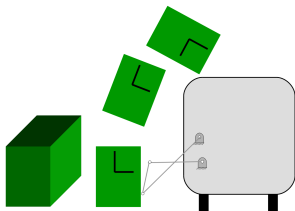
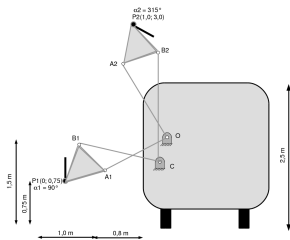


- *Síntese* é o projeto de um novo mecanismo que atende algumas especificações.

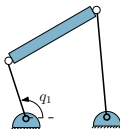


(a)

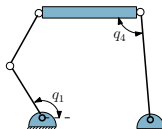


(b)

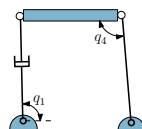
Figura: (a) Especificações para a síntese; (b) possível solução.



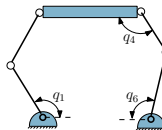
Mobilidade 1



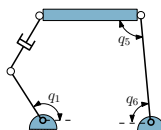
Mobilidade 2



Mobilidade 2



Mobilidade 3



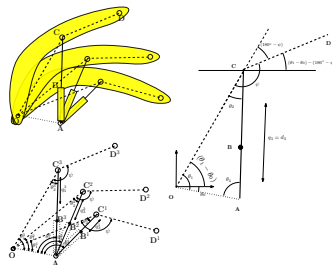
Mobilidade 3

Figura: Diferentes configurações para uma mesa posicionadora plana. Os ângulos indicam possíveis escolhas para colocação de atuadores. Quanto maior o valor da mobilidade, mais complexa é a montagem do mecanismo; porém, a superfície da mesa pode assumir uma variedade maior de posições e inclinações.

- **Análise** é o estudo, por meio de modelagens e simulações, de um mecanismo já existente ou recém projetado.



(a)

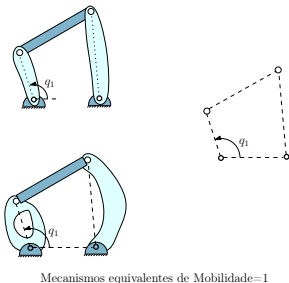


(b)

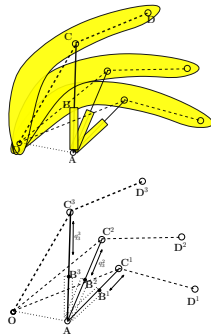
Figura: (a) Retroescavadeira comercial, figura obtida no site do fabricante e modificada.
(b) Diagrama para equacionamento do primeiro braço da retroescavadeira comercial.

Equivalência de Mecanismos para Análise de Posição

- Considerar o objeto formado pelas linhas que unem os centros das juntas sucessivas.



(a)



(b)

Figura: Mecanismos semelhantes para análise de posição.

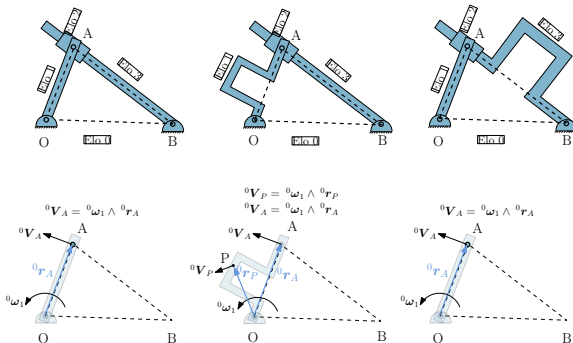


Figura: Mecanismos com mesmas características cinemáticas em pontos correspondentes (por exemplo, ponto A) por apresentarem distâncias idênticas entre juntas consecutivas.

Sistemas de Coordenadas

- 1 **Método Vetorial:** encontrar equações vetoriais pertinentes ao mecanismo e usar decomposição para trabalhar com sistemas algébricos de equações. *Utiliza um único referencial.*
- 2 **Método de Transformação Matricial:** encontrar matrizes de transformação que relacionam diversos sistemas de coordenadas dispostos convenientemente pelo mecanismo. *Utiliza vários referenciais (sistemas de coordenadas).*

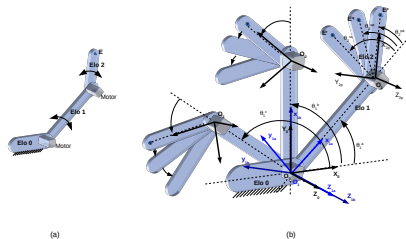


Figura: (a) Mecanismo plano de cadeia aberta com 3 elos, 2 juntas de revolução, mobilidade 2, e 2 atuadores (motores). (b) Exemplo da utilização de sistemas de coordenadas: sistema global 0 (fixo), sistema local 1 (móvel) com origem O_1 coincidente com O_0 , e sistema local 2 (móvel).

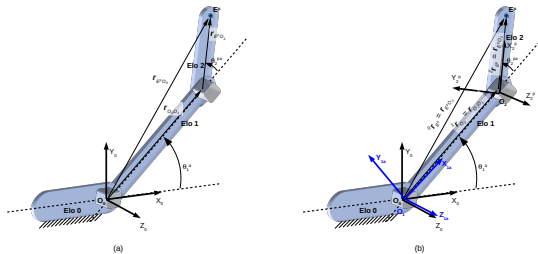
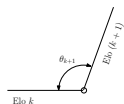


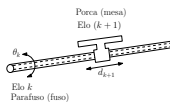
Figura: Métodos de análise: (a) vetorial convencional, (b) transformação de sistemas de coordenadas.

Variáveis Independentes e Variáveis Dependentes

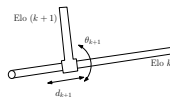
Grau de Liberdade (GL) e Mobilidade (M)



jointa de revolução ($GL = 1$)



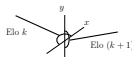
jointa fuso-porca ($GL = 1$)



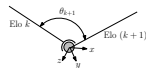
jointa cilíndrica ($GL = 2$)



jointa prismática ($GL = 1$)



jointa universal ($GL = 2$)

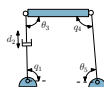


jointa esférica ($GL = 3$)

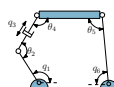
Figura: Variáveis usadas para representar movimentos relativos possíveis nas articulações mais comuns.



Mobilidade 1



Mobilidade 2



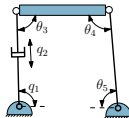
Mobilidade 3

Figura: Variáveis dependentes e independentes em mecanismos.

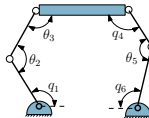
Variáveis Independentes e Variáveis Dependentes

Parâmetros de Funções Matemáticas

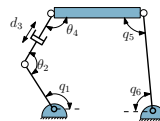
- *Variáveis independentes ou generalizadas* de um mecanismo, simbolizadas pela letra q_i , representam as juntas com atuadores (*juntas ativas*). Note que a quantidade de variáveis independentes para análise de um mecanismo deve ser menor ou igual a sua Mobilidade.
- *Variáveis dependentes* são função das variáveis independentes e do tempo. Para rotação utilizar θ_i ; para deslocamento utilizar d_i .



Mobilidade 2



Mobilidade 3

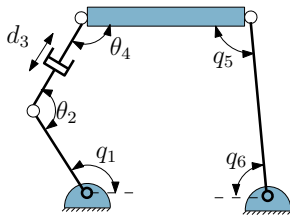


Mobilidade 3

Figura: Exemplos de utilização da nomenclatura das variáveis de modelagem em juntas passivas (θ_{k+1} ou d_{k+1}) e juntas ativas (q_{k+1}).

Variáveis Independentes e Variáveis Dependentes

Exemplos



Mobilidade 3

- Independentes: $q_1(t)$, $q_5(t)$, $q_6(t)$. São funções de controle de acionamento predefinidas pelo usuário.
- Dependentes: $\theta_2(q_1, q_5, q_6, t)$, $d_3(q_1, q_5, q_6, t)$, $\theta_4(q_1, q_5, q_6, t)$

Variáveis Independentes e Variáveis Dependentes

Exemplo: Posição

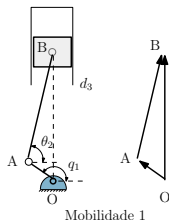


Figura: Exemplo simples, mecanismo biela-manivela, usado em motor a combustão e em compressor.

• Equacionamento de posição (sistema não linear), $\theta_2(q_1)$, $d_3(q_1)$:

$$(\mathbf{A} - \mathbf{O}) + (\mathbf{B} - \mathbf{A}) - (\mathbf{B} - \mathbf{O}) = \mathbf{0}$$

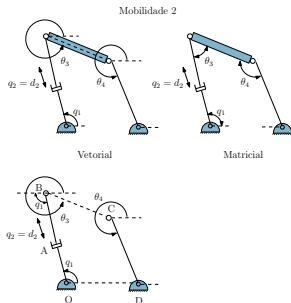
$$\begin{cases} AO\cos(q_1) + BA\cos(\theta_2) = 0 \\ AO\sin(q_1) + BA\sin(\theta_2) - d_3 = 0 \end{cases}$$

$$\theta_2 = \arccos\left(\frac{-AO\cos(q_1)}{BA}\right)$$

$$d_3 = AO\sin(q_1) + BA\sin\left(\arccos\left(\frac{-AO\cos(q_1)}{BA}\right)\right)$$

Variáveis Independentes e Variáveis Dependentes

Exemplo: Posição - Sistema Não Linear



- Comprimentos fixos conhecidos: AO, CB, DC, OD

- Variáveis Independentes: q_1, q_2

- Variáveis Dependentes: θ_3, θ_4

- Equacionamento de posição (sistema não linear):

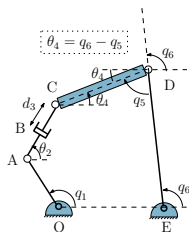
$$(A - O) + (B - A) + (C - B) + (D - C) + (O - D) = 0$$

$$\begin{cases} AO\cos(q_1) + q_2\cos(q_1) + CB\cos(\theta_3) + DC\cos(\theta_4) - OD = 0 \\ AO\sin(q_1) + q_2\sin(q_1) + CB\sin(\theta_3) + DC\sin(\theta_4) = 0 \end{cases}$$

Figura: Mesa posicionadora plana de mobilidade 2.

Variáveis Independentes e Variáveis Dependentes

Exemplo: Posição - Sistema Não Linear



Mobilidade 3

Variáveis Independentes: q_1, q_5, q_6

- Comprimentos fixos conhecidos: AO, BA, DC, ED, OE
- Variáveis Independentes: q_1, q_5, q_6
- Variáveis Dependentes: θ_2, d_3, θ_4 . Porém, $\theta_4 = q_6 - q_5$.
- Equacionamento de posição (sistema não linear):

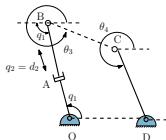
$$(A - O) + (B - A) + (C - B) + (D - C) + (E - D) + (O - E) = 0$$

$$\begin{cases} AO \cos(q_1) + BA \cos(\theta_2) + d_3 \cos(\theta_2) + DC \cos(\theta_4) - ED \cos(q_6) - OE = 0 \\ AO \sin(q_1) + BA \sin(\theta_2) + d_3 \sin(\theta_2) + DC \sin(\theta_4) - ED \sin(q_6) = 0 \\ \theta_4 - q_6 + q_5 = 0 \end{cases}$$

Figura: Mesa posicionadora plana de mobilidade 3.

Função de Posição: Sistema Não Linear

Função de Velocidade: Sistema Linear



- Função de Posição do Mecanismo (sistema de equações):

$$\{P(q_1, q_2, \theta_3, \theta_4, t)\} = \begin{bmatrix} AO \cos(q_1) + q_2 \cos(q_1) + CB \cos(\theta_3) + DC \cos(\theta_4) - OD \\ AO \sin(q_1) + q_2 \sin(q_1) + CB \sin(\theta_3) + DC \sin(\theta_4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Função de Velocidade do Mecanismo (sistema de equações):

$$\{V\} = \frac{d\{P\}}{dt} = \frac{\partial\{P\}}{\partial q_1} \frac{dq_1}{dt} + \frac{\partial\{P\}}{\partial q_2} \frac{dq_2}{dt} + \frac{\partial\{P\}}{\partial \theta_3} \frac{d\theta_3}{dt} + \frac{\partial\{P\}}{\partial \theta_4} \frac{d\theta_4}{dt}$$

$$\{V\} = \begin{bmatrix} -AO \sin(q_1) \omega_1 + \dot{q}_2 \cos(q_1) - q_2 \sin(q_1) \omega_1 - CB \sin(\theta_3) \omega_3 - DC \sin(\theta_4) \omega_4 \\ AO \cos(q_1) \omega_1 + \dot{q}_2 \sin(q_1) + q_2 \cos(q_1) \omega_1 + CB \cos(\theta_3) \omega_3 + DC \cos(\theta_4) \omega_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Velocidade: Sistema Linear

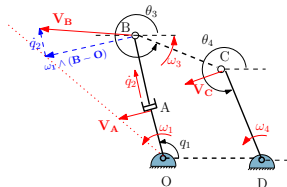
$$\{V\} = \begin{bmatrix} -AO \sin(q_1) \omega_1 + \dot{q}_2 \cos(q_1) - q_2 \sin(q_1) \omega_1 - CB \sin(\theta_3) \omega_3 - DC \sin(\theta_4) \omega_4 \\ AO \cos(q_1) \omega_1 + \dot{q}_2 \sin(q_1) + q_2 \cos(q_1) \omega_1 + CB \cos(\theta_3) \omega_3 + DC \cos(\theta_4) \omega_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Reagrupando os termos, aparece o Sistema Linear a resolver:

$$\begin{bmatrix} -CB \sin(\theta_3) & -DC \sin(\theta_4) \\ CB \cos(\theta_3) & DC \cos(\theta_4) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_3 \\ \omega_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} AO \sin(q_1) \omega_1 - \dot{q}_2 \cos(q_1) + q_2 \sin(q_1) \omega_1 \\ -AO \cos(q_1) \omega_1 - \dot{q}_2 \sin(q_1) - q_2 \cos(q_1) \omega_1 \end{bmatrix}$$

onde as funções horárias $\omega_1(t)$ e $\dot{q}_2(t)$ são predefinidas e conhecidas pelo usuário. Os parâmetros θ_3, θ_4 foram obtidos no problema de posição.

Velocidade: interpretação dos termos



$$\{V\} = \begin{bmatrix} -AO \sin(q_1) \omega_1 + \dot{q}_2 \cos(q_1) - q_2 \sin(q_1) \omega_1 - CB \sin(\theta_3) \omega_3 - DC \sin(\theta_4) \omega_4 \\ AO \cos(q_1) \omega_1 + \dot{q}_2 \sin(q_1) + q_2 \cos(q_1) \omega_1 + CB \cos(\theta_3) \omega_3 + DC \cos(\theta_4) \omega_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\dot{q}_2 = V_{2/1}$$

$$\mathbf{V}_A = \boldsymbol{\omega}_1 \wedge (\mathbf{A} - \mathbf{O}) = -AO \sin(q_1) \omega_1 \hat{i} + AO \cos(q_1) \omega_1 \hat{j}$$

$$\mathbf{V}_{BA} = \dot{q}_2 + \boldsymbol{\omega}_1 \wedge (\mathbf{B} - \mathbf{A}) = [\dot{q}_2 \cos(q_1) - q_2 \sin(q_1) \omega_1] \hat{i} + [\dot{q}_2 \sin(q_1) + q_2 \cos(q_1) \omega_1] \hat{j}$$

$$\mathbf{V}_B = \mathbf{V}_A + \mathbf{V}_{BA} = [-(AO + q_2) \sin(q_1) \omega_1 + \dot{q}_2 \cos(q_1)] \hat{i} + [(AO + q_2) \cos(q_1) \omega_1 + \dot{q}_2 \sin(q_1)] \hat{j}$$

$$\mathbf{V}_{CB} = \boldsymbol{\omega}_3 \wedge (\mathbf{C} - \mathbf{B}) = -CB \sin(\theta_3) \omega_3 \hat{i} + CB \cos(\theta_3) \omega_3 \hat{j}$$

$$\mathbf{V}_C = \mathbf{V}_B + \mathbf{V}_{CB}$$

$$\mathbf{V}_{DC} = \boldsymbol{\omega}_4 \wedge (\mathbf{D} - \mathbf{C}) = -DC \sin(\theta_4) \omega_4 \hat{i} + DC \cos(\theta_4) \omega_4 \hat{j}$$

$$\mathbf{V}_D = \mathbf{V}_C + \mathbf{V}_{DC} \quad \text{Note que D é um pivô fixo: } \mathbf{V}_D = \mathbf{0}$$

Note, também, que como D é pivô fixo, é possível obter $\mathbf{V}_C$ como:

$$\mathbf{V}_C = \mathbf{V}_D + \mathbf{V}_{CD} = \mathbf{0} + \boldsymbol{\omega}_4 \wedge (\mathbf{C} - \mathbf{D}) = DC \sin(\theta_4) \omega_4 \hat{i} - DC \cos(\theta_4) \omega_4 \hat{j}$$

Conforme deduzido anteriormente,

$$\{V\} = \begin{bmatrix} -AO \sin(q_1) \omega_1 + \dot{q}_2 \cos(q_1) - q_2 \sin(q_1) \omega_1 - CB \sin(\theta_3) \omega_3 - DC \sin(\theta_4) \omega_4 \\ AO \cos(q_1) \omega_1 + \dot{q}_2 \sin(q_1) + q_2 \cos(q_1) \omega_1 + CB \cos(\theta_3) \omega_3 + DC \cos(\theta_4) \omega_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Nessa função velocidade os seguintes parâmetros são variáveis no tempo: $q_1(t)$, $\omega_1(t)$, $q_2(t)$, $\dot{q}_2(t)$, $\theta_3(t)$, $\omega_3(t)$, $\theta_4(t)$, $\omega_4(t)$

A Função Aceleração, $\{A\}$, desse mecanismo será:

$$\{A\} = \frac{d\{V\}}{dt} = \frac{\partial\{V\}}{\partial q_1} \frac{dq_1}{dt} + \frac{\partial\{V\}}{\partial \omega_1} \frac{d\omega_1}{dt} + \frac{\partial\{V\}}{\partial q_2} \frac{dq_2}{dt} + \frac{\partial\{V\}}{\partial \dot{q}_2} \frac{d\dot{q}_2}{dt} + \frac{\partial\{V\}}{\partial \theta_3} \frac{d\theta_3}{dt} + \frac{\partial\{V\}}{\partial \omega_3} \frac{d\omega_3}{dt} + \frac{\partial\{V\}}{\partial \theta_4} \frac{d\theta_4}{dt} + \frac{\partial\{V\}}{\partial \omega_4} \frac{d\omega_4}{dt}$$

$$\{A\} = \begin{bmatrix} -AO \cos(q_1) \omega_1^2 - AO \sin(q_1) \alpha_1 + \ddot{q}_2 \cos(q_1) - \dot{q}_2 \sin(q_1) \omega_1 - \dot{q}_2 \sin(q_1) \omega_1 + \dots \\ -q_2 \cos(q_1) \omega_1^2 - q_2 \sin(q_1) \alpha_1 - CB \cos(\theta_3) \omega_3^2 - CB \sin(\theta_3) \alpha_3 + \dots \\ -DC \cos(\theta_4) \omega_4^2 - DC \sin(\theta_4) \alpha_4 \\ -AO \sin(q_1) \omega_1^2 + AO \cos(q_1) \alpha_1 + \ddot{q}_2 \sin(q_1) + \dot{q}_2 \cos(q_1) \omega_1 + \dot{q}_2 \cos(q_1) \omega_1 + \dots \\ -q_2 \sin(q_1) \omega_1^2 + q_2 \cos(q_1) \alpha_1 - CB \sin(\theta_3) \omega_3^2 + CB \cos(\theta_3) \alpha_3 + \dots \\ -DC \sin(\theta_4) \omega_4^2 + DC \cos(\theta_4) \alpha_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Aceleração: Sistema Linear

Reagrupando os termos e notando que α_1 e $\ddot{q}_2$ devem ser predefinidos pelo usuário, resulta no seguinte Sistema Linear a resolver:

$$\begin{bmatrix} -CB \sin(\theta_3) & -DC \sin(\theta_4) \\ CB \cos(\theta_3) & DC \cos(\theta_4) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} AO \cos(q_1) \omega_1^2 + AO \sin(q_1) \alpha_1 - \ddot{q}_2 \cos(q_1) + 2 \dot{q}_2 \sin(q_1) \omega_1 + \dots \\ + q_2 \cos(q_1) \omega_1^2 + q_2 \sin(q_1) \alpha_1 + CB \cos(\theta_3) \omega_3^2 + DC \cos(\theta_4) \omega_4^2 \\ AO \sin(q_1) \omega_1^2 - AO \cos(q_1) \alpha_1 - \ddot{q}_2 \sin(q_1) - 2 \dot{q}_2 \cos(q_1) \omega_1 + \dots \\ + q_2 \sin(q_1) \omega_1^2 - q_2 \cos(q_1) \alpha_1 + CB \sin(\theta_3) \omega_3^2 + DC \sin(\theta_4) \omega_4^2 \end{bmatrix}$$

Aceleração: interpretação dos termos

$$\{A\} = \begin{bmatrix} -AO \cos(q_1) \omega_1^2 - AO \sin(q_1) \alpha_1 + \ddot{q}_2 \cos(q_1) - \dot{q}_2 \sin(q_1) \omega_1 - \dot{q}_2 \sin(q_1) \omega_1 + \dots \\ -q_2 \cos(q_1) \omega_1^2 - q_2 \sin(q_1) \alpha_1 - CB \cos(\theta_3) \omega_3^2 - CB \sin(\theta_3) \alpha_3 + \dots \\ -DC \cos(\theta_4) \omega_4^2 - DC \sin(\theta_4) \alpha_4 \\ -AO \sin(q_1) \omega_1^2 + AO \cos(q_1) \alpha_1 + \ddot{q}_2 \sin(q_1) + \dot{q}_2 \cos(q_1) \omega_1 + \dot{q}_2 \cos(q_1) \omega_1 + \dots \\ -q_2 \sin(q_1) \omega_1^2 + q_2 \cos(q_1) \alpha_1 - CB \sin(\theta_3) \omega_3^2 + CB \cos(\theta_3) \alpha_3 + \dots \\ -DC \sin(\theta_4) \omega_4^2 + DC \cos(\theta_4) \alpha_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_A = \mathbf{A}_A^{\text{Tangencial}} + \mathbf{A}_A^{\text{Normal}} = \alpha_1 \wedge (\mathbf{A} - \mathbf{O}) + \omega_1 \wedge (\omega_1 \wedge (\mathbf{A} - \mathbf{O}))$$

$$\mathbf{A}_A^{\text{Tangencial}} = -AO \sin(q_1) \alpha_1 \hat{i} + AO \cos(q_1) \alpha_1 \hat{j}$$

$$\mathbf{A}_A^{\text{Normal}} = -AO \cos(q_1) \omega_1^2 \hat{i} - AO \sin(q_1) \omega_1^2 \hat{j}$$

$$\mathbf{A}_{BA} = \mathbf{A}_{BA}^{\text{Tangencial}} + \mathbf{A}_{BA}^{\text{Normal}} = [\alpha_1 \wedge (\mathbf{B} - \mathbf{A}) + 2 \omega_1 \wedge \dot{q}_2] \text{Tangencial} + [\omega_1 \wedge (\omega_1 \wedge (\mathbf{B} - \mathbf{A})) + \ddot{q}_2] \text{Normal}$$

$$\mathbf{A}_{BA}^{\text{Coriolis}} = 2 \omega_1 \wedge \dot{q}_2$$

$$\mathbf{A}_{BA}^{\text{Tangencial}} = [-q_2 \sin(q_1) \alpha_1 - 2 \dot{q}_2 \sin(q_1) \omega_1] \hat{i} + [q_2 \cos(q_1) \alpha_1 + 2 \dot{q}_2 \cos(q_1) \omega_1] \hat{j}$$

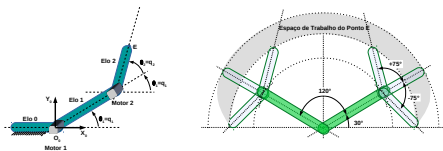
$$\mathbf{A}_{BA}^{\text{Normal}} = [-q_2 \cos(q_1) \omega_1^2 + \ddot{q}_2 \cos(q_1)] \hat{i} + [-q_2 \sin(q_1) \omega_1^2 + \ddot{q}_2 \sin(q_1)] \hat{j}$$

$$\ddot{q}_2 = A_{2/1}$$

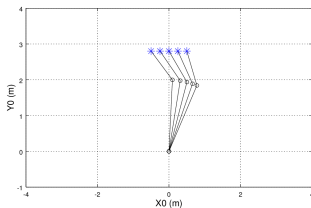
$$\mathbf{A}_B = \mathbf{A}_A + \mathbf{A}_{BA}$$

Cinemática Direta, Espaço de Trabalho, Cinemática Inversa

Cinemática Direta: é a análise feita atribuindo valores às variáveis independentes e determinando os resultados em pontos de interesse do mecanismo. **Espaço de Trabalho** é a região que pode ser atingida por um ponto de interesse do mecanismo.



Cinemática Inversa: é a análise feita para obtenção de valores das variáveis independentes que façam um ponto de interesse atingir uma posição definida ou descrever uma trajetória específica.



```
%exemplo 01: muito simples
clear all
close all
clc

x = linspace(-pi,+pi,10)
y = cos(x)
plot(x,y,'-ob')
xlabel("x (rad)","fontsize",14)
ylabel("y=cos(x)","fontsize",14)
```

```
%teste com listas horizontais e verticais
clear all
close all
clc

disp("Listas horizontais:")
disp("linspace(inicio,fim,quantidade_elementos)")
x1=linspace(-30,10,11)
disp("size(x1)="),disp(size(x1))
disp("")
disp("lista matricial com intervalo constante:")
disp("[inicio, intervalo, fim]")
x2=[-30:4:10]
disp("size(x2)="),disp(size(x2))

pause
disp("")
disp("Listas verticais:")
x3=linspace(-30,10,11)'
disp("size(x3)="),disp(size(x3))

disp("")
pause
disp("multiplicacao de matrizes:")
disp("x2*x3="),disp(x2*x3)

disp("")
disp("x3*x2="), disp(x3*x2)

disp("")
disp("x1*x2="),disp(x1*x2)
```

```
%Cuidados com funcoes trigonometricas inversas
% acos asin atan atan2

clear all
close all
clc
more off

disp("acosd(0.5)=")
disp(acosd(0.5))
disp("acosd(-0.5)=")
disp(acosd(-0.5))

disp("asind(0.5)=")
disp(asind(0.5))
disp("asind(-0.5)=")
disp(asind(-0.5))

disp("")
disp("vetor com origem O(0;0) e extremidade P(2;3):")
Ox=0
Oy=0
Px=2
Py=3
alpha_atand=atand((Py-Oy)/(Px-Ox))
alpha_atan2d=atan2d((Py-Oy),(Px-Ox))

disp("")
disp("vetor com origem O(0;0) e extremidade P(2;-3):")
Ox=0
Oy=0
Px=2
Py=-3
alpha_atand=atand((Py-Oy)/(Px-Ox))
alpha_atan2d=atan2d((Py-Oy),(Px-Ox))
```

Matlab/Octave

Exemplo 3 (cont.)

```
disp("")
disp("vetor com origem 0(0;0) e extremidade P(-2;3):")
Ox=0
Oy=0
Px=-2
Py=3
alpha_atand=atand((Py-Oy)/(Px-Ox))
alpha_atan2d=atan2d((Py-Oy),(Px-Ox))
```

```
disp("")
disp("vetor com origem 0(0;0) e extremidade P(-2;-3):")
Ox=0
Oy=0
Px=-2
Py=-3
alpha_atand=atand((Py-Oy)/(Px-Ox))
alpha_atan2d=atan2d((Py-Oy),(Px-Ox))
```

```
disp("")
disp("Usando numeros complexos:")
c=2+3*i
arg_c=arg(c)
arg_c_grau=arg(c)*180/pi
```

```
disp("")
c=2-3*i
arg_c=arg(c)
arg_c_grau=arg(c)*180/pi
```

```
disp("")
c=-2+3*i
arg_c=arg(c)
arg_c_grau=arg(c)*180/pi
```

```
disp("")
c=-2-3*i
arg_c=arg(c)
arg_c_grau=arg(c)*180/pi
```



```
%plotagem com angulo de entrada variando entre 0 e 90 grau
% 2d nao-articulado (um unico elo)
clear all
close all
clc

OA=3;
AB=1.5;
alpha=90; %angulo inicial entre OA e AB
BC=2;
beta=-30; %angulo inicial entre AB e BC

figure(1)
axis([-10,10,-10,10],"equal")
hold on
grid on

k=0; %contador de iteracoes

for q=0:10:90
    k=k+1;

    Ox(k)=0;
    Oy(k)=0;

    Ax(k)=Ox(k)+OA*cosd(q);
    Ay(k)=Oy(k)+OA*sind(q);

    Bx(k)=Ax(k)+AB*cosd(alpha+q);
    By(k)=Ay(k)+AB*sind(alpha+q);
```

Matlab/Octave

Exemplo 4 (cont.)

```
Cx(k)=Bx(k)+BC*cosd(beta+q);
Cy(k)=By(k)+BC*sind(beta+q);

plot([Ox(k),Ax(k),Bx(k),Cx(k)],[Oy(k),Ay(k),By(k),Cy(k)], "r-o","linewidth",2)
hold on
plot(Cx,Cy,"bo")
axis([-10,10,-10,10],"equal")
text(Ox(k),Oy(k)-0.5,"0","fontsize",14)
text(Ax(k)+0.5,Ay(k),"A","fontsize",14)
text(Bx(k),By(k)-0.5,"B","fontsize",14)
text(Cx(k)+0.5,Cy(k),"C","fontsize",14)
grid on
print(strcat('plotar_exemplo02_',num2str(k),'.png'), '-dpng')
pause(1)
hold off
end
print('plotar_exemplo02.png', '-dpng')
save 'dados_exemplo02.txt'
```

$$\begin{aligned} -12.5x_1 + 3x_2 &= 5 \\ 20x_1 - 4x_2 - 11x_3 &= 10 \\ 7x_1 - 2x_2 + 9x_3 &= -17 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} -12.5 & 3 & 0 \\ 20 & -4 & -11 \\ 7 & -2 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 10 \\ -17 \end{bmatrix}$$

A implementação em Octave, mostrada a seguir, utiliza a função `linsolve(A,B)` como Método 1 de resolução, e o operador `\` como Método 2.

```
%Resolve um sistema linear usando linsolve ou o operador \
clear all
close all
clc
%Entrada de dados:
%Matriz A linha a linha
A(1,:)=[-12.5, 3, 0];
A(2,:)=[20, -4, -11];
A(3,:)=[7, -2, 9];
A %exibe a matriz A completa

%Matriz B
B=[5; 10; -17]

%Resolução Método 1
x_metodo1=linsolve(A,B)

%Resolução Método 2
x_metodo2=A\B
```

Implementação em Matlab-Octave para determinação do momento de uma força $f=[10, 5, 0]$ definida apenas no plano XY e aplicada no ponto $P=[3, 5, 0]$. O momento dessa força é calculado em relação ao ponto $A=[1, 1, 0]$ e em relação ao ponto $B=[1, 10, 0]$. Ao final, os vetores correspondentes são plotados.

```
clc
clear all
close all

A=[1,1,0]
B=[1,10,0]
P=[3,5,0]
f=[10,5,0]
rPA=P-A
rPB=P-B

%Momentos
mA=cross(rPA,f)
thetaA=acosd(dot(rPA,f)/(norm(rPA)*norm(f))) %ângulo entre rPA e f
n_mA=mA/norm(mA) %vetor unitário na direção do momento mA

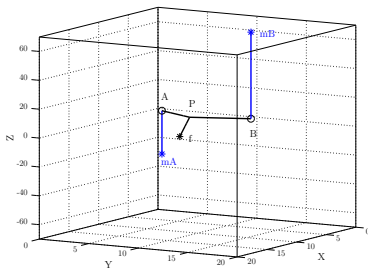
mB=cross(rPB,f)
thetaB=acosd(dot(rPB,f)/(norm(rPB)*norm(f))) %ângulo entre rPB e f
n_mB=mB/norm(mB) %vetor unitário na direção do momento mB

%Plotagem
plot3([A(1),P(1)],[A(2),P(2)],[A(3),P(3)],'k-','linewidth',2)
hold on
grid on
plot3(A(1),A(2),A(3),'ko','markersize',10)
plot3([B(1),P(1)],[B(2),P(2)],[B(3),P(3)],'k-','linewidth',2)
plot3(B(1),B(2),B(3),'ko','markersize',10)
plot3([P(1),P(1)+f(1)],[P(2),P(2)+f(2)],[P(3),P(3)+f(3)],'k-','linewidth',2)
plot3(P(1)+f(1),P(2)+f(2),P(3)+f(3),'k*','markersize',10)
plot3([A(1),A(1)+mA(1)],[A(2),A(2)+mA(2)],[A(3),A(3)+mA(3)],'b-','linewidth',2)
plot3(A(1)+mA(1),A(2)+mA(2),A(3)+mA(3),'b*','markersize',10)
plot3([B(1),B(1)+mB(1)],[B(2),B(2)+mB(2)],[B(3),B(3)+mB(3)],'b-','linewidth',2)
plot3(B(1)+mB(1),B(2)+mB(2),B(3)+mB(3),'b*','markersize',10)
```

Matlab/Octave

Exemplo 6 (cont.)

```
axis([0,20,0,20,-70,70])
text(A(1),A(2),A(3)+10,'A','fontsize',14)
text(P(1),P(2),P(3)+10,'P','fontsize',14)
text(B(1),B(2),B(3)-10,'B','fontsize',14)
text(P(1)+f(1),P(2)+f(2)+1,P(3)+f(3),'f','fontsize',14)
text(A(1)+mA(1),A(2)+mA(2),A(3)+mA(3)-5,'mA','fontsize',14,'color','blue')
text(B(1)+mB(1),B(2)+mB(2)+1,B(3)+mB(3),'mB','fontsize',14,'color','blue')
view([5 3 1])
xlabel('X','fontsize',14)
ylabel('Y','fontsize',14)
zlabel('Z','fontsize',14)
set(gca,'fontsize',12)
print("ProdutoVetorial_Momento.png","-dpng") %salva a figura num arquivo
```



Polinômio de Taylor de Ordem 1

Diversas funções não polinomiais, tais como a função exponencial e funções trigonométricas, podem ser calculadas de forma aproximada usando um *polinômio de Taylor*. A idéia no curso de Mecanismos é utilizar essa aproximação para resolução de sistemas não-lineares de equações, muito comuns em *análise de posição*, e em problemas de *Cinemática Inversa*. Maiores detalhes sobre o método podem ser encontrados em livros de Cálculo.

O *Polinômio de Taylor* de ordem n , $P_n(x)$, que pode ser usado para calcular por aproximação o valor de uma função, é dado por:

$$P_n(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \frac{f'''(a)}{3!}(x-a)^3 + \cdots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n$$

O *Erro ou Resto na forma de Lagrange*, $R_n(x)$, desta aproximação é dado por:

$$R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}(x-a)^{n+1}$$

Aproximação por Polinômio de Ordem 1:

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \text{ERRO}$$

Método de Newton-Raphson para uma Variável

Consiste em encontrar iterativamente as raízes de uma função $f(x)$. Assim, os termos dessa função devem ser colocados na forma $f(x) = 0$.

Supondo que o resultado da iteração está próximo de convergir, $ERRO \approx 0$. O Polinômio de Taylor de Ordem 1 pode ser reagrupado:

$$f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x - a) \approx 0$$

Então,

$$x = a - \frac{f(a)}{f'(a)}$$

Esse valor calculado de x será utilizado como o parâmetro a na próxima iteração. O processo é repetido até a convergência.

Polinômio de Taylor de Ordem 1 para Funções de Multivariáveis

A extensão da Fórmula de Taylor para *funções multivariáveis* pode ser usada, por exemplo, em sistemas de equações não lineares. Considere k variáveis $\{x\} = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_k]$. A função $\{F(x_1, x_2, x_3, \dots, x_k)\}$, portanto, representa um sistema de k equações que podem ser expressas em forma matricial,

$$\{F(x_1, x_2, x_3, \dots, x_k)\} = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, x_3, \dots, x_k) \\ f_2(x_1, x_2, x_3, \dots, x_k) \\ f_3(x_1, x_2, x_3, \dots, x_k) \\ \vdots \\ f_k(x_1, x_2, x_3, \dots, x_k) \end{bmatrix}$$

Analogamente, a Fórmula de Taylor de ordem 1 para multivariáveis é representada por:

$$\{F(\{x\})\} = \{F(\{a\})\} + \{J(\{a\})\}(\{x\} - \{a\}) + \{ERRO\}$$

onde

$$\{a\} = [a_1, a_2, a_3, \dots, a_k] \quad \text{e} \quad \{ERRO\} = \begin{bmatrix} erro_1 \\ erro_2 \\ erro_3 \\ \vdots \\ erro_k \end{bmatrix}$$

Newton-Raphson com Multivariáveis

A equação do polinômio de Taylor de ordem 1 para multivariáveis pode ser reagrupada para a busca de raízes, considerando $F(\{x\}) = \{0\}$ e $\{ERRO\} \approx \{0\}$:

$$\{x\} = \{a\} - \{J(a)\}^{-1}\{F(a)\}$$

No caso da Fórmula de Taylor de ordem 1 para multivariáveis, ao invés da primeira derivada aparece uma matriz $\{J\}$ de ordem $k \times k$ das primeiras derivadas parciais. Essa matriz J recebe o nome especial de *Jacobiano*:

$$\{J\}_{k \times k} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_k} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_k} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} & \dots & \frac{\partial f_3}{\partial x_k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_k}{\partial x_1} & \frac{\partial f_k}{\partial x_2} & \frac{\partial f_k}{\partial x_3} & \dots & \frac{\partial f_k}{\partial x_k} \end{bmatrix}$$

Sistema Não Linear com Matlab/Octave

A função `fsolve` é encontrada no Matlab (pacote Optimization) e no Octave. Essa função pronta facilita a resolução de sistemas não-lineares, pois o usuário não necessita calcular manualmente o *Jacobiano* e nem implementar o algoritmo de Newton-Raphson. Exemplos de criação e manipulação de funções especializadas no ambiente Matlab ou Octave para uso da função `fsolve`:

Caso 1: função simples com uma variável de entrada

$$O1x = L01 \cos(x1)$$

```
L01 = 2;  
O1x = @(x1) L01*cos(x1);  
  
O1x(pi/4)  
ans = 1.4142
```

Caso 2: função com duas variáveis $Ex = L01 \cos(x1) + L1E \cos(x1 + x2)$

```
L01 = 2;  
L1E = 1;  
Ex = @(x1,x2) L01*cos(x1)+ ...  
              L1E*cos(x1+x2);  
Ex(pi/4,-pi/6)  
ans = 2.3801
```

Caso 3: função matricial com uma variável de entrada

$$\{O1\} = \begin{cases} O1x = L01 \cos(x1) \\ O1y = L01 \sin(x1) \end{cases}$$

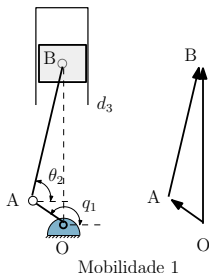
```
L01 = 2;  
O1 = @(x1) [L01*cos(x1); L01*sin(x1)];  
O1(pi/6)  
ans =  
    1.73205  
    1.00000
```

Caso 4: função matricial com um vetor como variável de entrada

$$\{E\} = \begin{cases} Ex = L01 \cos(x(1)) + L1E \cos(x(1) + x(2)) \\ Ey = L01 \sin(x(1)) + L1E \sin(x(1) + x(2)) \end{cases}$$

```
L01 = 2;  
L1E = 1;  
E = @(x) [L01*cos(x(1))+L1E*cos(x(1)+x(2)); ...  
          L01*sin(x(1))+L1E*sin(x(1)+x(2))];  
E([pi/4;-pi/6])  
ans =  
    2.3801  
    1.6730
```

Exercício 1: biela-manivela

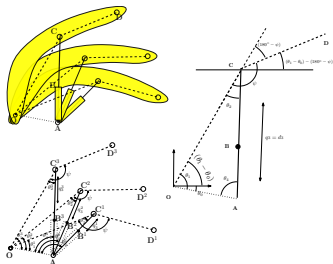


- Equacionamento de posição (sistema não linear), $\theta_2(q_1)$, $d_3(q_1)$:

$$(\mathbf{A} - \mathbf{O}) + (\mathbf{B} - \mathbf{A}) - (\mathbf{B} - \mathbf{O}) = \mathbf{0}$$

Considere o seguinte exemplo numérico do problema do mecanismo RRRP da figura: $\overline{OA} = 5$ cm, $\overline{AB} = 20$ cm, e o ângulo q_1 varia de 0 a 2π rad numa lista uniformemente espaçada com 6 elementos. *Sempre usar ângulos em radiano em simulações envolvendo métodos numéricos.* Primeiro, apresente a solução exata e crie gráficos da variação de posição do mecanismo. Em seguida, resolva usando o método de Newton-Raphson; adote um 'chute inicial' $\{\mathbf{a}\} = \{\mathbf{x}_0\} = [2.5 \ 10]^T$.

Exercício 2: escavadeira



Considere os seguintes valores numéricos conhecidos dos parâmetros constantes para a modelagem:

$OA=1\text{m}$, na direção $\theta_0 = 10^\circ$ abaixo da horizontal

$OC=2.5\text{ m}$

$AC_{min}=q_{3min}=1.8\text{ m}$

$AC_{max}=q_{3max}=3.0\text{ m}$

$CD=1.5\text{ m}$

$\psi = 120^\circ$

Faça uma simulação para determinar as posições dos pontos C e D e o ângulo θ_1 em função da variável básica do atuador $q_3 = AC$, via solução exata de posição.