PMR 5237

Modelagem e Design de Sistemas Discretos em Redes de Petri

Aula 4: Redes P/T e extensões

Prof. José Reinaldo Silva
reinaldo@usp.br

Sistema Sequencial

Definition 12

Seja um sistema elementar $N = (S, T; F, C_0)$. Este sistema é dito sequencial se e somente se:

- $||C_0|| = 1$.
- $\forall C \in |C_0\rangle, ||C|| = 1$.

Configurações Especiais

Definition 13

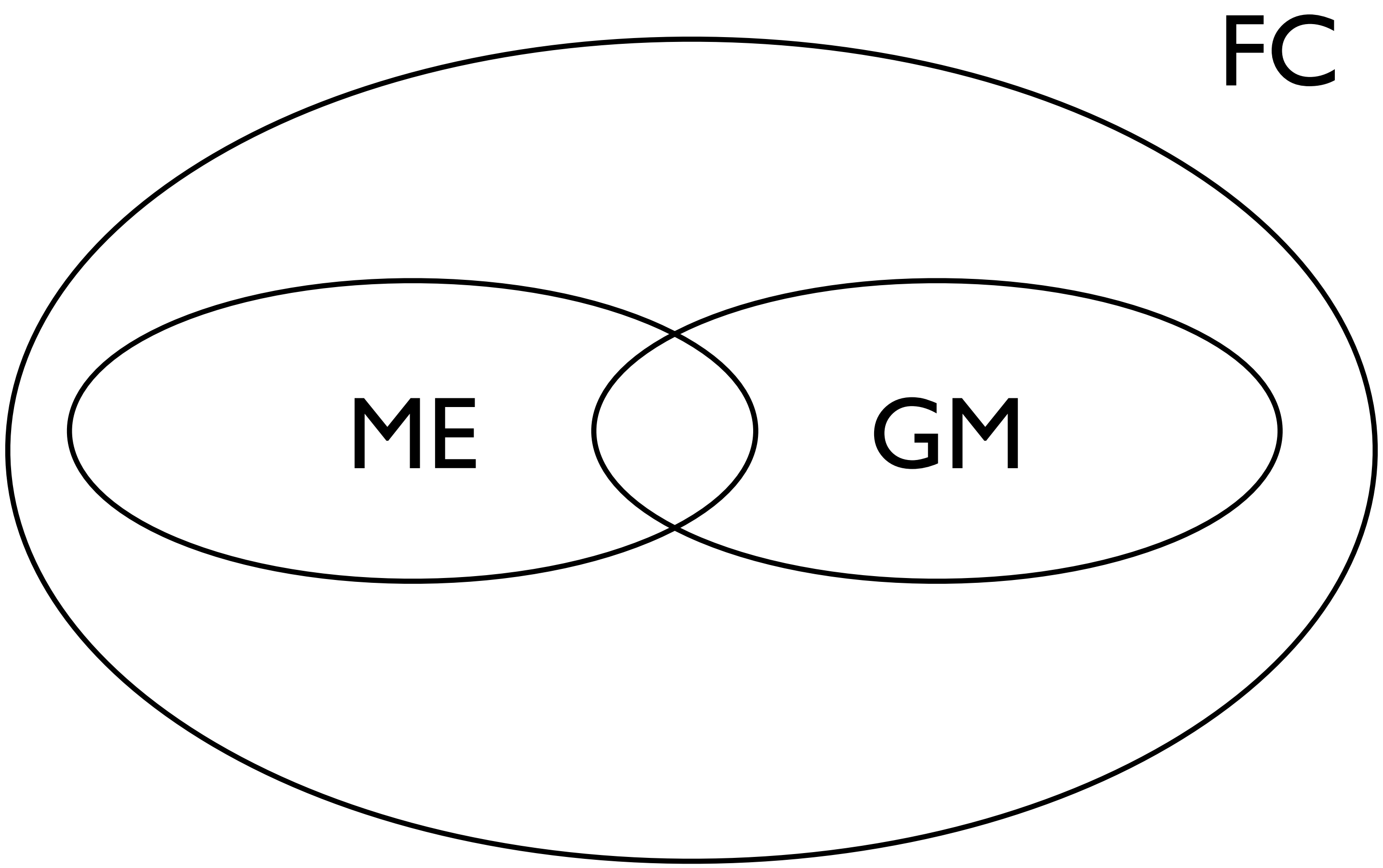
Seja um sistema elementar $N = (S, T; F, C_0)$. Este sistema é dito uma máquina de estados se e somente se $\forall t \in T, \|\bullet t\| = \|t \bullet\| = 1$.

Definition 14

Seja um sistema elementar $N = (S, T; F, C_0)$. Este sistema é dito um grafo marcado se e somente se $\forall s \in S, \|\bullet s\| = \|s \bullet\| = 1$.

Definition 15

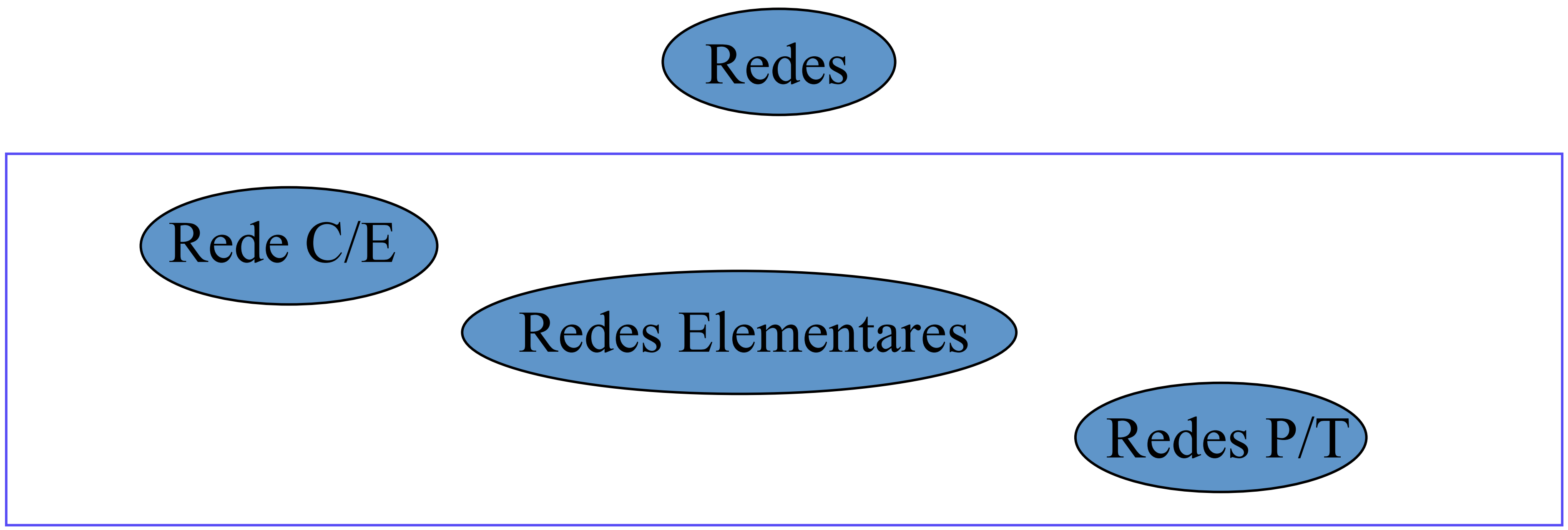
Seja um sistema elementar $N = (S, T; F, C_0)$. Este sistema é dito uma rede *free choice* se e somente se $\forall s \in S, \|s \bullet\| = 1 \, ou \, \bullet(s \bullet) = \{s\}$.


FC
ME
GM

Os sistemas produtivos

Os sistemas produtivos também se enquadram na categoria que acabamos de descrever, onde existe um estado inicial claramente definido e trata-se de sequenciar ações (não necessariamente um número pequeno) que leva a um estado final também bem definido (onde algum produto é fabricado ou montado). No final do processo o sistema é capaz de retornar ao estado inicial e repetir o mesmo processo novamente, seguindo exatamente os mesmos passos (e manufaturando um produto "igual").

As redes de Petri Clássicas



?

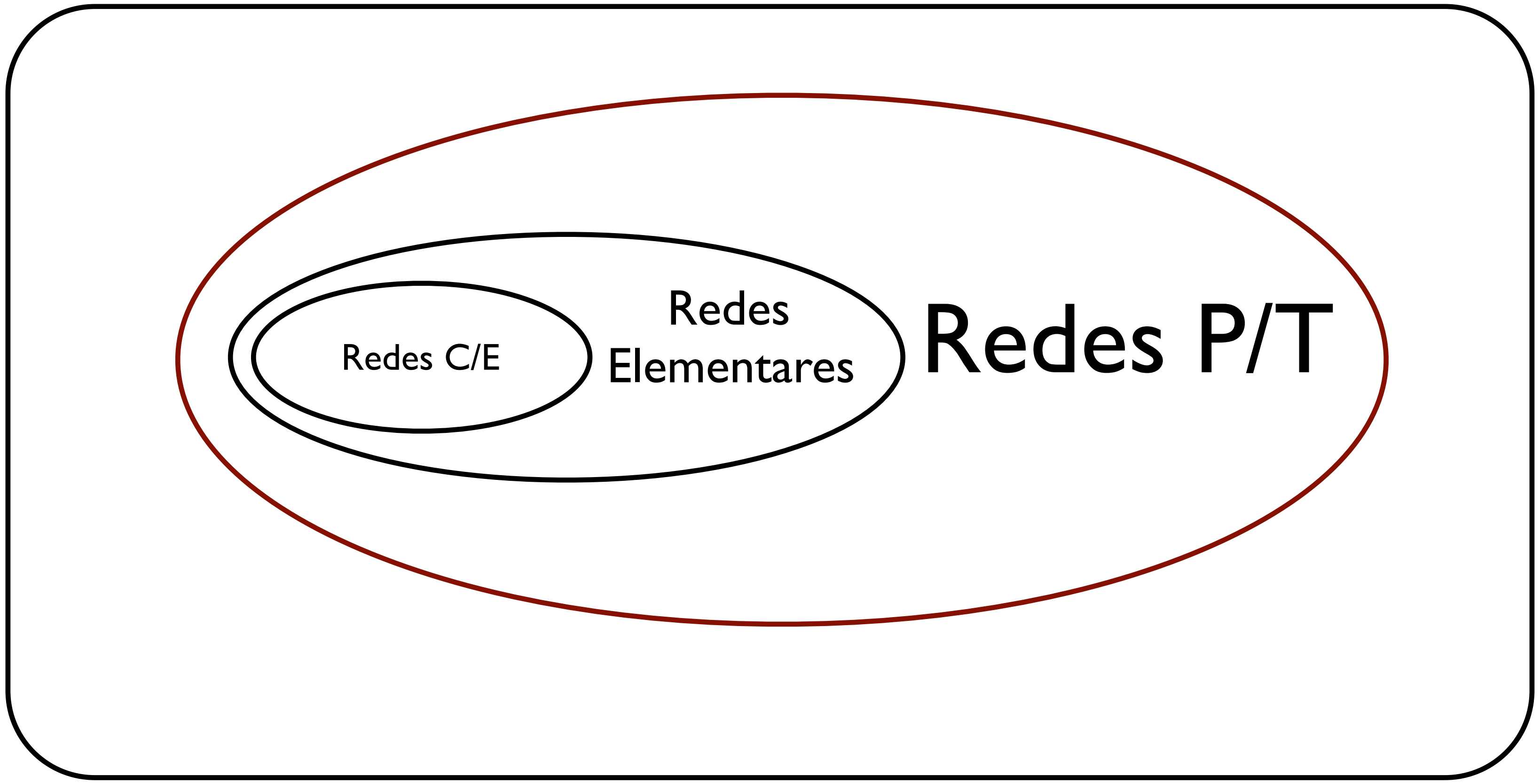
Redes P/T: Definição

Definition 16

Uma rede Place/Transition P/T, é uma n-upla, $N = (S, T; F, W, K, M_0)$, onde,

- S é um conjunto finito de lugares;
- T é um conjunto finito de trasições;
- $F = (S \times T) \cup (T \times S)$ representa as relações de fluxo (arcos);
- $W : F \to \mathbb{N}^+$ representando o peso, isto é, a quantidade de marcas que flui em cada arco;
- $K : S \to \mathbb{N}$ é um mapeamento que atribui a cada lugar uma capacidade máxima para o armazenamento de marcas.
- M_0 é a marcação inicial.

As redes de Petri Clássicas



Redes Place/Transition (P/T)

- número irrestrito (*w*) de marcas em cada lugar
- relações de fluxo não unitárias (peso dos arcos)
- determinação de capacidade dos lugares (> 1)
- indistinguibilidade das marcas
- geração de estados à partir de um estado inicial

Redes elementares → **Redes P/T**

Redes Limitadas

Definition 17

Uma rede $N = (S, T; F, W, K, M_0)$ é dita k-limitada se existe um número inteiro positivo k tal que

.

$\forall s \in S, M(s) \leq k,$

.

onde

.

$M : S \rightarrow \mathbb{N}$ é a função de marcação da rede.

.

O inteiro k é também chamado capacidade máxima de S, ou $max[K(s)]$.

Condição de Habilitação

Definition 18

Seja uma rede $N = (S, T; F, W, K, M_0)$. Uma transição $t \in T$ é dita habilitada em uma marcação M se e somente se,
$\forall s \in \bullet t, M(s) \geq W(s,t) \wedge \forall s \in t\bullet, M(s) \leq K(s) - W(t,s)$.

A Def. 18 é chamada condição de disparo estrita e é aplicada a redes k-limitadas, isto é, onde max[K(s)] é finito.

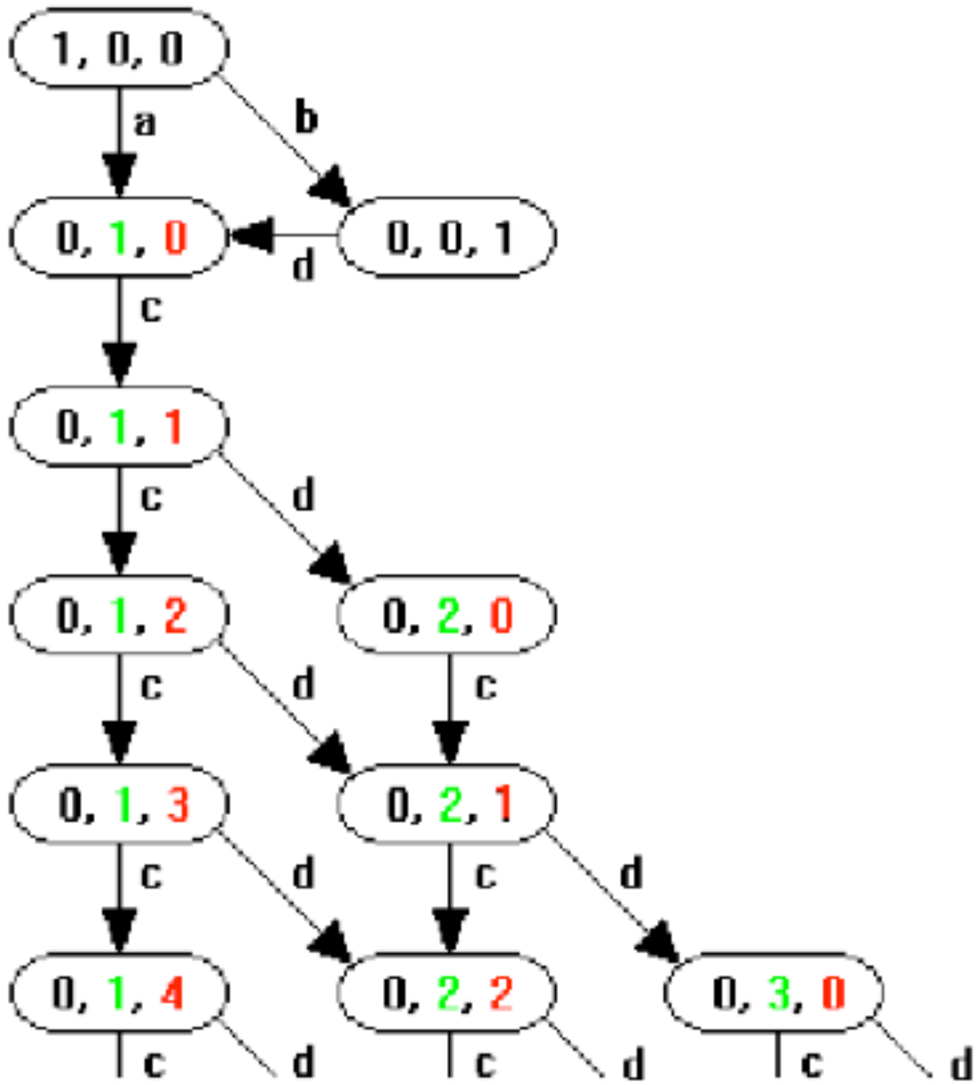
Redes Ilimitadas

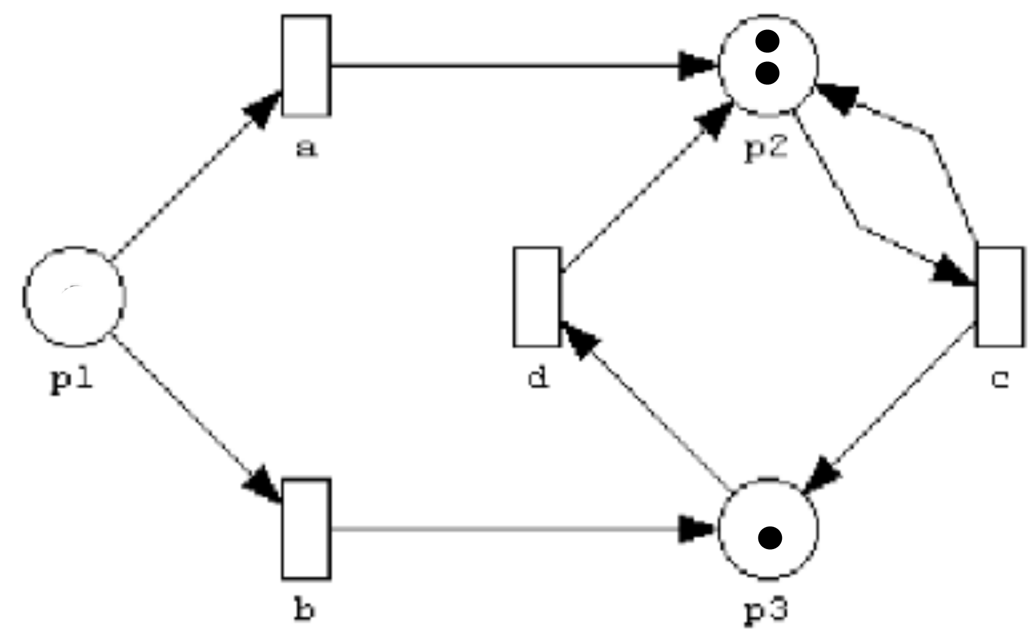
Definition 19

Uma rede $N = (S, T; F, W, K, M_0)$ é dita de capacidade infinita se e somente se,
$\exists s \in S \,|\, K(s) = w$, onde w é o inteiro ilimitado aleph-zero.

Uma rede de capacidade ilimitada tem também um grafo de atingibilidade infinito.

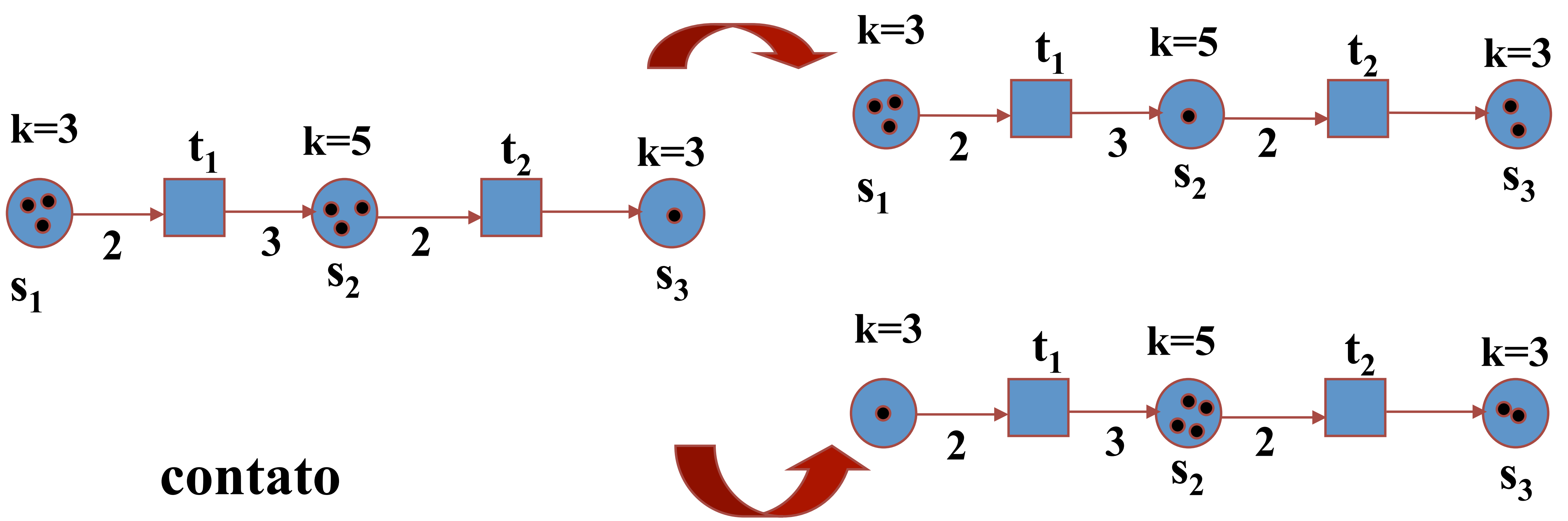
Exemplo





O grafo de atingibilidade à esquerda é infinito

O problema do contato



contato

A Rede Dual

Def 20] Dada uma rede P/T **N=(S,T;F, W, K, M_0),** definiremos como sendo o sistema **N'**, S-completo em relação a **N**, uma rede P/T **N'=(S',T';F', W', K', M_0')** onde

i)

$$S' = S \cup \overline{S}, \text{onde } \overline{S} \text{ é o dual de } S, \text{isto é,}$$
$$\overline{S} = \{\overline{s} \mid \forall s \in S.(\exists| \overline{s}.({}^\bullet s = \overline{s}^\bullet) \wedge (s^\bullet = {}^\bullet\overline{s}) \text{ e}$$
$$M(\overline{s}) = K(s) - M(s)\}$$

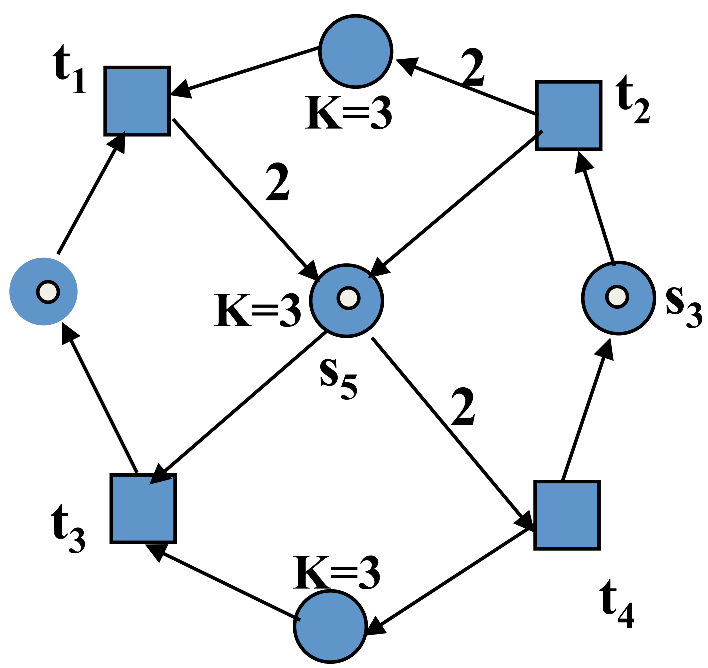
***ii*) T'=T;**

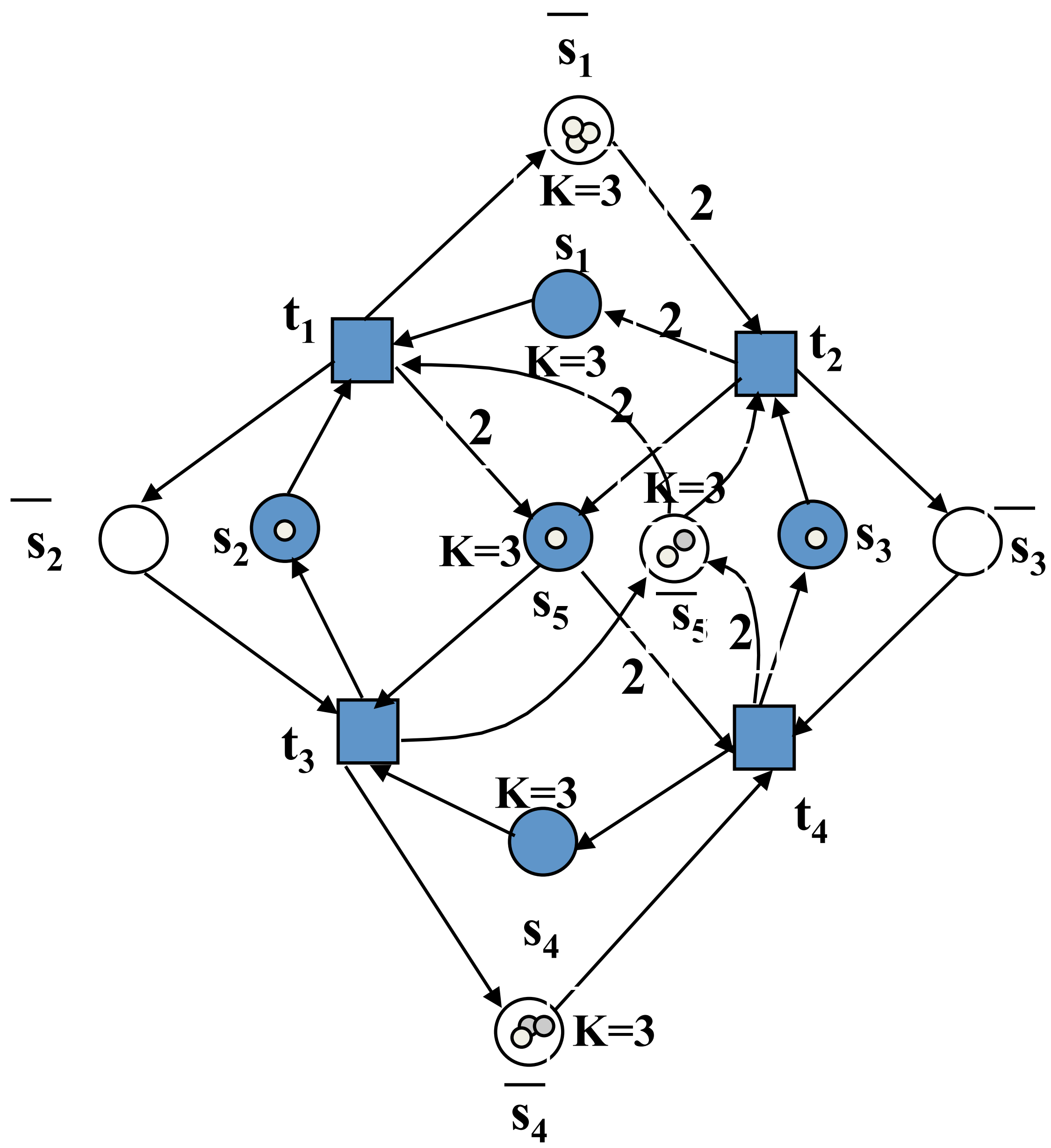
***iii*)**

$$F' = F \cup \overline{F}, \text{ onde}$$
$$\overline{F} = \{(t,\overline{s}) \mid t \in T \wedge [w(t,\overline{s}) = w(s,t)]\} \cup$$
$$\{(\overline{s},t) \mid t \in T \wedge [w(\overline{s},t) = w(t,s)]\}$$

***iv*) M_0'= M_0(s) ∪ $M_0(\overline{s})$**

Exemplo


t1
t2
t3
t4
2
2
2
K=3
K=3
K=3
s3
s5


s1
K=3
2
s1
t1
t2
2
K=3
2
2
K=3
s2
s2
K=3
s5
s5
s3
s3
2
2
t3
K=3
t4
s4
K=3
s4

Flexibilizando a regra de transição

Definition 21

Seja uma rede $N = (S, T; F, W, K, M_0)$, uma transição $t \in T$ é dita fracamente habilitada se e somente se
$\forall s \in \bullet t, M(s) \leq W(s, t)$.

Uma regra de transição fraca é sempre aplicável a uma rede de capacidade infinita.

Teorema 2

Seja uma rede P/T $< N, M_0 >$, onde se aplica a regra de transição estrita, e seja $< N', M'_0 >$ a sua rede dual, onde se aplica a regra de transição fraca. O grafo de atingibilidade destas duas redes são isomorfos.
Dem] (Lista de exercícios 2)

Portanto, para um ambiente de modelagem que trabalhe sempre com a rede dual não é preciso usar a regra de transição estrita.

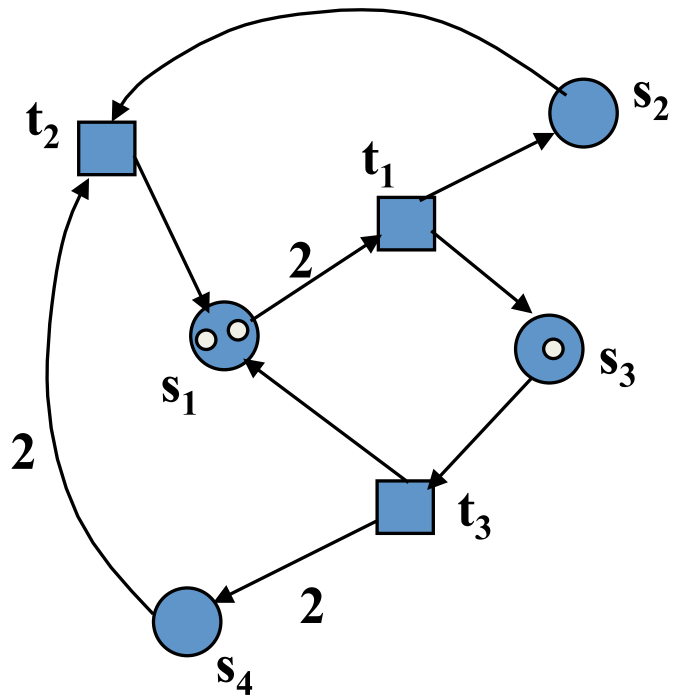
Proposição 2] Para toda análise de rede Place/Transition é possível utilizar a regra de transição fraca, dado que toda rede de capacidade finita, onde se pode aplicar a regra de disparo estrita, é de fato equivalente à sua rede dual onde se pode aplicar a regra de transição fraca.

Representação Algébrica das Redes P/T

As redes P/T podem ser consideradas uma generalização das redes Elementares, na medida que estas podem ser consideradas uma rede particular P/T onde a capacidade dos lugares é unitária, assim como o peso dos arcos. Portanto, vamos considerar a representação algébrica destas redes como um caso geral, bem como a análise de propriedades importantes com os invariantes.

Matriz de Incidência

Uma rede de Petri pode ser representada por sua matriz de incidências. Seja a rede supostamente ilimitada abaixo,

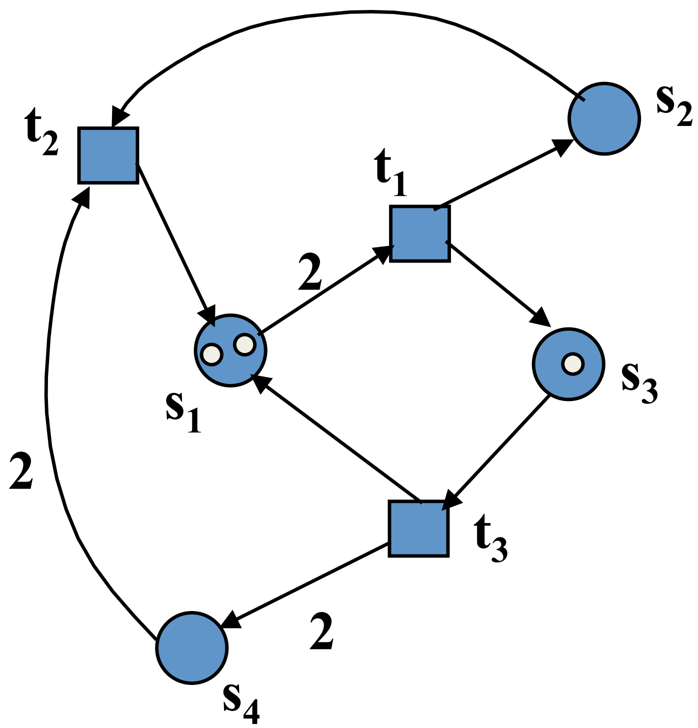


$$\mathbf{A} = \begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array}\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 \end{array} \\ & \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{array}{c} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{array} \end{array}$$

O vetor de habilitação

$$\sigma_{i,1} = \begin{cases} 1, & \text{se a transição } t_i \text{ está habilitada} \\ 0, & \text{se } t_i \text{ não está habilitada} \end{cases}$$

Equação de Estado



$$\boxed{M_{i+1} = M_i + A^T \sigma_i}$$

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cccc} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 \end{array} \\
A = & \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{array}{c} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{array}
\end{array}
$$

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad M_0 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Aplicando-se a relação recursivamente,

$$\mathbf{M}_{i+1} = \mathbf{M}_0 + \mathbf{A}^T \sum_{j=0}^{i} \sigma_j$$

A condição necessária para que um dado estado de marcas $\mathbf{M}_{i+1}$ seja atingível a partir de $\mathbf{M}_0$ é que exista uma soma de vetores de habilitação tal que,

$$\mathbf{A}^T \sum_{j=0}^{i} \sigma_j = \mathbf{A}^T \overline{\sigma} = \mathbf{M}_{i+1} - \mathbf{M}_0 = \Delta \mathbf{M}$$

Multiplicando a equação de estado por uma matriz B_f temos que,

$$\mathbf{B}_f \mathbf{A}^T \overline{\sigma} = \mathbf{B}_f \Delta \mathbf{M} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (\mathbf{A}\mathbf{B}_f^T)^T \overline{\sigma} = \mathbf{B}_f \Delta \mathbf{M}$$

$B_f \Delta M = 0$ determina as soluções da equação homogênea.

Neste caso B_f é uma ponderação na distribuição das marcas tal que estas se conservam na evolução de M_0 a M_{i+1}.

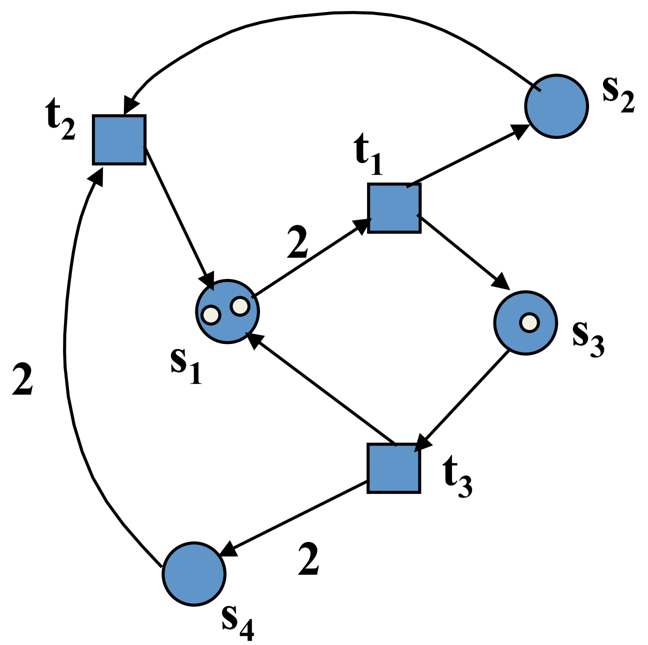
Neste caso, uma solução direta é que $AB_f^T=0$, e os vetores de B_f^T são chamados de S-invariantes.

Determinação de Bf

$$\begin{array}{c|l} & \begin{array}{cc} \text{m-r} & \text{r} \end{array} \\ \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} & \begin{array}{l} \text{r} \\ \text{n-r} \end{array} \end{array}$$

$$\mathbf{B}_f = [\mathbf{I}_{m-r} : -\mathbf{A}_{11}^T (\mathbf{A}_{12}^T)^{-1}]$$

Voltando ao exemplo



$$\mathbf{B}_f = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} : -\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1/2 \end{pmatrix}\right] =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1/2 \\ 0 & 1 & -1 & -1/2 \end{pmatrix}$$

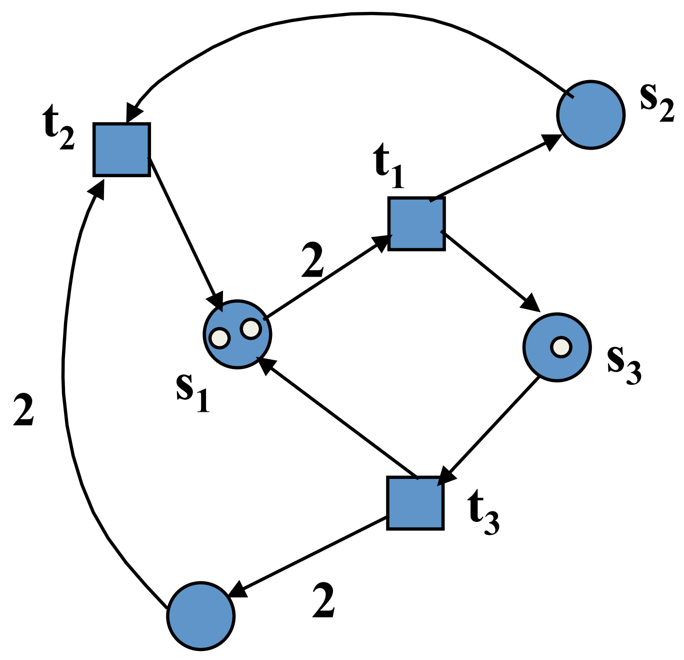
$$\mathbf{A} = \begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array}\begin{array}{cccc|c} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 & \\ -2 & 1 & 1 & 0 & t_1 \\ 1 & -1 & 0 & -2 & t_2 \\ 1 & 0 & -1 & 2 & t_3 \end{array}$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{cc|c} m-r & r & \\ \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} & r \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} & n-r \end{array}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_f = [\mathbf{I}_{m-r} : -\mathbf{A}_{11}^T(\mathbf{A}_{12}^T)^{-1}]$$



$$\begin{pmatrix}2\\0\\1\\0\end{pmatrix} \underset{t_1}{\Rightarrow} \begin{pmatrix}0\\1\\2\\0\end{pmatrix} \underset{t_3}{\Rightarrow} \begin{pmatrix}1\\1\\1\\2\end{pmatrix} \underset{t_2}{\Rightarrow} \begin{pmatrix}2\\0\\1\\0\end{pmatrix} \underset{t_3}{\Rightarrow} \begin{pmatrix}3\\0\\0\\2\end{pmatrix} \underset{t_1}{\Rightarrow} \begin{pmatrix}1\\1\\1\\2\end{pmatrix} \underset{t_3}{\Rightarrow}$$

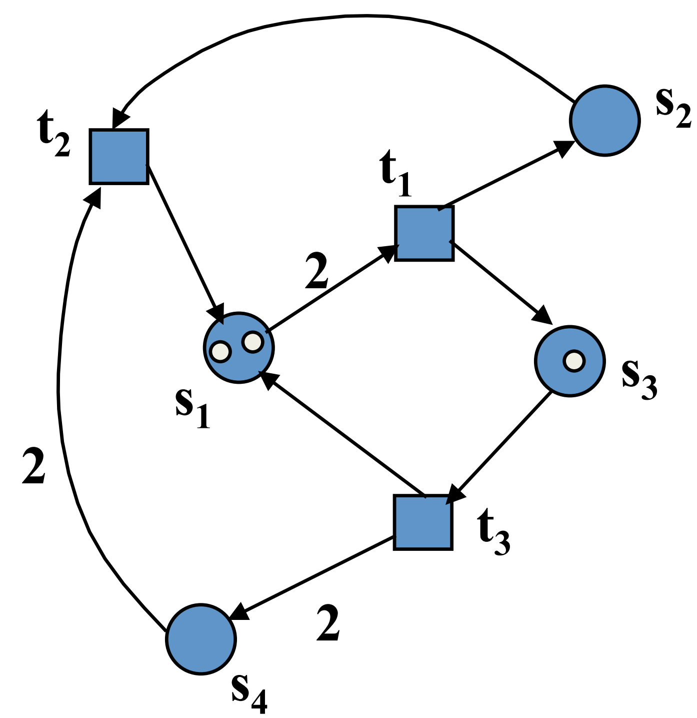
$$\begin{pmatrix}2\\1\\0\\4\end{pmatrix} \underset{t_2}{\Rightarrow} \begin{pmatrix}3\\0\\0\\2\end{pmatrix} \Rightarrow \ldots$$

Voltando à equação de estado podemos agora investigar a dinâmica da rede, e os ciclos,

$$\mathbf{A}^T \sum_{j=0}^{i} \sigma_j = \mathbf{A}^T \overline{\sigma} = \mathbf{M}_{i+1} - \mathbf{M}_0 = \Delta\mathbf{M}$$

Podemos agora selecionar os ciclos, isto é, estados e sequências de disparo tais que ΔM=0.

À soma dos vetores de habilitação que caracterizam este processo chamamos de T-invariante.



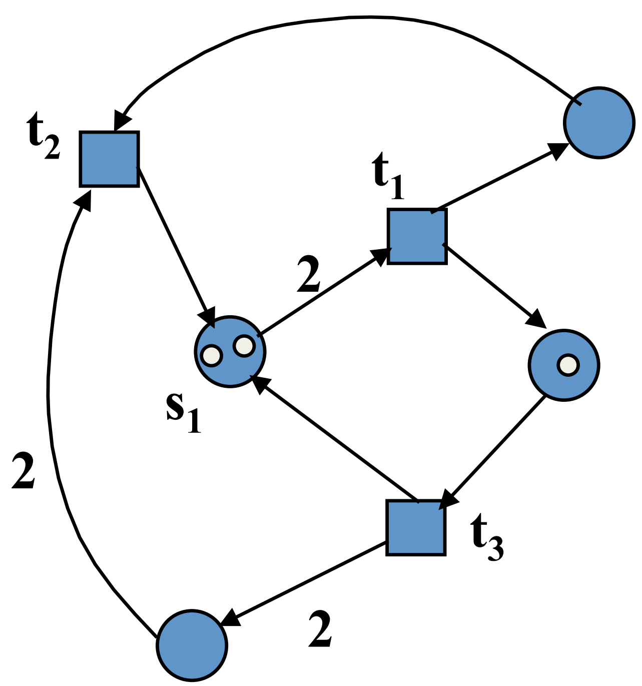
$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$x = y = z$$

$$\mathbf{A} = \begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{array}$$

Em primeira determinação, isto é, fazendo com que x=y=z assuma o menor inteiro positivo, temos que x=y=z=1

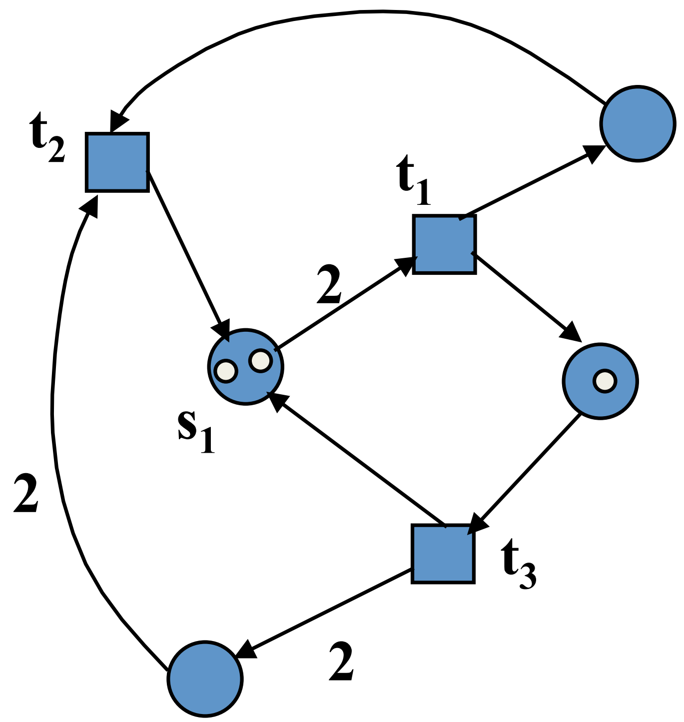
Note que existem passos (string de transições independentes) que levam o sistema ao mesmo estado, isto é, denotam ciclos



$$\begin{pmatrix}2\\0\\1\\0\end{pmatrix} \overset{t_1}{\Rightarrow} \begin{pmatrix}0\\1\\2\\0\end{pmatrix} \overset{t_3}{\Rightarrow} \begin{pmatrix}1\\1\\1\\2\end{pmatrix} \overset{t_2}{\Rightarrow} \begin{pmatrix}2\\0\\1\\0\end{pmatrix} \overset{t_3}{\Rightarrow} \begin{pmatrix}3\\0\\0\\2\end{pmatrix} \overset{t_1}{\Rightarrow} \begin{pmatrix}1\\1\\1\\2\end{pmatrix} \overset{t_3}{\Rightarrow}$$

$$\begin{pmatrix}2\\1\\0\\4\end{pmatrix} \overset{t_2}{\Rightarrow} \begin{pmatrix}3\\0\\0\\2\end{pmatrix} \Rightarrow \ldots$$

O processo $t_1\, t_3\, t_2$ gera ciclos invariantes em estados diferentes, como mostrado anteriormente.



$$\sigma_1 = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} \text{ e } \sigma_3 = \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sum_1^3 \sigma_i = \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} \text{ é um T-invariante}$$

Formal methods have been successfully used for the development of safety-critical systems; however, the need for skilled knowledge when writing formal models and reasoning about them represents a major barrier in the adoption of formal methodologies for the development of non-critical applications. A key aspect in the verification of formal models and in the development of reliable systems is the identification of invariants. However, finding correct and meaningful invariants for a model represents a significant challenge. We have used automated theory formation (ATF) techniques to automatically discover invariants of Event-B models. In particular, we use Colton's HR system [2] to explore the domain of Event-B models and suggest potential invariants.

Análise de Modelos em Redes de Petri

Possíveis estratégias :

- Classificação (fazer um estudo prévio de certas classes de rede e simplesmente identificar cada caso prático com uma das classes)

- Identificar propriedades "desejáveis" nas redes associadas a casos práticos, implicando que já existe uma associação destas propriedades com comportamento ou estrutura do sistema.

- Reproduzir a rede de cobertura e fazer a análise sobre esta rede

Até aqui nos baseamos em uma única propriedade para a análise dos sistemas modelados em Redes de Petri: a atingibilidade.

Vários trabalhos mostram que o problema da atingibilidade de um dado estado é decidível.

J. Esparza, Decidability and Complexity of Petri Nets Problems:An Introduction. Advanced Courses in Petri Nets, 1998, in Lecture Notes in Comp. Science 1491, Lectures in Petri Nets : Basic Models.

A relação de atingibilidade foi definida na aula passada como:

Definition 11

Definimos a relação de atingibilidade $R = (r \cup r^{-1})^{\star}$, onde $r \subseteq \mathscr{P}(S) \times \mathscr{P}(S)$ de modo que $c \, r \, c' \iff \exists v \in T \mid c \,|v\rangle\, c'$.

o que nos leva sempre a questionar se um dado estado pertence ao forward case class de uma dada marcação inicial M0

$$\mathbf{M} \in |\mathbf{M}_0\rangle ?$$

$$\mathbf{M}_{i+1} = \mathbf{M}_0 + \mathbf{A}^T \sum_{j=0}^{i} \sigma_j$$

$$\mathbf{M}_{i+1} = \mathbf{M}_0 + \mathbf{A}^T \sum_{j=0}^{i} \sigma_j$$

Fazendo $\sum_{j=0}^{i} \sigma_j = \overline{\sigma}$, temos a equação não - homogênea, $\mathrm{A}^{\mathrm{T}} \overline{\sigma} = \Delta M$. Se esta equação tiver solução não saberemos de fato se existe uma permutação de σ's que seja exequivel na prática, e que tornaria o estado de fato atingível. Entretanto, se a equação não tem solução, então o estado em questão NÃO é atingível. Temos assim uma condição necessária para a atingibilidade, obtida diretamente da equação de estado.

Árvore de Cobertura

Definition 22

Seja uma rede P/T $< N, M_0 >$, e seja uma marcação $M \in |M_0\rangle$. A marcação M é dita emcampável (coverable) se e somente se existir uma marcação $M' \in |M_0\rangle$ tal que $M' \geq M$, isto é, $\forall s \in S, M'(s) \geq M(s)$.

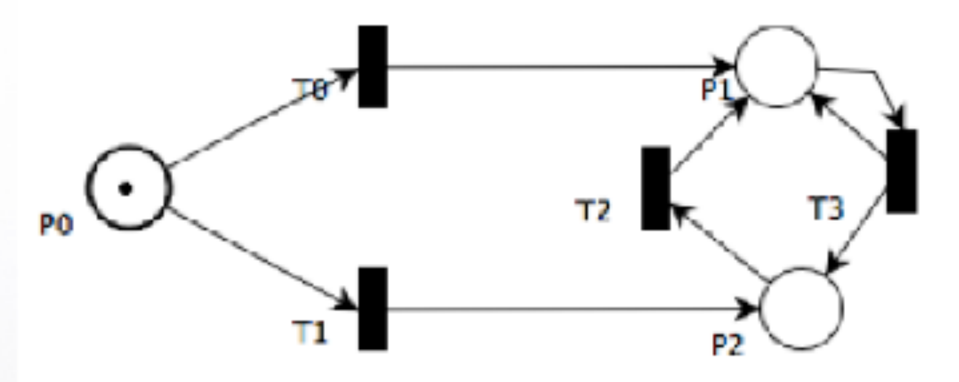
Uma árvore de cobertura é uma estrutura que tem a marcação inicial como raiz e cada ramo representando os diferentes processos ou sequencia de disparos até encontrar um “dead end” ou uma marcação já visitada.

Algorítimo de Construção

1) Tome M_0 como raiz e rotule este estado como “new”

2) Enquanto existir uma marcação denotada por “new” faça
   2.1) Selecione uma nova marcação M (apontada por “new”);
   2.2) Se M for idêntica a alguma marcação já visitada, rotule esta marcação como “old” e procure uma nova marcação.
   2.3) Se nenhuma transição está habilitada então rotule M como um “final trap”;
   2.4) Enquanto existirem transições habilitadas em M, faça
      2.4.1) Obtenha a marcação resultante do firing de $t \in M^{\bullet}$;
      2.4.2) Se a nova marcação é superável substitua M´por *w*
      2.4.3) Faça um novo nó com M´, desenhe um arco com rótulo t de M para M´ e rotule M´ como “new”.

Exemplo



Em princípio os lugares P1 e P2 têm capacidade w.

1) Tome M_0 como raiz e rotule este estado como "new"

2) Enquanto existir uma marcação denotada por "new" faça

2.1) Selecione uma nova marcação M (apontada por "new");

2.2) Se M for idêntica a alguma marcação já visitada, rotule esta marcação como "old" e procure uma nova marcação.

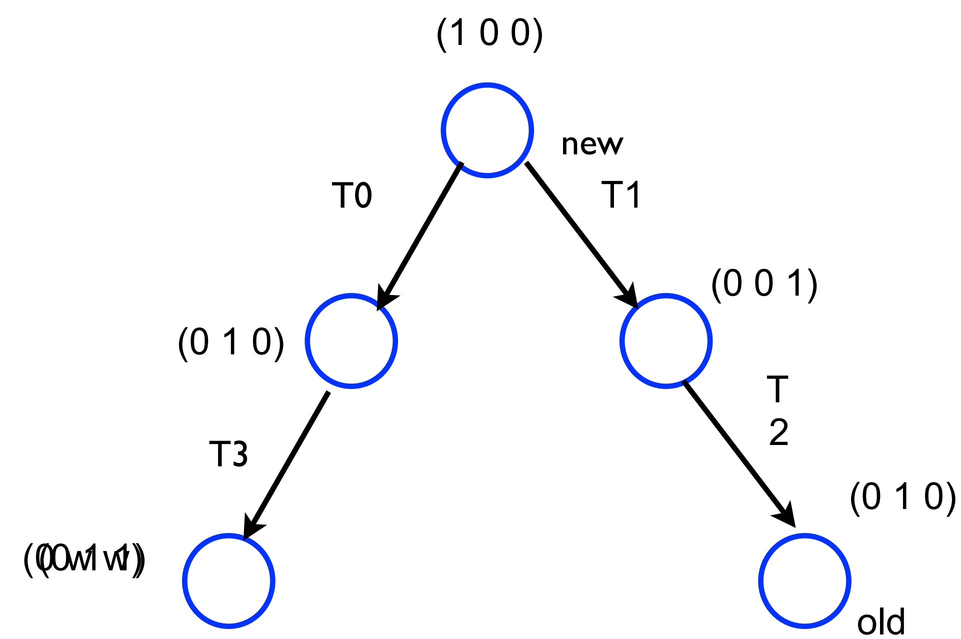
2.3) Se nenhuma transição está habilitada então rotule M como um "final trap";

2.4) Enquanto existirem transições habilitadas em M, faça

2.4.1) Obtenha a marcação resultante do firing de t $\in M^{\bullet}$;

2.4.2) Se a nova marcação é superável substitua M´por *w*

2.4.3) Faça um novo nó com M´, desenhe um arco com rótulo t de M para M´ e rotule M´ como "new".



Verificação de sistemas com Redes de Petri

- uma técnica de verificação é um algorítmo procedural que prova que uma dada propriedade vale em um caso específico;

- uma técnica de prova visa demonstrar a propriedade em um caso geral (em geral lida com métodos simbólicos, declarativos);

- uma técnica de análise agrupa um conjunto de propriedades de uma rede como sendo isomorfas às de um modelo ou artefato em fase de design (sistema em geral).

Padronização das redes

IEC/ISO 15909

Parte 1 (2004): modelo semântico, definição teórica das redes clássicas e das redes de alto nível.

Parte 2 (2005-2008): definição do protocolo de importação/exportação, PNML.

Parte 3 (?) : Extensões, Redes Temporizadas, modularidade, hierarquia.

A rede de Petri tem todos os elementos fundamentais à análise de sistemas?

No passado várias redes foram desenvolvidas com elementos ou features orientadas para as diferentes aplicações

Sistemas de telecomunicação

Redes de computadores

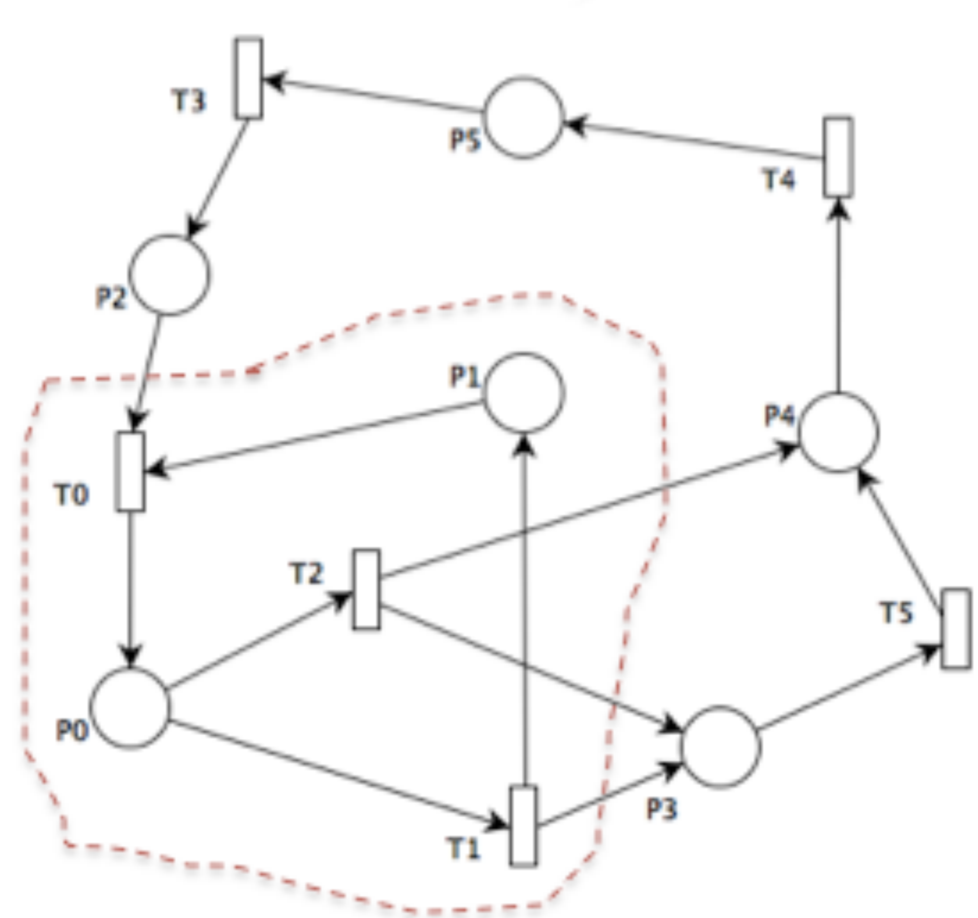
Sistemas de manufatura

Sistemas químicos de produção em batelada

Sistemas de transporte (inteligentes)

etc.

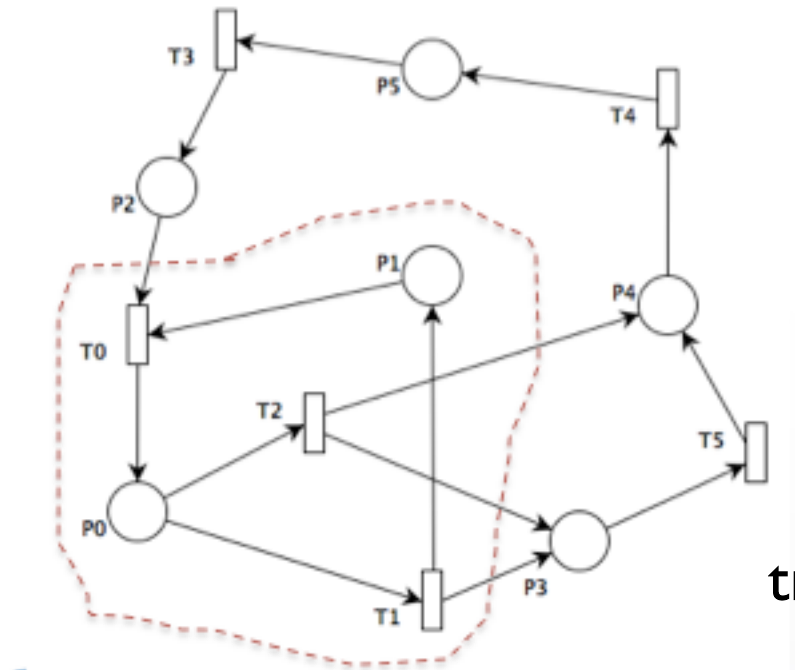
Hierarquia em redes clássicas



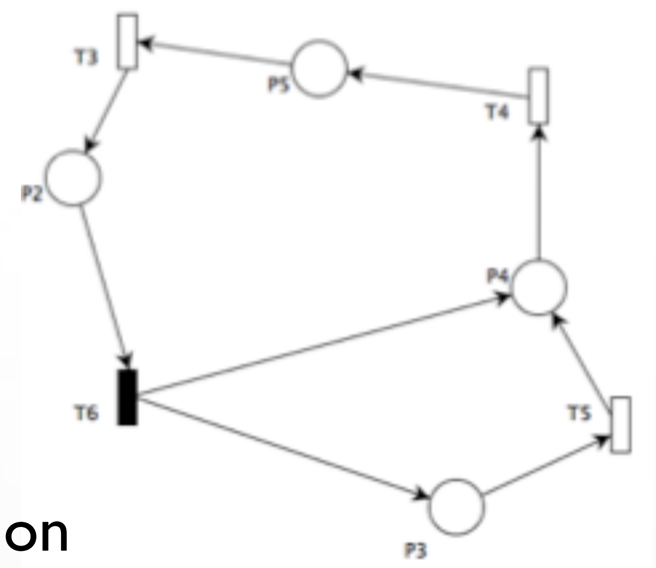
Definition 39

Seja uma estrutura de rede $N = (S, T; F)$. Seja $X = S \cup T$ e um sub-cojunto $Y \subseteq X$. Definimos uma borda de N como o conjunto $\partial(N) = \{y \in Y \mid \exists x \notin Y . x \in loc(y)\}$.

Substituição de uma sub-rede

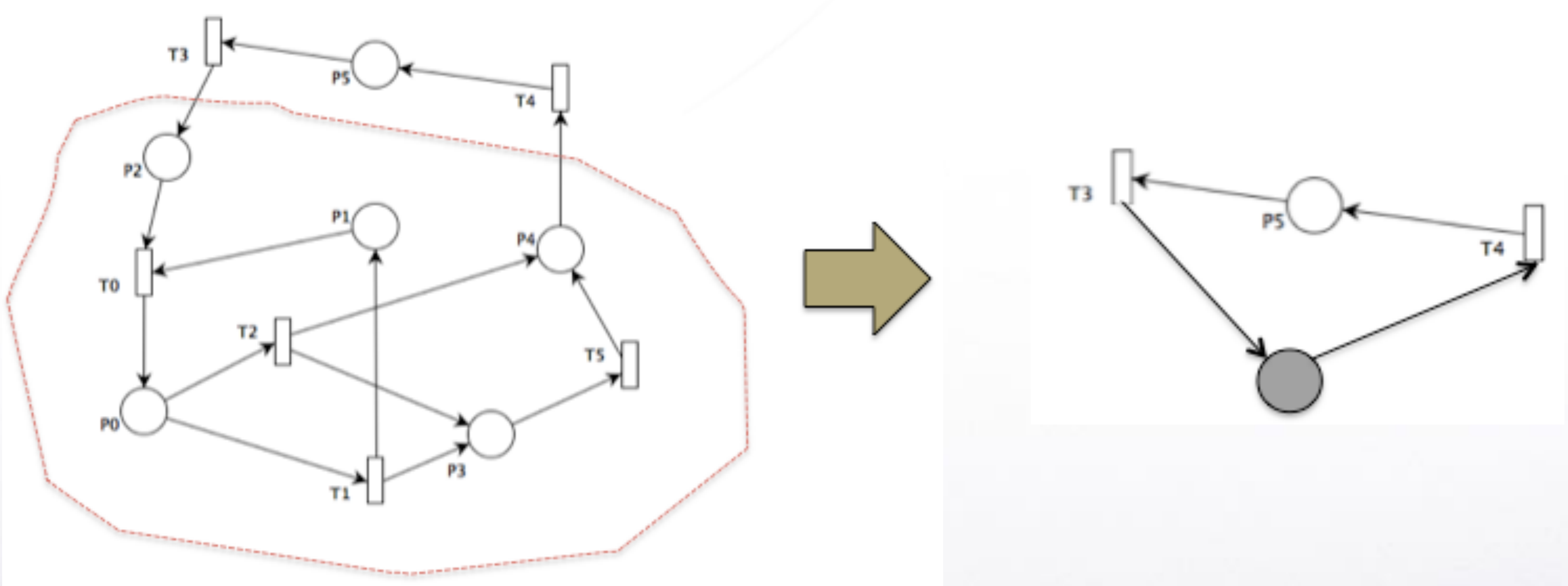


transition bounded substitution



Definition 40

Um sub-conjunto de elementos Y da rede $N = (S, T; F)$ é dito limitado por lugar (place bounded) ou aberto, se e somente se $\partial(Y) \subseteq S$. Similarmente, um sub-conjunto Y desta rede é dito limitado por transição (transition bounded), se e somente se $\partial(Y) \subseteq T$.



place bounded substitution

Se em uma rede com estrutura $N = (S, T; F)$ existe uma sub-rede Y limitada por transição, a substituição desta sub-rede Y gera uma rede $N' = (S', T'; F')$ onde:

(i) $S' = S \backslash Y$;
(ii) $T' = T \backslash Y \cup \{t_y\}$, onde t_y é o novo elemento que substitui Y;
(iii) $F' = F \backslash Int(Y)$ onde $Int(Y)$ é o conjunto dos arcos internos de Y.

.

Similarmente, se a sub-rede Y é limitada por lugar,
(i) $S' = S \backslash Y \cup \{s_y\}$, onde s_y é o novo elemento que substitui Y;
(ii) $T' = T \backslash Y$;
(iii) $F' = F \backslash Int(Y)$ onde $Int(Y)$ é o conjunto dos arcos internos de Y.

Elementos próprios

Seja x_y um elemento genérico (instanciável por t_y ou por p_y). Este elemento é dito *próprio* se e somente se é limitado por transição (lugar), tem somente dois elementos de borda, com pelo menos um processo vivo entre eles.

Se os elementos abstratos são próprios as propriedades da rede subjacente se conservam a menos de um termo aditivo. (J. R. Silva, On The Property Analysis of Abstract and Hierarchical Nets, to appear).

Hierarchy is a good abstraction feature. However, the real challenge is to associate that with the property analysis, so that the abstract net preserve the same properties than the expanded one.

The proper requirement is a key issue for that.

Fundamentos do método estruturado

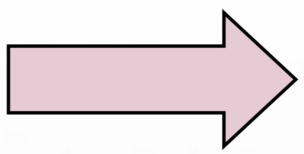
Um ***bloco*** é um conjunto genérico de instruções de programa, onde uma dada instrução é identificada como a entrada do bloco e outra (diferente da primeira) é identificada como a saída.

Se A e B são blocos de um mesmo programa, então A e B são ditos independentes se e somente se $A \cap B = \emptyset$.

Se A e B são tais que $A \cap B \neq \emptyset$ então $(A \subseteq B)$ OU $(A \subseteq B)$

Constituintes próprios e primos

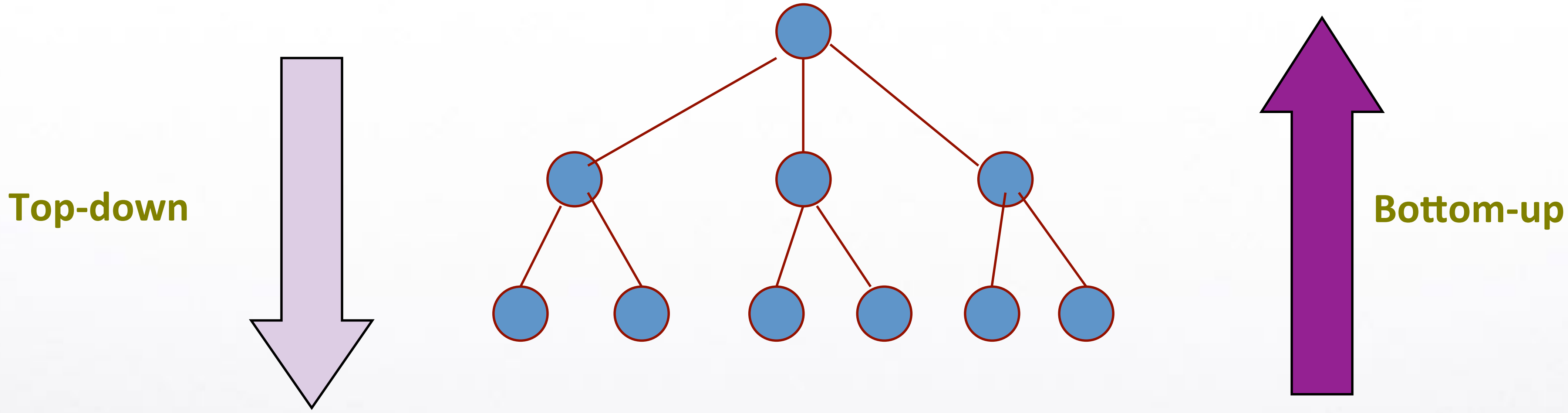
Elementos próprios



Base de elementos constituintes (componentes)

Elementos próprios indivisíveis são chamados primos. Um conjunto LI de elementos primos pode constituir uma base e portanto pode descrever qualquer programa.

Decomposição por refinamentos: o método estruturado



The great advantage in the structured method is its accumulative nature in the forward (top down) development. Conversely, it adds compositionality in the bottom up constructive development. Such a combination is the key issue that makes the structured approach a good feature in modeling and design.

Petri Nets has been criticized by its lack of compositionality. The inclusion of hierarchy (in both classic and high level nets) is the best answer to that critic.

Fim