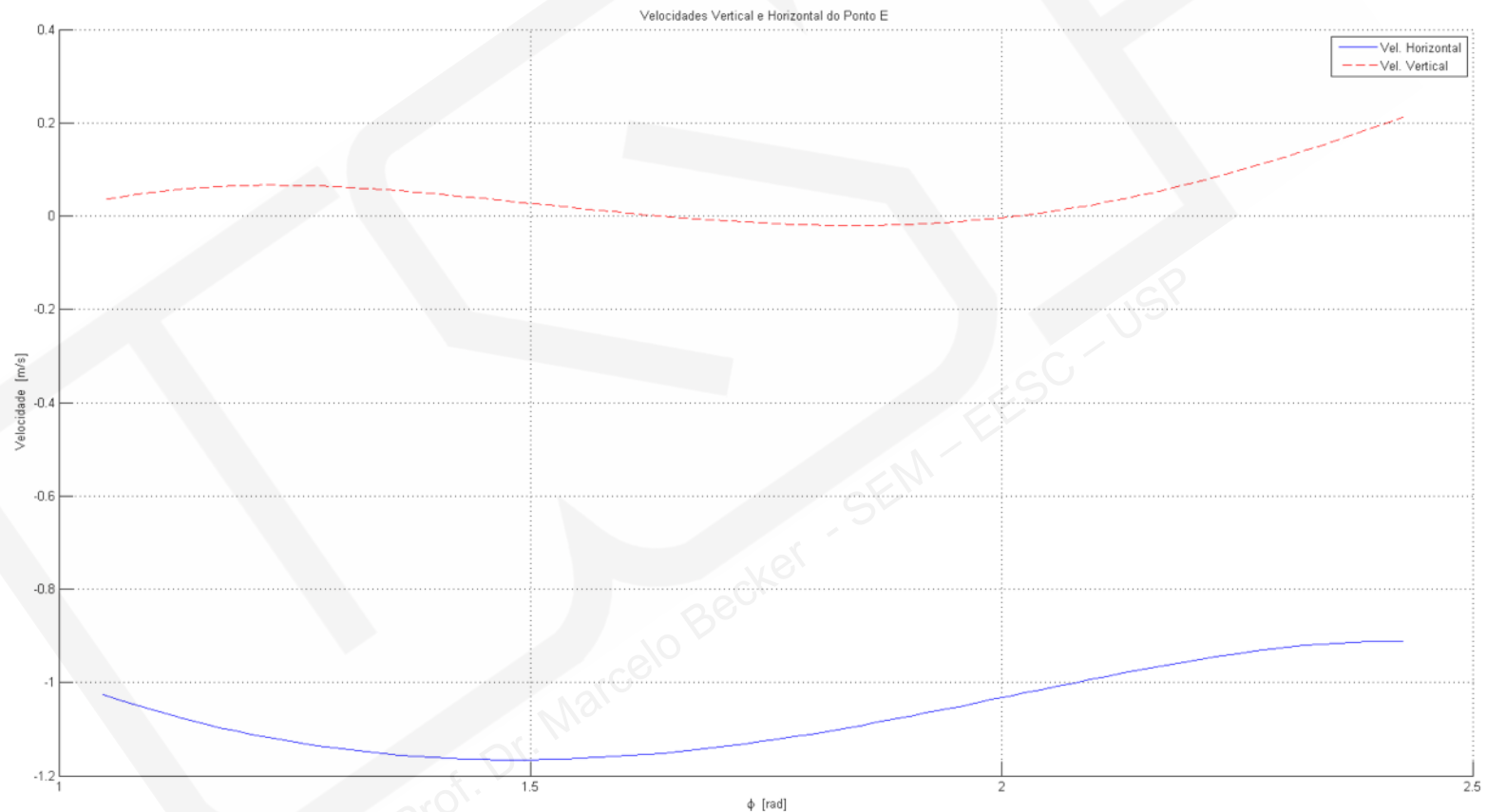
Velocidades: Juntas A e B e Ponto E



# Velocidade e Aceleração

## Guindaste – Gráficos

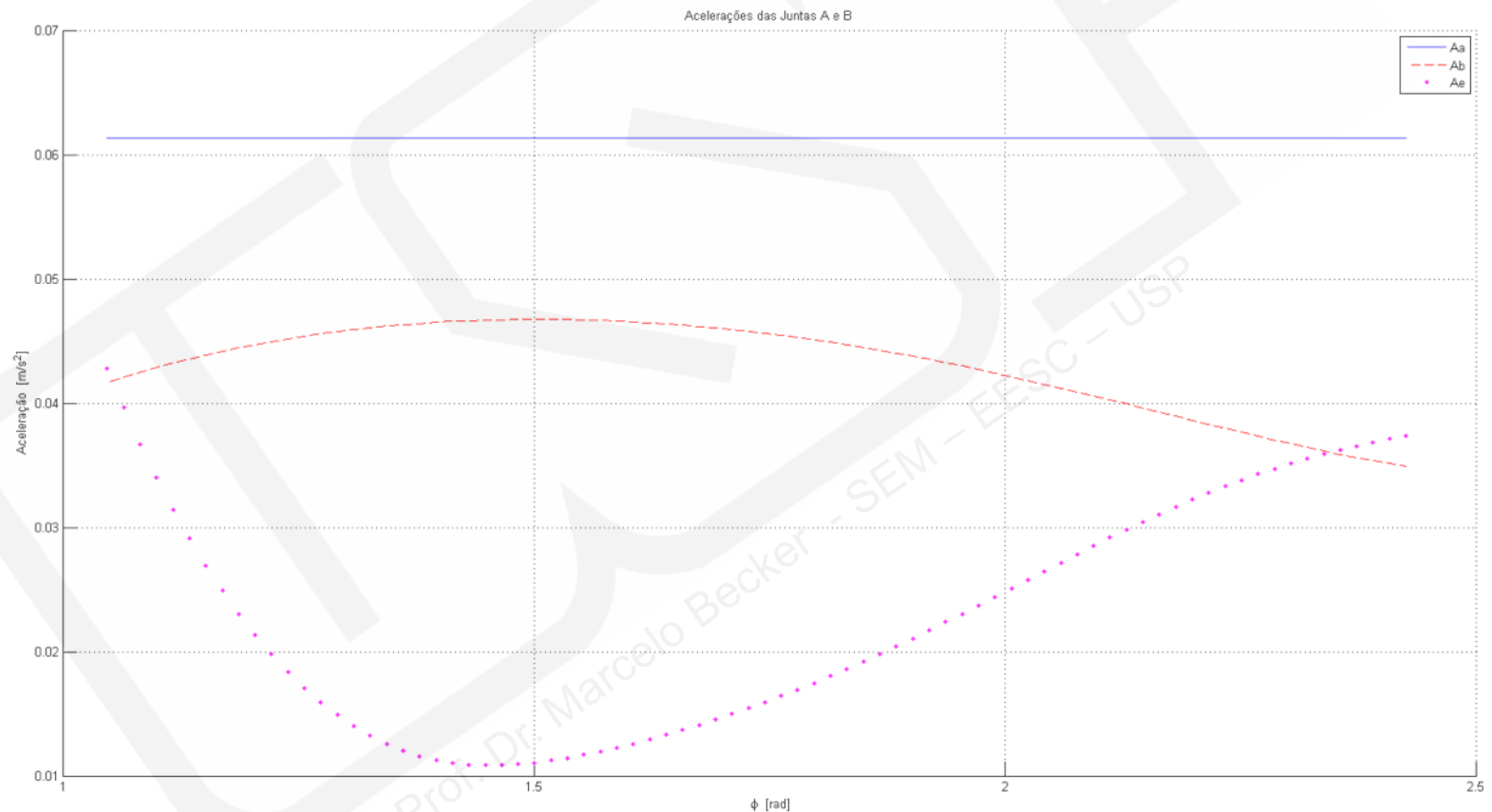
Velocidades do Ponto E (vertical e Horizontal):



# Velocidade e Aceleração

## Guindaste – Gráficos

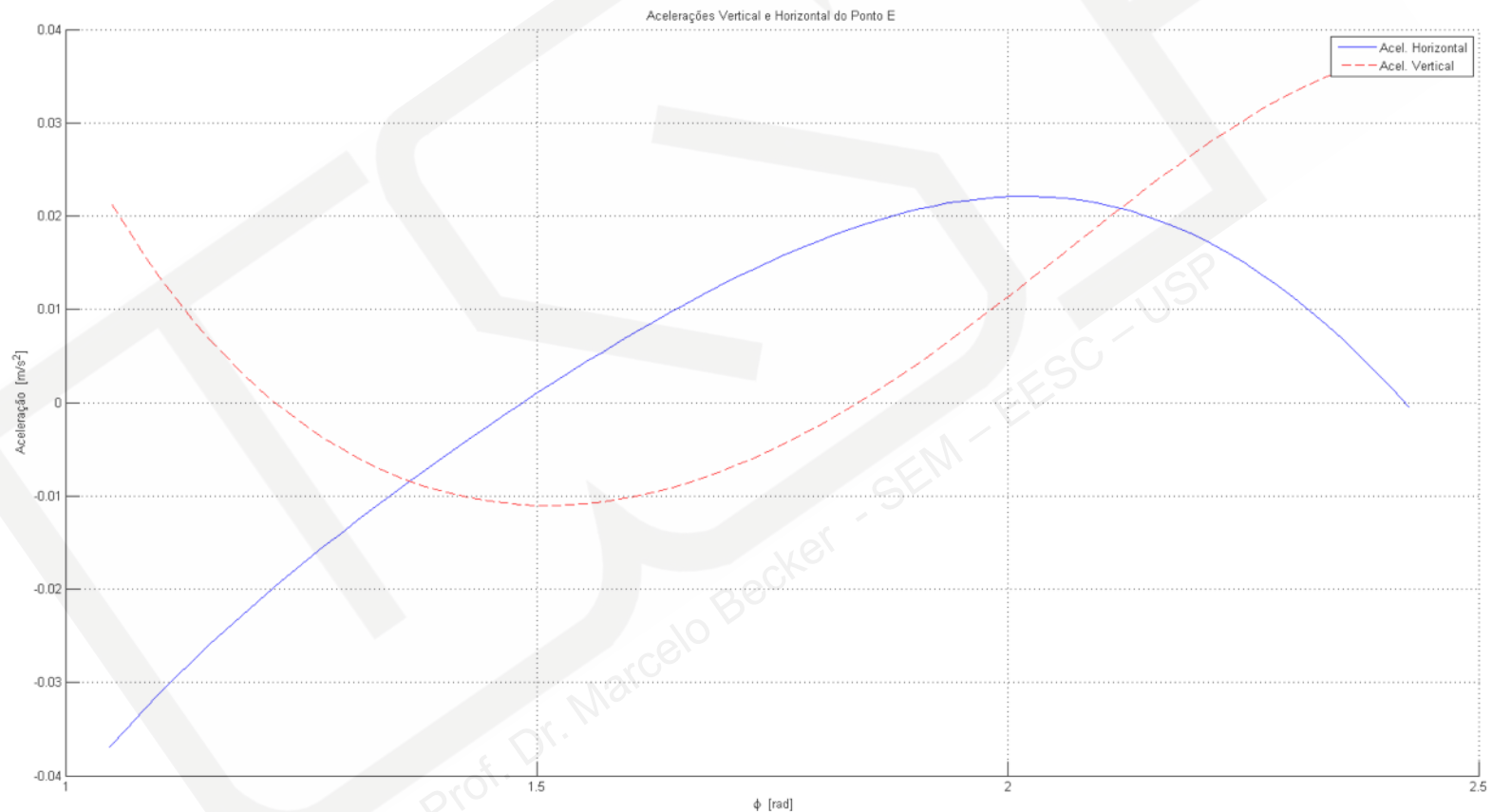
Acelerações: Juntas A e B e Ponto E



# Velocidade e Aceleração

## Guindaste – Gráficos

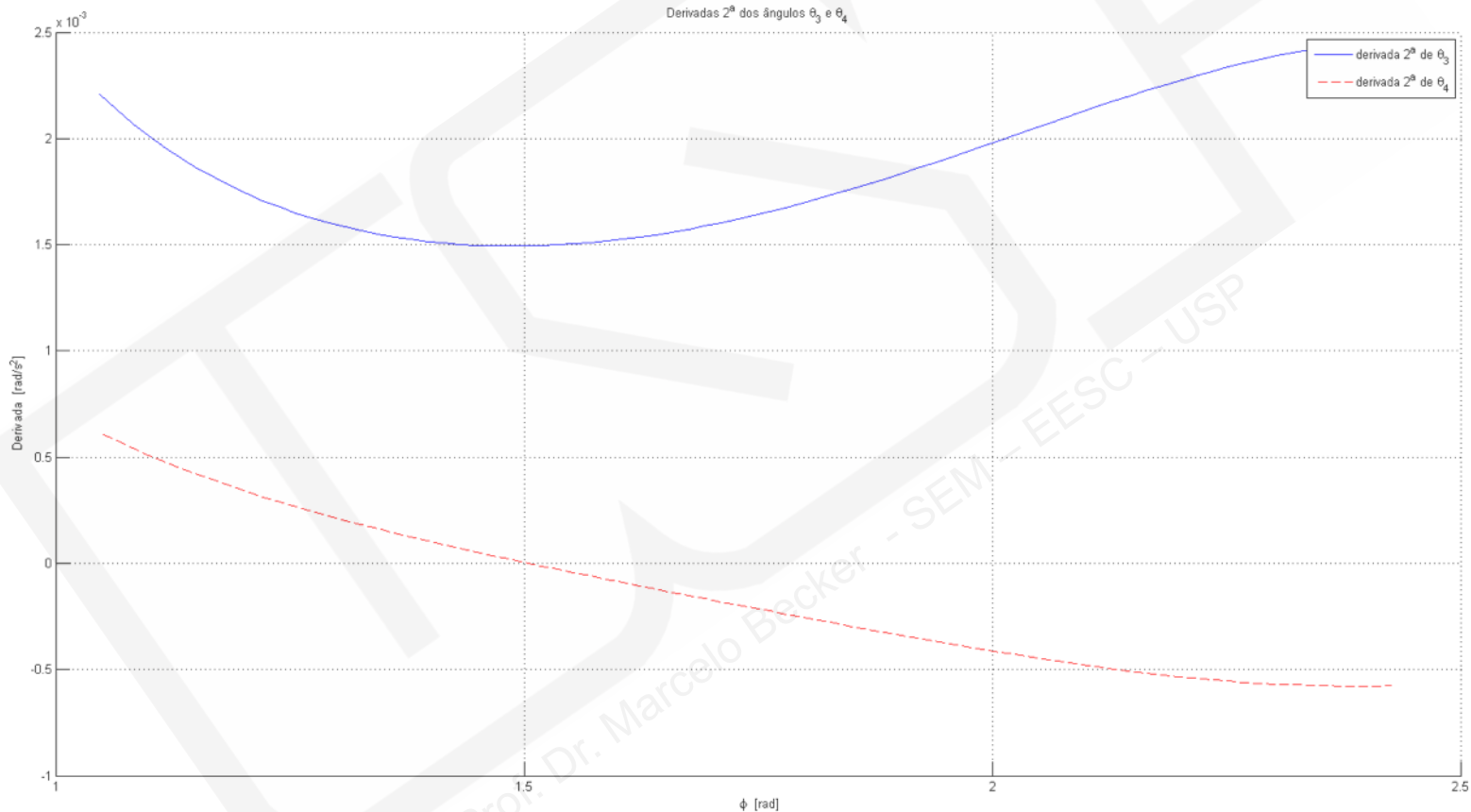
Acelerações do Ponto E (vertical e Horizontal):



# Velocidade e Aceleração

## Guindaste – Gráficos

Derivada 2ª dos Ângulos  $\theta_3$  e  $\theta_4$





# Sumário da Aula

- Notação Complexa
  - Equacionamento de Links
  - Mecanismos Simples
  - Mecanismos Complexos
  - Exemplo
- Bibliografia Recomendada**

# Bibliografia Recomendada

- Shigley, J.E. e Uicker, J.J., 1995, “*Theory of Machines and Mechanisms*”.
- MABIE, H.H., OCVIRK, F.W. “Mecanismos e dinâmica das máquinas”.
- MARTIN, G.H. “Cinematics and dynamics of machines”.
- NORTON, R. L. “Design of Machinery - An Introduction to the Synthesis and Analysis of Mechanisms and Machines”
- Notas de Aula