29 de março de 2017

3ª LISTA DE EXERCÍCIOS

Questão 1 – A matriz que define o tensor das tensões em um ponto é dada por:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 36 & 27 & 0 \\ 27 & -36 & 0 \\ 0 & 0 & 18 \end{bmatrix}$$

Calcule para este ponto:

a) A tensão $\boldsymbol{\rho}$ atuante em um plano definido pela normal $\left(2/3, -2/3, 1/3\right)$ e sua magnitude.

b) A respectiva tensão normal.

c) O ângulo entre a normal e a tensão $\boldsymbol{\rho}$.

Questão 2 – Considere a matriz do tensor das tensões em um ponto, dada por:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} T_1^1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

Esta matriz está bem determinada, a menos de T_1^1. Pedem-se:

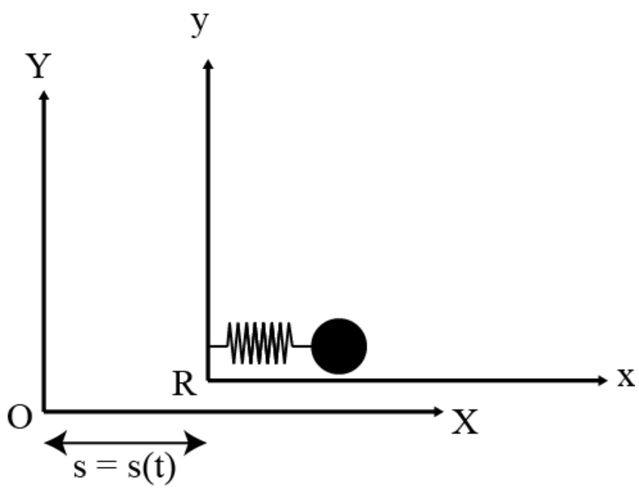
a) Determinar T_1^1 de maneira a se ter um plano sem tensão neste ponto.

b) Calcular a normal que define este plano.

Questão 3 – A massa *m* encontra-se ligada ao ponto R por uma mola de constante *k*, conforme figura abaixo. O referencial O é inercial e o referencial R sofre um movimento imposto em relação a O, caracterizado pela função, suposta conhecida, $s = s\left(t\right)$. O comprimento da mola, quando indeformada, é dado por *a*. Pedem-se:

a) Escrever a equação diferencial do movimento da massa *m* no referencial R e no referencial O.

b) Discutir as forças que aparecem na massa *m*.

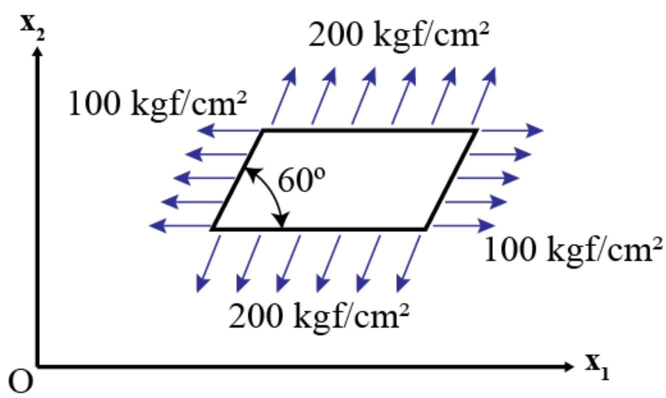


Questão 4 – Seja **n** a normal que faz ângulos iguais com as direções principais do tensor das tensões **T**. O plano definido por esta normal é denominado plano octaédrico. Calcule a magnitude da tensão de cisalhamento atuando no plano octaédrico em função das tensões principais.

Questão 5 – Seja um elemento de chapa carregado com tensões uniformemente distribuídas de 100 e 200 kgf/cm², conforme esquematizado a seguir. As componentes $T_1^3 = T_2^3 = T_3^3$ são nulas. Pedem-se:

a) Determinar a matriz que define o tensor das tensões.

b) Determinar a tensão normal para o plano que forma um ângulo de 45º com os eixos x^1 e x^2.



Questão 6 – Seja o campo tensorial de Cauchy dado por:

$$\mathbf{T} = k\begin{bmatrix} \left(y^1\right)^2 & 2y^1y^2 & 0 \\ 2y^1y^2 & \left(y^2\right)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 2\left[\left(y^1\right)^2 + \left(y^2\right)^2\right] \end{bmatrix}$$

Onde k é uma constante. Determine a força de volume **f** para que se tenha equilíbrio.

Questão 7 – Um sólido está sujeito às forças de volume $\mathbf{f} = -\mu g\mathbf{e_3}$, com μ e g constantes. Considerando o campo de tensões de Cauchy dado por:

$$T = \alpha\begin{bmatrix} y^2 & -y^3 & 0 \\ -y^3 & 0 & -y^2 \\ 0 & -y^2 & T_3^3 \end{bmatrix}$$

Onde α é uma constante. Determine T_3^3 tal que as equações de equilíbrio sejam satisfeitas.

Questão 8 – Considere um sólido tal que sua configuração deformada corresponde a uma esfera de raio R igual a 4 m. Supõe-se que o campo de tensões no sólido seja dado por:

$$\begin{cases} T_1^1 = \left(y^2\right)^2 + \left(y^3\right)^2 & T_3^3 = \left(y^1\right)^2 + \left(y^2\right)^2 \\ T_2^2 = \left(y^1\right)^2 + \left(y^3\right)^2 & T_2^1 = T_3^2 = T_3^1 = 0 \end{cases}$$

Pedem-se:

a) Determinar o campo de forças de volume a fim de que o sólido possa estar em equilíbrio estático.

b) Considerando uma esfera interna de raio r igual a 1 m, determinar tensão, tensão normal e de cisalhamento devidas à ação da esfera externa sobre a esfera interna no ponto de coordenadas $\left(\sqrt{3}/3, \sqrt{3}/3, \sqrt{3}/3\right)$.

c) Repetir o item **b** para um ponto de coordenadas $(1, 0, 0)$.

29 de março de 2017

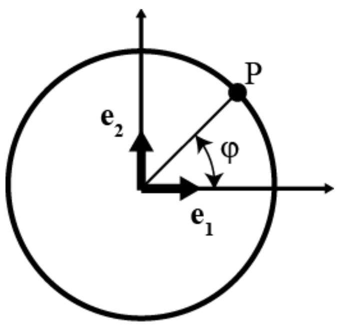
Questão 9 – Seja um sólido tal que sua configuração deformada corresponde ao cilindro da questão 6 da 2ª lista de exercícios, com L igual a 20 m e R igual a 4 m. Supõe-se que o campo de tensões no sólido seja dado por:

$$\begin{cases} T_1^1 = 5\left(y^1\right)^2 y^2 & T_3^3 = 10\left(y^2\right)^3 y^3 & T_3^2 = y^2 \\ T_2^2 = 0 & T_2^1 = \left(y^3\right)^2 & T_3^1 = \left(y^1\right)^2 \end{cases}$$

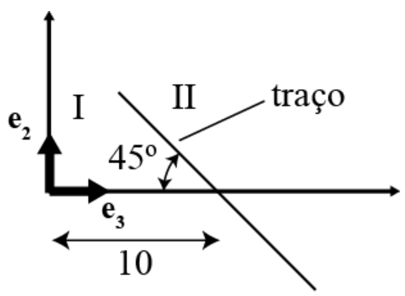
Pedem-se:

a) Determinar o campo de forças de volume para que o sólido esteja em equilíbrio estático.

b) Considerando a seção genérica ilustrada abaixo, calcular para o ponto P as forças de superfície compatíveis com equilíbrio, em função de φ e y^3.



c) Considerando um plano π paralelo a $\mathbf{e_1}$ que corta o cilindro e cujo traço é ilustrado a seguir, calcular a tensão, a tensão normal e a de cisalhamento decorrentes da ação da parte II sobre a parte I no ponto de coordenadas $(1,1,9)$.



Questão 10 – Um sólido está em equilíbrio estático em relação a um referencial inercial. Seja o tensor das tensões de Cauchy, referido na base ortonormal $\left(\mathbf{e_1}, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\right)$, dado por:

29 de março de 2017

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \left(y^1\right)^2 & 2y^1y^2 & 2y^1y^3 \\ 2y^1y^2 & \left(y^2\right)^2 & 2y^2y^3 \\ 2y^1y^3 & 2y^2y^3 & \left(y^3\right)^2 \end{bmatrix}$$

Pedem-se:

a) Calcular a força de volume que corresponde ao equilíbrio estático.

b) Considerando que o prisma esquematizado a seguir seja parte do sólido, calcular a tensão, a tensão normal e a de cisalhamento atuantes na face CBEF no ponto de coordenadas $\left(1/2, 1/2, 1/2\right)$.

c) Deduzir a força resultante atuando na face ABC. Não é necessário efetuar as integrações.