

Carlos R. Godoy

Universidade de São Paulo 

 **Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade**
Ribeirão Preto

Mercado Financeiro I
RCC 0407




Carlos R. Godoy
crgodoy@usp.br



Carlos R. Godoy

Mercado Financeiro I
RCC 0407

Taxas de Juros

Aula 2



Carlos R. Godoy

Agenda da Aula 2

1. Matemática dos Juros
2. Taxas de Juros
3. Descontos
4. **Juros Reais e Inflação**
5. **Decomposição da taxa de juros**
6. Taxas Over: Selic e DI
7. Taxas Spot e Taxas Futuras
8. **Características dos TRF**
9. **Rendimentos: total, corrente, ganho de capital**
10. VE: Juros Real Negativo nos EUA




Carlos R. Godoy

Questões Norteadoras

1. Como apurar o **ganho de capital**?



2. O que é um título **zero cupom**? E um bônus **perpétuo**?



Carlos R. Godoy

Taxas Linear de Juros

- **Juros Simples**
- ✓ Proporcional.
- ✓ Determinada pela relação simples entre a taxa de juros considerada na operação e o número de vezes em que ocorrem juros.
- ✓ 12% ao ano é proporcional a 1% ao mês.
- ✓ 30% ao mês é proporcional a 1% ao dia.

$$12m \times 1\% \text{ a.m.} = 1a \times 12\% \text{ a.a.}$$

$$\frac{12\% \text{ a.a.}}{12m} = 1\% \text{ a.m.} \qquad \frac{30\% \text{ a.m.}}{30d} = 1\% \text{ a.d.}$$


Carlos R. Godoy

Taxa Exponencial de Juros

- **Juros compostos**
- ✓ Equivalente
- ✓ Duas taxas são equivalentes quando incidindo sobre o mesmo capital durante certo intervalo de tempo, produzem montantes iguais.
- ✓ 18% a.a. é a taxa de juros efetivo de uma operação. Qual é a taxa equivalente trimestral da operação?

$$I_q = \sqrt[q]{1+i} - 1$$

$$I_q = \sqrt[4]{1+0,18} - 1 = 4,22\% \text{ a.t.}$$
- ✓ Se a rentabilidade efetiva oferecida por um banco para uma aplicação em CDB é 22,5% ao ano, qual será a taxa de juro mensal?
$$i_{12} = \sqrt[12]{1+0,225} - 1 = (1,225)^{1/12} - 1 = 0,017$$

i = 1,7% ao mês



Carlos R. Godoy 7

Prazo nos Juros

- ✓ Deve-se reconhecer dois prazos (da taxa e da capitalização):

1. Da taxa: 3% ao mês, 6% ao ano
2. Da capitalização: diária ou trimestral – assim os juros são acrescidos ao principal a cada dia ou a cada três meses.

- ✓ O tipo de taxa adotado no período de capitalização pode ser proporcional (simples ou linear) ou equivalente (composta ou exponencial).



Carlos R. Godoy 8

Taxas Efetiva de Juros

- ❖ Sendo de 30% ao ano a taxa nominal, determinar a taxa efetiva para uma capitalização mensal e trimestral.

- Taxa proporcional mensal: $30\% / 12 = 2,5\%$ ao mês
 $EFE(i) = (1+i)^{12} - 1 = (1+0,025)^{12} - 1 = 0,345$ ou 34,5% a.a.
- Taxa proporcional trimestral: $30\% / 4 = 7,5\%$ ao mês
 $EFE(i) = (1+i)^4 - 1 = (1+0,075)^4 - 1 = 0,3354$ ou 33,54% a.a.

- ❖ A Caderneta de Poupança rende juros de 6% a.a. (nominal), qual é a taxa efetiva para a capitalização mensal?

$$Txprop = \frac{6\%}{12} = 0,5\% a.m.$$

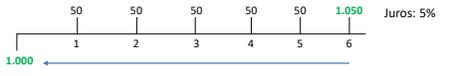
$$EFE_{(i)} = (1+0,0050)^{12} - 1$$

$$EFE_{(i)} = 6,17\% a.a.$$


Carlos R. Godoy

Valor Presente

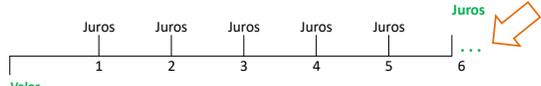
$$VP = \frac{VF}{(1+i)^n}$$


$$PV = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{FCx}{(1+r)^j} = \frac{FCx_1}{(1+r)^1} + \frac{FCx_2}{(1+r)^2} + \frac{FCx_3}{(1+r)^3} + \dots + \frac{FCx_n}{(1+r)^n}$$


$$PV = \frac{50}{(1+0,05)^1} + \frac{50}{(1+0,05)^2} + \frac{50}{(1+0,05)^3} + \frac{50}{(1+0,05)^4} + \frac{50}{(1+0,05)^5} + \frac{1050}{(1+0,05)^6} = 1.000$$


Carlos R. Godoy 10

Valor Presente em Perpetuidade



$$VP = \frac{Juros}{i}$$

- ❖ Se um título de dívida paga juros perpétuos de \$100 ao ano e a taxa de juros de mercado é de 10%, então o valor deste instrumento é de:

$$VP = \frac{\$100}{0,10} = \$1.000$$


Carlos R. Godoy 11

Valor Presente

A

$$PV = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{FCx}{(1+r)^j}$$

B

$$VP = \frac{VF}{(1+IRR)^n}$$

C

$$V_0 = \frac{C_n + P_n}{(1+TIR)^n}$$

D

$$P_0 = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{FCx}{(1+YTM)^j}$$

$$VP = \frac{VF}{(1+i)^n}$$

E

$$\sum_{j=1}^{\infty} \frac{FCx}{(1+r)^j} = \frac{FCx_1}{(1+r)^1} + \frac{FCx_2}{(1+r)^2} + \frac{FCx_3}{(1+r)^3} + \dots + \frac{FCx_n}{(1+r)^n}$$

F

$$VP = \frac{Juros}{i}$$



Carlos R. Godoy 12

Taxa de Desconto

Descontos

Racional

- Por dentro
- Sobre o valor líquido
- Menor volume de juros efetivo
- Menos usado

Bancário

- Por fora
- Sobre o valor nominal
- Maior volume de juros efetivo
- **Mais usado**

$$d = \frac{EFE}{1 - EFE}$$

$$EFE = \frac{d}{1 + d}$$

$$d = \frac{EFE}{1 + EFE}$$

$$EFE = \frac{d}{1 - d}$$



Carlos R. Godoy 13

Desconto Racional

- Desconto por dentro
- Incide sobre o valor líquido (valor aplicado no título)
- Menor volume de juros efetivo nas operações.

Sem utilização prática

$$d = \frac{EFE}{1 - EFE} \qquad EFE = \frac{d}{1 + d}$$

❖ Uma empresa pagou antecipadamente junto a seu fornecedor, uma duplicata de \$100.000 que vence em 3 meses. O fornecedor concedeu um desconto de 2% a.m.

- Valor nominal do título \$100.000,00
- Desconto: \$ (5.660,38)
- Valor do pagamento: \$100.000 / (1+(0,02x3)) \$ 94.339,62
- Rentabilidade (taxa) efetiva?
- 1,96% a.m.

$$EFE = \frac{5.660,38}{94.339,62} = 6\% \text{ oper ou } 1,96\% \text{ a.m.}$$


Carlos R. Godoy 14

Desconto Bancário

- Desconto por fora ou comercial
- Incide sobre o valor nominal (valor de face ou resgate do título)
- Maior volume de juros efetivo nas operações.

$$d = \frac{EFE}{1 + EFE} \qquad EFE = \frac{d}{1 - d}$$

❖ O valor nominal de um título do governo é de \$100.000, este título vence em um mês e o rendimento prometido é baseado no desconto sobre o valor de face, neste caso, 2% ao mês.

- Valor nominal do título \$100.000
- Desconto: 2% x \$100.000 \$ (2.000)
- Valor da aplicação \$ 98.000
- Rentabilidade (taxa) efetiva?
- 2,04% a.m.

$$EFE = \frac{0,02}{1 - 0,02}$$


Carlos R. Godoy 15

Índices de Preços - Inflação

IGP - M	Índice Geral de Preços - Mercado	FGV	<p>Média ponderada de 3 índices de preços:</p> <ul style="list-style-type: none"> Índice de Preços ao Produtor Amplo (IPA-M) (60%) Índice de Preços ao Consumidor (IPC-M) (30%) Índice Nacional de Custo da Construção (INCC-M) (10%) $IGPM_t = 0,6X_t + 0,3Y_t + 0,1Z_t$ <ul style="list-style-type: none"> Coleta de preços do dia 21 ao dia 20 do mês de referência Divulgado no final do mês, dia 30 do mês Fev17: 0,48% - Ano: 0,86% - 12 meses: 4,92%
IPCA	Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo	IBGE	<p>Índice oficial de inflação:</p> <ul style="list-style-type: none"> Famílias com rendimentos entre 1 e 40 SM Residentes em áreas urbanas das regiões 11 regiões metropolitanas + Goiânia e C Grande Coleta de preços do dia 1 ao dia 30 do mês de referência Divulgado no início do mês, entre os dias 10 e 15 do mês Fev17: 0,08% - Ano: 0,73% - 12 meses: 5,38%



Carlos R. Godoy 16

Índices de Preços

- Representa acréscimo percentual médio verificado nos preços de diversos bens e serviços produzidos pela economia.

$$IP(INF\%) = \left(\frac{I_N}{I_{N-t}} - 1 \right) \times 100$$

❖ Determinado indicador de preços apontou 113,04 em maio e 102,30 em abril, qual a taxa de inflação verificada para o período?

$$INF = \left(\frac{113,04}{102,30} - 1 \right) \times 100 = 10,50\%$$

❖ O IPC Fipe Acumulado (desde Jan93) de Fev/08 foi de 652,7587, em Mar/08 estava em 654,7823, qual a taxa de inflação para o período de Mar/08?

$$INF = \left(\frac{654,7823}{652,7587} - 1 \right) \times 100 = 0,31\%$$


Carlos R. Godoy 17

Taxas Real de Juros

- A taxa efetiva de uma operação incorpora a taxa real mais a variação do poder aquisitivo da moeda (inflação e ou câmbio).

Taxa Efetiva (Nominal) = Taxa Real x (+) Taxa Inflação

Mercado internacional

$$Tx Efe_{(i)} = [(1+r)x(1+Inf)] - 1 \qquad Tx Real(r) = \frac{1 + EFE}{1 + Inf} - 1$$

❖ Um CDB pagou uma taxa efetiva de juro de 2,5% em determinado mês. Nesse mês a inflação foi de 1,0%, determinar a rentabilidade real oferecida por esse título.

- 1,49%
- Um empréstimo em dólar atinge 15% a.a. mais variação cambial, estimada em 8,5% (desvalorização), determinar o custo efetivo da operação.
- 24,78%



Carlos R. Godoy 18

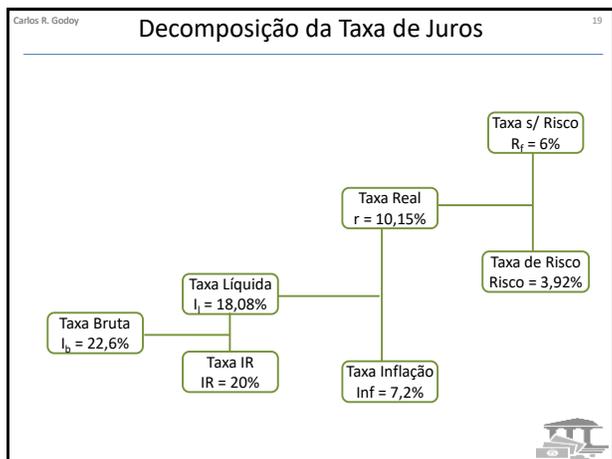
Taxa Efetiva de Juros

- Pagamento efetuado pelos tomadores de empréstimos aos emprestadores, para compensação do tempo e do risco.
- Taxas de juros que representam o verdadeiro pagamento em dinheiro (saída de caixa).
- Pode ainda conter uma remuneração pelos impostos.

$$i = r \times Infl \times liq \times \sigma$$

- i : taxa de juros efetiva
- r : taxa real
- Infl: prêmio de inflação
- Liq: prêmio para liquidez
- σ : prêmio pelo risco



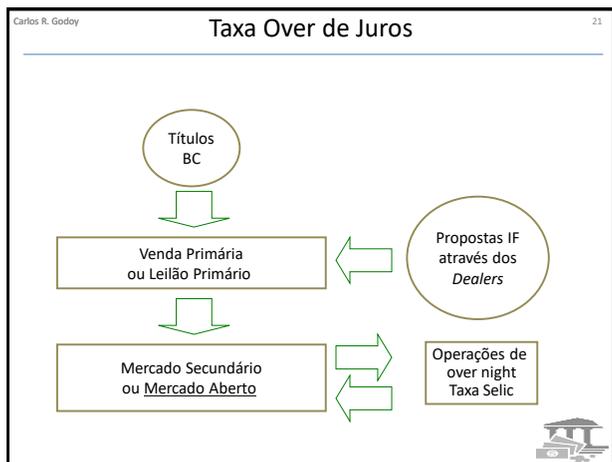


Taxas de Juros em Produtos Financeiros

TAXAS ADOTADAS NO MERCADO FINANCEIRO		
Operação	Prazo da Taxa de Juros	Tipo de Taxa
Mercado Aberto	mês	Proporcional
CDB, RDB	ano	Equivalente
Repasse Recursos Exterio	ano	Proporcional
Sistema Price	ano	Proporcional
Caderneta de Poupança	ano	Proporcional

Dia 24/02/17 e 24/02/2016

- Selic (meta): 12,25% e 14,25%
- Selic (efetiva): 12,82% e 14,15%
- Selic (over): 12,15% e 14,15%
- CDI (efetiva): 12,80% e 14,13%
- CDI (over): 12,13% e 14,13%



Taxa Over de Juros

- ✓ Taxa **nominal** com **capitalização diária**, válida somente para **dias úteis**.
- ✓ Expressa **ao mês** – 30 dias.
- ✓ Taxa ao dia x 30

$$Over = [(1 + EFE_{(i)})^{1/30} - 1] \times 30 \quad EFE_{(i)} = (1 + \frac{over}{30})^{30} - 1$$

- ✓ A taxa over de determinado mês é de 3,2%, com 20 dias úteis no período. Qual é a taxa de juro a ser considerada em cada dia útil? E qual é a taxa efetiva da operação?

$$Txprop = \frac{3,2\%}{30} = 0,11\% \text{ a.d.}$$

$$EFE_{(i)} = (1 + 0,0011)^{20} - 1$$

$$EFE_{(i)} = 2,16\% \text{ a.m.}$$

Taxa Over de Juros

- ✓ Para transformar uma taxa efetiva em taxa over, ambas em bases mensais, no caso de uma taxa efetiva de 2,1% ao mês, com 21 dias úteis:

$$Over = [(1 + EFE_{(i)})^{1/30} - 1] \times 30$$

$$Over = [(1 + 0,021)^{1/21} - 1] \times 30 = 0,0297$$

Over = 2,97% ao mês

Taxa Over de Juros

- ✓ Admitamos que a taxa over esteja fixada, num mês determinado em 2,4%, sendo 22 os dias úteis do período.
- ✓ A taxa diária será 2,4/30=0,08%.

$$EFE_{(i)} = (1 + \frac{over}{30})^{30} - 1$$

$$EFE_{(i)} = [1 + 0,024/30]^{22} - 1 = 0,0177$$

EFE(i) = 1,77% ao mês

Carlos R. Godoy 25

Taxa Selic Over

- ✓ Fixada para o ano, **252** dias úteis.
- ✓ **Efetiva** com capitalização diária
- ✓ Uma taxa Selic over está fixada em 16% ao ano, qual a taxa efetiva diária:

$$EFE(i) = [1 + Over]^{1/du} - 1$$

$$EFE(i) = [1 + 0,16]^{1/252} - 1 = 0,0589\% a.du.$$

- ✓ Para um mês de 22 dias úteis a taxa Selic over mensal será de:

$$SELIC_{Over}(a.m.) = [1 + 0,16]^{22/252} - 1 = 1,3042\% a.m.$$

Carlos R. Godoy 26

Taxa CDI Over

- ✓ Fixada para o ano, **252** dias úteis.
- ✓ **Efetiva** com capitalização diária
- ✓ Uma taxa CDI over está fixada em 16% ao ano, qual a taxa efetiva diária:

$$EFE(i) = [1 + Over]^{1/du} - 1$$

$$EFE(i) = [1 + 0,16]^{1/252} - 1 = 0,0589\% a.du.$$

- ✓ Para um mês de 22 dias úteis a taxa CDI over mensal será de:

$$CDI_{Over}(a.m.) = [1 + 0,16]^{22/252} - 1 = 1,3042\% a.m.$$

Carlos R. Godoy 27

Taxas Preferenciais de Juros

- **CDI ou DI**
 - ✓ Interbancário **nacional**
 - ✓ Clientes tomam a aplicam a um % da taxa
- **Libor**
 - ✓ Mercado Londrino - **internacional**
 - ✓ Taxa mínima de juros que as IF cobram aos clientes de primeira linha.
- **Prime Rate**
 - ✓ Mercado **Norte-Americano**
 - ✓ Taxa mínima de juros que as IF cobram aos clientes de primeira linha.

✓ Para os tomadores de maior risco, se agrega à taxa anterior, um percentual adicional de juro, *spread*.

Carlos R. Godoy 28

Taxas de Juros no Brasil

TAXAS DE JUROS - SELIC 12,82% (FEV/17)

$$SELIC_{Média} = \left[\frac{\sum F_j \times V_j}{\sum V_j} \right]^{252} - 1 \times 100$$

POUP: 0,54% (FEV/17)

TAXAS DE JUROS - TR 0,04% (FEV/17)

$$TR = CDB / RDB_{Média} - (Trib + Treal)$$

POUP: 0,54% (FEV/17)

TAXAS DE JUROS - TBF 0,80% (FEV/17)

0,83% (FEV/17)

TAXAS DO BC - TBC e TBAN

TJLP 7,5% (Jan - Mar/17)

Wend Akem (12mm)

CDI: 13,88% a.a. (FEV/17)
 POUP: 0,27% (FEV/17)
 CDB: 11,55% (FEV/17)
 IPCA: 4,92% (FEV/17)

criada em 1991

criada em 1995

criada em 1999

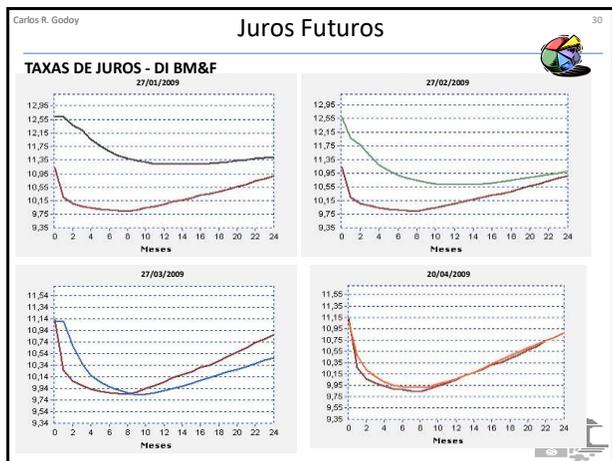
Extintas em 1999

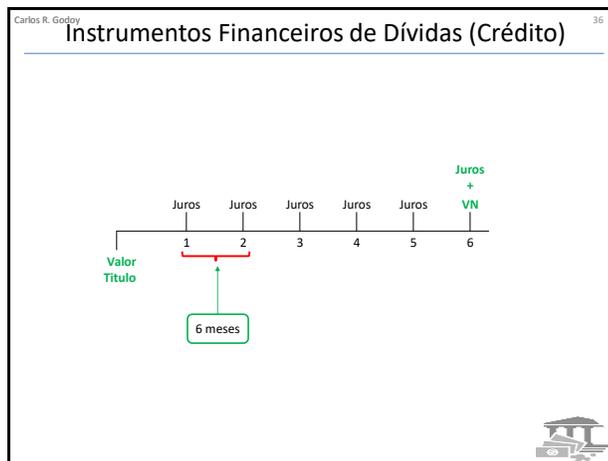
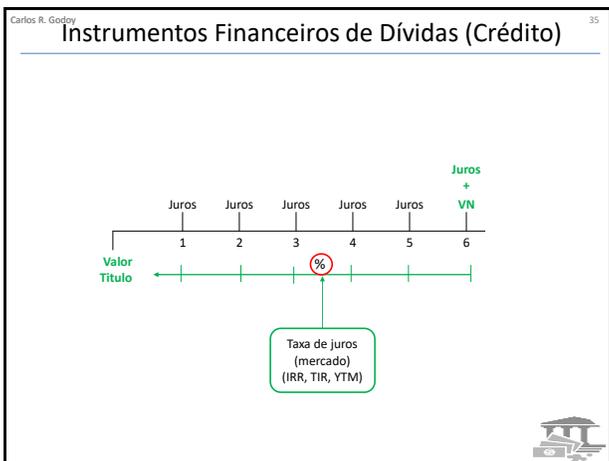
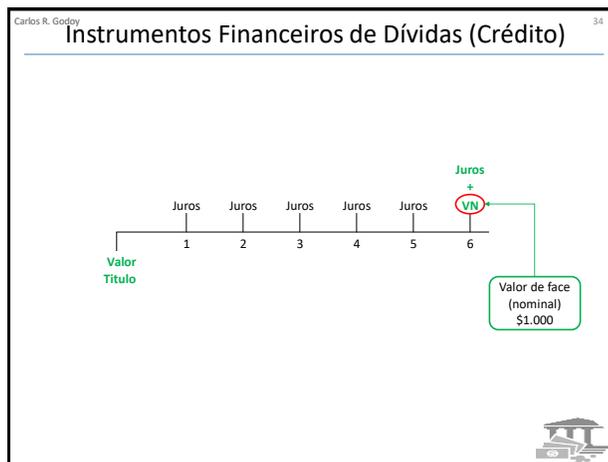
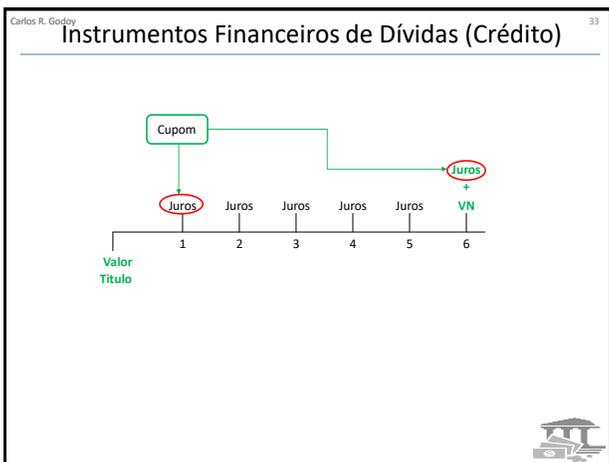
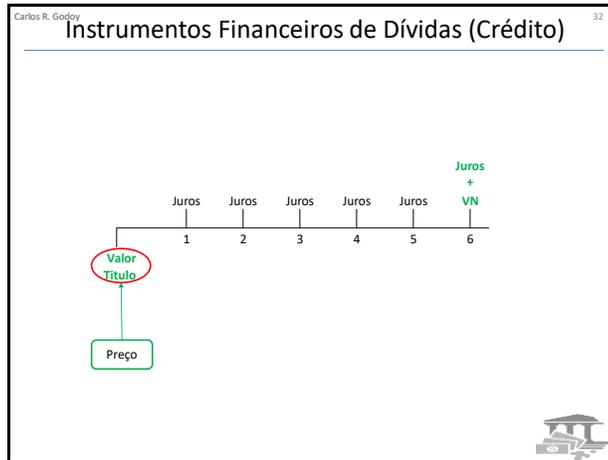
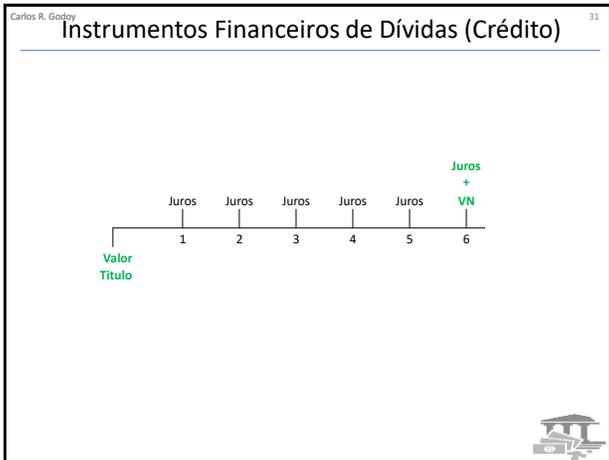
CDB/RDB Média = Amostragem das maiores IFs do país

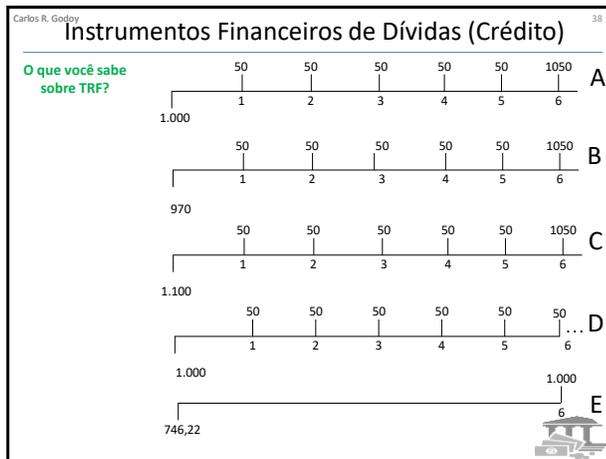
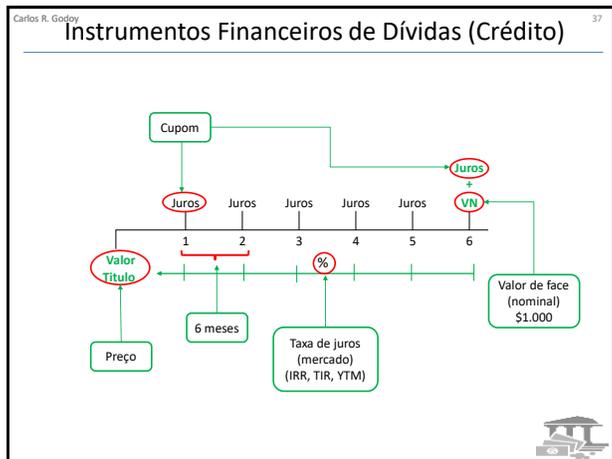
TBC = Taxa mínima de juros para t.p.
TBAN = Taxa máxima de juros para t.p.

TR = taxa referencial de juros;
Trib = tributação;
Treal = taxa de juros real (Governo);
CDB/RDB Média = 30 maiores bancos por capitação

Operações: de longo prazo
Vigência: 3 meses
Nominal e anual
Financiamentos do BNDES
Cálculo: INFL (Prog 12 m) + JRS Real (Intern) + Prêmio Risco (País)







Carlos R. Godoy 39

Rendimento Esperado até o Vencimento em TRF

- Rendimento (*yield*) **esperado** (total) dos TRF até o vencimento (*maturity*) - YTM.
- Taxa que iguala os fluxos de caixa ao preço (valor).
- IRR ou TIR
- IRR > Custo de capital = aceitação

$$P_o = \frac{C_1}{1+YTM} + \frac{C_2}{(1+YTM)^2} + \frac{C_3}{(1+YTM)^3} + \dots + \frac{C_n + P_n}{(1+YTM)^n}$$

- P_o : sensível às taxas de juros de mercado
- YTM: efetivo se replicado à própria taxa do YTM

- Bônus com pagamento único
- Bônus com zero cupom $P_o = \frac{C_n + P_n}{(1+YTM)^n}$ $P_o = \frac{P_n}{(1+YTM)^n}$ $P_o = \frac{C_n}{YTM}$
- Bônus perpétuos
- Empréstimos $P_o = \frac{C_1}{1+YTM} + \frac{C_2}{(1+YTM)^2} + \frac{C_3}{(1+YTM)^3} + \dots + \frac{C_n}{(1+YTM)^n}$

Carlos R. Godoy 40

YTM em TRF (Bonds e Notes)

- Um título de renda fixa com prazo de vencimento de 3 anos e que paga cupom semestral proporcional a 9% a.a. O valor nominal do título é de \$1.000, sendo negociado ao mercado com deságio de 3,5%. Determinar o YTM do título.

$$\text{Cupom} = \frac{9\%}{2} = 4,5\%$$

$$\text{Valor de Negociação}(P_o) = \$1.000 - 3,5\% = \$965$$

$$965 = \frac{45}{1+YTM} + \frac{45}{(1+YTM)^2} + \frac{45}{(1+YTM)^3} + \frac{45}{(1+YTM)^4} + \frac{45}{(1+YTM)^5} + \frac{1045}{(1+YTM)^6}$$

$$YTM = 5,19\% \text{ a.s.}$$

Carlos R. Godoy 41

YTM em TRF (Bonds e Notes)

- Um bônus que paga parcelas intermediárias. Título com valor de face de \$1.000, e que paga rendimentos semestrais proporcionais de 10% a.a. A maturidade do título é de 10 anos. Se o mercado descontar esse título à taxa de 5% a.s.

$$P_o = \frac{50}{1,05} + \frac{50}{(1,05)^2} + \frac{50}{(1,05)^3} + \dots + \frac{1050}{(1,05)^{20}}$$

$$P_o = \$1.000$$

- Se o mercado descontar esse título à taxa nominal de 12% a.a., o preço de negociação se reduz para:

$$P_o = \frac{50}{1,06} + \frac{50}{(1,06)^2} + \frac{50}{(1,06)^3} + \dots + \frac{1050}{(1,06)^{20}}$$

$$P_o = \$885,30$$

- Se o mercado trabalhar com uma expectativa de YTM para o título para 9% a.a. após dois anos da data da emissão, o preço futuro de negociação se eleva para:

$$P_o = \frac{50}{1,045} + \frac{50}{(1,045)^2} + \frac{50}{(1,045)^3} + \dots + \frac{1050}{(1,045)^{16}}$$

$$P_o = \$1.056,17$$

Carlos R. Godoy 42

Taxa de Juros e Retorno em TRF (Bonds e Notes)

- Taxa de juros de um TRF é a YTM.
- Taxa de retorno (R) de um TRF são os **pagamentos ao detentor do instrumento (+) a mudança no seu valor (preço)**.
- YTM é igual ou diferente de R?

$$\text{Taxa de Retorno} = \frac{C + P_{t+1} - P_t}{P_t}$$

- R = rendimento corrente (CY) + ganho de capital (g)

$$R = \frac{C}{P_t} + \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t}$$

- CY: rendimento corrente $CY = \frac{C}{P_t}$
- g: ganho de capital $g = \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t}$

Carlos R. Godoy 43

Rendimento Corrente em TRF (*Bonds e Notes*)

- Representa a rentabilidade periódica de um *bond* em relação ao seu preço corrente de mercado, ou seja:

$$\text{Rendimento Corrente (CY)} = \frac{\text{Juro Periódico (Cupom anual)}}{\text{Preço Mercado Título}}$$

- Um *bond* com maturidade de 8 anos paga cupons semestrais 10% a.a. O *bond* está sendo negociado no mercado por \$1.089, sendo seu valor de face é \$1.000. Determinar o rendimento total esperado e corrente deste título.

$$1.089 = \frac{\$50}{1+YTM} + \frac{\$50}{(1+YTM)^2} + \dots + \frac{\$50 + \$1000}{(1+YTM)^6}$$

$YTM = 4,22\% \text{ a.s. ou } 8,63\% \text{ a.a.}$

$$(YC) 9,18\% = \frac{\$100}{\$1.089}$$


Carlos R. Godoy 44

Ganho de Capital em TRF (*Bonds e Notes*)

- Representa o ganho pela mudança de valor de um TRF.
- Diferença entre **rendimento total esperado** (YTM) e rendimento corrente (YC).
- Diferença entre o **retorno total (R)** e o rendimento corrente (YC).

$$\text{Ganho de Capital (g)} = \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t} \quad g_e = YTM - CY$$

$$g = R - CY$$

- Um *bond* com maturidade de 8 anos paga cupons semestrais 10% a.a. O *bond* está sendo negociado no mercado por \$1.089, sendo seu valor de face é \$1.000. Determinar o ganho de capital deste título.

$$1.089 = \frac{\$50}{1+YTM} + \frac{\$50}{(1+YTM)^2} + \dots + \frac{\$50 + \$1000}{(1+YTM)^6}$$

$$g_e = YTM - CY$$

$$g_e = 8,63\% - 9,18\% = -0,55\%$$


Carlos R. Godoy 45

Taxa de Retorno e Ganho de Capital em TRF

- Qual a taxa de retorno de um *bond* comprado por \$1.000 e vendido um ano depois por \$1.200? O TRF tem taxa de cupom de 12% a.a.

$$\text{Taxa de Retorno} = \frac{C + P_{t+1} - P_t}{P_t}$$

$$R = \frac{C}{P_t} + \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t}$$

$$R = \frac{120}{1000} + \frac{1200 - 1000}{1000} = 0,12 + 0,20 = 32\%$$
