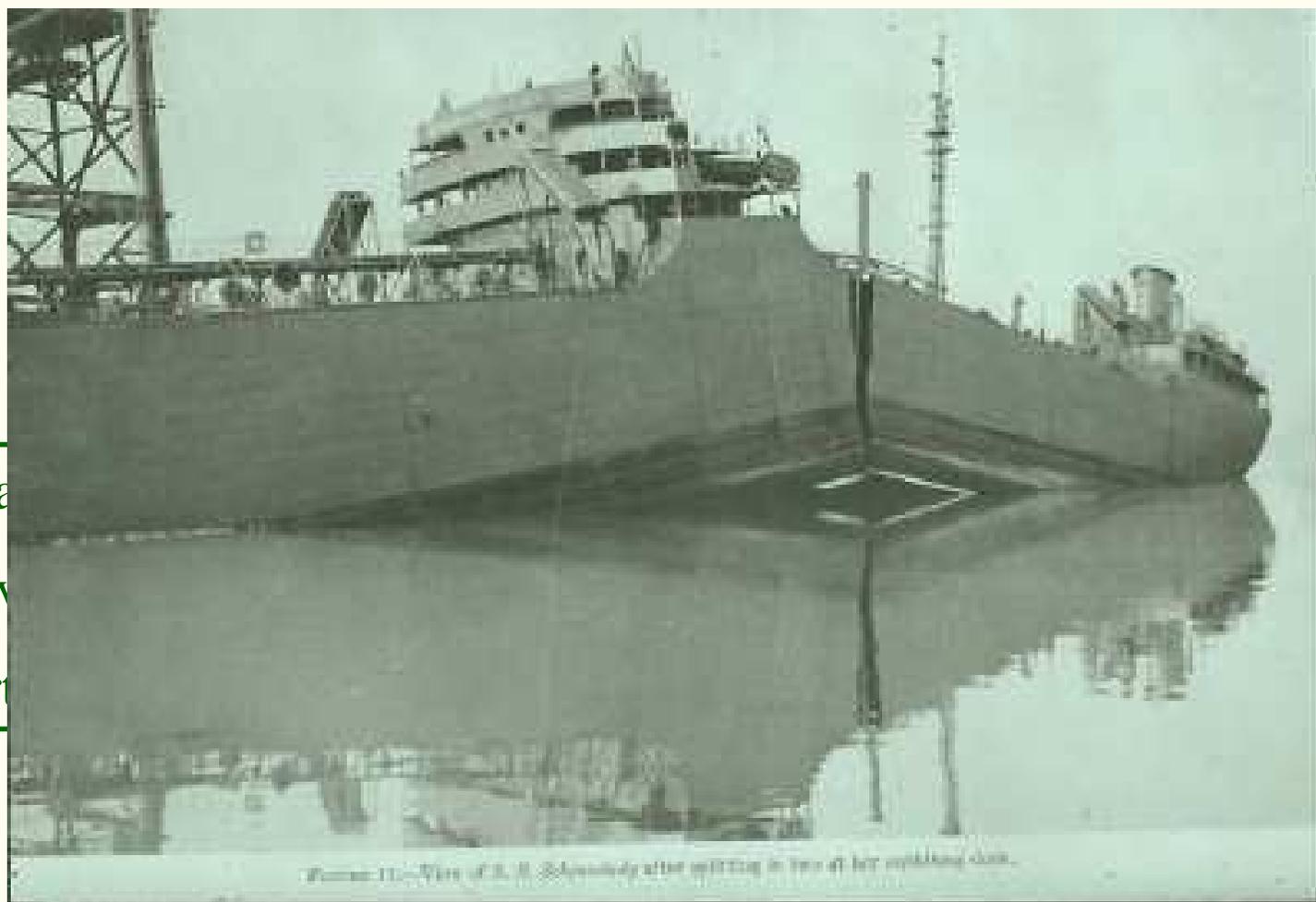


# FRATURA DE MEMBROS TRINCADOS

## 8.1 ASPECTO DA FRATURA NOS MATERIAIS

- OCORRÊNCIA DE TRINCAS
- PRIMEIRA OCORRÊNCIA DE FALHAS: em estruturas de ferro e aço durante a Revolução Industrial (primeiro componente estrutural projetado para suportar tensões trativa; novos projetos estruturais)  
Solução: usar fatores de segurança incrivelmente altos (10 ou mais).
- O EFEITO DA AMOSTRAGEM (VOLUME) observado por Leonardo Da Vinci da uma explicação qualitativa para a causa de tais fratura (base da teoria estatística de Weibull para fratura).

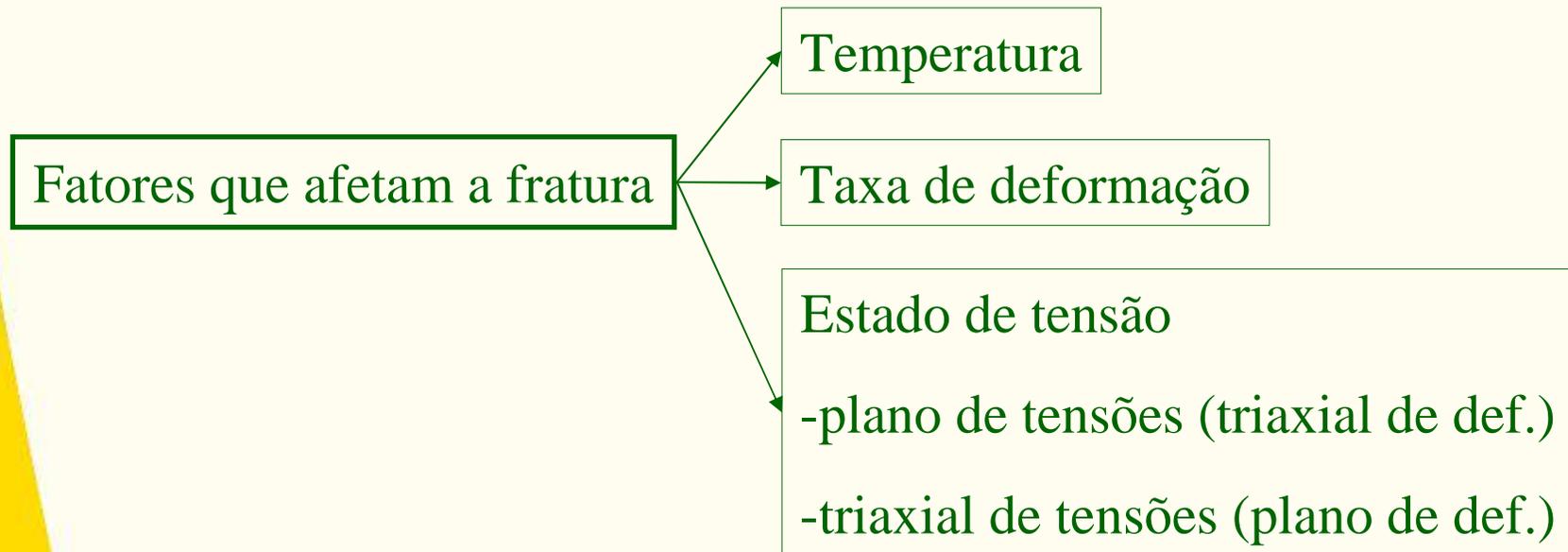
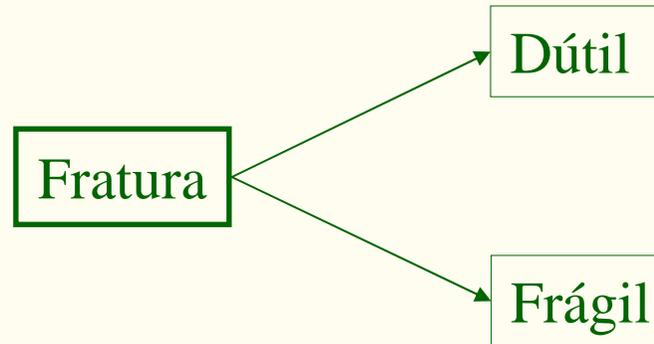
Falha  
dos Nav  
Libert



estrutura

- **Fratura:**

“É a separação ou fragmentação de um corpo sólido em duas ou mais partes sob ação de uma tensão, devido ao início e propagação de uma trinca”



## Condições de Fratura

Tração

Torção

Fadiga

Fluência

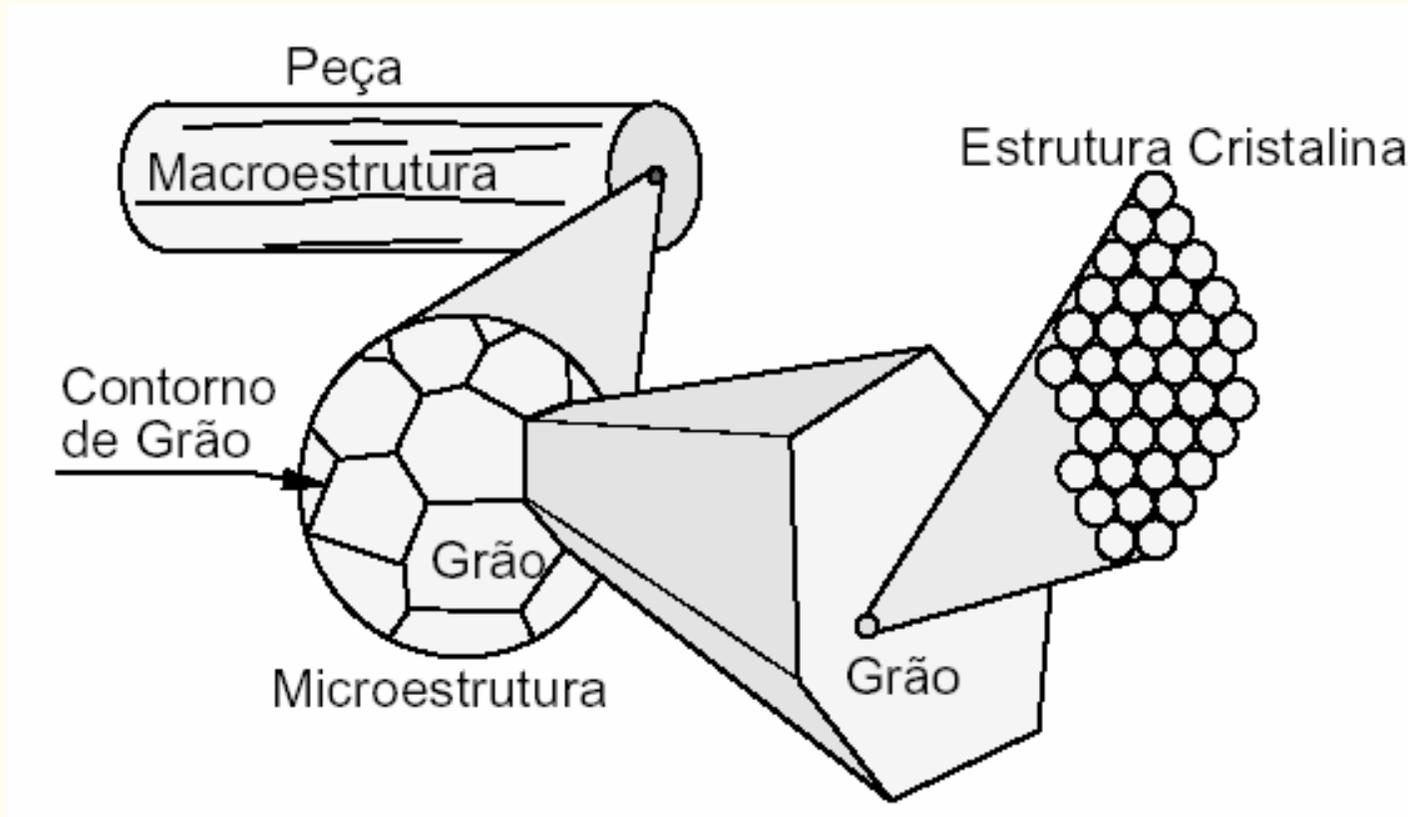
Fratura frágil em Temperaturas Baixas

Fragilização no Trat. Térm.

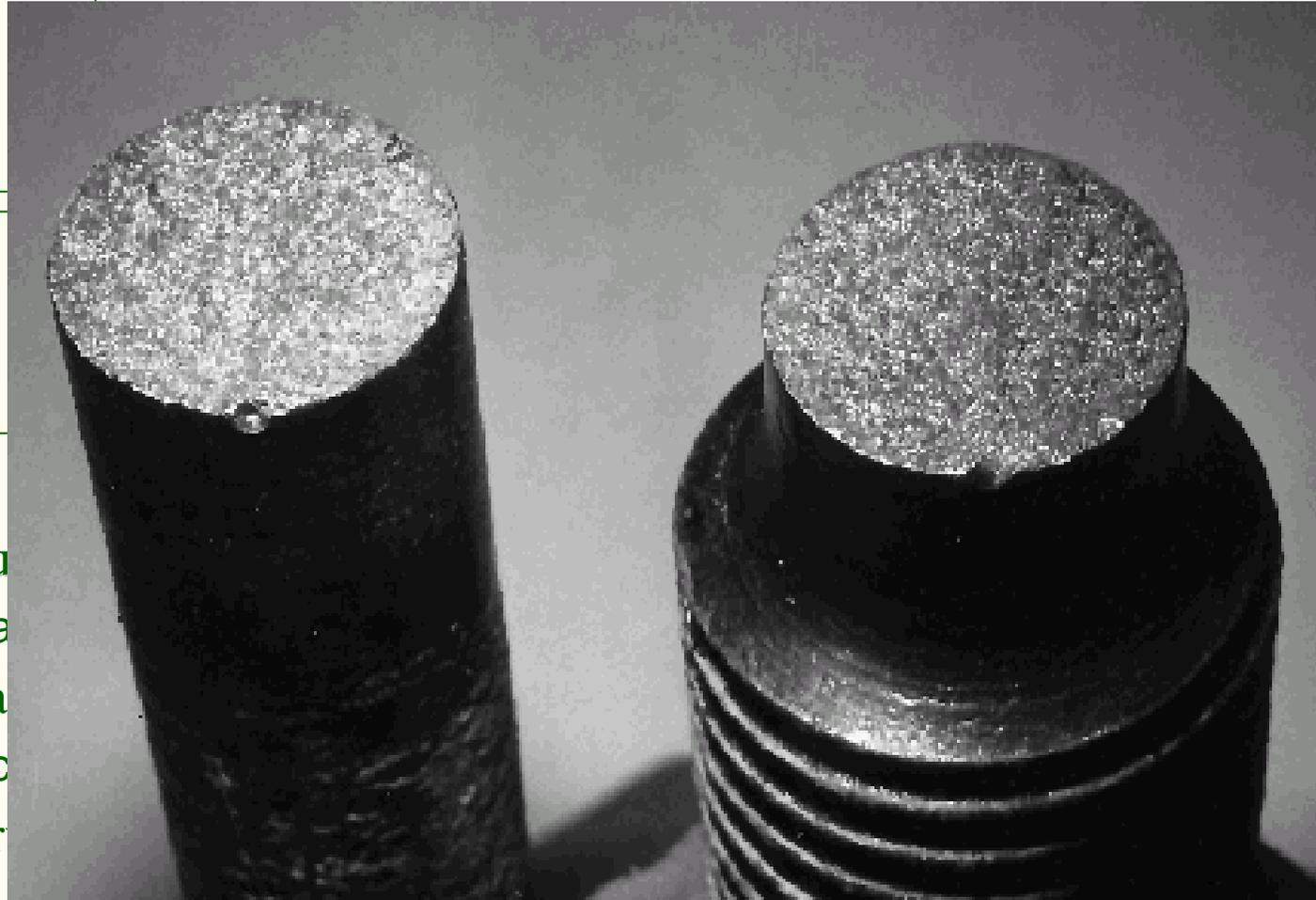
Fragilização por Hidrogênio

<b>COMPORTAMENTO DESCRITO</b>	<b>TERMOS USADO</b>	
Modo cristalográfico	Cisalhamento	Clivagem
Aparência da superfície de fratura	Fibrosa	Granular / brilhante
Deformação até fratura	Dútil	Frágil
Caminho	Transgranular	Intergranular

## Fratura: Aspecto Macro e Micrográfico



## Fratura Frágil : Aspecto Macrográfico

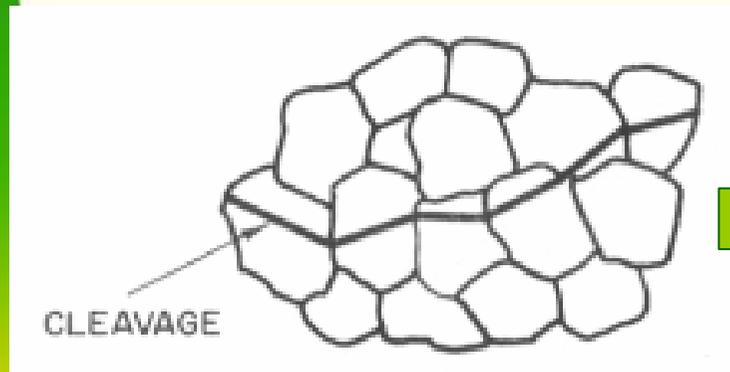


### ▪ Fratura

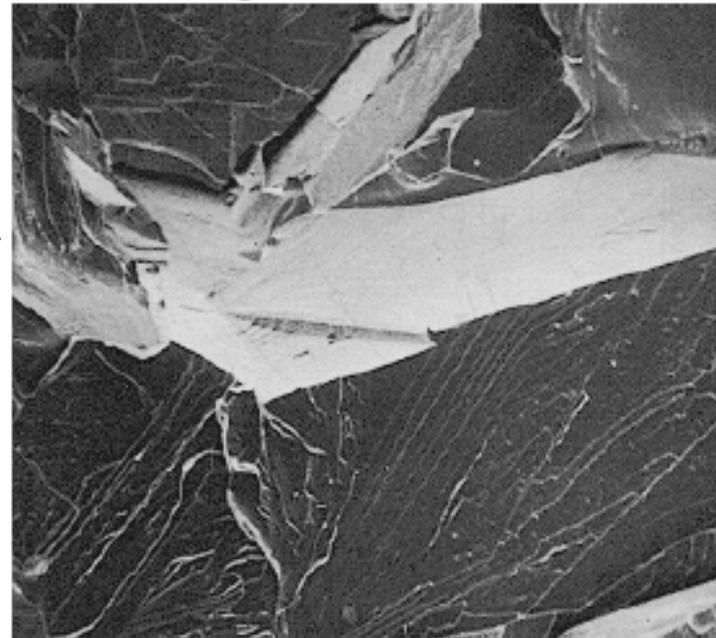
- É cara
- Pouca
- A trinc
- Obser
- Observada em metais com estrutura CCC e HC mas não em metais CFC\*.
- A fratura frágil tem aparência brilhante enquanto a fratura dúctil tem aspecto escuro e acinzentado.
- Aumenta com a diminuição da temperatura, taxa de deformação e estado triaxial tensões

## Fratura Frágil Aspecto Micrográfico

- A clivagem ocorre na direção cristalográficas dos planos
- As faces de clivagem aparecem grãos com alta reflexividade, que dão um aspecto de fratura brilhante.

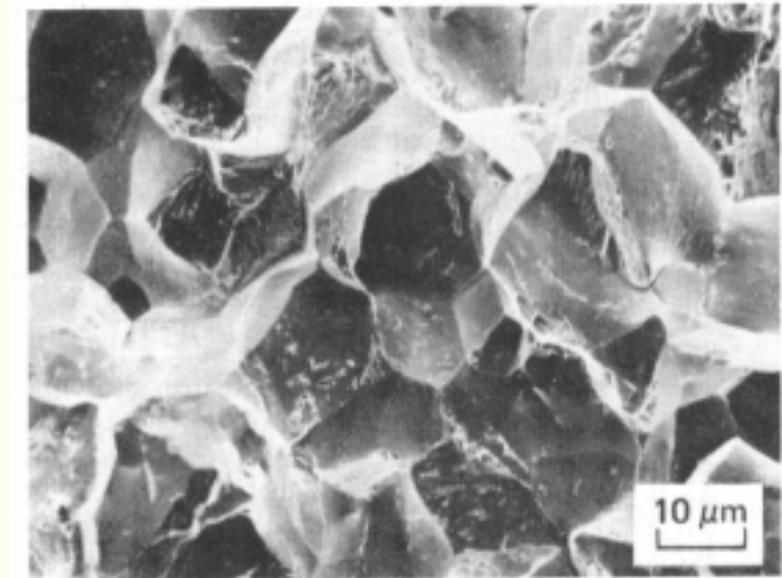
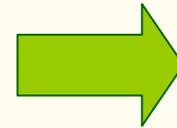
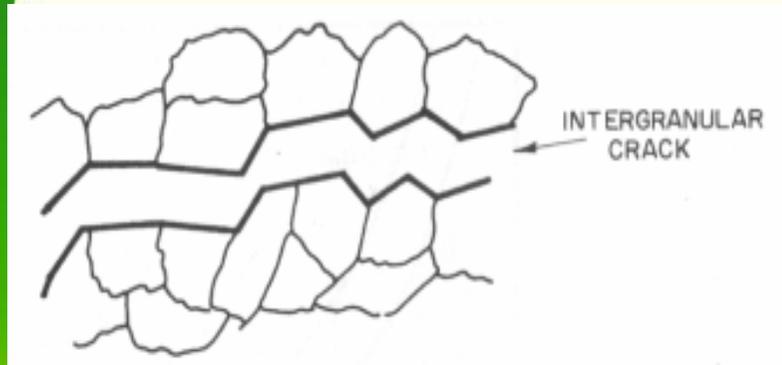


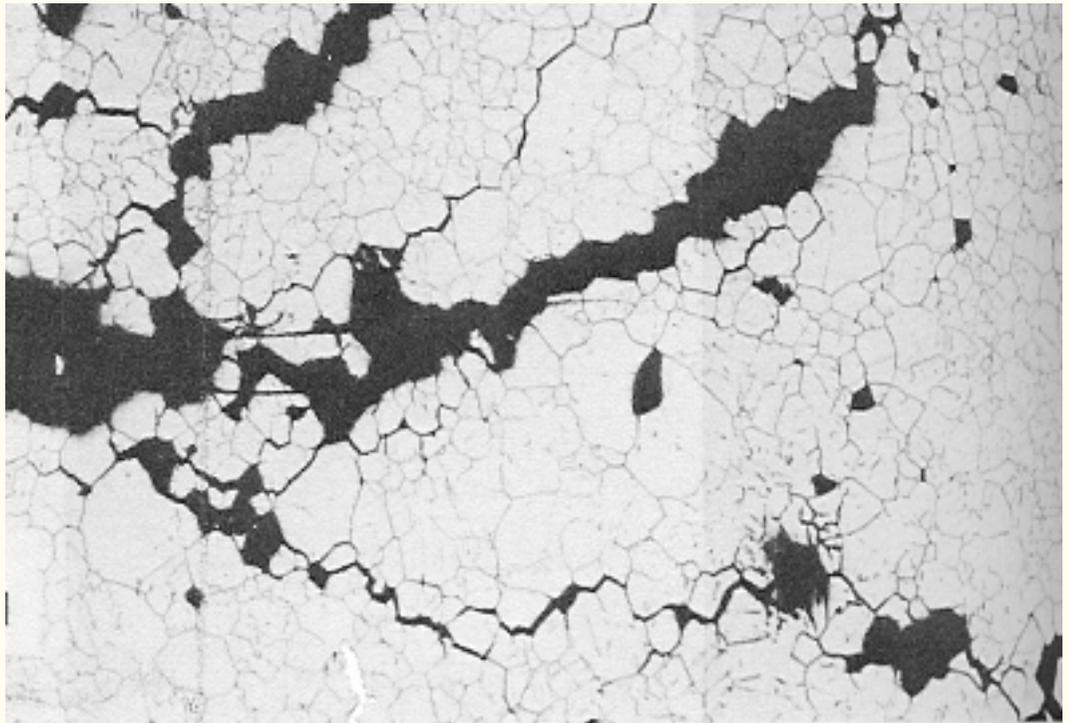
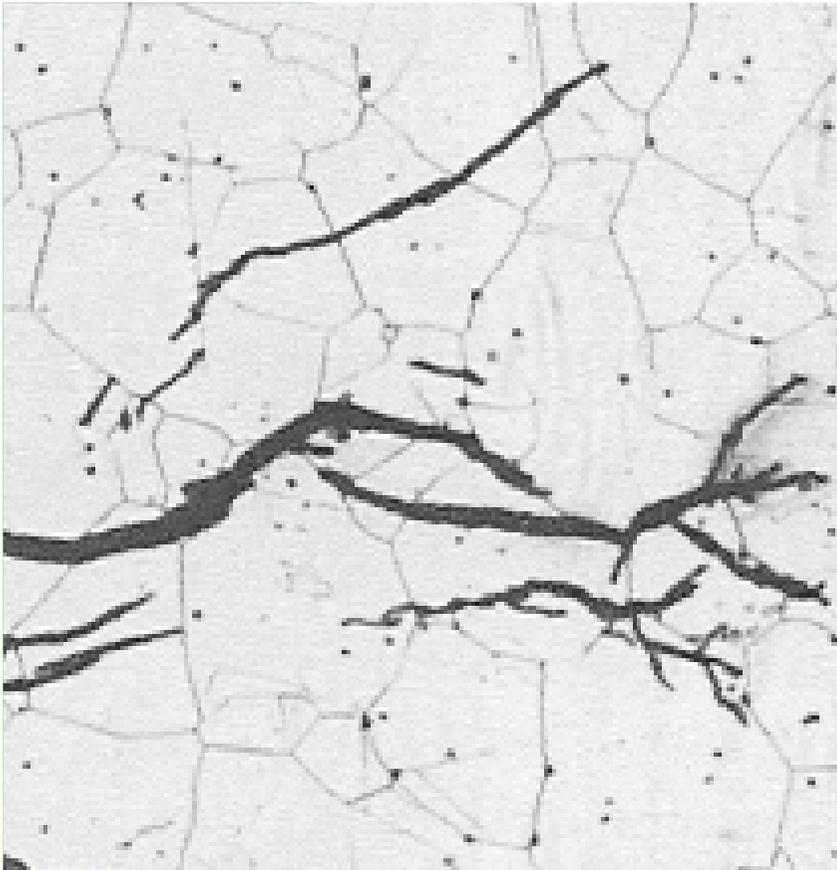
Transgranular



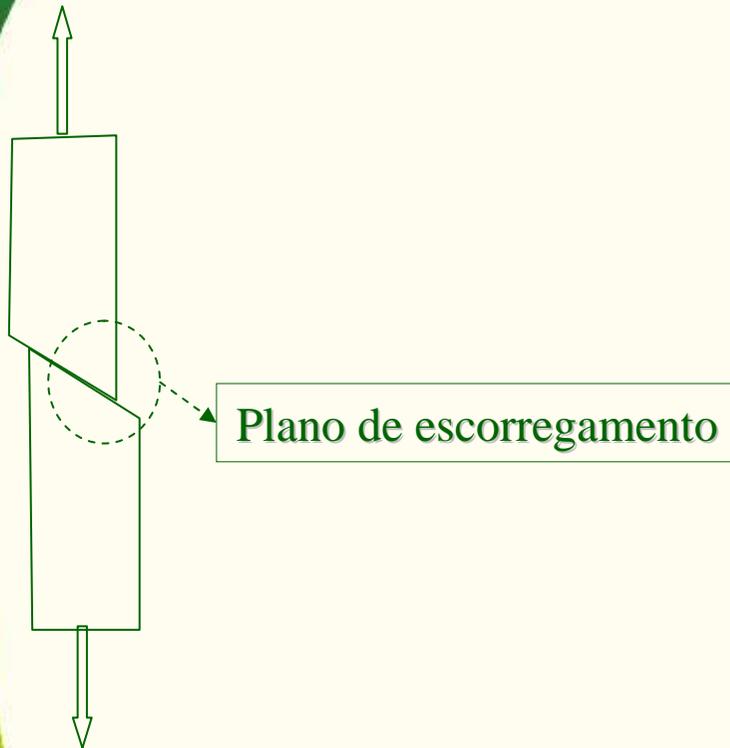
Fratura por Clivagem

- Fratura Intergranular é um modo de fratura com baixa energia

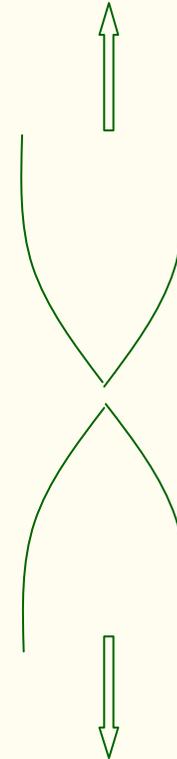




## Fratura Dútil : Aspecto Macrográfico

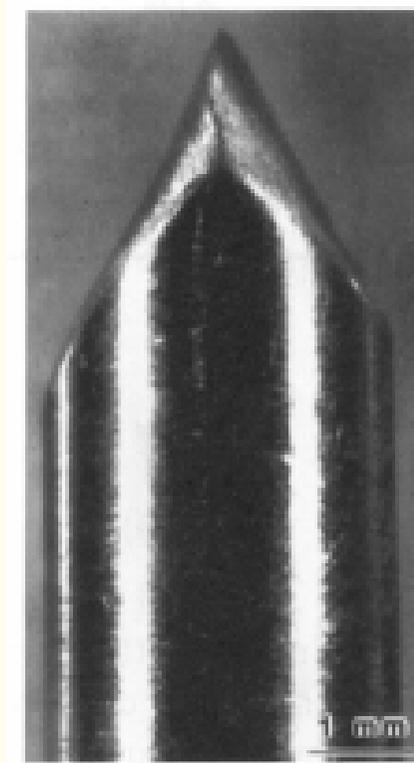
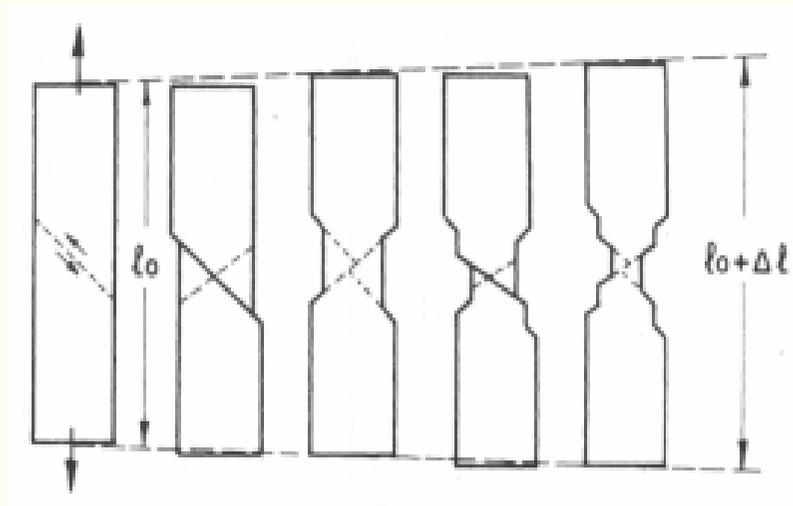


- Fratura cisalhante de monocristal dútil.  
Não observada em policristais.

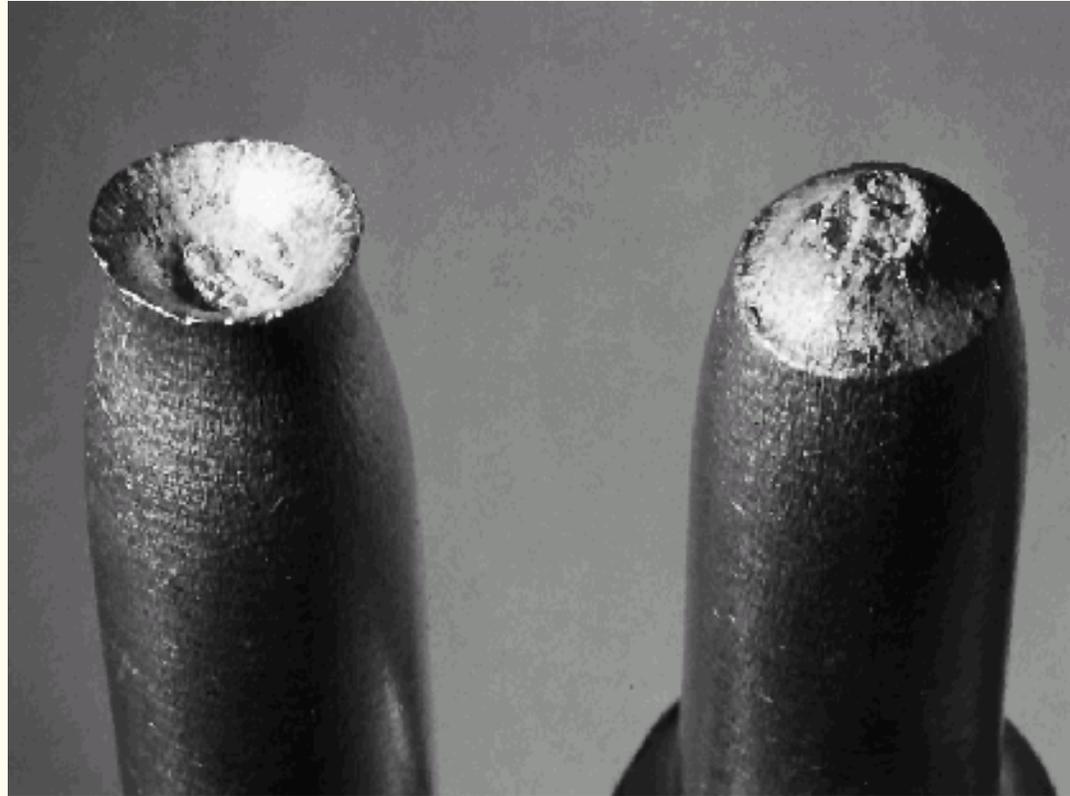
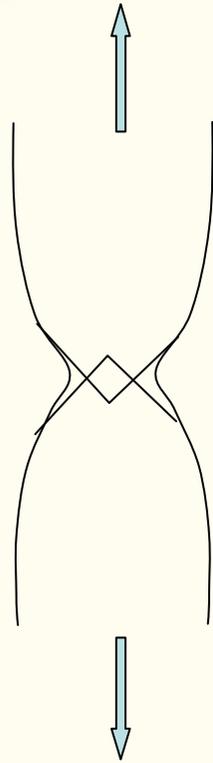


- Fratura completamente dútil em policristais → ruptura  
Metais muito dúteis como ouro e chumbos

- Considerando um simples cristal, o cobre, um metal dúctil, não há nucleação de trincas, e os cristais deformam plasticamente até iniciar a estabilidade plástica, chamada de pescoçamento.
- A deformação é concentrada na região de instabilidade plástica até a separação cristalina ao longo de uma linha ou um ponto.



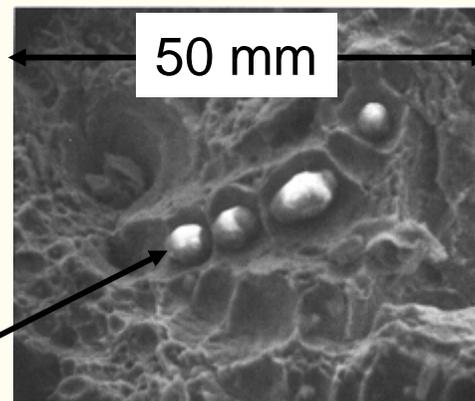
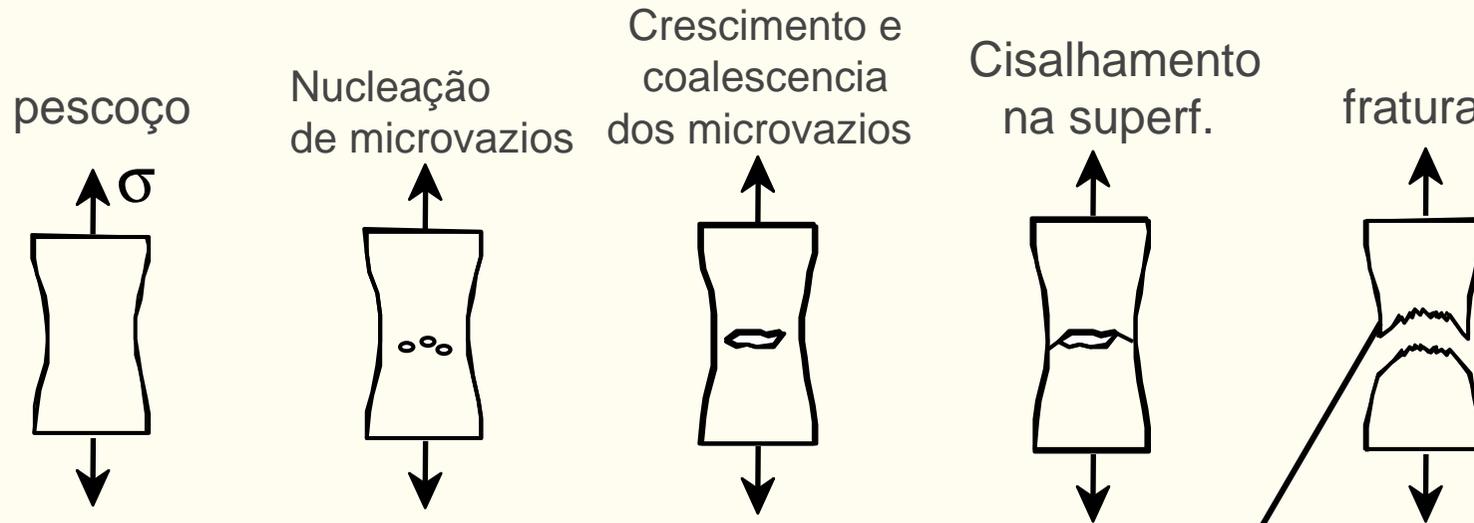
Cisalhamento de um “metal puro” – Ex.: Cobre



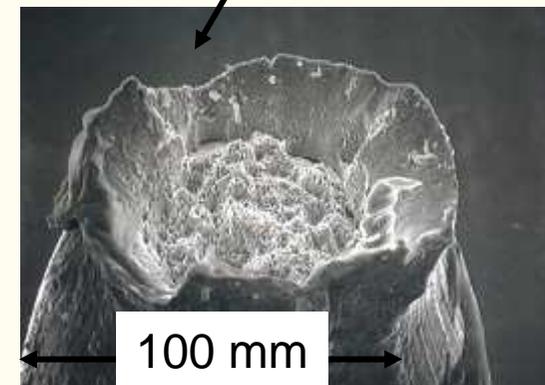
- **Fratura Dútil em metais policristalinos**

- *Fratura Taça – Cone*: O empescoçamento leva a um estado triaxial de tensões e a trinca nucleia em partículas frágeis (formação de vazios na interface matriz - partícula)
  - Aspecto escuro e acinzentado

• Evolução da falha:



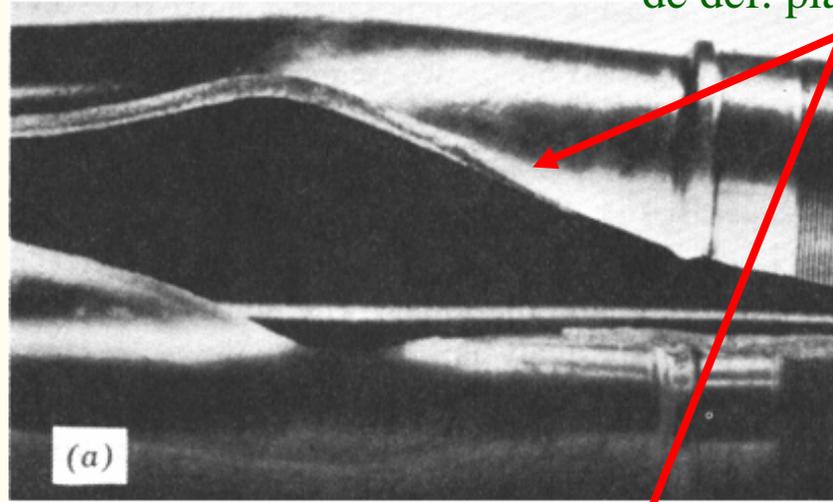
Partículas que atuam como nucleadores dos microvazios



## Exemplo: Falha em um tubo

Observe a quantidade de def. plástica.

- **Falha Dútil:**
  - um pedaço
  - grande deformações



- **Falha Frágil:**
  - vários pedaços
  - pouca deformação

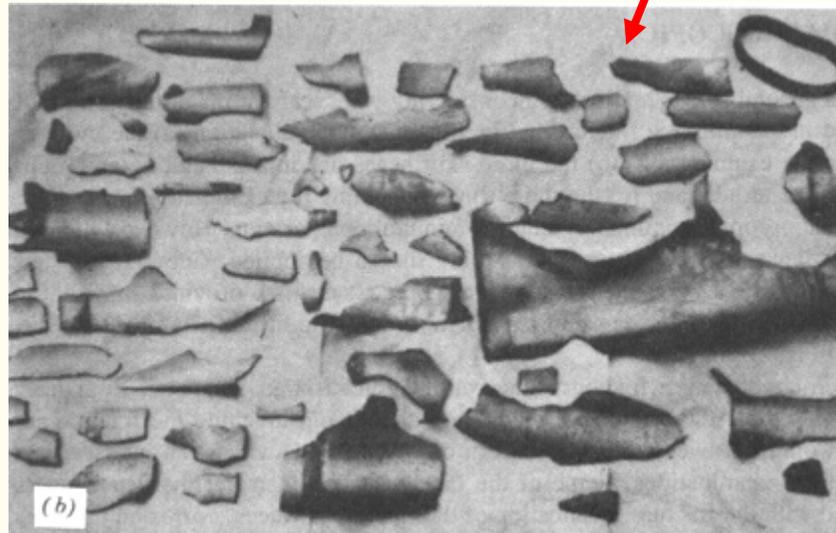
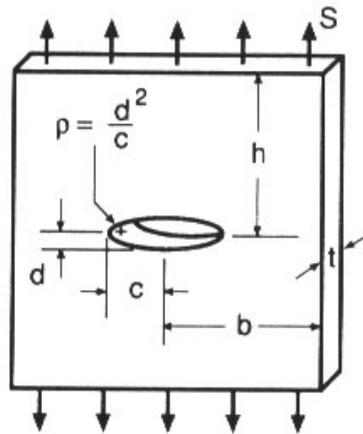


Figura de V.J. Colangelo and F.A. Heiser, *Analysis of Metallurgical Failures* (2nd ed.), Fig. 4.1(a) and (b), p. 66.

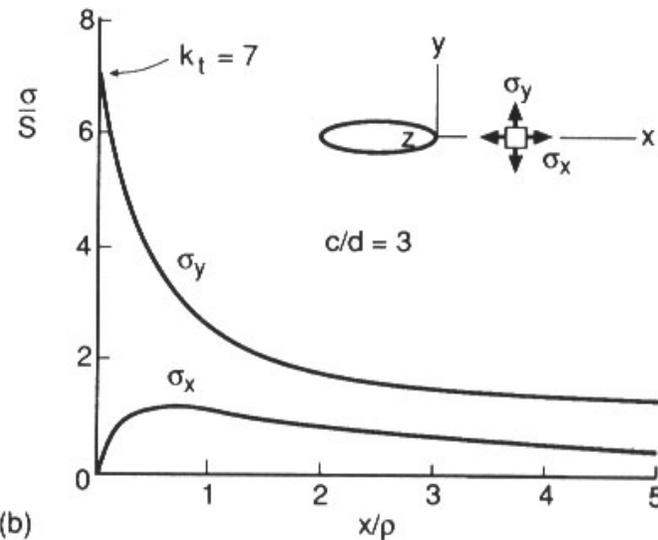
- Trincas ou Defeitos tipo trinca são bastante comuns de ocorrerem:
  - Riscos profundos;
  - Vazios em soldas;
  - Inclusões ou partículas estranhas em fundidos ou forjados;
  - Delaminações em materiais formados por camadas.
- Em estruturas:
  - Aviões;
  - Navios;
  - Vasos de Pressão;
  - Pontes;
  - Tubos;
  - Veículos terrestres.
- Antes do desenvolvimento da Mecânica da Fratura nos anos de 1950 – 1960, a análise de trincas em componentes ou estruturas não era possível.
- O projeto era baseado a partir de resultados de testes de ensaios de tração, flexão e compressão, conjuntamente com os critérios apresentados para corpos sem trincas.

## Concentrador de Tensões - Trinca

- Considere o furo muito menor que a largura da placa
- O efeito do furo é muito relevante para a direção y-y.



(a)

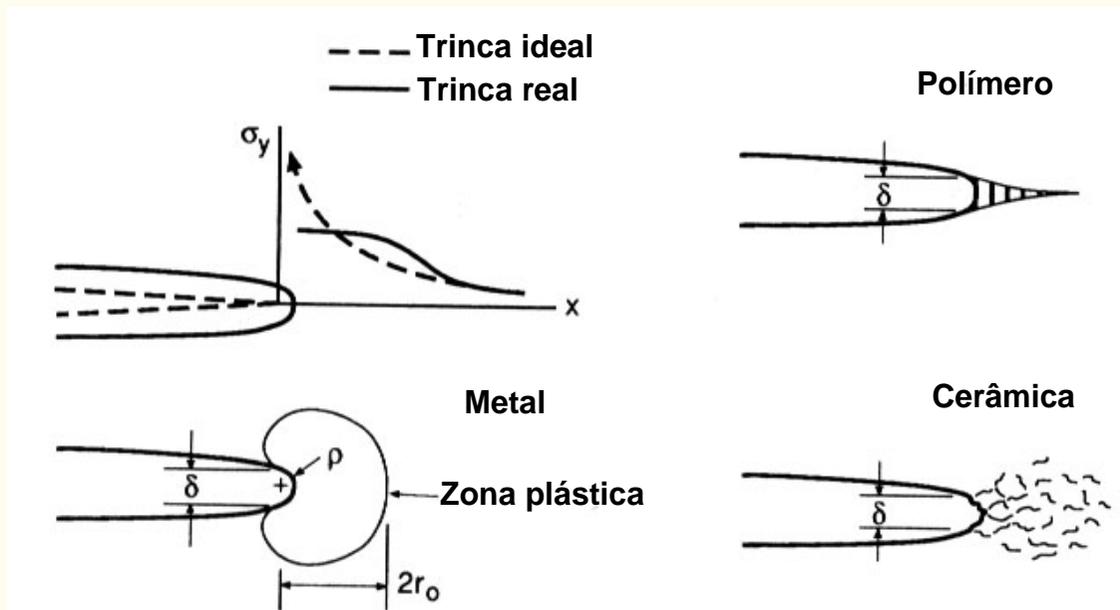


(b)

$$\sigma_y = S \left[ 1 + 2 \frac{c}{d} \right] = S \left[ 1 + 2 \sqrt{\frac{c}{\rho}} \right] \quad k_t = \frac{\sigma_y}{S} = 1 + 2 \frac{c}{d} = 1 + 2 \sqrt{\frac{c}{\rho}}$$

- Quando d tende a zero (trinca),  $\sigma_y$  vai para o infinito, e assim  $K_t$ . Assim, uma trinca aguda causa um severa concentração de tensão, e a tensão seria teoricamente infinita.

- As tensões em materiais verdadeiros não podem ir para o infinito.
- Se a carga aplicada não for muito elevada, o material pode acomodar a presença de uma trinca aguda, de tal forma que o valor teórico infinito de tensão é reduzido para um valor finito.



- A região de intensa deformação na frente de trincas reais é formada devido a plasticidade, “crazing” ou microtrincamento

# Mecânica da Fratura: Conceitos Básicos

- **Mecânica da Fratura** é uma disciplina de Engenharia que quantifica as condições sob as quais um sólido sob ação de um carregamento pode ir ao colapso devido à propagação de uma trinca contida nesse sólido.
- Assim, a **Mecânica da Fratura** possibilita a obtenção de informações quantitativas de problemas específicos relativos a trincas em estruturas e componentes de engenharia.
- **Objetivo da Aula:**
  - prover conhecimentos da MF e sua aplicação para o entendimento da ocorrência da fratura catastrófica.
  - Fornecer diferentes metodologias para determinação da Tenacidade à Fratura dos materiais.
  - A aplicação da MF para seleção de materiais para aplicação em projetos.

## DESENVOLVIMENTO DA MECÂNICA DA FRATURA

**1920** - Griffith, usou a primeira lei da termodinâmica para formular a teoria da fratura baseada em um simples balanço de energia. O modelo de Griffith prevê a relação entre resistência e tamanho de falha em vidro. Esforços subseqüente para aplicar a teoria de Griffith em metais falharam. A modificação ao modelo de Griffith somente veio em 1948.

**Década de 50** - Após estudar os trabalhos de Inglis, Griffith e outros, Irwin modificou o modelo de Griffith para permitir sua aplicação em metais e em 1956 desenvolveu o conceito de taxa de alívio de energia.

**1960 e 1980** - Ocorreu um grande desenvolvimento na área de mecânica da fratura, sendo que em 1960 os fundamentos da Mecânica da Fratura Linear Elástica, MFLE, foram bem estabelecidos e os pesquisadores voltaram-se para a plasticidade na ponta da trinca.

**1961** - Wells, trabalhando com aços estruturais, verificou que estes eram muito dúcteis para o uso da MFLE. A partir desta observação ele desenvolveu o conceito de CTOD (Mecânica da Fratura Elasto-plástica, MFEP).

**1965** – Foi criado o Comitê de Mecânica da Fratura da ASTM

**1968** - Rice, desenvolveu o conceito para caracterizar materiais com comportamento dúcteis, Integral J

• Os projetos convencionais de componentes de máquinas e estruturas de engenharia são, em geral, baseados na filosofia de se evitar a ocorrência de colapso plástico generalizado. As propriedades mecânicas dos materiais geralmente especificadas nos códigos de projeto são o **limite de escoamento,  $\sigma_E$ , e limite de resistência,  $\sigma_R$ .**

• Assim, na seleção de um material para uma dada aplicação, é comparado o valor calculado da tensão que atua no componente, ou seja, a tensão de projeto, com os valores tabelados das propriedades citadas acima, dos diversos materiais estruturais utilizados em engenharia, dividida por um coeficiente de segurança. Valores típicos destes coeficientes são :

- **1,5** para aços beneficiados utilizados em aplicações tais como vasos de pressão e caldeiras
- **4** para aços fundidos para aplicações similares
- **5 a 10** para tirantes de suportes e elevadores e guindastes

- Como definido acima, o coeficiente de segurança não leva em conta a falha por **fratura frágil ou rápida**. Contudo, espera-se que um alto fator aplicado no limite de resistência do material possa salvaguardar este tipo de fratura.
- Entretanto, a experiência tem demonstrado que isto nem sempre é verdadeiro, tendo em vista a existência de um grande número de casos onde **a falha total** de componentes e/ou estruturas ocorre devido à **presença de defeitos ou trincas e em condições de carregamento bem abaixo do nível especificado no projeto**.
- O alto valor do coeficiente de segurança aplicado aos materiais fundidos, quando comparados com aqueles aplicados aos materiais trabalhados, é devido à possibilidade de geração, durante o processo de solidificação, de um número maior de defeitos que podem propagar-se rapidamente em um nível de tensão igual ou menor que a tensão de projeto.

- Assim, sob o ponto de vista de engenharia, este comportamento é considerado frágil e neste caso, deve existir, no componente ou estrutura, **um concentrador de tensão** que localize a deformação plástica necessária para que este mecanismo possa operar.
- Os concentradores de tensão de grande importância em engenharia são os **chamados defeitos semelhantes a trincas**, particularmente aqueles que estão localizados em regiões com altos valores de concentração de tensões,  $K_t$ , tais como fundo de filetes de rosca, rasgos de chavetas, furos, raios de concordância, entalhes, etc.
- Outros exemplos típicos de defeitos semelhantes a trincas são :
  - Trincas de solidificação em peças fundidas e metais de solda
  - Trincas por hidrogênio em zonas termicamente afetadas pelo calor, em regiões soldadas.
  - Decoção lamelar em torno de inclusões em placas de aço laminadas e barras forjadas
  - Trinca nucleada por mecanismos de fadiga ou corrosão sob tensão, com tamanho sub-crítico.

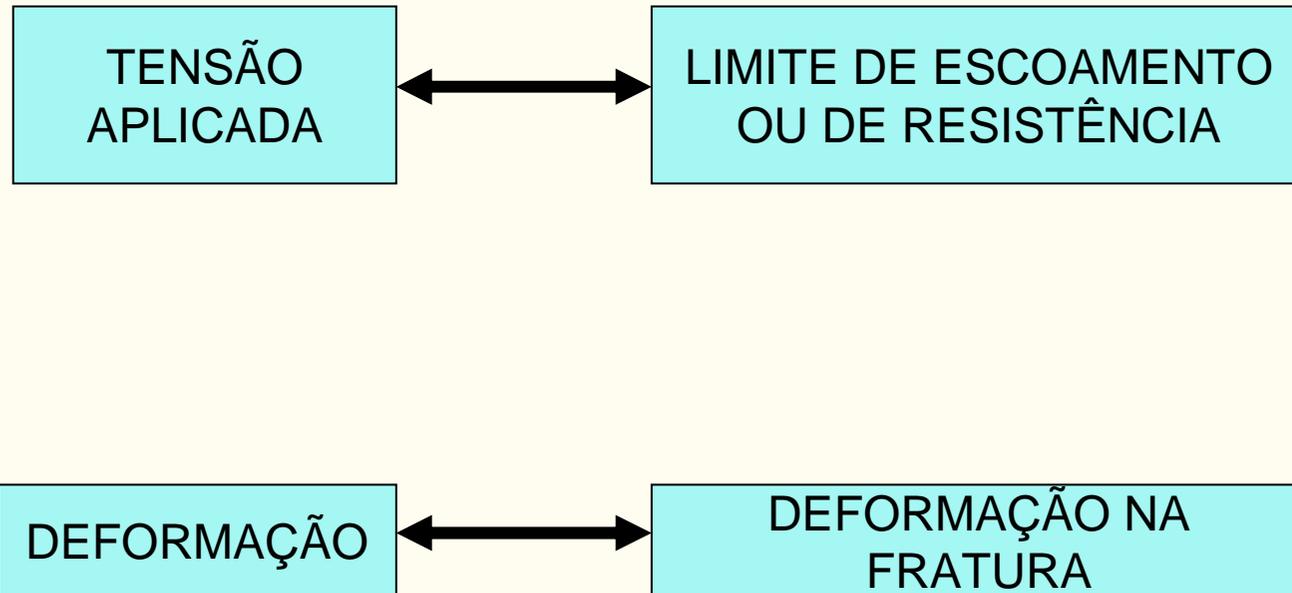
• Geralmente é possível detectar estes defeitos e determinar a sua dimensão máxima utilizando-se técnicas de inspeção ultrasônica ou qualquer outra técnica não destrutiva.

• **A Mecânica de Fratura traz, no seu desenvolvimento teórico e experimental, a potencialidade necessária para se prever se um determinado defeito, de uma dada dimensão, poderá propagar-se de uma maneira catastrófica, sob a ação de um carregamento conhecido.**

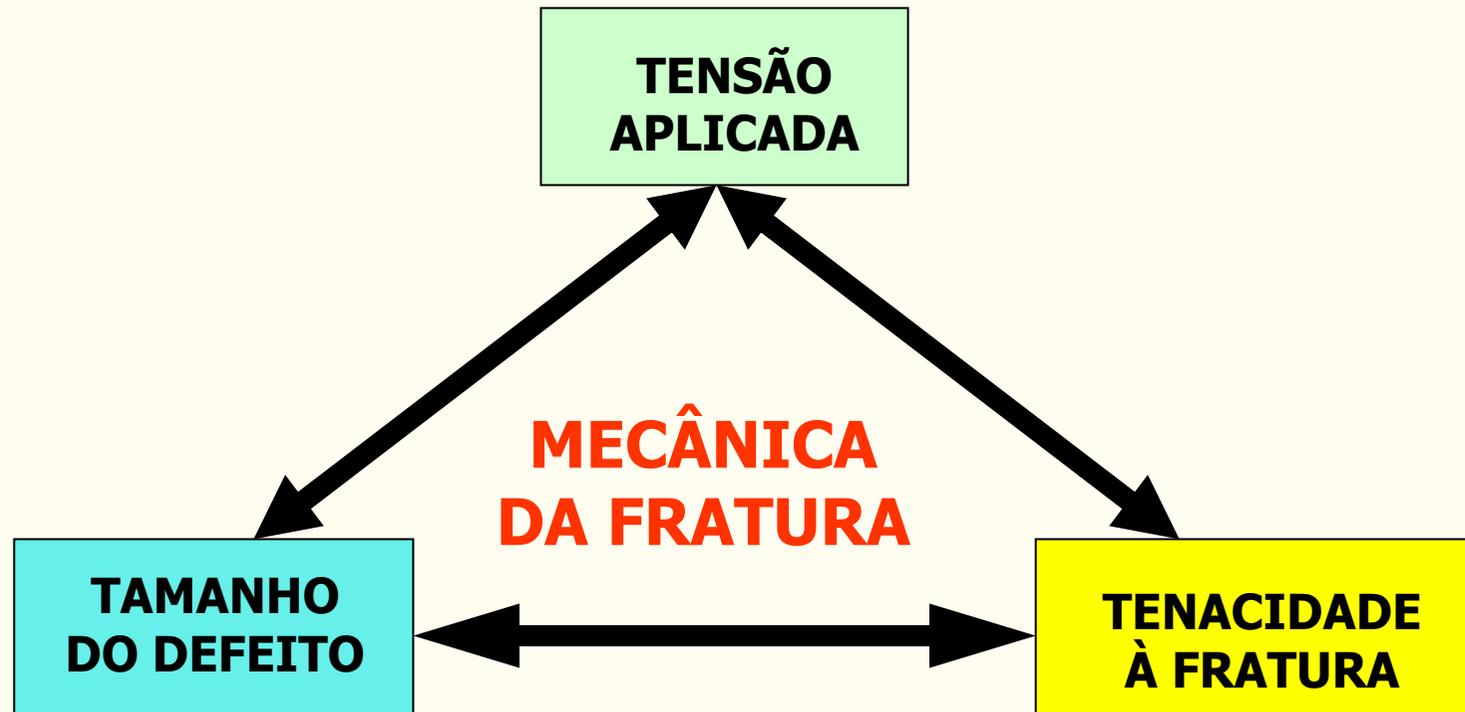
• Com isto, pode-se determinar o grau de segurança que um determinado componente ou estrutura possui, com relação à ocorrência de uma possível falha por fratura frágil.

• Os parâmetros da Mecânica de Fratura que indiretamente medem a capacidade do material de resistir à fratura rápida são denominados de tenacidade à fratura :  $K_{IC}$ ,  $J_{IC}$  e CTOD. Estes valores são obtidos em laboratório por meio de ensaios de carregamento até a fratura, em corpos de prova possuindo geometrias bem definidas e contendo trincas agudas de tamanhos conhecidos.

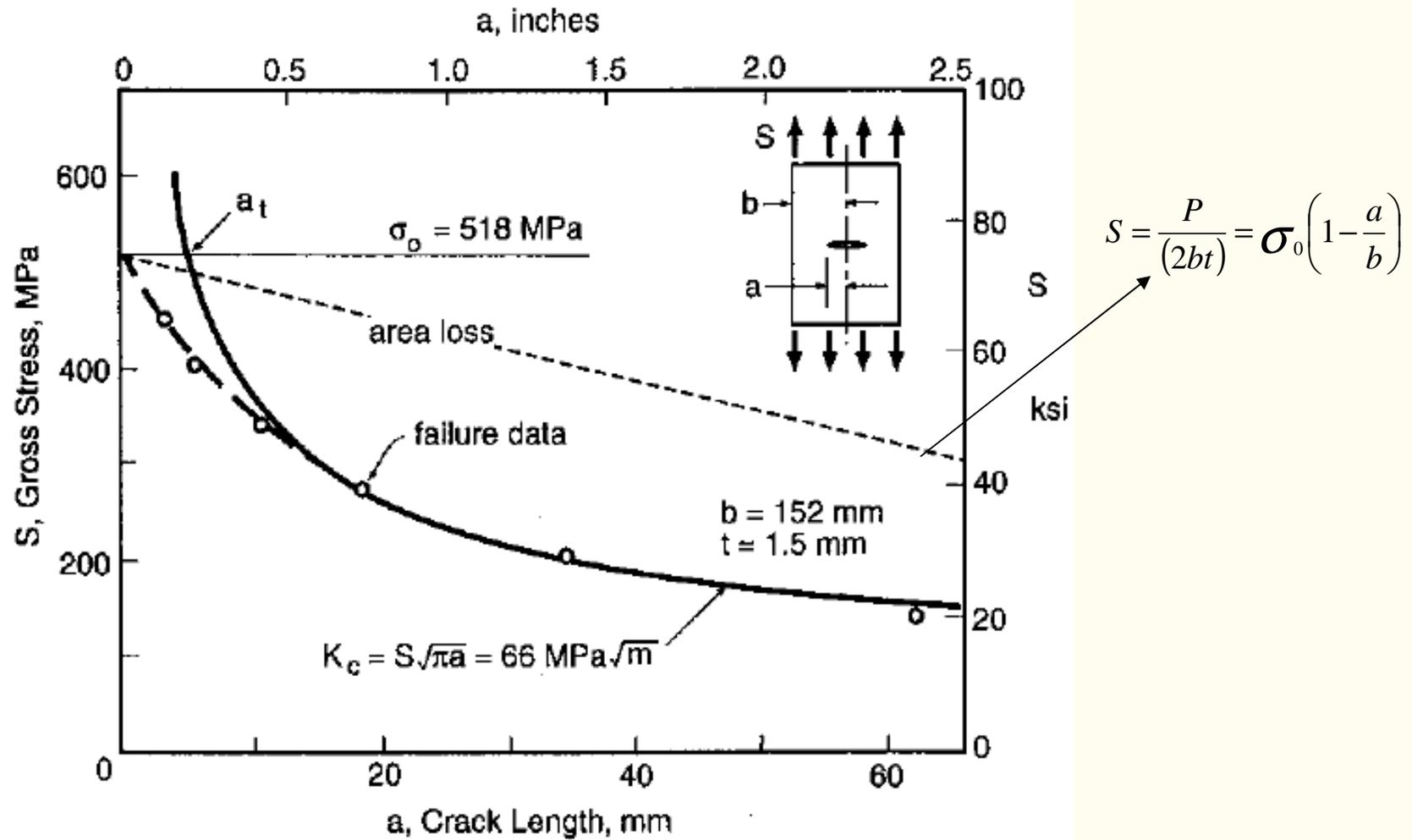
# MÉTODO DE RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS



# MÉTODO DA MECÂNICA DA FRATURA

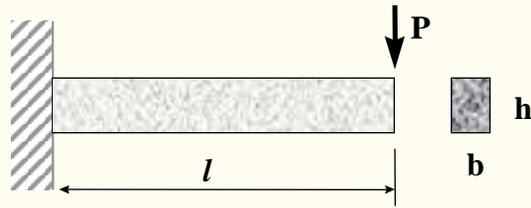


$$K = S\sqrt{\pi a}$$



Failure data for cracked plates of 2014-T6 Al tested at  $-195^\circ\text{C}$ . (Data

# Mecânica da Fratura versus Resistência dos Materiais

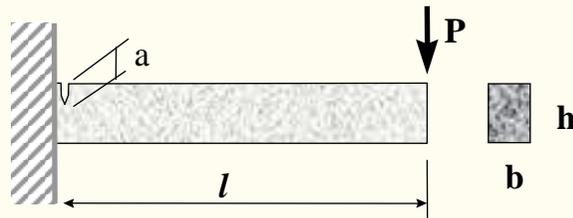


$$M = P\ell$$

$$W = \frac{bh^2}{6}$$

$\gamma$ : fator de segurança

$$\sigma_{\max} = \frac{P\ell}{bh^2/6} \leq \frac{\sigma_y}{\gamma} \Rightarrow P \leq \frac{bh^2}{6\gamma\ell} \sigma_y$$



$$K_I = 1,12 \sigma_{\max} \sqrt{\pi a} = 1,12 \frac{P\ell^2}{bh^2/6} \sqrt{\pi a} \leq \frac{K_{Ic}}{\gamma}$$

$$\Rightarrow P \leq \frac{bh^2}{6\gamma\ell} \frac{K_{Ic}}{1,12\sqrt{\pi a}}$$

$$L = 250 \text{ mm}$$

$$h = 50 \text{ mm}$$

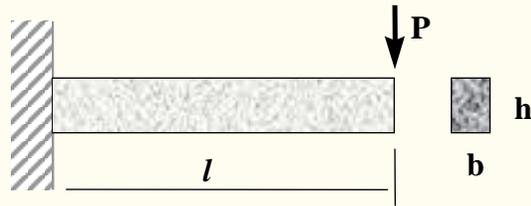
$$b = 25 \text{ mm}$$

$$a = 10 \text{ mm}$$

$$\sigma_y = 550 \text{ MPa}$$

$$K_{IC} = 80 \text{ MPa m}^{1/2}$$

$$S = 1,0$$

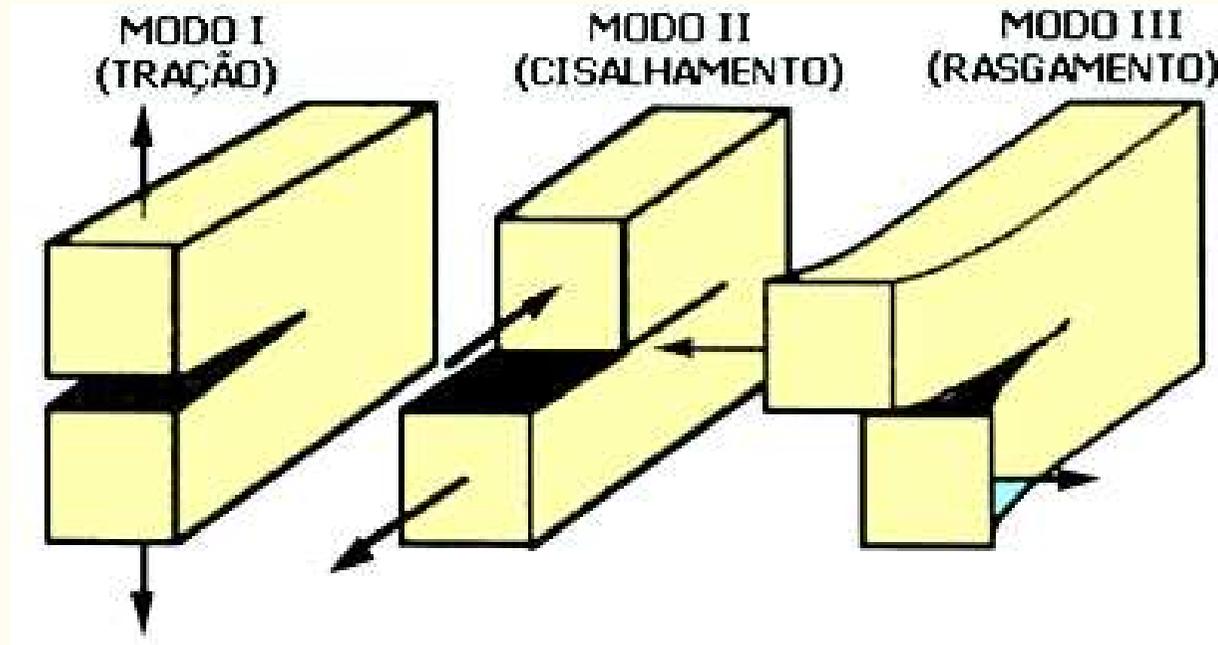


$$P_{\max} = \frac{BH^2}{6SL} \sigma_y \approx 2340 \text{ kgf}$$

$$P_{\max} = \frac{BH^2}{6LS} \frac{K_{IC}}{1,12 \sqrt{\pi a}} \approx 1715 \text{ kgf}$$

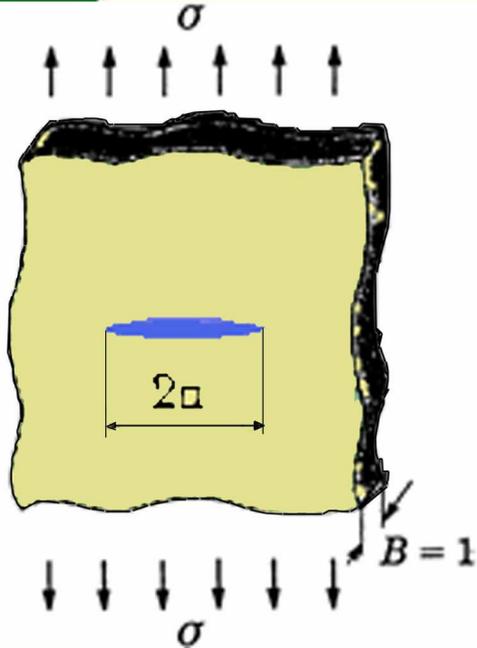
## Conceitos da Mecânica da Fratura

- Um corpo trincado pode ser carregado em um ou combinação dos seguintes modos de carregamentos:



- Muitos problemas de trincas em componentes de engenharia envolve primariamente o modo I de carregamento, tensões trativas, assim a análise será somente focada para este modo de carregamento.
- O método da energia de Griffith foi o primeiro a ser empregado na Mecânica da Fratura (1920). Esta metodologia é expressa em termos da taxa de alívio de energia de deformação,  $G$ . Trabalhos adicionais levaram o desenvolvimento do fator de intensidade de tensão,  $K$ .

## MECÂNICA DE FRATURA ELÁSTICA LINEAR: CRITÉRIO DE ENERGIA DE GRIFFITH (1920)



$$U_t = U_0 + U_a + U_s - F$$

$$U_p = U_0 + U_a - F$$

$U_t$  = Energia Total

$U_0$  = Energia total da placa sem trinca

$U_a$  = variação da energia de deformação elástica

$U_p$  = Energia potencial fornecida pela deformação interna e forças externas

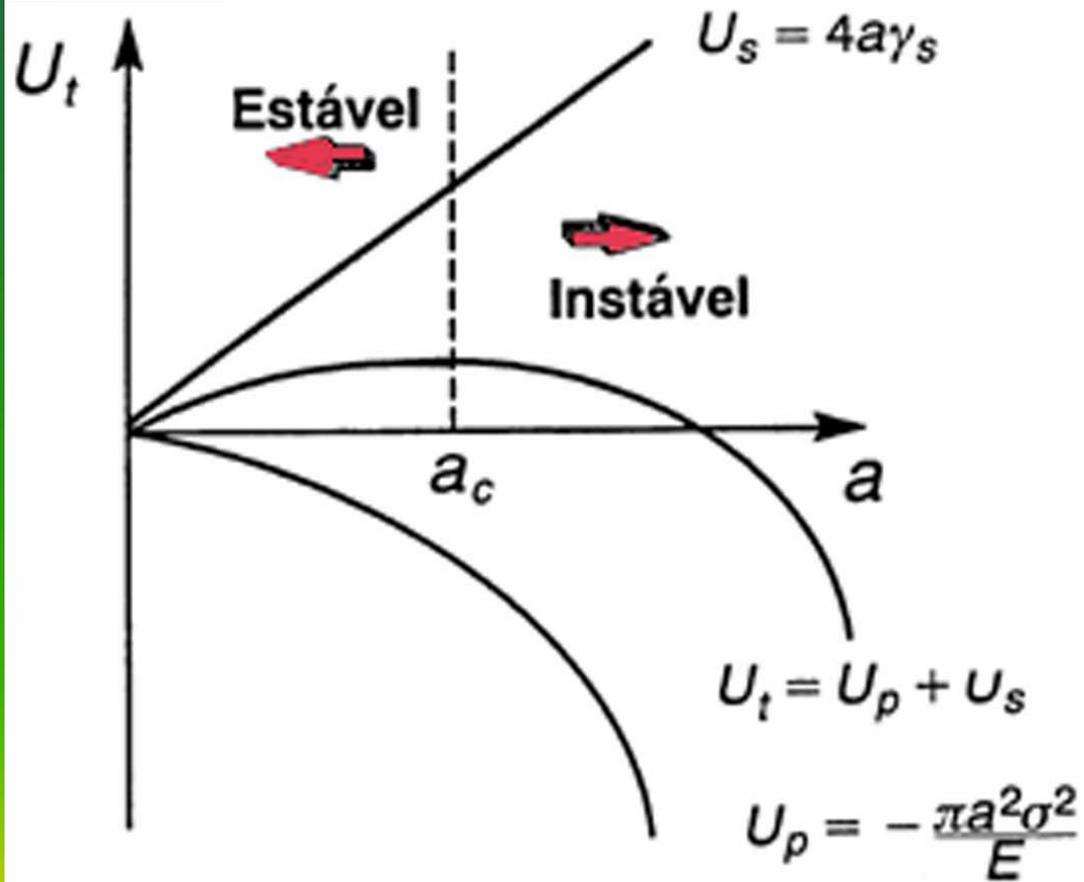
$U_s$  = variação da energia de superfície.

$\gamma_s$  = energia de superfície por unidade de área

Em controle de deslocamento,  $F=0$  e para a placa da figura, Griffith mostrou que:

$$U_p = U_0 - \frac{\pi a^2 \sigma^2}{E} \Rightarrow \frac{dU_p}{da} = -\frac{2\pi a \sigma^2}{E}$$

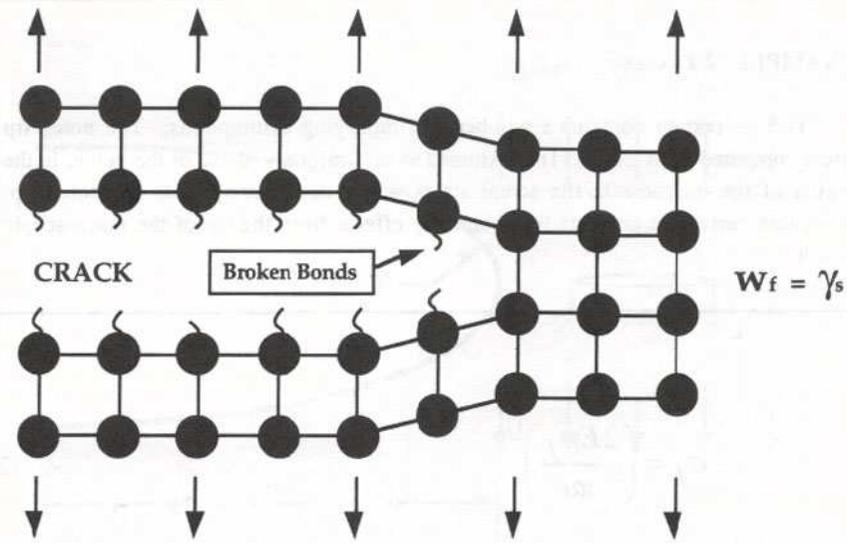
$$U_s = 2(2a \times 1) \gamma_s \Rightarrow \frac{dU_s}{da} = 4\gamma_s$$



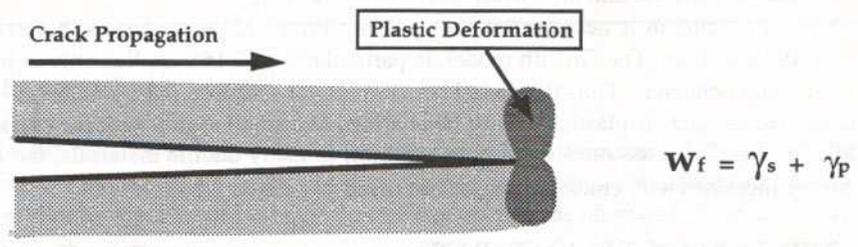
$$\frac{dU_t}{da} = \frac{dU_p}{da} + \frac{dU_s}{da} = 0$$

$$-\frac{2a\pi\sigma_F^2}{E} + 4\gamma_s = 0$$

$$\sigma_F = \sqrt{\frac{2\gamma_s E}{\pi a_c}}$$

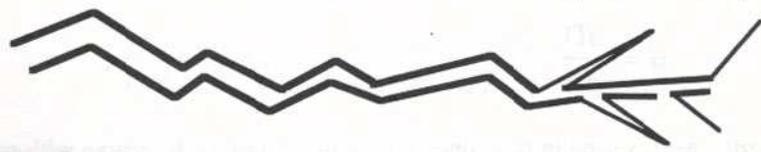


(a) Ideally brittle material.



(b) Quasi-brittle elastic-plastic material.

$$W_f = \gamma_s \left( \frac{\text{True Area}}{\text{Projected Area}} \right)$$



(c) Brittle material with crack meandering and branching.

Crack propagation in various types of materials, with the corresponding fracture energy.

- A equação inicial de Griffith é válida somente para materiais idealmente frágeis. Assim, ele obteve resultados bons para vidros mas não para metais.
- Irwin e Orowan independentemente modificaram a equação de Griffith, para que esta fosse capaz de levar em conta o escoamento plástico e assim aplicá-la a metais.

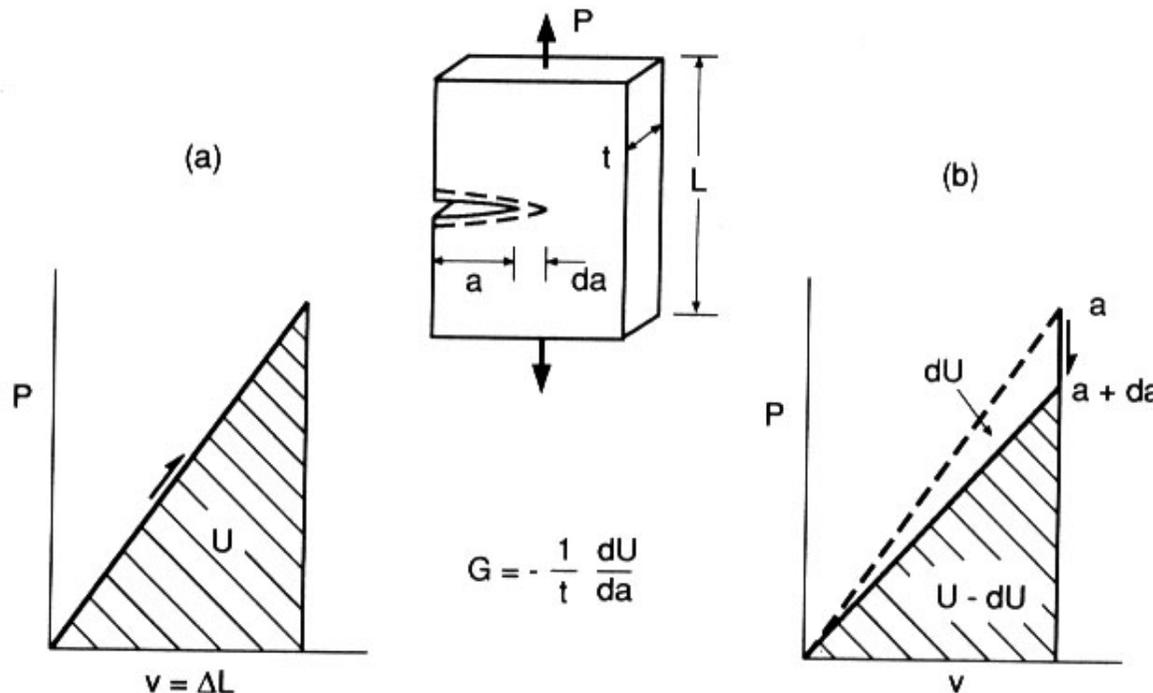
$$\sigma_F = \sqrt{\frac{E(2\gamma_s + \gamma_p)}{\pi a_c}}$$

- Onde  $\gamma_p$  é o trabalho plástico por unidade de área da superfície criada e  $\gg \gg \gg \gamma_s$

## Taxa de Alívio de Energia, $G$ (Irwin 1956)

- Considere um corpo contendo uma trinca de tamanho  $a$ , carregado no Modo I com a carga  $P$  e que este tenha um comportamento elástico linear
- De maneira similar a uma mola, a energia potencial elástica armazenada neste corpo é denominada de  $U_p$ .
- Se a trinca se propaga por uma quantidade  $da$  (em deslocamento constante ou carregamento constante), a rigidez do sistema diminui, resultando em um decréscimo na energia potencial de  $dU_p$ .

$$G = \frac{dU_p}{da} \quad \text{É a taxa de variação da energia potencial com a área da trinca, ou seja a força motriz.}$$



$$U_p = U - F$$

U = Energia de deformação armazenada pelo corpo

F = Trabalho das forças externas

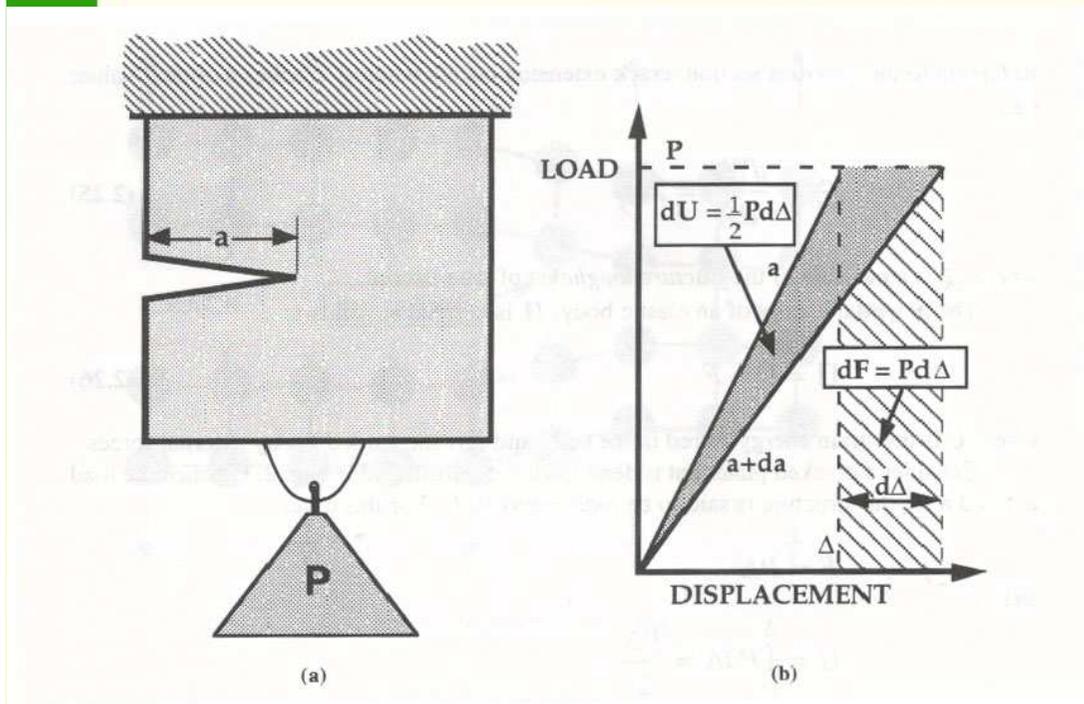
Considere que o CP de espessura B seja carregado em controle de carga:

$$F = P\Delta$$

$$U = \int_0^{\Delta} P d\Delta = \frac{P\Delta}{2}$$

$$U_p = -U$$

$$G = \frac{1}{B} \left( \frac{dU}{da} \right)_P = \frac{P}{2B} \left( \frac{d\Delta}{da} \right)_P$$



$$U_p = U - F$$

U = Energia de deformação armazenada pelo corpo

F = Trabalho das forças externas

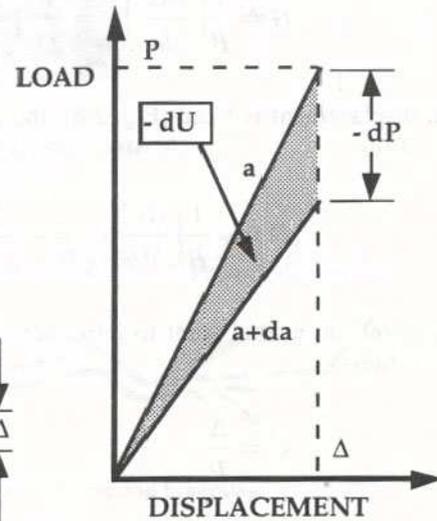
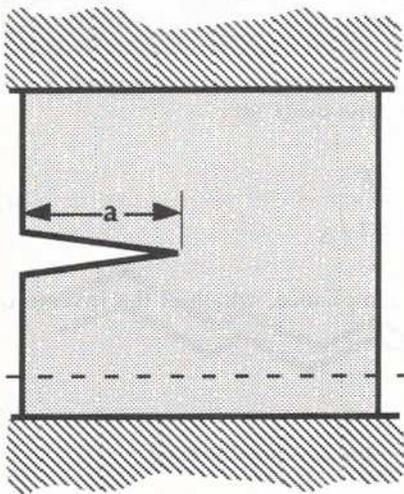
Considere CP com espessura B seja carregado em controle de deslocamento:

$$F = 0$$

$$U = \int_0^{\Delta} P d\Delta = \frac{P\Delta}{2}$$

$$U_p = U$$

$$G = -\frac{1}{B} \left( \frac{dU}{da} \right)_{\Delta} = -\frac{\Delta}{2B} \left( \frac{dP}{da} \right)_{\Delta}$$

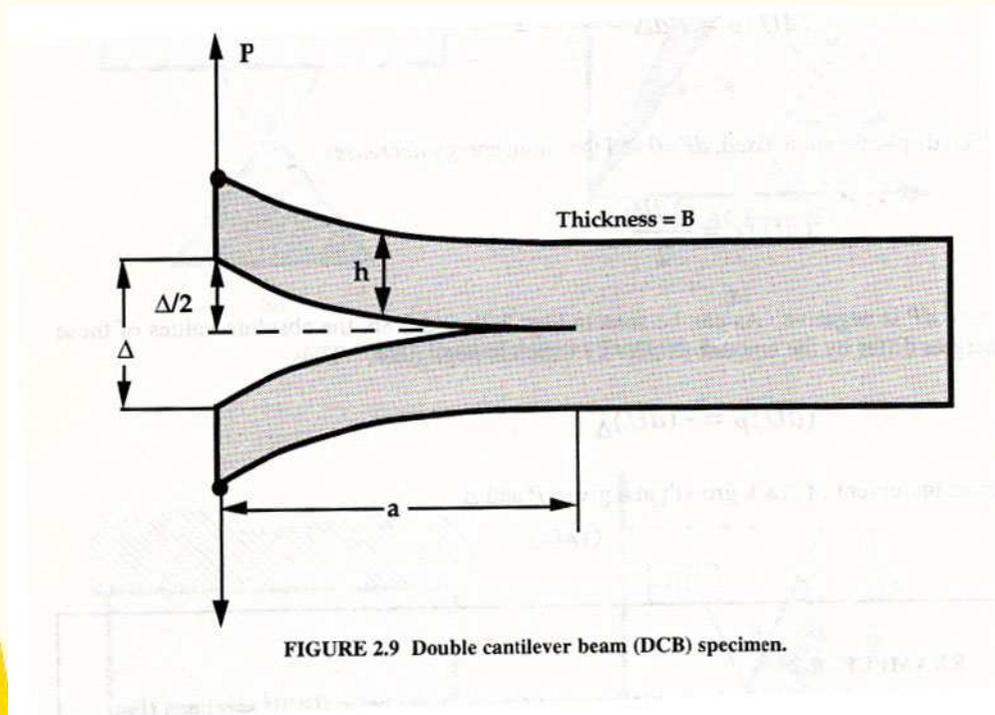


Flexibilidade:  $C = \Delta/P$

$$G = \frac{P^2}{2B} \left( \frac{dC}{da} \right)$$

## Exemplo

- Determine a taxa de alívio de energia para um corpo de prova DCB (double cantilever beam).



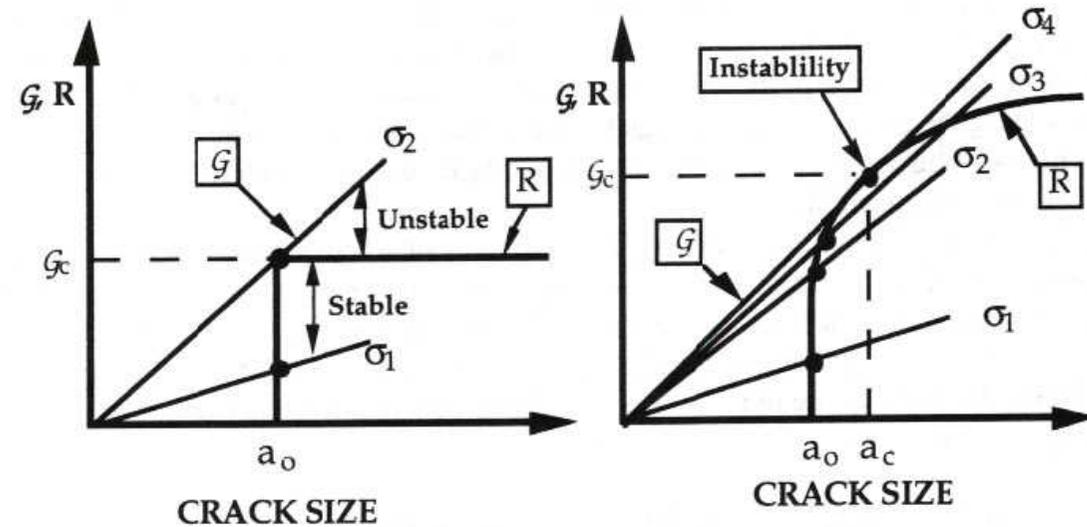
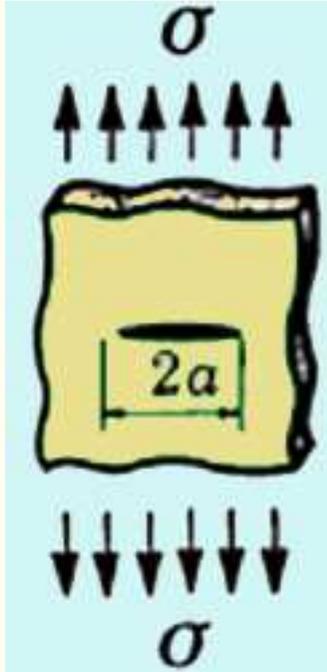
$$\frac{\Delta}{2} = \frac{P a^3}{3EI}$$

onde

$$I = \frac{B h^3}{12}$$

# CURVAS DE RESISTÊNCIA

## CURVAS-R



(a) Flat R curve

(b) Rising R curve

$G$  = a força motriz para a extensão da trinca  
 $R$  = a resistência à extensão da trinca

Ponto P ocorre instabilidade, então  $G=R$  e  $\frac{dG}{da} \geq \frac{dR}{da}$ , mas este ponto de tangência depende da forma de  $G$  que depende da configuração da estrutura, para a figura acima ela é linear mas para o DCB ela varia com  $a^2$ .

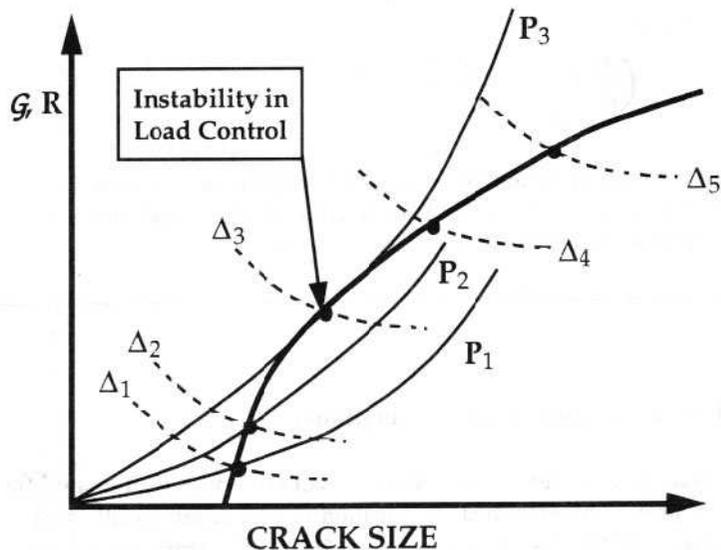
## INSTABILIDADE

$$G = -\frac{dU_p}{da} = \frac{\pi \sigma^2 a}{E}$$

$$G_c = \frac{dU_s}{da} = 2\gamma_s = R$$

$$G_c = \frac{\pi}{E} \sigma_F^2 a_c$$

## Controle de carga versus controle deslocamento



- A estabilidade do crescimento da trinca depende da taxa variação de  $G$ , isto é, da segunda derivada da energia potencial  $U$ .

- O controle de deslocamento tende a ser mais estável do que o controle em carga. Em algumas configurações,  $G$  diminui com o crescimento da trinca em controle de deslocamento.

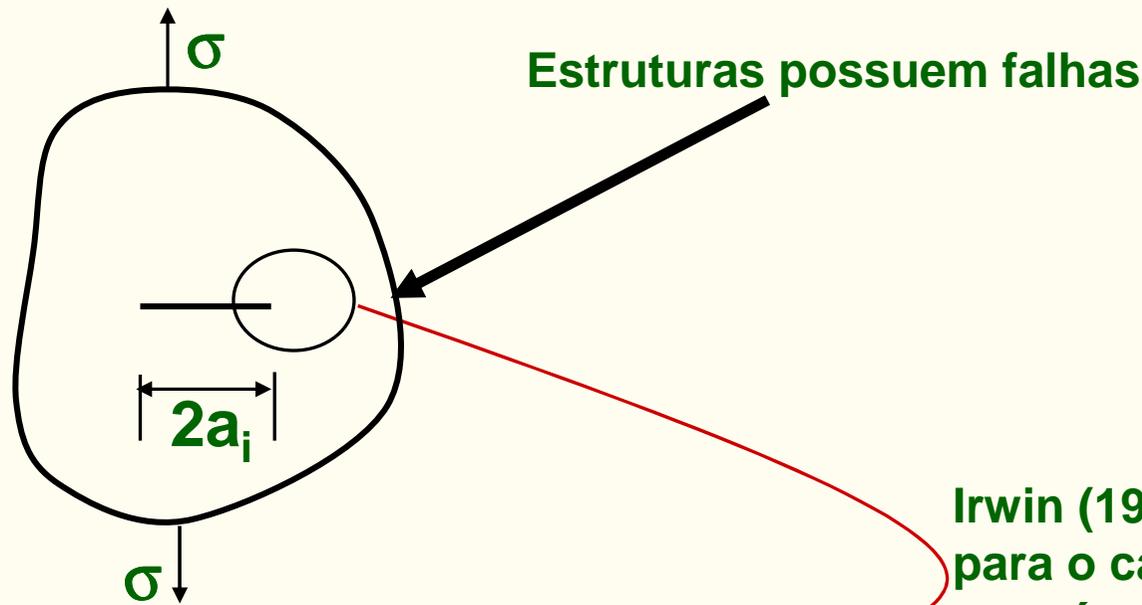
FIGURE 2.11 Schematic driving force/R curve diagram which compares load control and displacement control.

## Exemplo

- Determine a estabilidade relativa para um corpo de prova DCB em controle de carga e em controle de deslocamento. Dado:

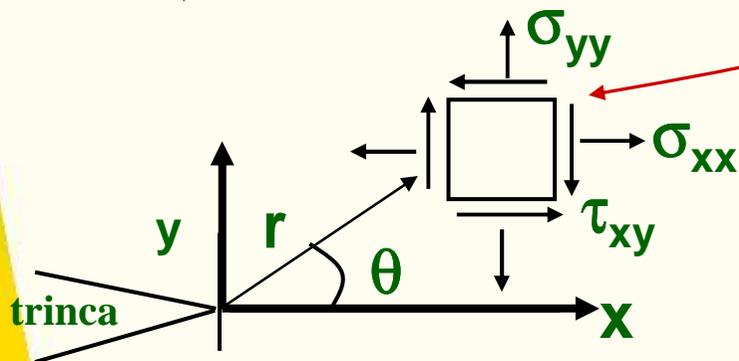
$$\frac{\Delta}{2} = \frac{P a^3}{3EI} \Rightarrow P = \frac{3EI\Delta}{2a^3}$$

# Teoria do Campo de Tensões Elásticas



Estruturas possuem falhas

Irwin (1957), obteve as equações para o campo de tensões, baseado no método de Westergaard (1930).



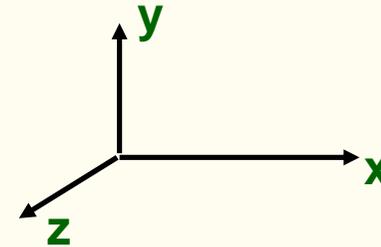
$r$  e  $\theta$  são coordenadas cilíndricas do ponto considerado e  $K$  é denominado de fator de intensidade de tensão.

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta)$$

## CAMPO DE TENSÃO NA PONTA DA TRINCA: Modo I de carregamento

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta)$$

$$\sigma_{x,y} = \tau_{y,x}$$



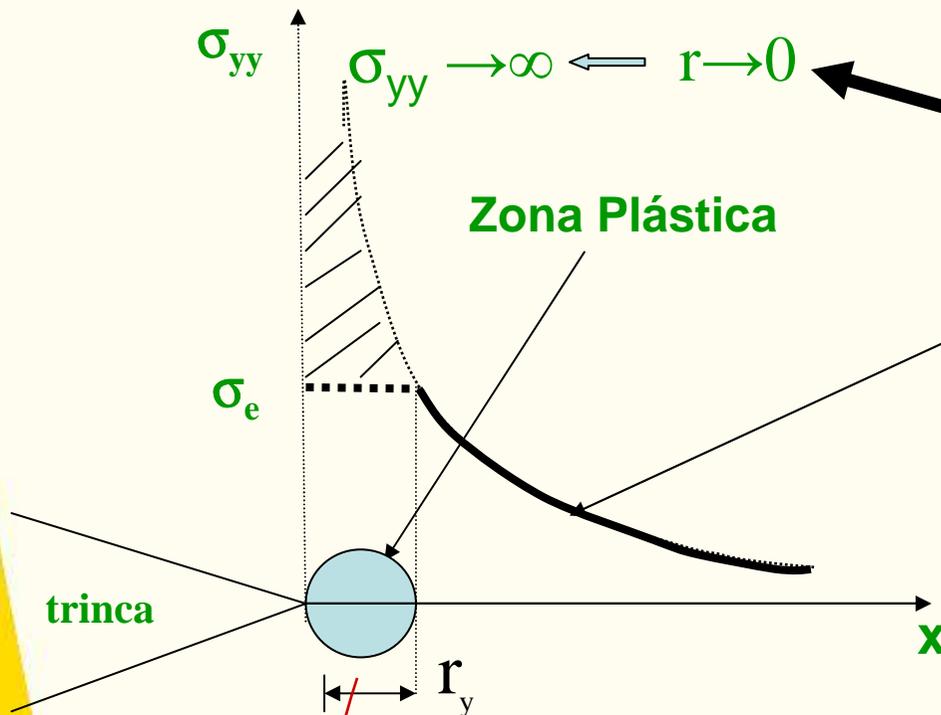
$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos(\theta/2) [1 - \sin(\theta/2) \sin(3\theta/2)] \\ \sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos(\theta/2) [1 + \sin(\theta/2) \sin(3\theta/2)] \\ \tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos(\theta/2) \sin(\theta/2) \cos(3\theta/2) \end{array} \right.$$

- $K_I$  é o fator de intensidade de tensão no modo I de carregamento.
- Uma vez que  $K$  é determinado, todas as tensões  $\sigma_{x,y}$ ,  $\sigma_{y,x}$  e  $\tau_{y,x}$  em qualquer ponto na frente da trinca ( $r, \theta$ ) são estabelecidas.

Considere o componente de tensão,  $\sigma_{yy}$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos(\theta/2) [1 + \sin(\theta/2) \sin(3\theta/2)]$$

Ao longo do eixo X,  $\theta = 0$ :  $\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos(\theta/2) [1 + \sin(\theta/2) \sin(3\theta/2)]$



$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}$$

Raio da zona plástica

$$\left\{ \begin{array}{l} r_p = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_e} \right)^2 \quad \text{tensão plana} \\ r_p = \frac{1}{6\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_e} \right)^2 \quad \text{Def. plana} \end{array} \right.$$

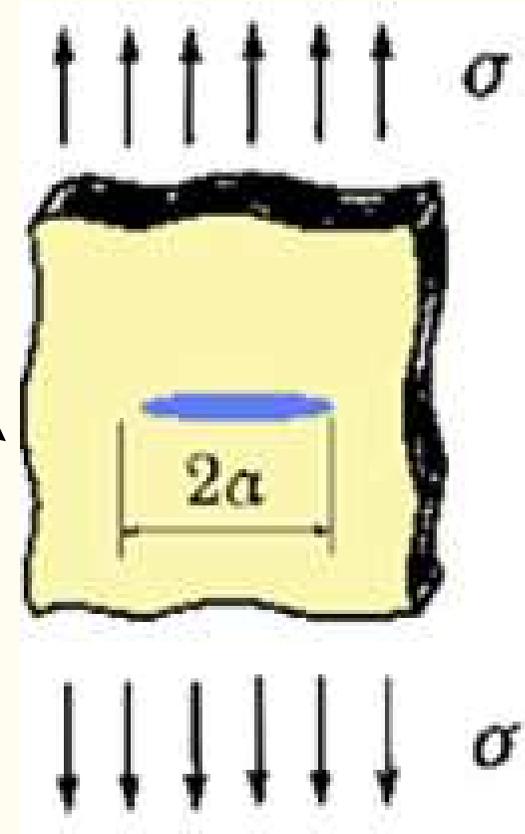
$r_p \ll$  as dimensões de  $a$  e do CP

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \left\{ \sqrt{2\pi r} \sigma_{yy} \right\}$$

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a}$$

$$K_I = Y \sigma \sqrt{\pi \cdot a}$$

[MPa√m, ksi√in]

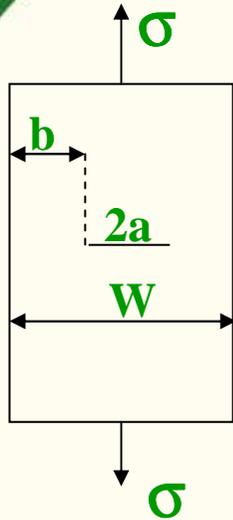


Y = fator de correção (das geometrias do corpo e da trinca).

Soluções de K podem ser encontradas em vários livros:

Tada, Paris e Irwin(1973); Rooke e Cartwright (1975); Sih (1973),  
entre outros

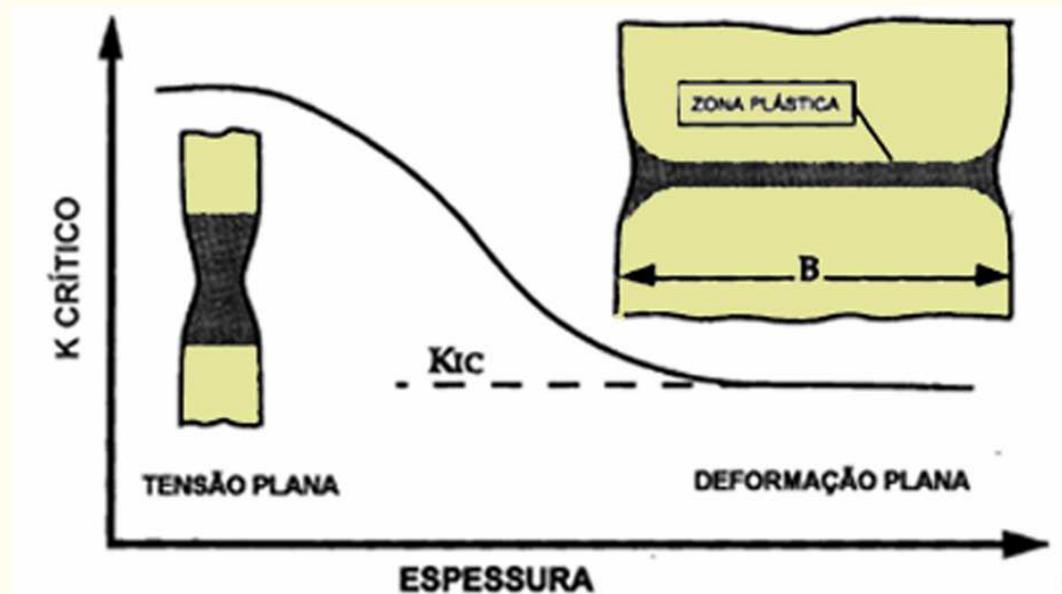
## CRITÉRIO DE FRATURA



$$K = Y\sigma\sqrt{\pi a}$$

$$K = K_C \rightarrow \text{fratura instável}$$

Tenacidade à Fratura.



Para que  $K_C$  seja considerado  $K_{Ic}$ , a Norma ASTM E399 – Método Normalizado de Ensaio de Tenacidade à Fratura no Estado de Def. Plana de Materiais Metálicos.

$$a, B, b \geq 2,5 \left( \frac{K_I}{\sigma_e} \right)^2$$

**Table 8.1** Fracture Toughness and Corresponding Tensile Properties for Representative Metals at Room Temperature

Material	Toughness $K_{Ic}$	Yield $\sigma_o$	Ultimate $\sigma_u$	Elong. $100\epsilon_f$	Red. Area $\%RA$
	MPa $\sqrt{m}$ (ksi $\sqrt{in}$ )	MPa (ksi)	MPa (ksi)	%	%
<i>(a) Steels</i>					
AISI 1144	66 (60)	540 (78)	840 (122)	5	7
ASTM A470-8 (Cr-Mo-V)	60 (55)	620 (90)	780 (113)	17	45
ASTM A517-F	187 (170)	760 (110)	830 (121)	20	66
AISI 4130	110 (100)	1090 (158)	1150 (167)	14	49
18-Ni maraging air melted	123 (112)	1310 (190)	1350 (196)	12	54
18-Ni maraging vacuum melted	176 (160)	1290 (187)	1345 (195)	15	66
300-M 650°C temper	152 (138)	1070 (156)	1190 (172)	18	56
300-M 300°C temper	65 (59)	1740 (252)	2010 (291)	12	48

*(b) Aluminum and Titanium Alloys (L-T Orientation)*

2014-T651	24 (22)	415 (60)	485 (70)	13	—
2024-T351	34 (31)	325 (47)	470 (68)	20	—
2219-T851	36 (33)	350 (51)	455 (66)	10	—
7075-T651	29 (26)	505 (73)	570 (83)	11	—
7475-T7351	52 (47)	435 (63)	505 (73)	14	—
Ti-6Al-4V annealed	66 (60)	925 (134)	1000 (145)	16	34

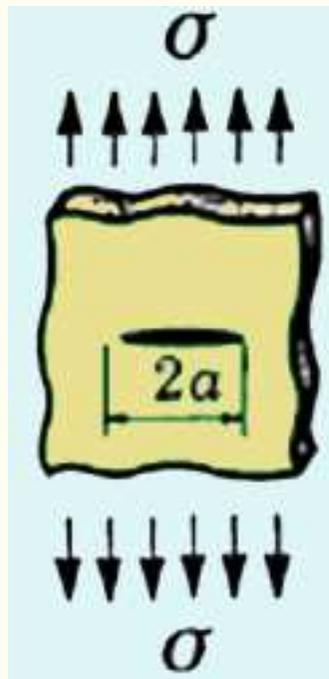
---

Sources: Data in [Barsom 87] p. 172, [Boyer 85] pp. 6.34, 6.35, and 9.8, [MILHDBK 94] pp. 3.10–3.12 and 5.3, and [Ritchie 77].

**Table 8.2** Fracture Toughness of Some Polymers and Ceramics at Room Temperature

Material Polymers <sup>1</sup>	$K_{Ic}$		Material Ceramics <sup>2</sup>	$K_{Ic}$	
	MPa $\sqrt{m}$	(ksi $\sqrt{in}$ )		MPa $\sqrt{m}$	(ksi $\sqrt{in}$ )
ABS	3.0	(2.7)	Soda-lime glass	0.76	(0.69)
Acrylic	1.8	(1.6)	Magnesia, MgO	2.9	(2.6)
Epoxy	0.6	(0.55)	Alumina, Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	4.0	(3.6)
PC	2.2	(2.0)	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> , 15% ZrO <sub>2</sub>	10	(9.1)
PET	5.0	(4.6)	Silicon carbide	3.7	(3.4)
Polyester	0.6	(0.55)	SiC		
PS	1.15	(1.05)	Silicon nitride	5.6	(5.1)
PVC	2.4	(2.2)	Si <sub>3</sub> N <sub>4</sub>		
PVC	3.35	(3.05)	Dolomitic limestone	1.30	(1.18)
rubber mod.			Westerly granite	0.89	(0.81)
			Concrete	1.19	(1.08)

## RELAÇÃO ENTRE K E G



$$G = \frac{\sigma^2 \pi a}{E}$$

$$K = \sigma \sqrt{\pi a}$$

$$G = \frac{K^2}{E'}$$

$$E' = E \quad (\sigma \text{ plana})$$

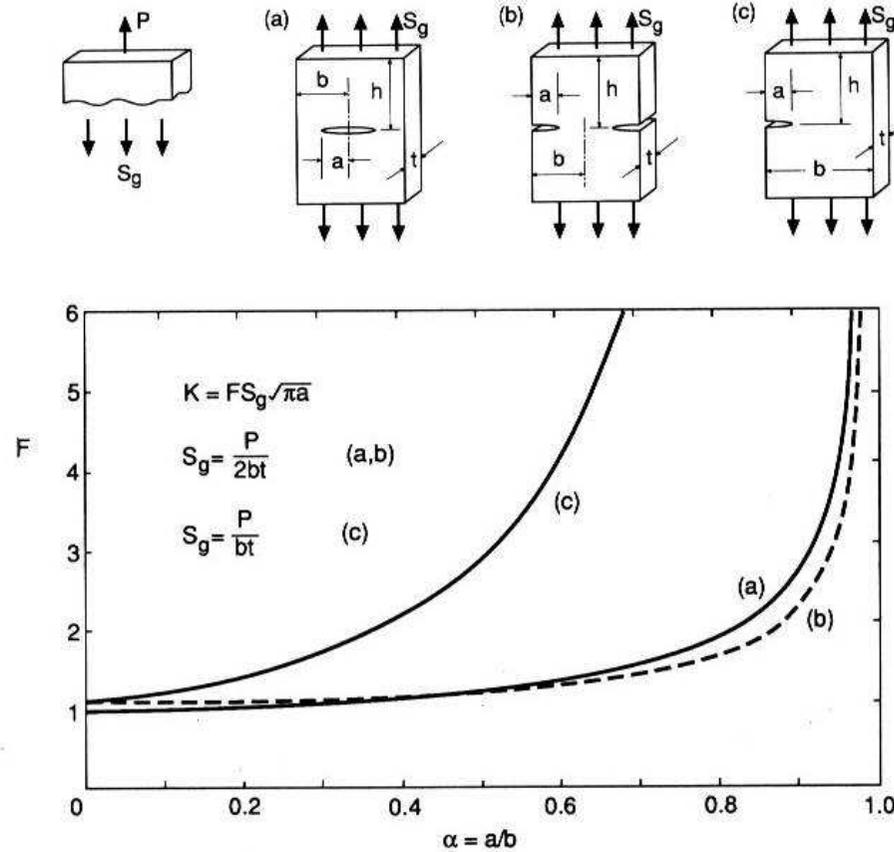
$$E' = \frac{E}{(1-\nu^2)} \quad (\varepsilon \text{ plana})$$

QUALQUER QUE SEJA A CONFIGURAÇÃO

# APLICAÇÃO DE K EM PROJETOS E ANÁLISE DE PROBLEMAS DE FRATURA

- Para uso prático o valor de K dever ser determinado para geometrias de trincas existentes em componentes estruturais
- Neste aspecto um trabalho extensivo tem sido desenvolvido e o resultado pode ser encontrado em Handbooks:
  - Kujawski, D, Estimation of Stress Intensity Factors for small cracks and notches.
  - Murakami, Y, Stress Intensity Factors Handbook.
  - Newman, J. C, and I. Raju, Stress Intensity Factor Equations for Cracks in Three Dimensional Bodies Subjected to Tension and Bending Loads.
  - Outros.

# Equações para K



Values for small  $\alpha/b$  and limits for 10% accuracy:

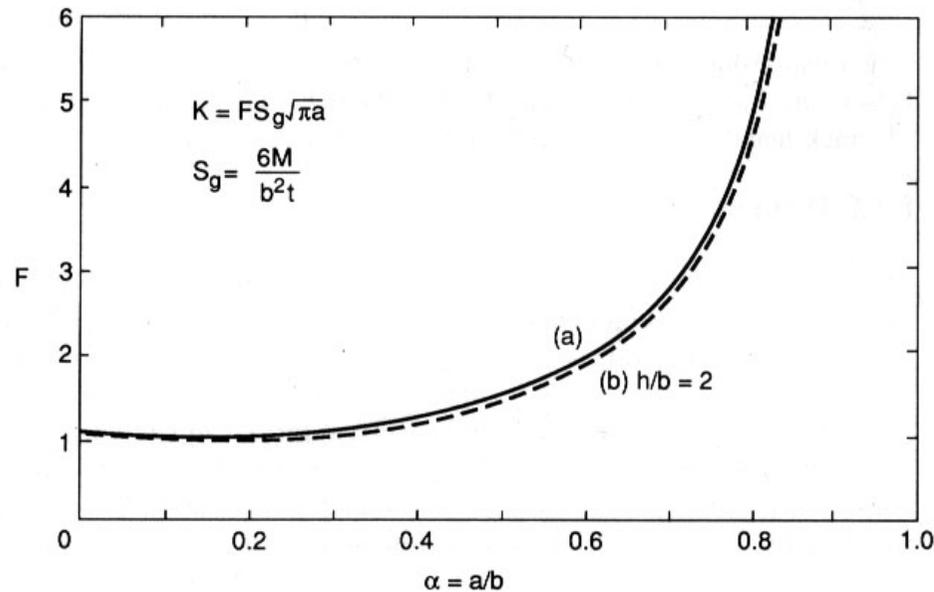
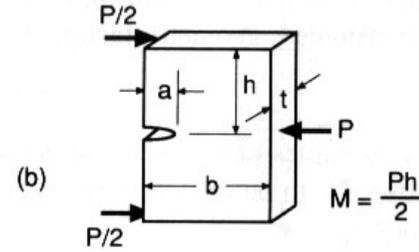
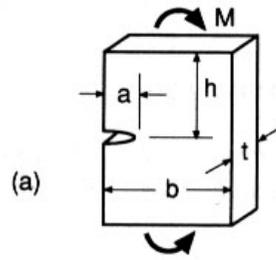
$$\begin{array}{lll}
 \text{(a)} & K = S_g\sqrt{\pi a} & \text{(b)} & K = 1.12S_g\sqrt{\pi a} & \text{(c)} & K = 1.12S_g\sqrt{\pi a} \\
 & (a/b \leq 0.4) & & (a/b \leq 0.6) & & (a/b \leq 0.13)
 \end{array}$$

Expressions for any  $\alpha = a/b$ :

$$\text{(a)} \quad F = \frac{1 - 0.5\alpha + 0.326\alpha^2}{\sqrt{1 - \alpha}} \quad (h/b \geq 1.5)$$

$$\text{(b)} \quad F = \left(1 + 0.122 \cos^4 \frac{\pi\alpha}{2}\right) \sqrt{\frac{2}{\pi\alpha} \tan \frac{\pi\alpha}{2}} \quad (h/b \geq 2)$$

$$\text{(c)} \quad F = 0.265 (1 - \alpha)^4 + \frac{0.857 + 0.265\alpha}{(1 - \alpha)^{3/2}} \quad (h/b \geq 1)$$



Values for small  $a/b$  and limits for 10% accuracy:

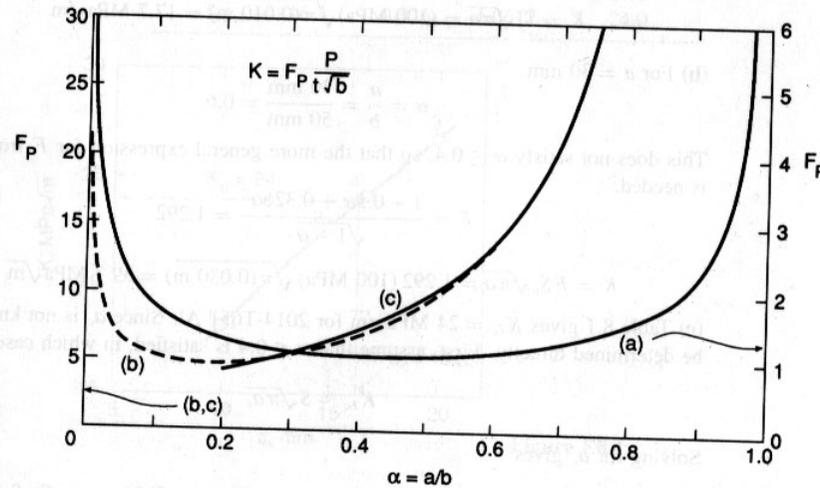
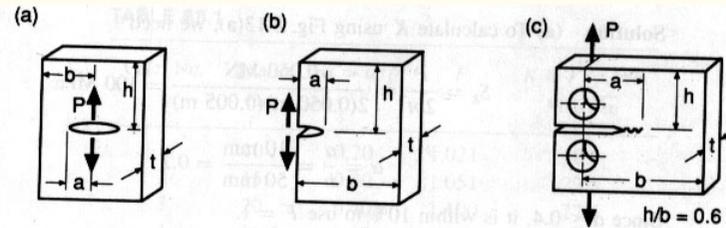
$$(a, b) K = 1.12S_g\sqrt{\pi a} \quad (a/b \leq 0.4)$$

Expressions for any  $\alpha = a/b$ :

$$(a) F = \sqrt{\frac{2}{\pi\alpha} \tan \frac{\pi\alpha}{2}} \left[ \frac{0.923 + 0.199 \left(1 - \sin \frac{\pi\alpha}{2}\right)^4}{\cos \frac{\pi\alpha}{2}} \right] \quad (\text{large } h/b)$$

(b)  $F$  is within 3% of (a) for  $h/b = 4$ , and within 6% for  $h/b = 2$ , at any  $a/b$ .

$$F = \frac{1.99 - \alpha(1 - \alpha)(2.15 - 3.93\alpha + 2.7\alpha^2)}{\sqrt{\pi}(1 + 2\alpha)(1 - \alpha)^{3/2}} \quad (h/b = 2)$$



Values for small  $a/b$  and limits for 10% accuracy:

$$(a) K = \frac{P}{t\sqrt{\pi a}} \quad (a/b \leq 0.3), \quad (b) K = \frac{2.60P}{t\sqrt{\pi a}} \quad (a/b \leq 0.08)$$

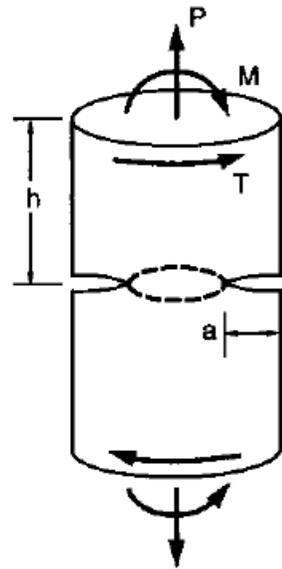
Expressions for any  $\alpha = a/b$ :

$$(a) F_P = \frac{1.297 - 0.297 \cos \frac{\pi\alpha}{2}}{\sqrt{\sin \pi\alpha}} \quad (h/b \geq 2)$$

$$(b) F_P = \frac{0.92 + 6.12\alpha + 1.68(1 - \alpha)^5 + 1.32\alpha^2(1 - \alpha)^2}{\sqrt{\pi\alpha}(1 - \alpha)^{3/2}} \quad (\text{large } h/b)$$

$$(c) F_P = \frac{(2 + \alpha)}{(1 - \alpha)^{3/2}} (0.886 + 4.64\alpha - 13.32\alpha^2 + 14.72\alpha^3 - 5.6\alpha^4) \quad (a/b \geq 0.2)$$

**Figure 8.15** Stress intensity factors for three cases of concentrated load. Case (c) is the ASTM standard compact specimen. (Equations from [Tada 85] pp. 2.23 and 2.25, and [Srawley 76].)



$$K = F_P \frac{P}{t\sqrt{b}}, \quad F_P = F_P(\text{geometry}, a/b)$$

$$K = FS_g \sqrt{\pi a}$$

$$\alpha = a/b$$

$$\beta = 1 - \alpha$$

(a) Axial load  $P$ :  $S_g = \frac{P}{\pi b^2}$ ,  $F = 1.12$  (10%,  $a/b \leq 0.21$ )

$$F = \frac{1}{2\beta^{1.5}} \left[ 1 + \frac{1}{2}\beta + \frac{3}{8}\beta^2 - 0.363\beta^3 + 0.731\beta^4 \right]$$

(b) Bending moment  $M$ :  $S_g = \frac{4M}{\pi b^3}$ ,  $F = 1.12$  (10%,  $a/b \leq 0.12$ )

$$F = \frac{3}{8\beta^{2.5}} \left[ 1 + \frac{1}{2}\beta + \frac{3}{8}\beta^2 + \frac{5}{16}\beta^3 + \frac{35}{128}\beta^4 + 0.537\beta^5 \right]$$

(c) Torsion  $T$ ,  $K = K_{III}$ :  $S_g = \frac{2T}{\pi b^3}$ ,  $F = 1.00$  (10%,  $a/b \leq 0.09$ )

$$F = \frac{3}{8\beta^{2.5}} \left[ 1 + \frac{1}{2}\beta + \frac{3}{8}\beta^2 + \frac{5}{16}\beta^3 + \frac{35}{128}\beta^4 + 0.208\beta^5 \right]$$

**Figure 8.14** Stress intensities for a round shaft with a circumferential crack, including limits on the constant  $F$  for 10% accuracy and expressions for any  $\alpha = a/b$ . For torsion (c), the stress intensity is for the shear Mode III. (Equations from [Tada 85] pp. 27.1, 27.2, and 27.3.)

## EXEMPLO 1 - Resistência Vs. Tenacidade

A tenacidade à fratura do material diminui, muitas vezes dramaticamente, quando o limite de escoamento do material aumenta. Por exemplo, para um liga Ti-6Al-4V, com o limite de escoamento de 130 ksi, a tenacidade à fratura é 105 ksi  $\sqrt{\text{pol}}$ . Se o limite de escoamento é aumentado para 150 ksi, a tenacidade à fratura diminui para 50 ksi  $\sqrt{\text{pol}}$ .

Um engenheiro é desafiado com o seguinte problema. A empresa dele fabrica um componente na forma de uma chapa ou placa grande usando a liga acima na condição que o limite de escoamento é de 130ksi. Tem sido sugerido uma redução de peso que poderia ser obtido pelo uso de uma liga com limite de escoamento de 150ksi. O ensaio não destrutivo do componente pode prontamente detectar uma trinca 0,2 pol. Assim, os requisitos do projeto especifica que a trinca de canto pode ser maior do que esta medida de trinca (0,2 pol) de maneira que ela possa ser detectada antes da fratura catastrófica. Em adição, um fator de segurança de 2 é especificado para uma tensão de projeto.

A tensão de projeto deve ser menor ou igual a metade do limite de escoamento. Ele tem sido perguntado a analisar a proposta de mudar de material.

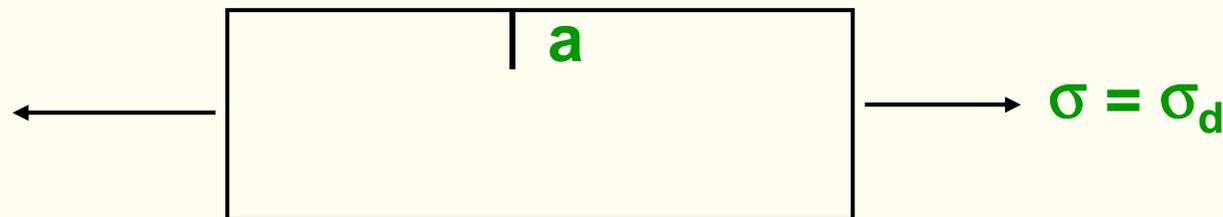
a) Deve ele aceitar a proposta? Verifique com cálculos e comentários.

b) Qual é a máxima tensão de projeto que pode ser usada com o material de máxima resistência?

c) O uso de um material de mais alta resistência levará a redução de peso?

Para esta geometria,

$$K_I = 1.12 \sigma \sqrt{\pi a}$$



### a) Material Original:

A tensão de projeto é baseada no escoamento,  $\sigma_d = \sigma_{ys}/2 = 65$  ksi

Fratura irá ocorrer quando  $K_I = K_{IC}$ ; dado  $K_{IC} = 105$  ksi  $\sqrt{\text{pol}}$

$$1.12 \sigma_d \sqrt{\pi a_{cr}} = 105 \quad \Rightarrow \quad \boxed{a_{cr} = 0.66''}$$

IND/END pode detectar qualquer trinca maior do que 0,2 pol.  
(i.e., uma trinca de 0,2 pol ou menor escapará da inspeção.

Em um projeto de 65 ksi, um comprimento de 0.66 pol produzirá falha catastrófica. Isto não irá acontecer porque nenhuma trinca de comprimento 0,2 pol ou maior escapa da inspeção.

**O projeto é seguro contra fratura frágil!!**

Novos Materiais:  $\sigma_d = 150/2 = 75$  ksi

Falha por fratura se  $K_I = K_{IC}$ ; dado,  $K_{IC} = 50$  ksi  $\sqrt{\text{pol}}$

$$1.12 (75) \sqrt{\pi a_{cr}} = 50 \Rightarrow$$

$$a_{cr} = 0.113''$$

IND/END pode detectar qualquer trinca maior do que 0,2 pol., i.e., uma trinca de 0,113 pol escapará a inspeção!!

A trinca pode tornar-se crítica antes de ser detectada se  $\sigma_d = 75$  ksi. O novo projeto é baseado no escoamento e não será seguro contra fratura frágil.

Qual é então a tensão de projeto baseada na fratura (assumindo que todos os componentes contêm um trinca de 0,2 pol)?

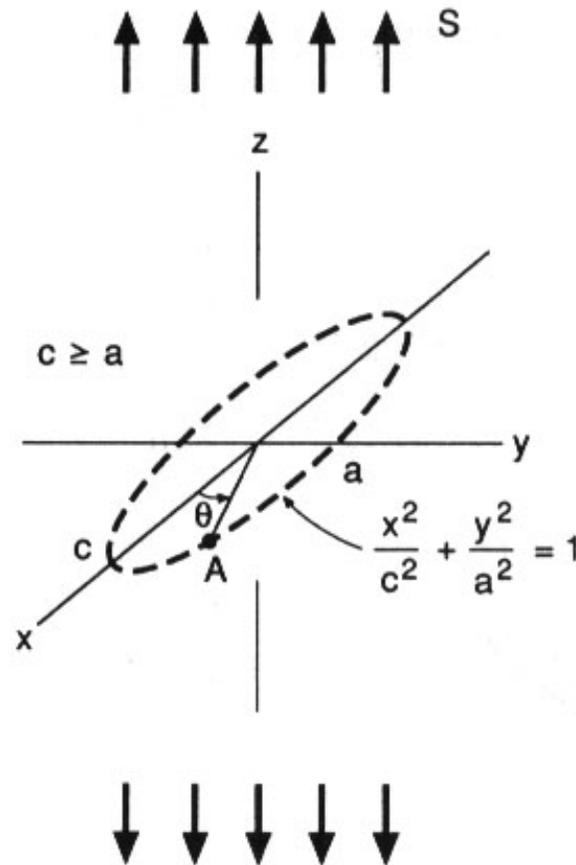
$$K_I = K_{IC} = 1.12 \sigma_d \sqrt{\pi(0.2)} = 50$$

$$\sigma_d = 56.3 \text{ ksi}$$

Menor do que  $\sigma_d$  para o material original

# Casos de Interesse Especial para Aplicações Práticas

Caso tridimensional de uma trinca elíptica dentro de um corpo infinito carregado remotamente



$$K = \frac{S\sqrt{\pi a}}{E(k)} \left[ \sin^2 \beta + \frac{a^2}{c^2} \cos^2 \beta \right]^{1/4}$$

$$\beta = \tan^{-1} \left( \frac{c}{a} \tan \theta \right)$$

$$K = \frac{S\sqrt{\pi a}}{E(k)} \quad (\text{maximum, at } \theta = \pm\pi/2)$$

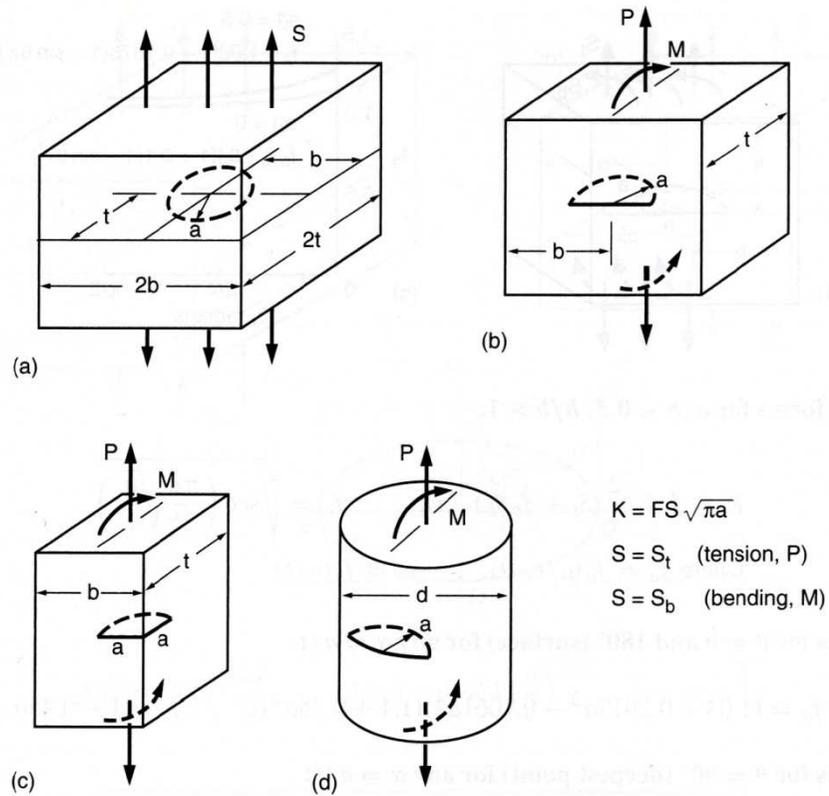
$$E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \phi} \, d\phi$$

$$k^2 = 1 - a^2/c^2$$

$$E(k) \approx \sqrt{1 + 1.464(a/c)^{1.65}}$$

**Figure 8.16** Exact stress intensity solution for any point A on an elliptical crack embedded in an infinite body under remote stress normal to the crack plane. (Adapted from [Tada 85] p. 26.2; used with permission. The approximation for  $E(k)$  is from [Newman 86].)

Considerando a 10% de acuracidade

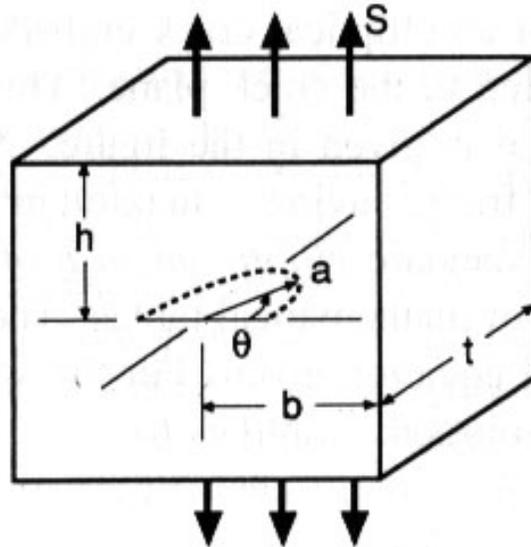


Case	$S_t$	$S_b$	$F$ for small $a$	Limits for $\pm 10\%$ on $F$
(a)	$\frac{P}{4bt}$	—	$\frac{2}{\pi} = 0.637$	$\frac{a}{t}, \frac{a}{b} < 0.5$
(b)	$\frac{P}{2bt}$	$\frac{3M}{bt^2}$	0.728	$\frac{a}{t} < 0.4, \frac{a}{b} < 0.3$
(c)	$\frac{P}{bt}$	$\frac{6M}{bt^2}$	0.722	$\frac{a}{t} < 0.35, \frac{a}{b} < 0.2$
(d)	$\frac{4P}{\pi d^2}$	$\frac{32M}{\pi d^3}$	0.728	$\frac{a}{d} < 0.2$ or $0.35^1$

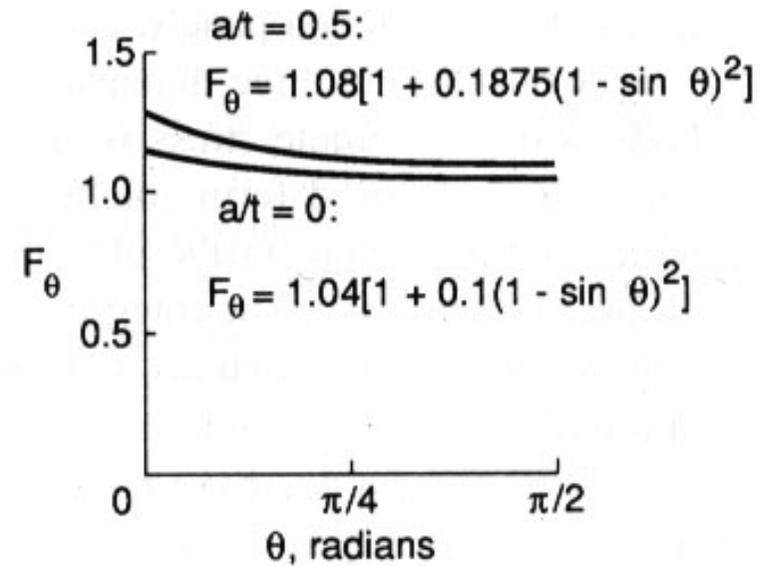
Note: <sup>1</sup>Different limits for tension or bending, respectively.

Figure 8.17 Stress intensity factors for (a) an embedded circular crack under uniform tension normal to the crack plane, and related cases: (b) half-circular surface crack, (c) quarter-circular corner crack, and (d) half-circular surface crack in a shaft, where the latter is more precisely a portion of a circular arc with center on the surface. (Based on [Newman 86] and [Rainin 86])

## Solução mais detalhada.



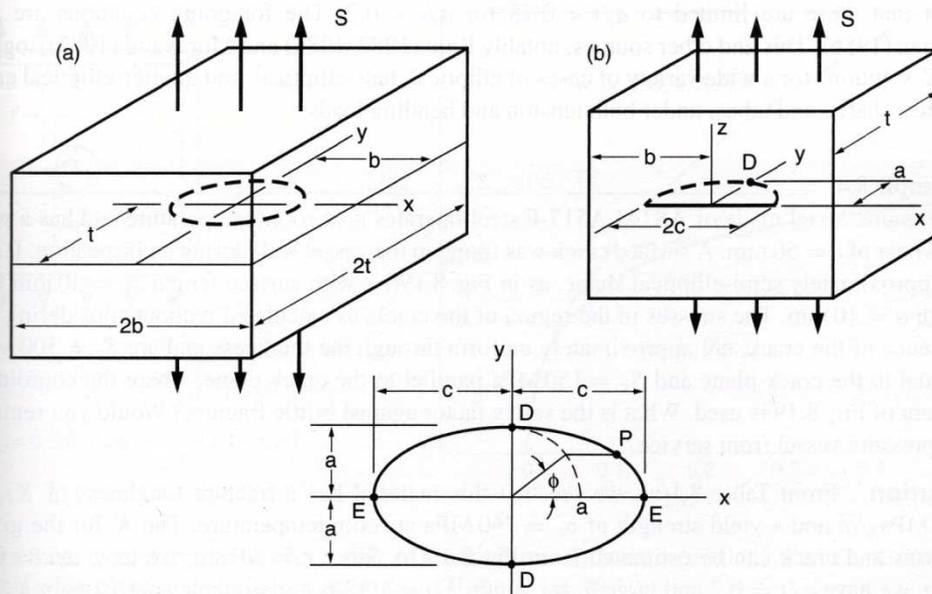
$$K = F_{\theta} \frac{2}{\pi} S \sqrt{\pi a} \quad (a \ll b, h)$$



**Figure 8.17** Stress intensities for two cases of a half-circular surface crack. (Equations from [Newman 86], which provides more detail.)

$$K = S \sqrt{\frac{\pi a}{Q}} f_{\phi}, \quad f_{\phi} = \left[ \left( \frac{a}{c} \right)^2 \cos^2 \phi + \sin^2 \phi \right]^{1/4} \quad (a/c \leq 1)$$

$$\sqrt{Q} = E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \beta} d\beta, \quad k^2 = 1 - \left( \frac{a}{c} \right)^2$$



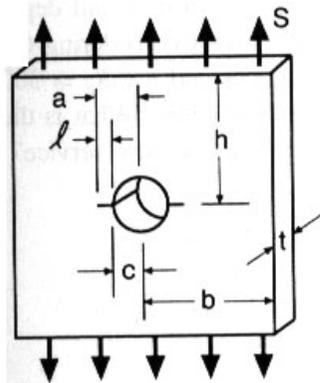
$$K_D = F_D S \sqrt{\frac{\pi a}{Q}}, \quad Q \approx 1 + 1.464 \left( \frac{a}{c} \right)^{1.65} \quad (a/c \leq 1)$$

Case	Values for small $a/t, c/b$	Limits for 10% accuracy
(a)	$F_D = 1$	$a/t < 0.4, c/b < 0.2$
(b)	$F_D \approx 1.12$	$a/t < 0.3,^1 c/b < 0.2$

Note: <sup>1</sup>Except limit to  $a/t < 0.16$  if  $a/c < 0.25$ .

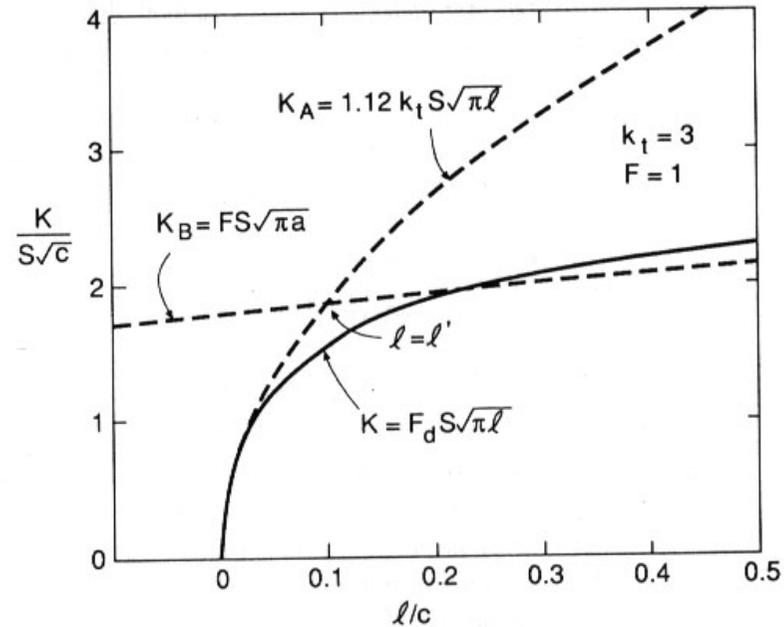
Figure 8.19 Stress intensity factors for (a) an embedded elliptical crack and (b) a similar surface crack. The equations give  $K_D$  at point  $D$  for a uniform tension normal to the crack plane. (Based on [Newman 86].)

- Trinca crescendo a partir de um concentrador de tensões.
- Se a trinca for pequena comparada com o raio, a solução é a mesma para uma trinca superficial em um corpo infinito.
- Uma vez que a trinca cresce para longe do campo de tensão do concentrador, esta passa a ser considerada uma trinca longa de comprimento  $2a$

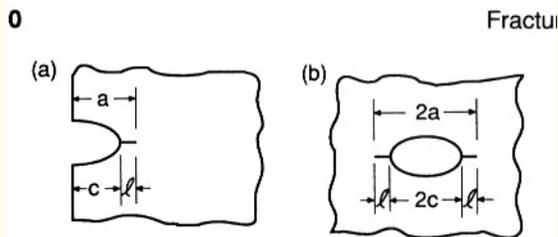


$$K = F_d S \sqrt{\pi l}, \quad d = \frac{l}{a} = \frac{l}{c+l}$$

$$F_d = 0.5(3-d)[1 + 1.243(1-d)^3]$$



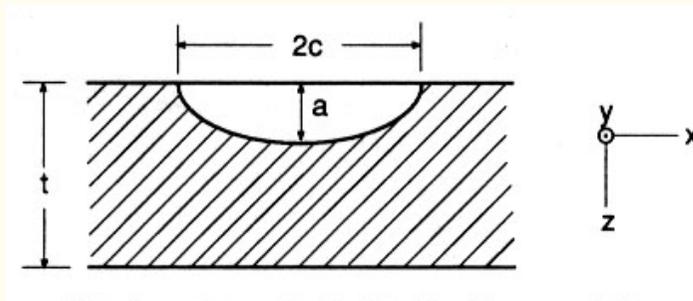
**Figure 8.18** Stress intensities for a pair of cracks growing from a circular hole in a remotely loaded wide plate,  $a \ll b, h$ . (Equation from [Tada 85] p. 19.1.)



$$l' = \frac{c}{(1.12 \frac{k_t}{F})^2 - 1}$$

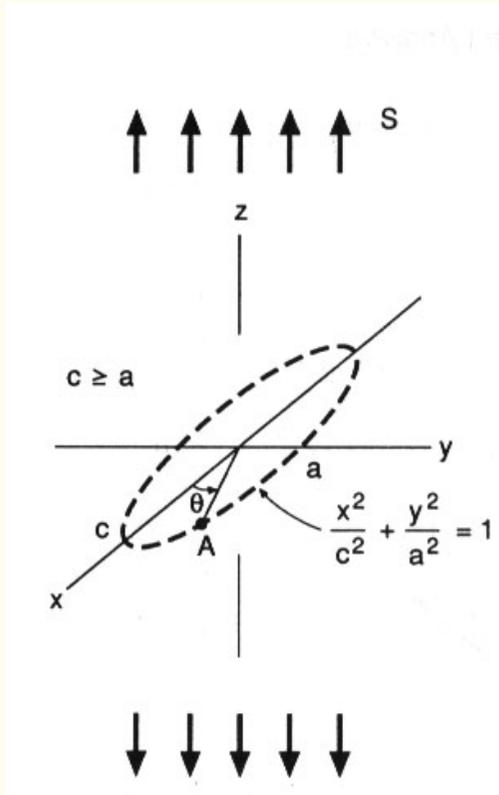
## Exercício

- Um vaso de pressão feito de um aço ASTM A517-F opera próximo a temperatura ambiente e possui uma espessura de parede de  $t = 50 \text{ mm}$ . Uma trinca como mostrada na figura abaixo foi encontrada durante uma inspeção. Ela possui uma forma aproximadamente semi-elíptica com um comprimento do eixo maior  $2c = 40 \text{ mm}$  e profundidade  $a = 10 \text{ mm}$ . As tensões na região da trinca, quando calculada sem a mesma, são aproximadamente uniforme através da espessura e são  $S_y = 300 \text{ MPa}$ , normal ao plano da trinca e  $S_x = 150 \text{ MPa}$ , paralela ao plano da trinca. Qual seria o fator de segurança contra a fratura frágil (relação  $K_{IC}/K$ )? Você retiraria este vaso de pressão de serviço? Dados:  $K_{IC} = 187 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ ;  $\sigma_e = 760 \text{ MPa}$ ;  $\sigma_R = 830 \text{ MPa}$  e  $E = 200 \text{ GPa}$ .



## Resolução 1

O valor de  $K$  pode ser estimado pela aplicação do fator de correção para uma trinca elíptica embebida como o da figura abaixo. O fator de correção é necessário devido a superfície que livre criada pelo seccionamento da geometria de trinca elíptica e devido a um  $a/t = 0,2$ .

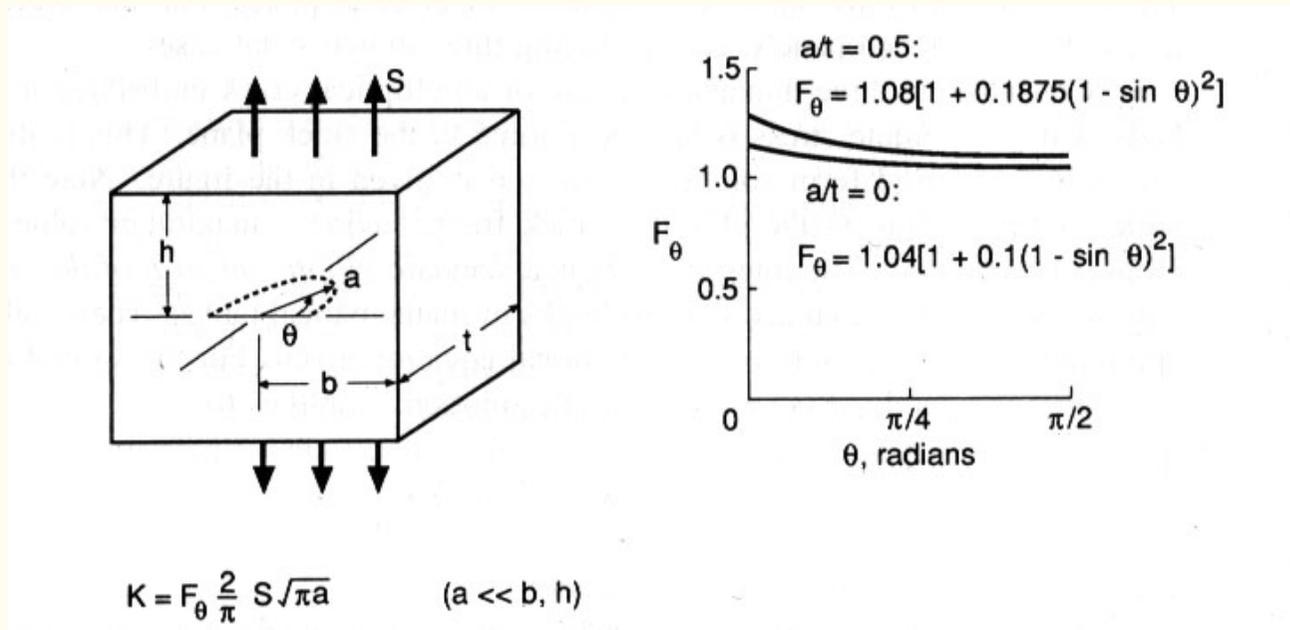


$$K = F_s \frac{S \sqrt{\pi a}}{E(k)}$$

$$E(k) = \sqrt{1 + 1,464 \left( \frac{a}{c} \right)^{1,65}}$$

- Onde o máximo valor acontece para  $\theta = \pm\pi/2$ , e para  $S_y = 300$  MPa e  $S_x$  não afeta por ser paralelo a trinca. Assim, para  $a/c = 0,5$ , tem-se que  $E(k) = 1,21$

- Como uma estimativa, assuma que  $a/t = 0,2$  não possui nenhum efeito, o que é razoável considerando uma metade de trinca circular da figura abaixo.



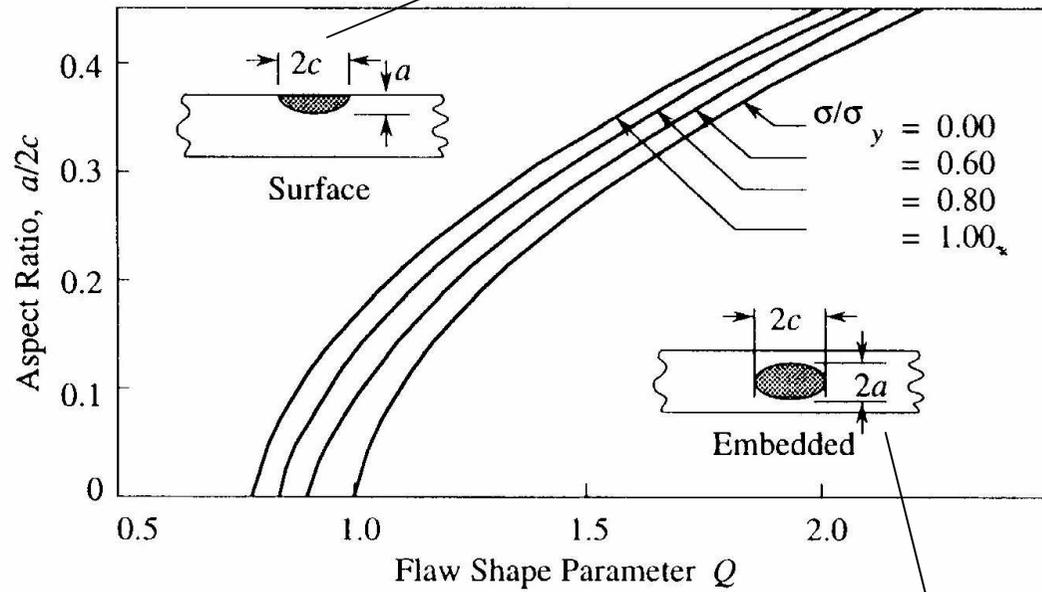
- Assim, considerando uma trinca passante,  $F_s = 1,12$

$$K = F_s \frac{S \sqrt{\pi a}}{E(k)} = 1,12 \frac{300 \sqrt{\pi(0,01)}}{1,21} = 49,2 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$$

$$X_s = \frac{K_{IC}}{K} = \frac{187}{49,2} = 3,8$$

## Resolução 2

Trinca superficial  $K = 1.1\sigma\left(\frac{\pi a}{Q}\right)^{\frac{1}{2}}$

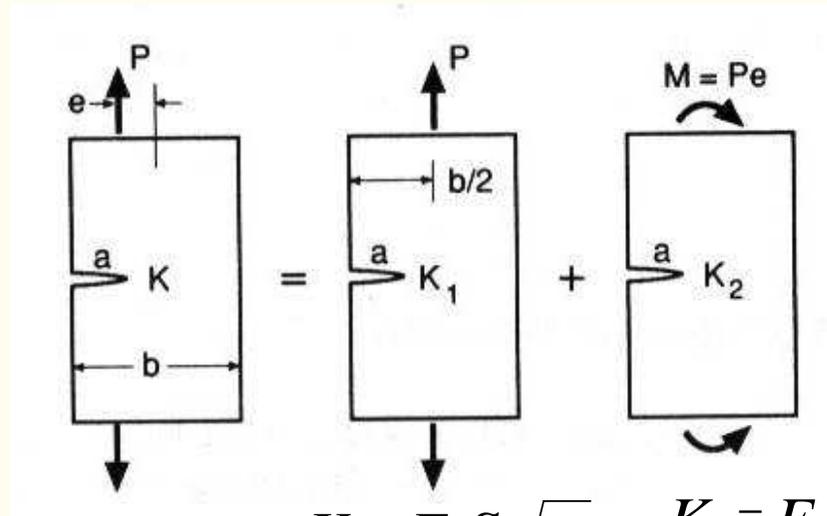


Trinca interna

$$K = \sigma\left(\frac{\pi a}{Q}\right)^{\frac{1}{2}}$$

## Superposição para Carregamentos Combinados

- Adição da contribuição de  $K$  para cada componente de carregamento individual.



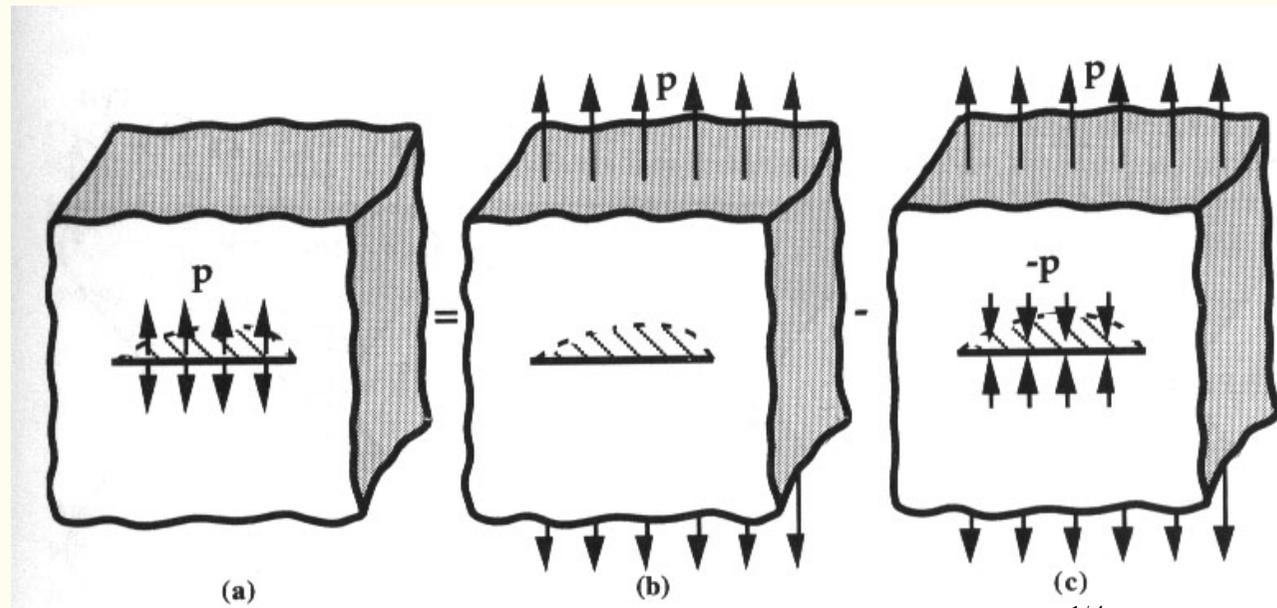
$$K_1 = F_1 S_1 \sqrt{\pi a} \quad K_2 = F_2 S_2 \sqrt{\pi a}$$

$$S_1 = \frac{P}{bt} \quad S_2 = \frac{6M}{b^2 t} = \frac{6P_e}{b^2 t}$$

$$K = K_1 + K_2 = \frac{P}{bt} \left( F_1 + \frac{6F_2 e}{b} \right) \sqrt{\pi a}$$

## Superposição para Carregamentos Combinados

- O uso da superposição algumas vezes permite as soluções dos Handbooks serem usados em casos não tão óbvios.
- Considere o caso de uma trinca central em uma placa, sendo esta trinca carregada localmente com a pressão  $p$ .



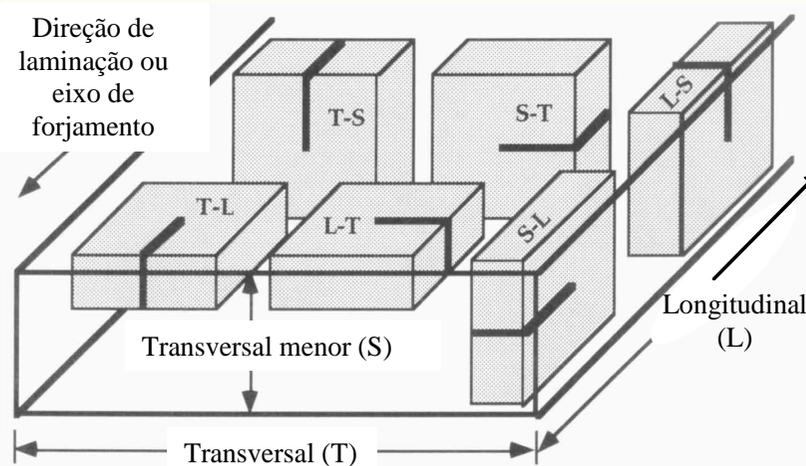
$$K = K_1 + K_2 = \frac{p\sqrt{\pi a}}{E(k)} \left[ \text{sen}^2 \beta + \left( \frac{a}{c} \right)^2 \text{cos}^2 \beta \right]^{1/4} - 0$$

$$\beta = \tan^{-1} \left( \frac{c}{a} \tan g \theta \right)$$

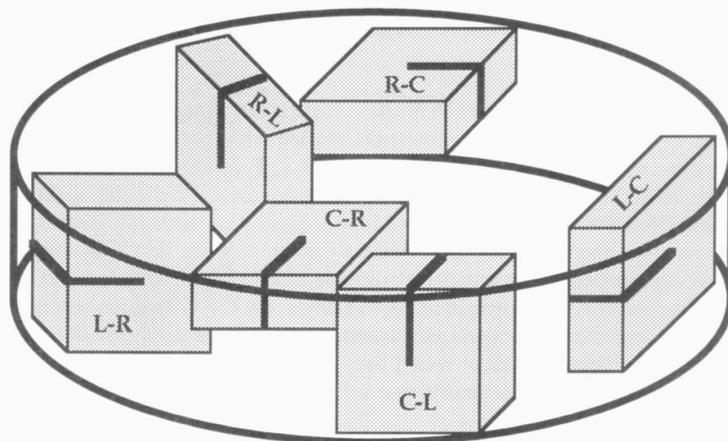
$$E(k) = \sqrt{1 + 1,464 \left( \frac{a}{c} \right)^{1,65}}$$

# Ensaio de Tenacidade à Fratura

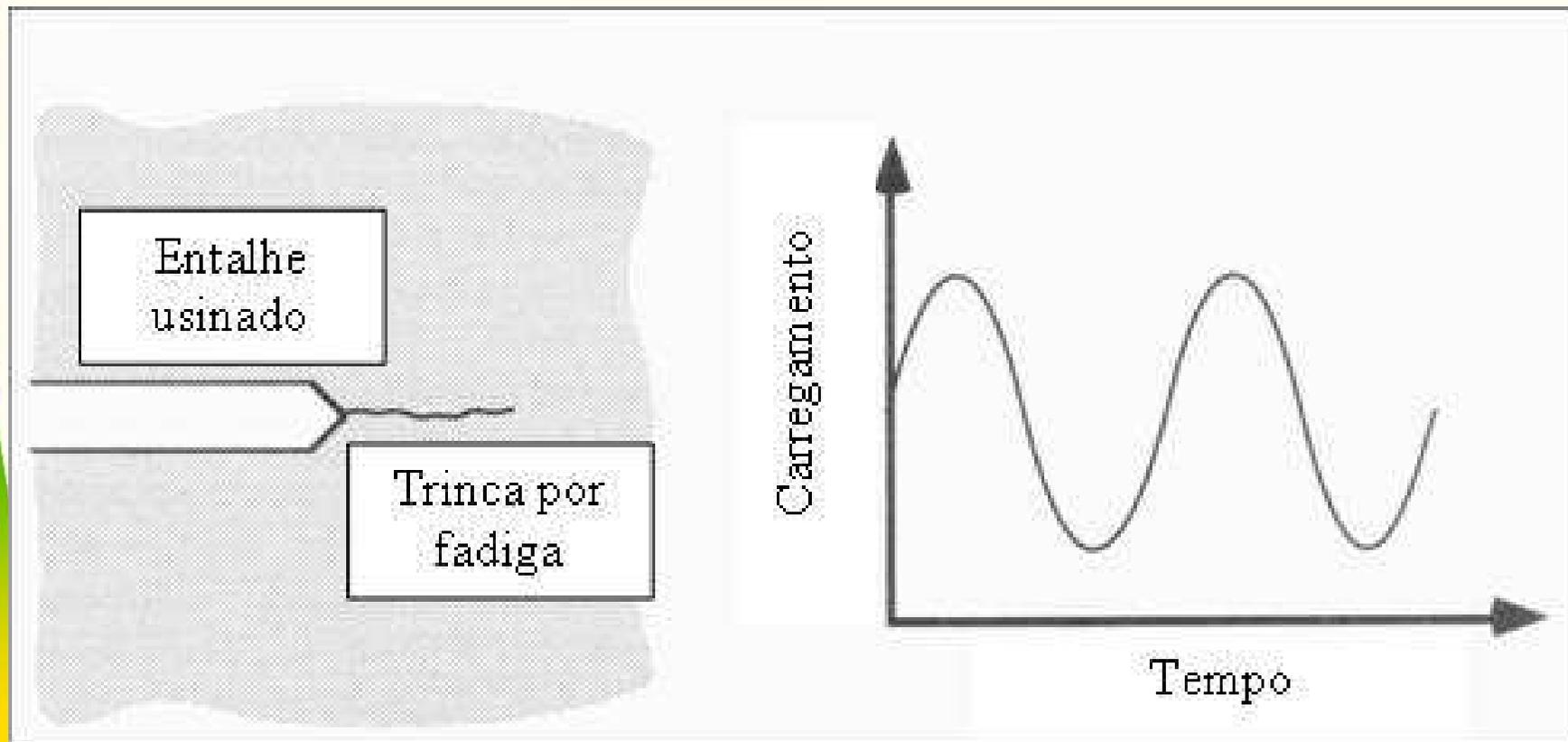
- Os ensaios são realizados conforme a norma ASTM E399



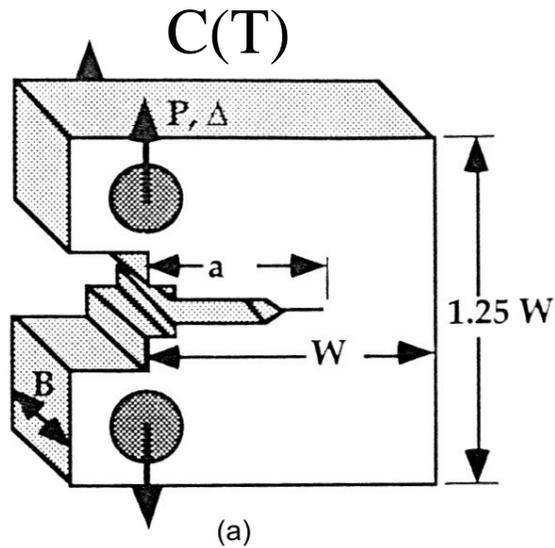
As letras L, T e S denotam as direções: longitudinal, transversal, e transversal menor



As direções de simetria nesse caso são: circunferência, radial e longitudinal (C, R e L, respectivamente)



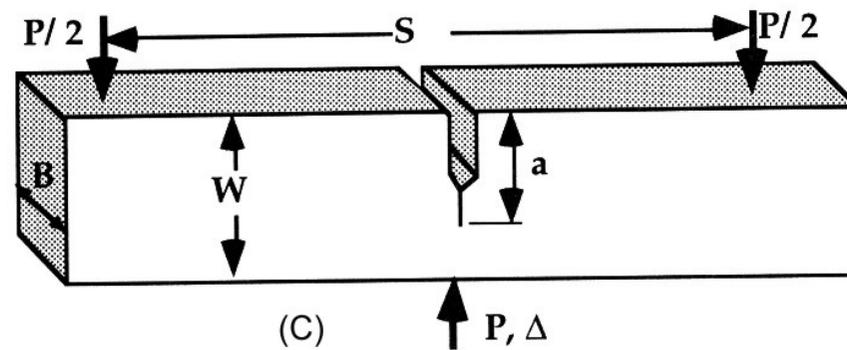
Uma trinca por fadiga é introduzida na ponta do entalhe usinado por meios de carregamento cíclico.



$$K = \frac{P}{B\sqrt{W}} Y$$

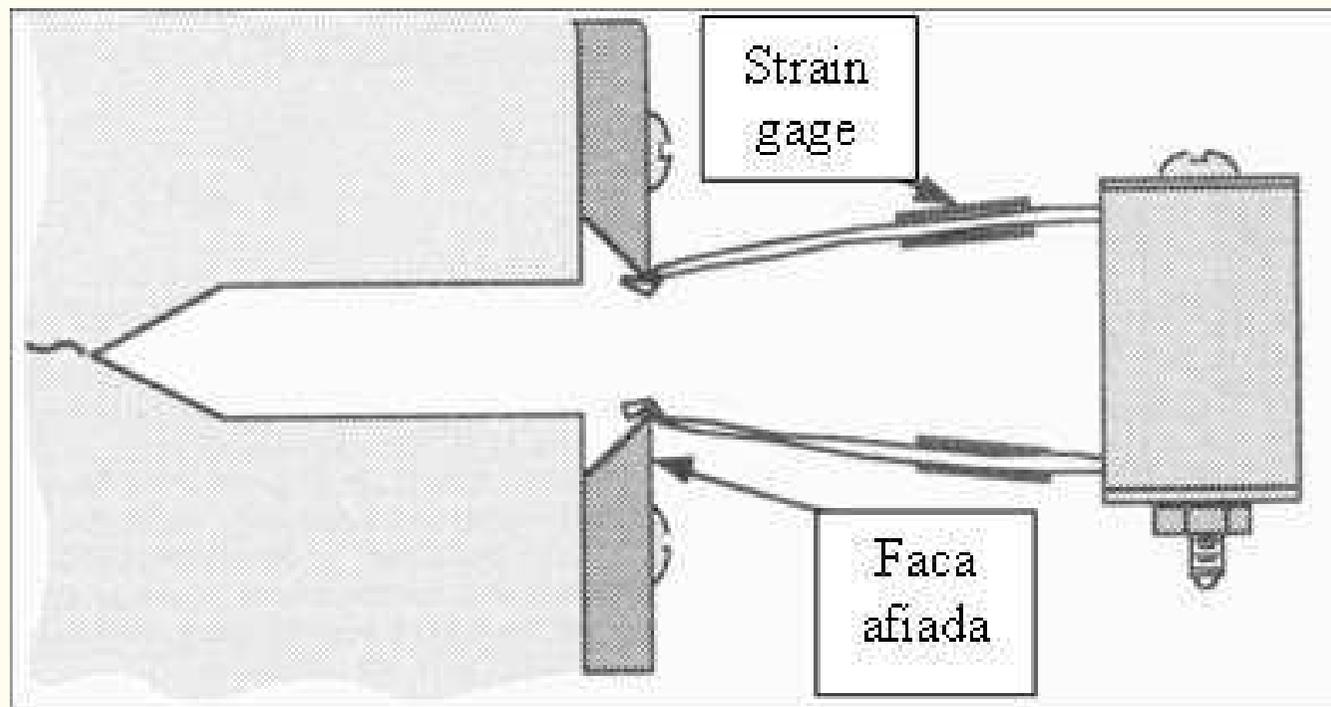
$$Y = f\left(\frac{a}{W}\right) = \frac{2 + \frac{a}{W}}{\left(1 - \frac{a}{W}\right)^{\frac{3}{2}}} \left[ 0,886 + 4,64\left(\frac{a}{W}\right) - 13,32\left(\frac{a}{W}\right)^2 + 14,72\left(\frac{a}{W}\right)^3 - 5,6\left(\frac{a}{W}\right)^4 \right]$$

**SEN(B)**

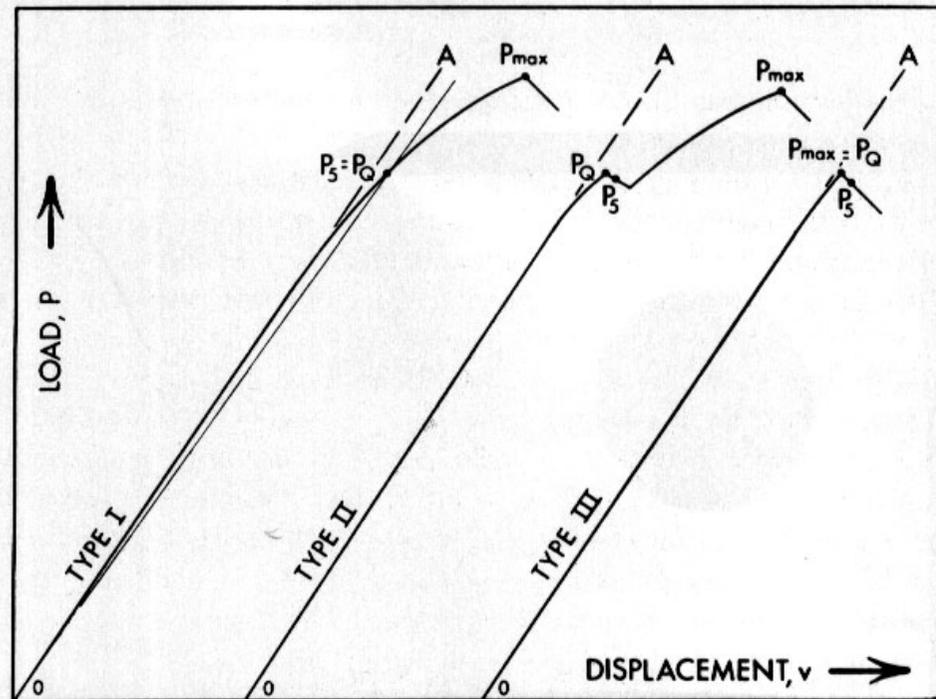
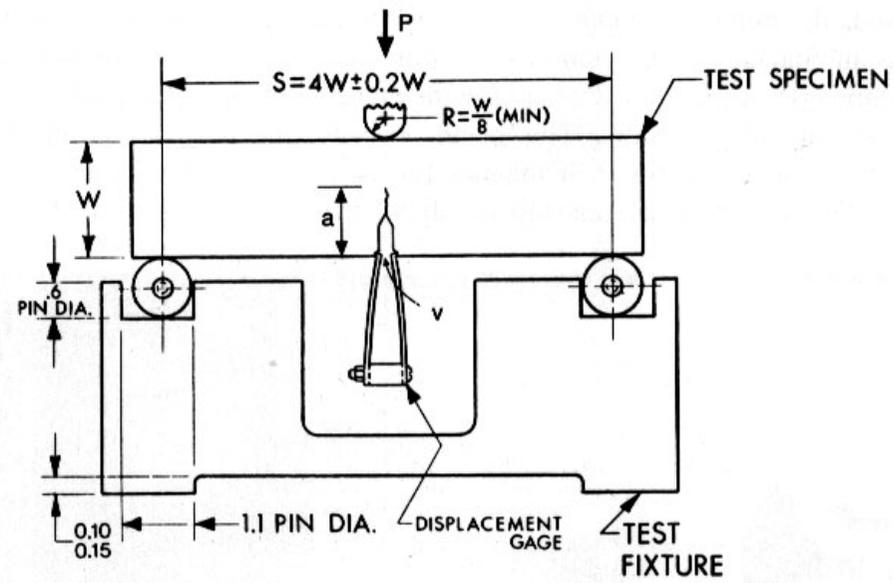


$$K = \frac{P}{B\sqrt{W}} Y$$

$$Y = f\left(\frac{a}{W}\right) = \frac{3 \frac{S}{W} \sqrt{\frac{a}{W}}}{2 \left(1 + 2 \frac{a}{W}\right) \left(1 - \frac{a}{W}\right)^{\frac{3}{2}}} \left[ 1,99 - \frac{a}{W} \left(1 - \frac{a}{W}\right) \left\{ 2,15 - 3,93 \left(\frac{a}{W}\right) + 2,7 \left(\frac{a}{W}\right)^2 \right\} \right]$$



Medida do deslocamento da abertura da trinca : *"clip gage"*.  
Medida do carregamento: células de carga da própria máquina.

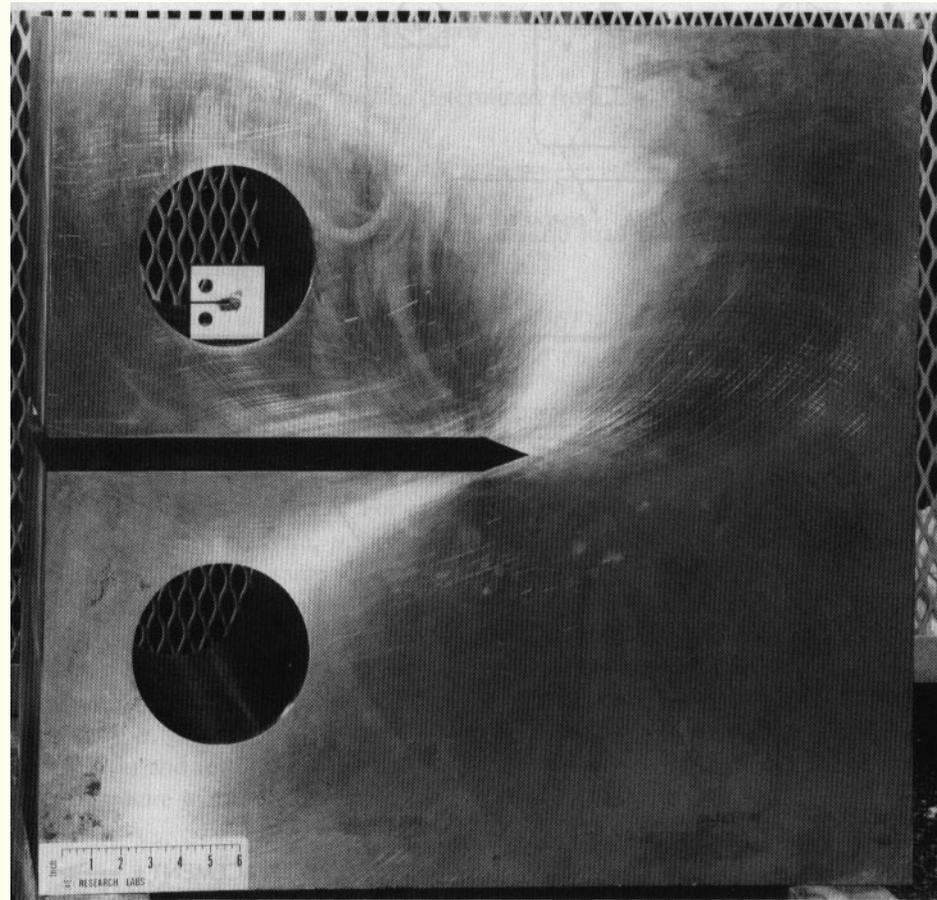


- $P_{max} \leq 1,10P_q$

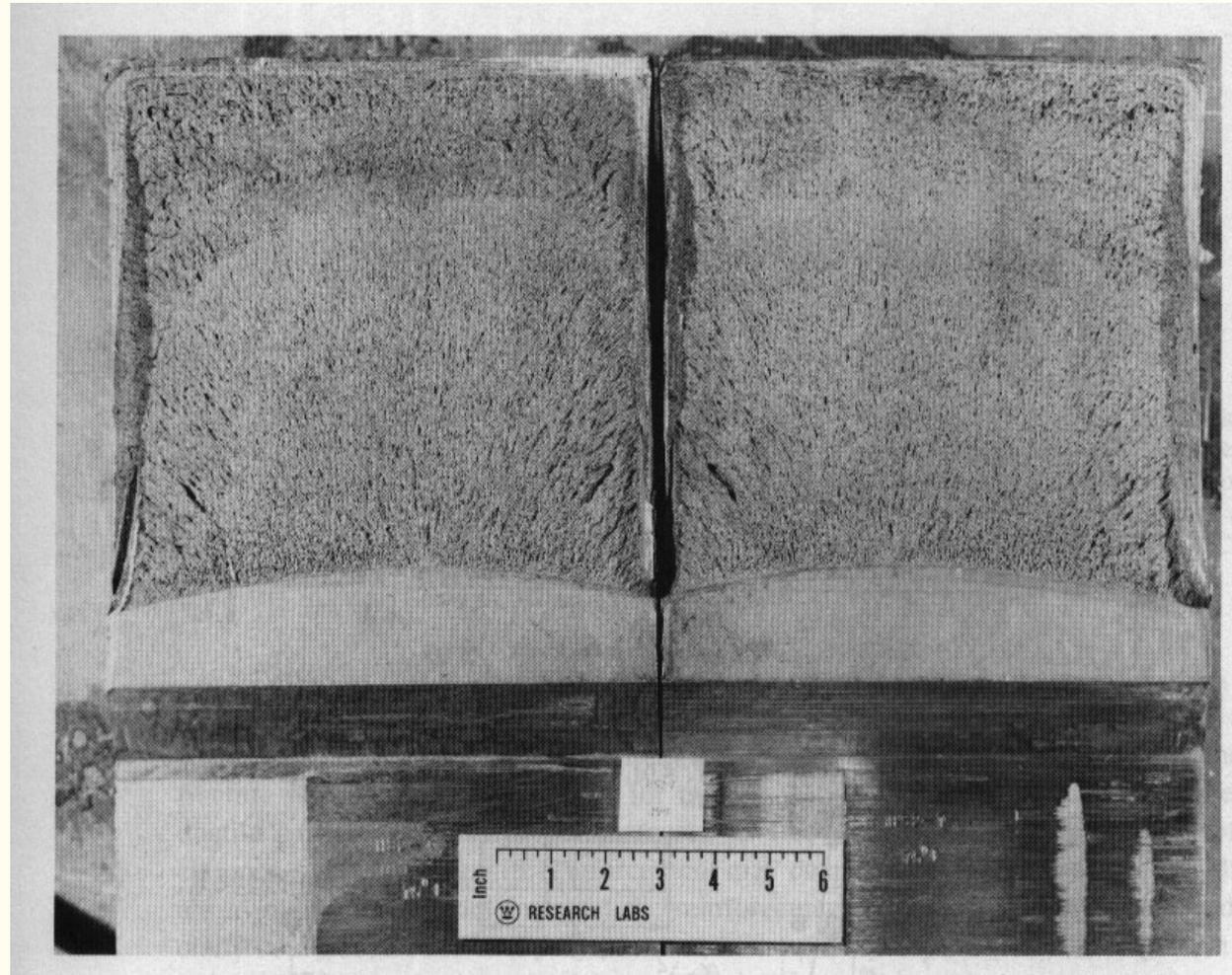
Para satisfazer o teste:

- Condição de deformação plana e o corpo de prova precisa se comportar de maneira linearmente elástica.

$$B, a, (W - a) \geq 2,5 \left( \frac{K_{I,c}}{\sigma_{YS}} \right)^2$$

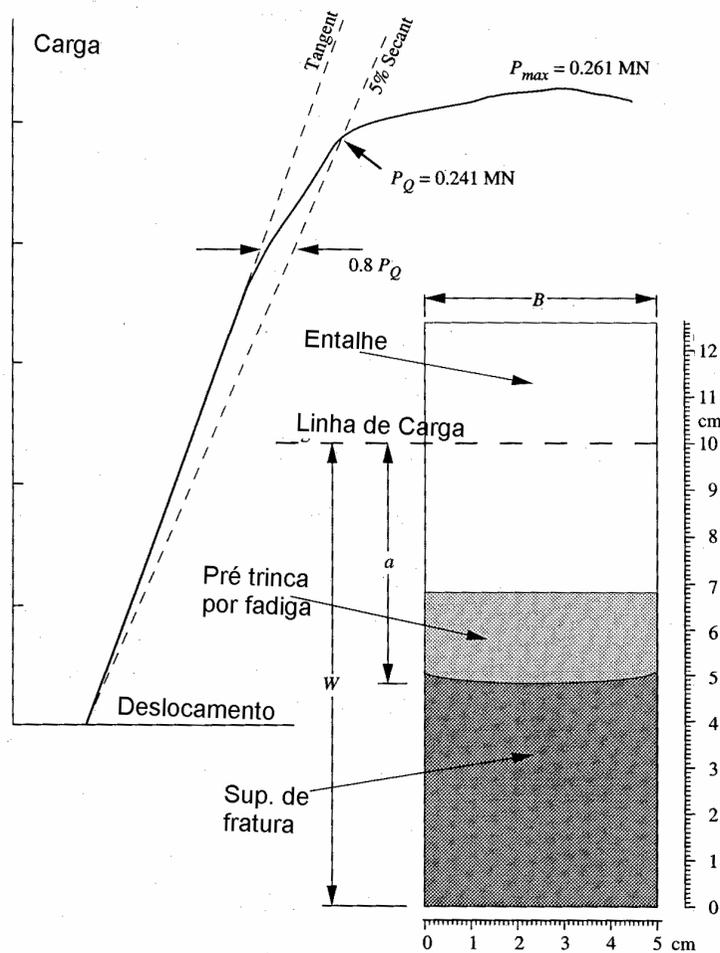


$$0,45 \leq a/W \leq 0,55$$

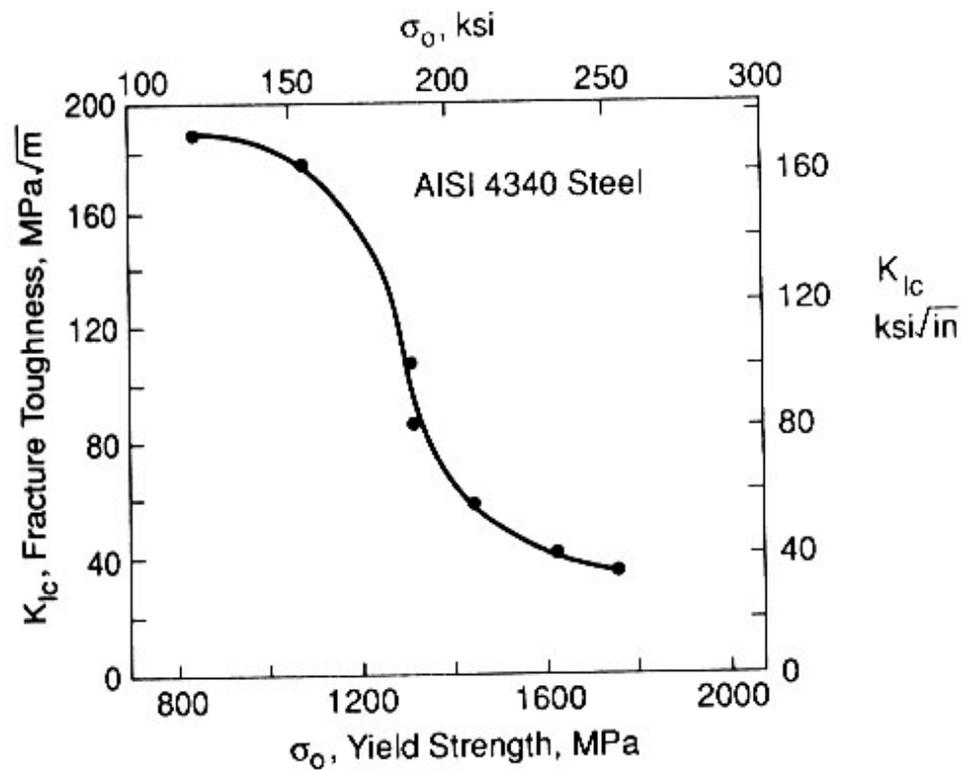


## Exercício

- A figura abaixo mostra a curva carga versus deslocamento obtidas a partir do ensaio de um corpo de prova do tipo C(T), executado de um material forjado com tensão limite de escoamento de 1500 MPa. Um esquema da fratura deste corpo de prova é mostrado na figura abaixo. Determine se o teste fornece um resultado válido de  $K_{IC}$ .

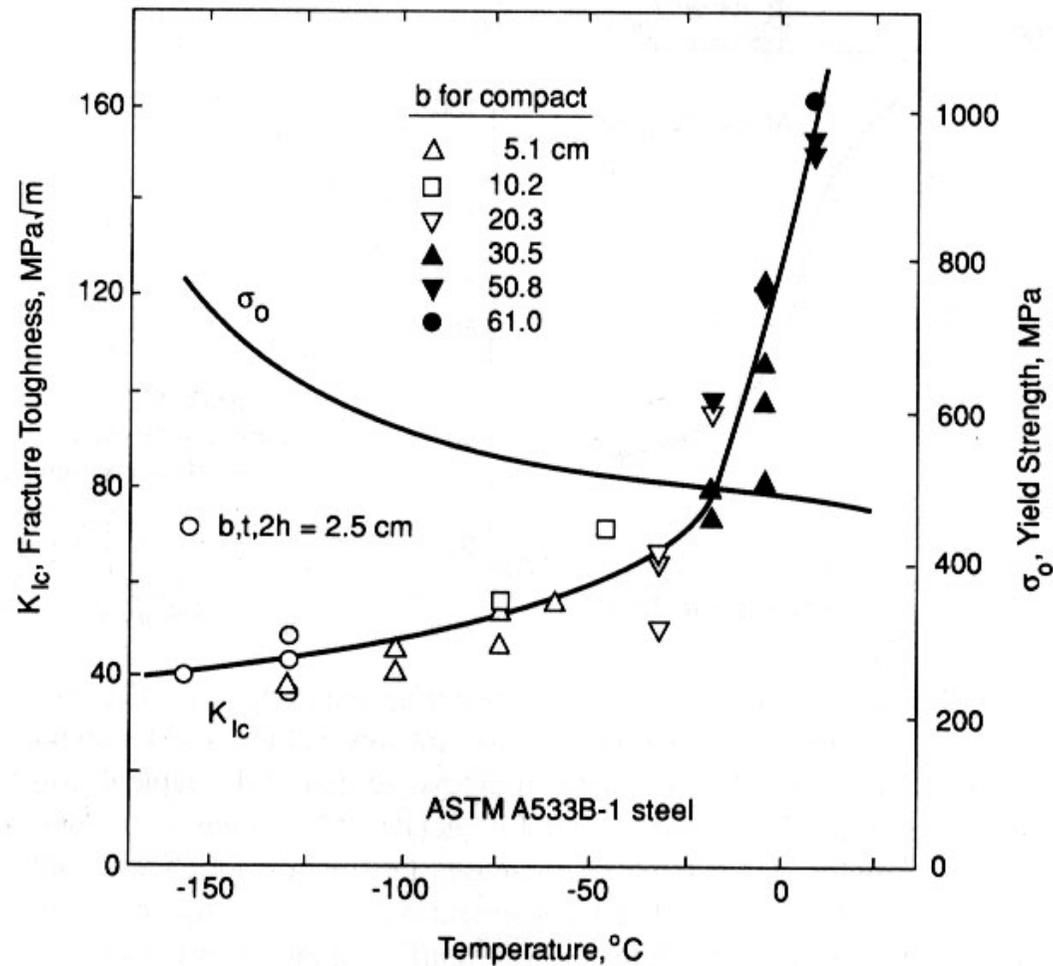


## Relações Entre Microestrutura e $K_{Ic}$

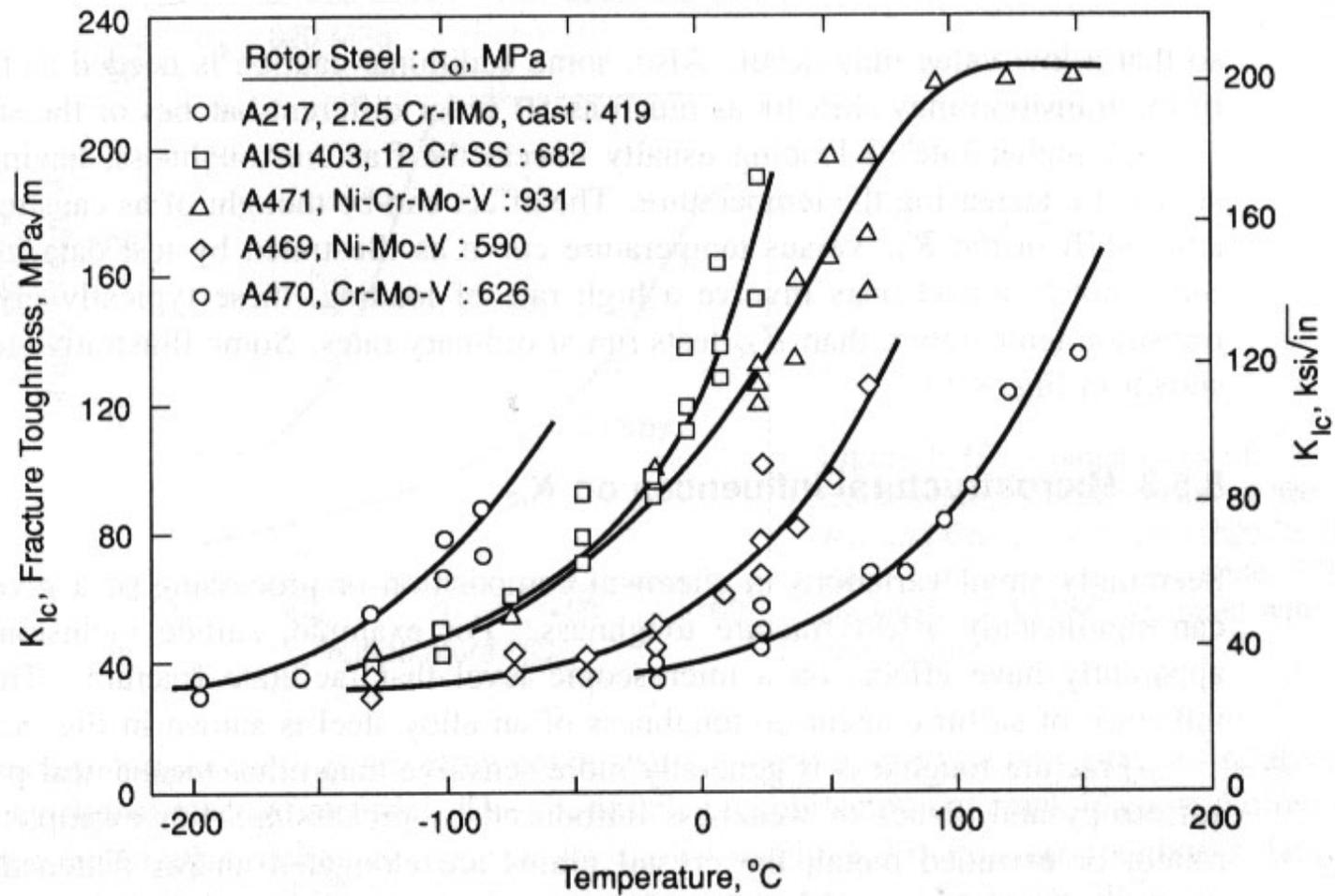


**Figure 8.27** Fracture toughness vs. yield strength for AISI 4340 steel quenched and tempered to various strength levels. (Adapted from an illustration courtesy of W. G. Clark, Jr., Westinghouse Science and Technology Ctr., Pittsburgh, Pa.)

## Efeito da Temperatura



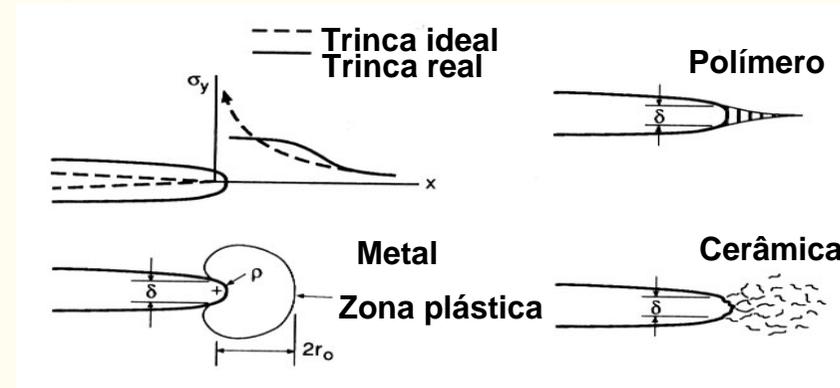
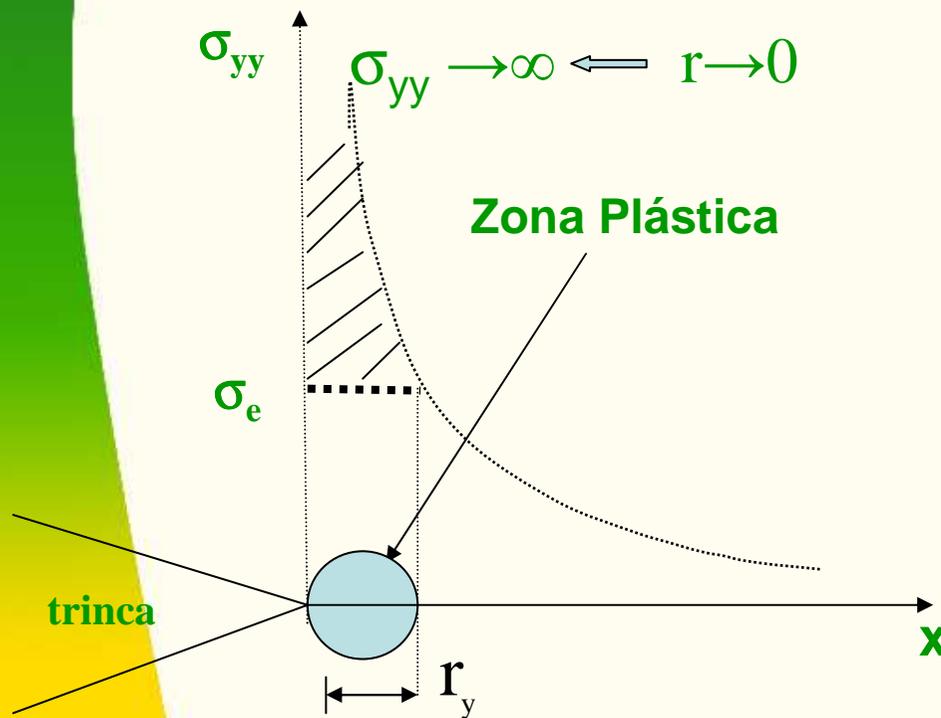
**Figure 8.28** Fracture toughness and yield strength vs. temperature for a nuclear pressure vessel steel. Compact specimens and one nonstandard geometry were used in sizes indicated. (Adapted from [Clark 70]; copyright ©ASTM; reprinted with permission.)



**Figure 8.30** Fracture toughness vs. temperature for several steels used for turbine-generator rotors. (Data from [Logsdon 76].)

## Tamanho da Zona Plástica

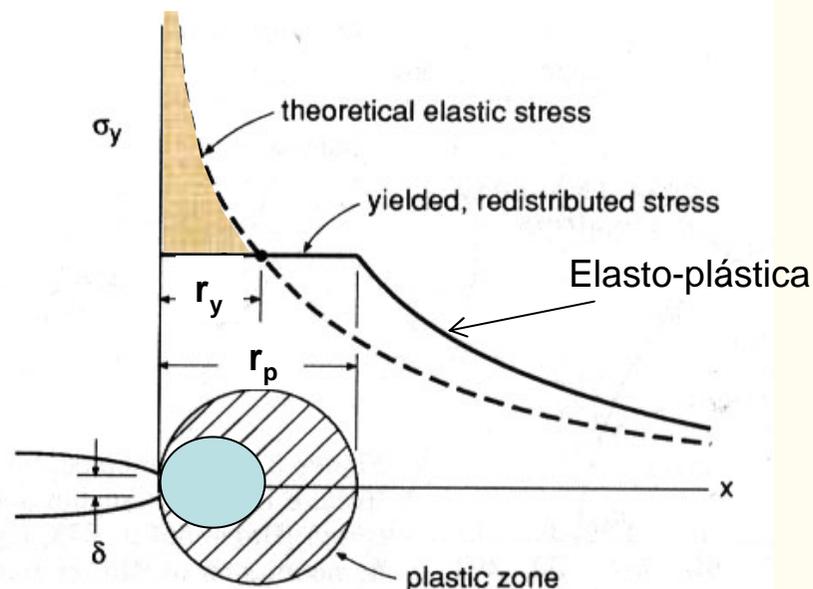
- No início foi mostrado que o material não pode suportar tensões infinitas na ponta da trinca, desta forma no carregamento a ponta da trinca torna-se arredondada e é formada **uma região de escoamento em metais**, crazing (polímeros) e microtrincas (cerâmicas).



- Relaxamento das tensões na frente da trinca**

## No estado plano de tensão

- Com a formação da ZP a análise de tensões fica imprecisa.
- Correções simples para a MFEL são disponíveis, desde que ZP é pequena.
- O tamanho da ZP pode ser estimado de duas formas: O **método de Irwin** e o **modelo de Dugdale**.
- **Método de Irwin:** no plano da trinca  $\theta=0$ 
  - O limite entre a comportamento plástico e elástico ocorre quando a equação satisfaz o critério de escoamento.
  - No estado plano de tensão o escoamento irá ocorrer quando  $\sigma_{yy} = \sigma_{ys}$  e a singularidade de tensão é truncada pelo escoamento na frente da trinca.
- Quando o escoamento ocorre, as tensões devem ser redistribuídas para satisfazer o equilíbrio.
- A zona plástica deve aumentar em tamanho para acomodar estas forças.



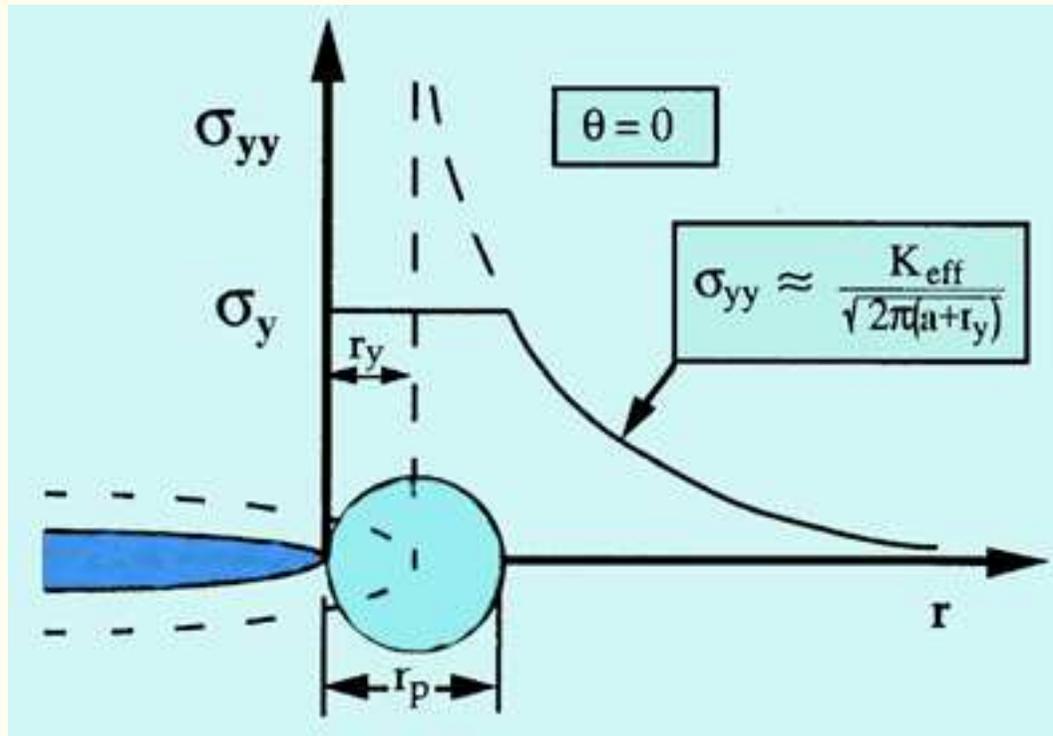
$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}}$$

$$\sigma_z = \tau_{xy} = \tau_{yx} = \tau_{zx} = 0$$

$$r_y = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K}{\sigma_{ys}} \right)^2$$

$$\sigma_{ys} \cdot r_p = \int_0^{r_p} \sigma_{yy} dr = \int_0^{r_p} \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} dr$$

$$r_p = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_{ys}} \right)^2$$



$$a_{ef} = a + r_y$$

$$K_{ef} = \lambda(a_{ef})\sigma\sqrt{\pi a_{ef}}$$

## Zona Plástica no Estado Plano de Deformação

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy}$$

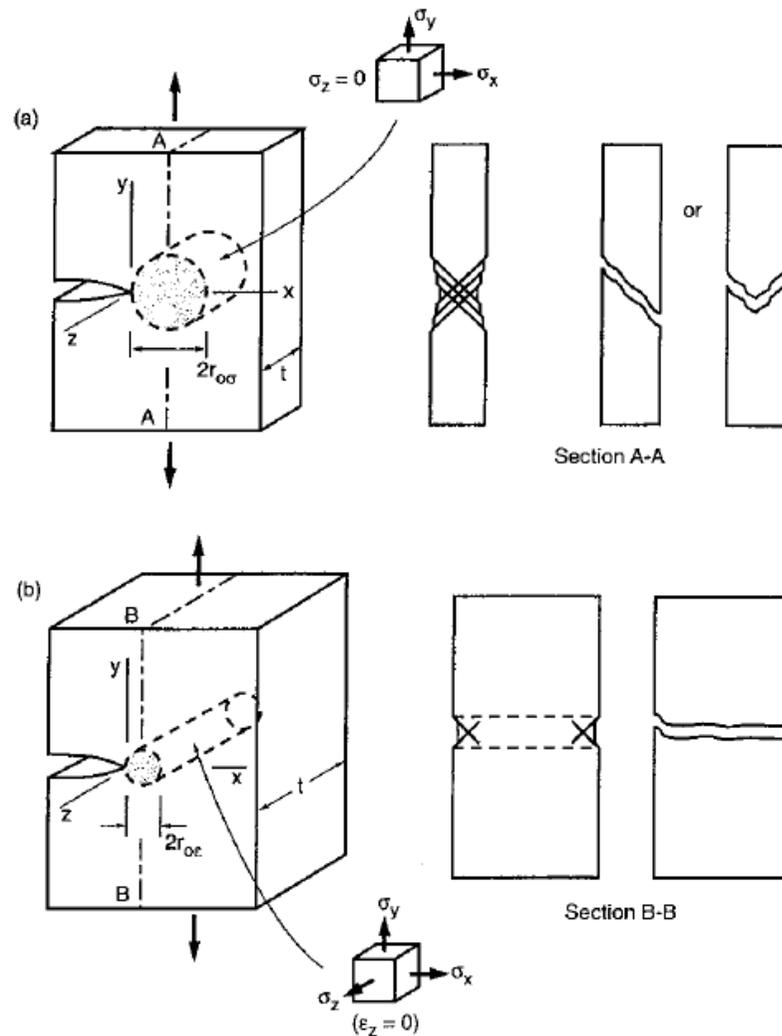
$$\sigma_{zz} = 2\nu\sigma_{xx}$$

O escoamento irá acontecer quando:

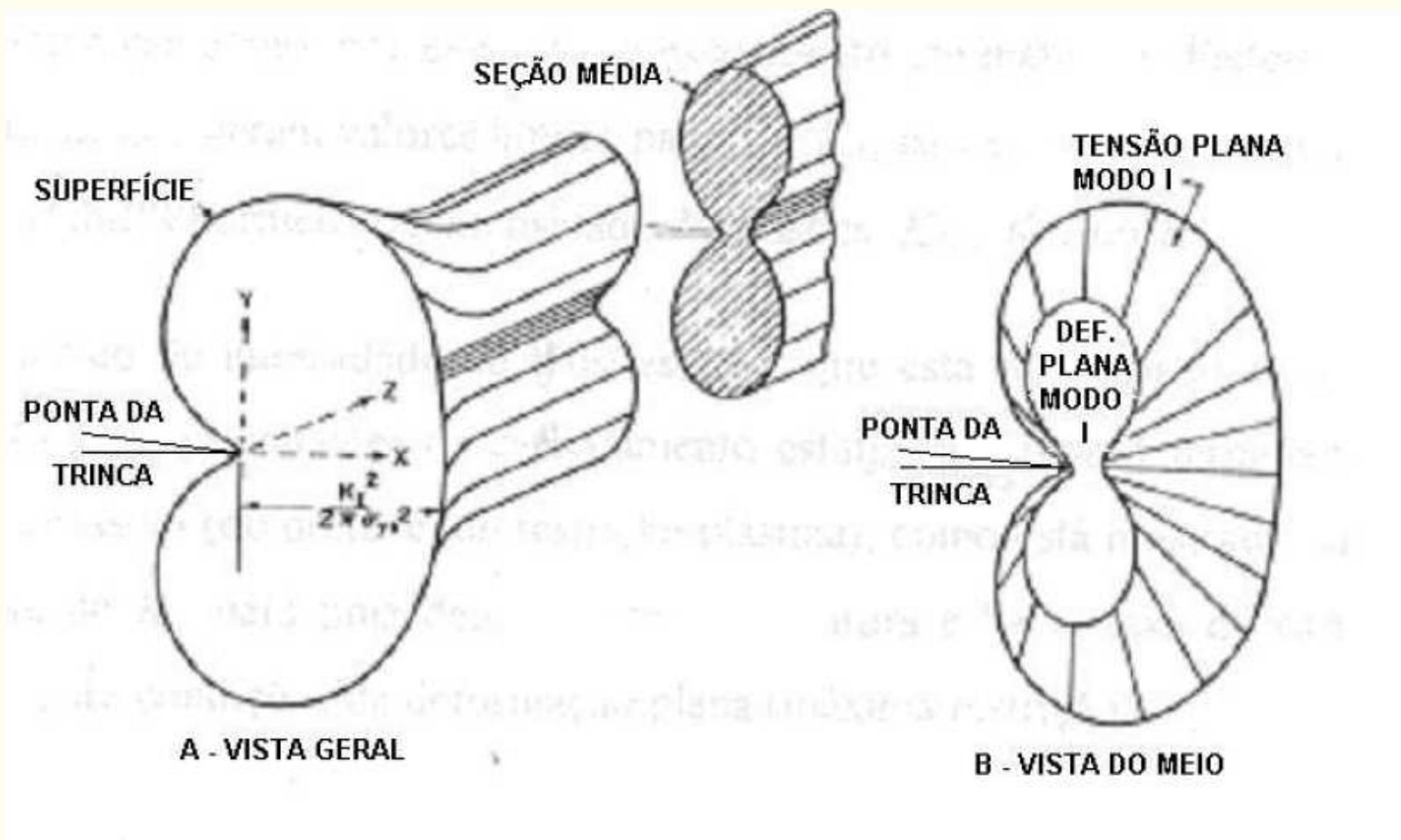
$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{\sigma_e}{1-2\nu} \approx 2,5 \sigma_e$$

$$r_{0\sigma} = \frac{1}{6\pi} \left( \frac{K}{\sigma_e} \right)^2$$

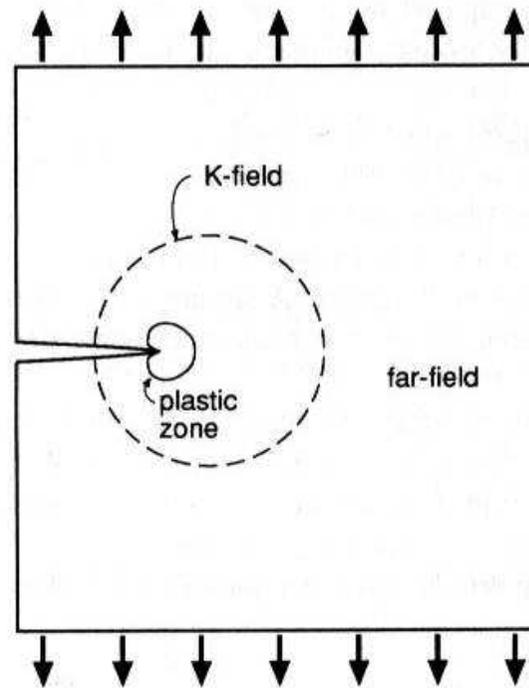
# Estado Plano de Tensão Versus Estado Plano de Deformação



**Figure 8.44** Plastic zone, stress state, and fracture mode for (a) plane stress and (b) plane strain.

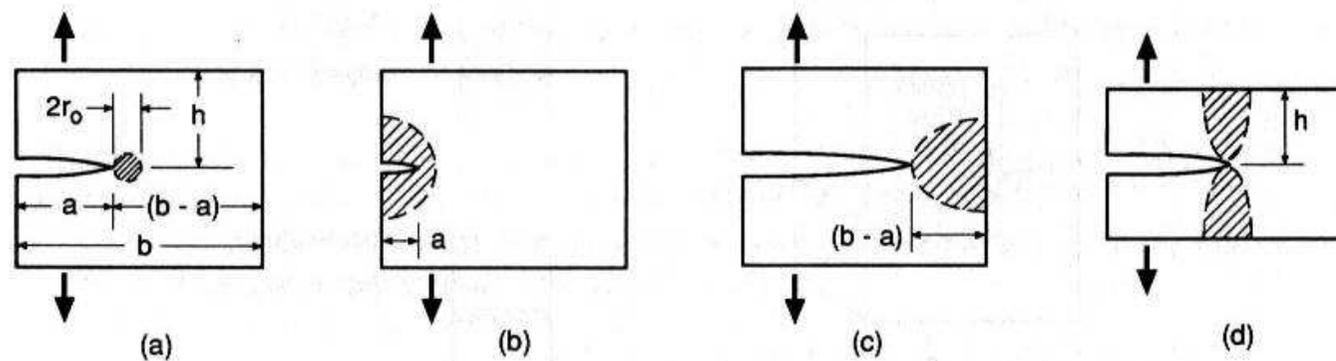


# Limitações da MFEL Devido a Plasticidade



$$a, (b - a), t, h \geq 2,5 \left( \frac{K}{\sigma_e} \right)^2$$

**Figure 8.40** A crack and its plastic zone, and the larger K-field that must exist for LEFM to be applicable.



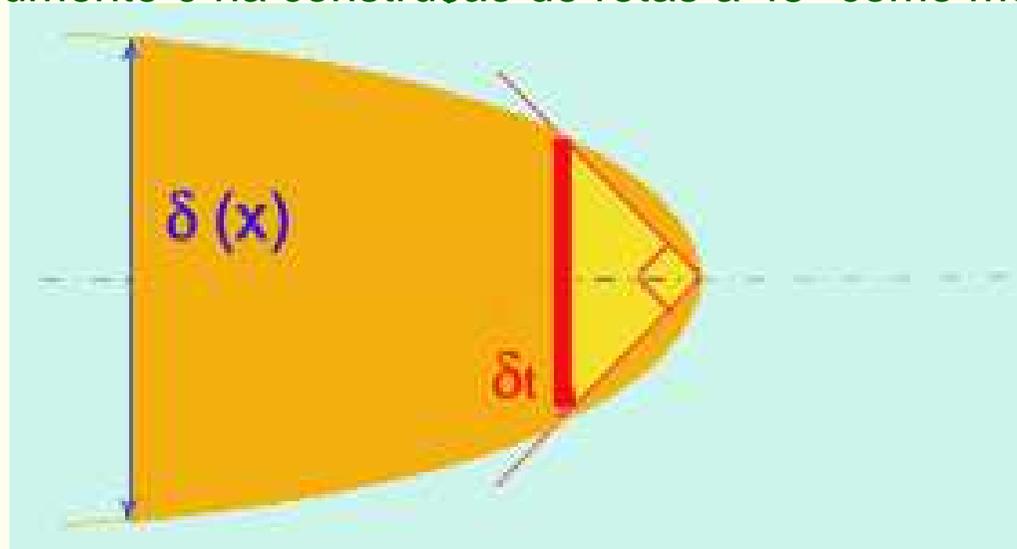
**Figure 8.41** Small plastic zone compared to planar dimensions (a), and situations where LEFM is invalid due to the plastic zones being too large compared to (b) crack length, (c) uncracked ligament, and (d) member height.

## Mecânica da Fratura Elasto-Plástica

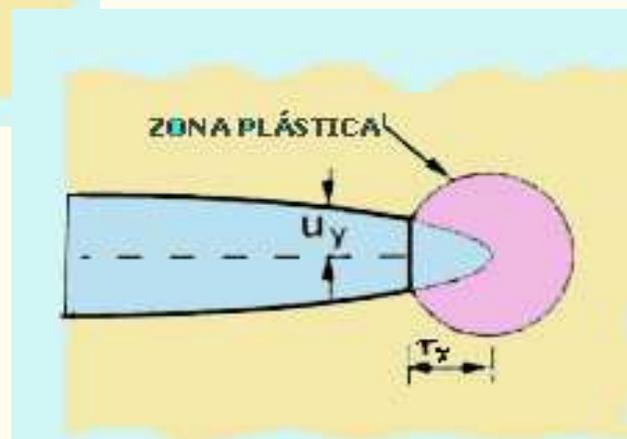
- A MFEL é válida somente para materiais apresentando deformação não linear restrita a uma pequena região ao redor da trinca.
- A mecânica da fratura elasto-plástica, MFEP, pode ser aplicada a materiais que exibem comportamento não linear independente do tempo (deformação plástica).
- Nesta parte da disciplina dois parâmetros elasto-plásticos serão apresentados:
  - Crack tip opening displacement,  $CTOD = \delta$ .
  - Integral -J
- Valores críticos destes parâmetros,  $\delta_c$  e  $J_c$ , fornecem medidas de tenacidade à fratura quase que independente do tamanho, mesmo quando grandes quantidades de deformação plástica na ponta da trinca estejam presentes.
- Existem limites de aplicabilidade, mas estes são muito menos restritivos do que as exigências da MFEL.

## CTOD

- O termo *CTOD*, que é a abreviatura da expressão inglesa *crack tip opening displacement*, representa a distância entre as duas superfícies da trinca, medida na ponta da trinca.
- Diferentemente da MFEL, a presença de uma ZP de tamanho significativo na ponta de uma trinca permite que as duas superfícies se separem sem haver crescimento da trinca.
- Para haver crescimento da trinca, é necessário que o  $CTOD = \delta_t$ , dependente do material, da temperatura, da taxa de deformação (para materiais sensíveis a este parâmetro) e do estado de tensões reinante na ponta da trinca.
- A definição de  $\delta_t$  é um tanto arbitrária, pois o deslocamento da abertura varia conforme se aproxima da ponta da trinca. Uma definição operacional usada comumente é na construção de retas a  $45^\circ$  como mostrada abaixo:



- Wells tentou medir  $K_{IC}$  para aços estruturais, percebeu que a MFEL não podia ser aplicada.
- Examinando os CPs notou que as faces da trinca moviam aparte uma da outra antes da fratura, indicativo do arredondamento da ponta da trinca devido a deformação plástica, e que  $\delta$  aumentava proporcionalmente ao aumento de tenacidade do material.
- A. A WELLS – 1961 -  $CTOD = \delta$
- Considerando uma trinca com uma pequena ZP correlacionou o CTOD com  $K$ . Assim, assumindo o  $a_{ef}$  ( $= a + r_y$ ), o deslocamento efetivo atrás do  $a_{ef}$  é dado por:



$$u_y = \frac{k+1}{2\mu} K_I \sqrt{\frac{r_y}{2\pi}}$$

$$k = 3 - 4\nu \text{ (plano..de..deformação)}$$

$$k = \frac{3-\nu}{1+\nu} \text{ (plano..de..tensão)}$$

$$\mu = \text{modulo..de..cisalhamento}$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad r_y = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_y} \right)^2$$

$$\delta = 2u_y$$

## AS EXPRESSÕES PARA O VALOR DO CTOD SÃO :

1. EM TERMOS DA INTENSIDADE DE TENSÃO,  $K_I$  e considerando estado de tensão plana:

$$\delta = \frac{4}{\pi} \frac{K_I^2}{\sigma_y E}$$

$\sigma_y$  = limite de escoamento

$E$  = módulo de elasticidade

2. EM TERMOS DA TAXA DE ALÍVIO DE ENERGIA,  $G$  :

$$G = \frac{\sigma^2 \pi a}{E}$$

$$K = \sigma \sqrt{\pi a}$$

$$G = \frac{K^2}{E'}$$

$$E' = E \quad (\sigma \text{ plana})$$

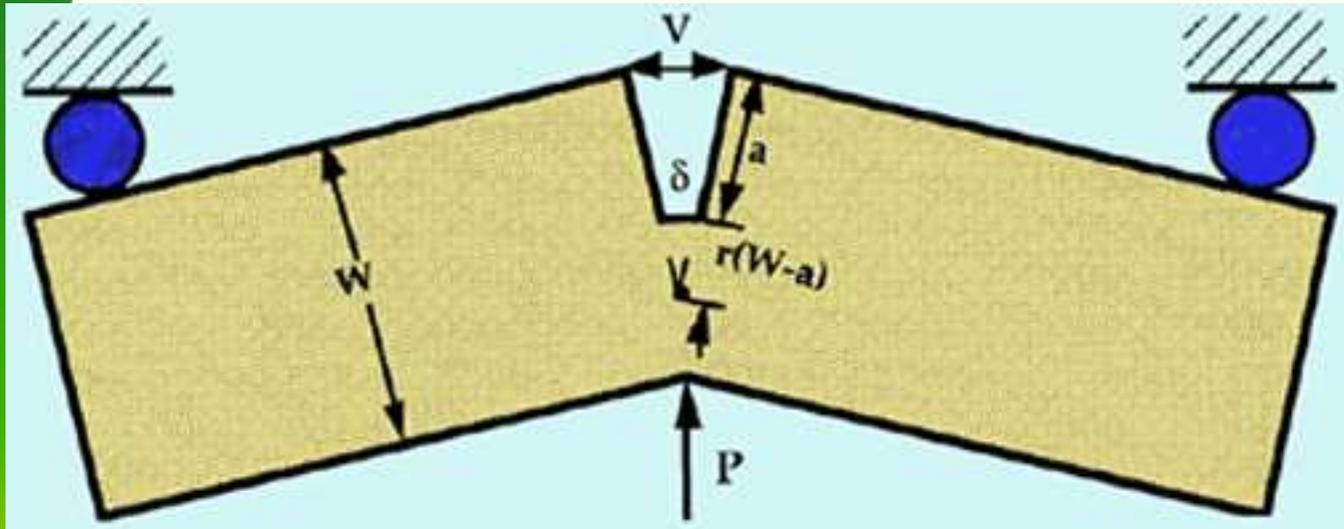
$$E' = \frac{E}{(1-\nu^2)} \quad (\varepsilon \text{ plana})$$

$$\delta = \frac{4 G}{\pi \sigma_y} = \frac{1 K_I^2}{m \sigma_y G} \quad \text{ou} \quad \delta = \frac{1 G}{m \sigma_y}$$

Onde  $m$  é uma constante sem dimensão, sendo 1 para o estado plano de tensão e 2 para o estado plano de deformação.

# ESTIMATIVA DO VALOR DO CTOD

- MODELO ARTICULADO PARA ESTIMATIVA DO VALOR DO CTOD EM ESPÉCIMES DE FLEXÃO EM 3 PONTOS

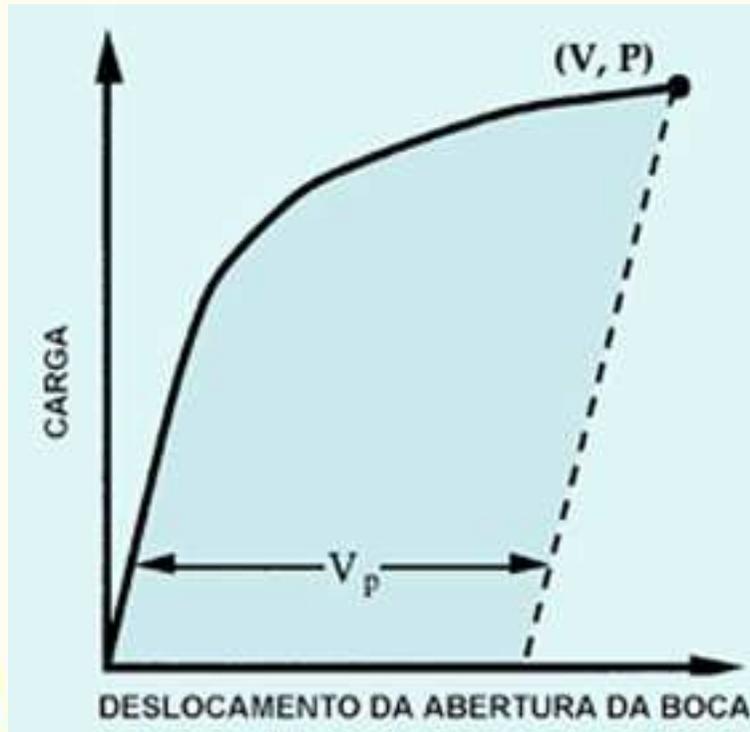


$$\frac{\delta}{r(W-a)} = \frac{v}{r(W-a)+a}$$

Onde  $r$  é um fator rotacional entre 0 e 1. O modelo articulado é impreciso para def. elásticas. Assim, um modelo modificado adota a separação do deslocamento elástico e plástico, e o modelo articulado é somente aplicado a parte plástica

$$\delta_P = \frac{r_p (W - a) V_p}{r_p (W - a) + a}$$

## DETERMINAÇÃO DA COMPONENTE PLÁSTICA DO CTOD



$$\delta = \delta_{el} + \delta_p$$

$$\delta = \frac{K_I^2}{m\sigma_y E'} + \frac{r_p(W-a)V_p}{r_p(W-a)+a}$$

$$m = 1$$

$$r_p = 0,44$$

## ENSAIO DE CTOD

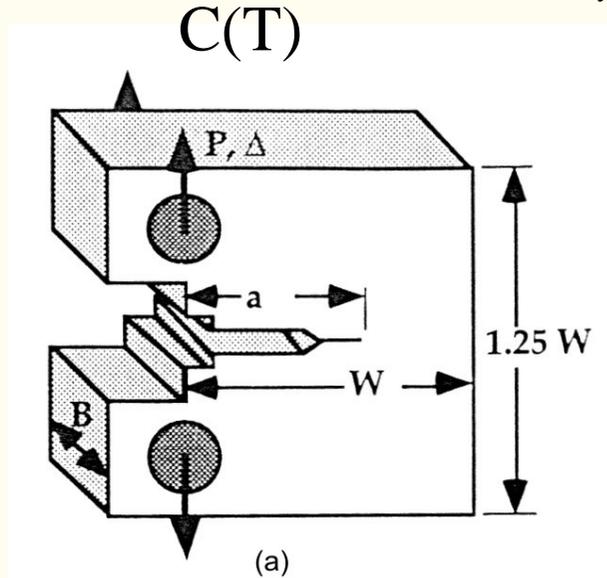
- Inicialmente, os corpos de prova para o ensaio de CTOD eram apenas entalhados, sem abertura da pré-trinca de fadiga. Contudo, a presença da pré-trinca de fadiga mostrou-se importante porque simula uma condição mais crítica de trinca real na peça e também porque mantém uma continuidade com o ensaio de  $K_{Ic}$ .
- Como já comentado o uso de  $K_{Ic}$  é feito somente nas condições de mais baixa tenacidade em aços estruturais e soldas.
- A primeira norma para ensaios de tenacidade à fratura usando o conceito de CTOD foi publicado em 1979 pela BS. Atualmente, duas geometrias de corpos de prova podem ser usadas SEN(B) (BS5762 e ASTM129) e C(T) (ASTM1290). Ambas as normas prevêem o uso de 2 tipos de corpos de prova SEN(B):  $W=2B$  (L-T e T-L) e  $W=B$  (L-S e T-S).
- A estimativa do CTOD é feita separando a parte do deslocamento em elástico e plástico.

$$\delta = \delta_{el} + \delta_p$$

$$\delta_{el} = \frac{K_I^2}{m\sigma_y E'}$$

$$E' = E \Rightarrow EPT$$

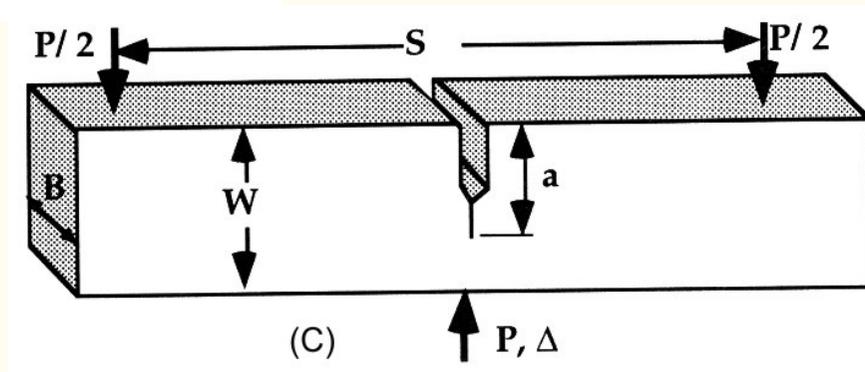
$$E' = \frac{E}{(1-\nu^2)} \Rightarrow EPD$$



$$K = \frac{P}{B\sqrt{W}} Y$$

$$Y = f\left(\frac{a}{W}\right) = \frac{2 + \frac{a}{W}}{\left(1 - \frac{a}{W}\right)^{\frac{3}{2}}} \left[ 0,886 + 4,64\left(\frac{a}{W}\right) - 13,32\left(\frac{a}{W}\right)^2 + 14,72\left(\frac{a}{W}\right)^3 - 5,6\left(\frac{a}{W}\right)^4 \right]$$

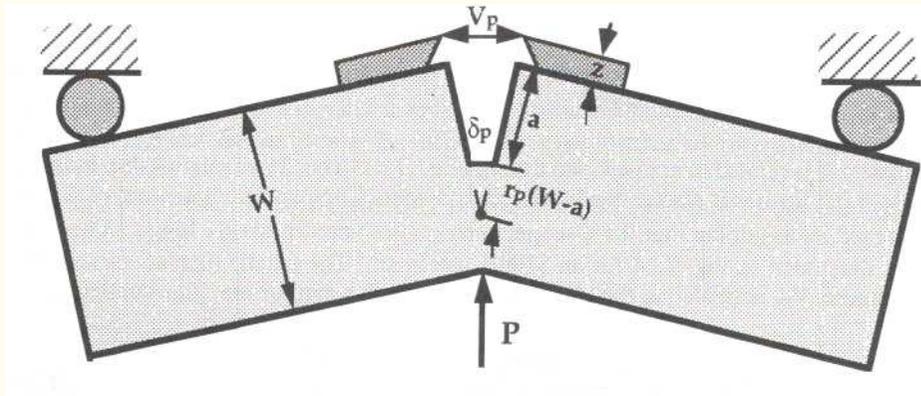
SEN(B)



$$K = \frac{P}{B\sqrt{W}} Y$$

$$Y = f\left(\frac{a}{W}\right) = \frac{3 \frac{S}{W} \sqrt{\frac{a}{W}}}{2 \left(1 + 2 \frac{a}{W}\right) \left(1 - \frac{a}{W}\right)^{\frac{3}{2}}} \left[ 1,99 - \frac{a}{W} \left(1 - \frac{a}{W}\right) \left\{ 2,15 - 3,93\left(\frac{a}{W}\right) + 2,7\left(\frac{a}{W}\right)^2 \right\} \right]$$

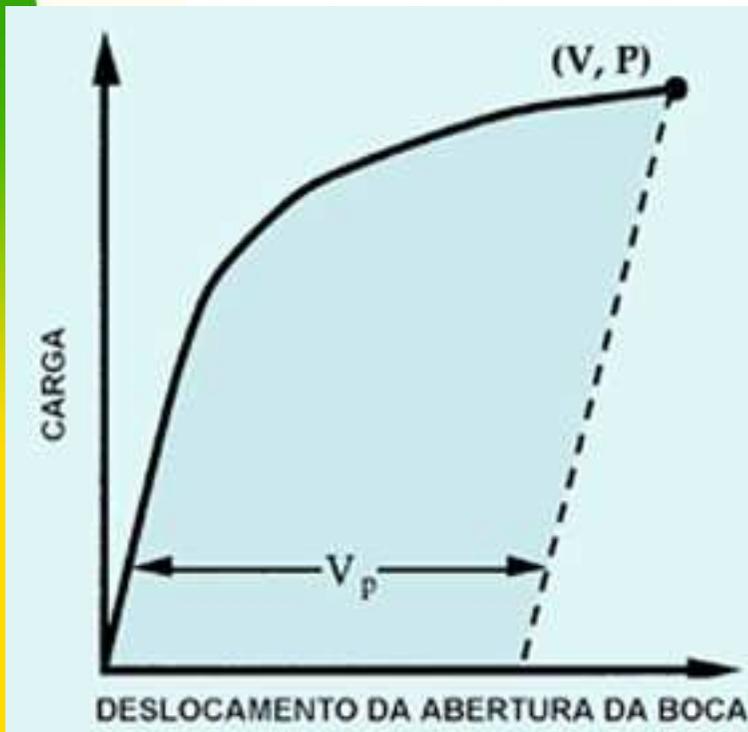
- A componente plástica do CTOD é obtida assumindo que o CP rotaciona em relação a um centro.



$$\delta_p = \frac{r_p (W - a) V_p}{r_p (W - a) + a + z}$$

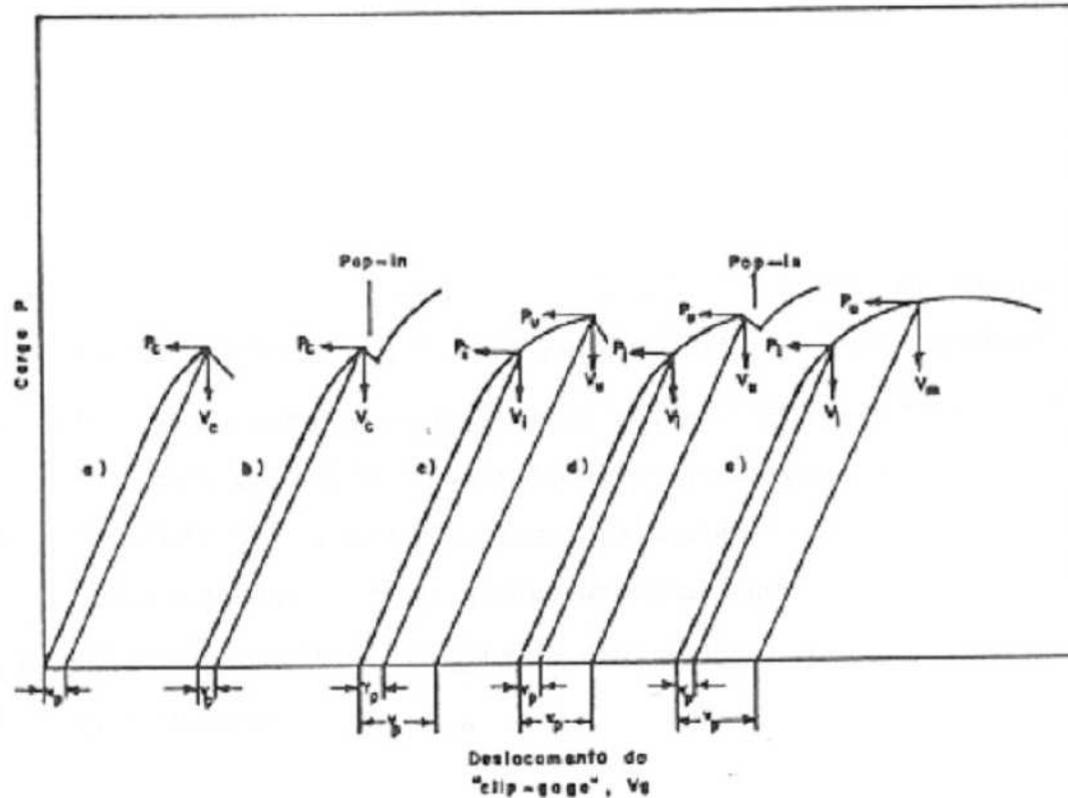
Para SEN(T)

$$r_p = 0,44$$



Para C(T):

$$r_p = 0,4 \left\{ 1 + 2 \left[ \left( \frac{a_0}{b_0} \right)^2 + \frac{a_0}{b_0} + 0,5 \right]^{1/2} - 2 \left[ \frac{a_0}{b_0} + 0,5 \right] \right\}$$



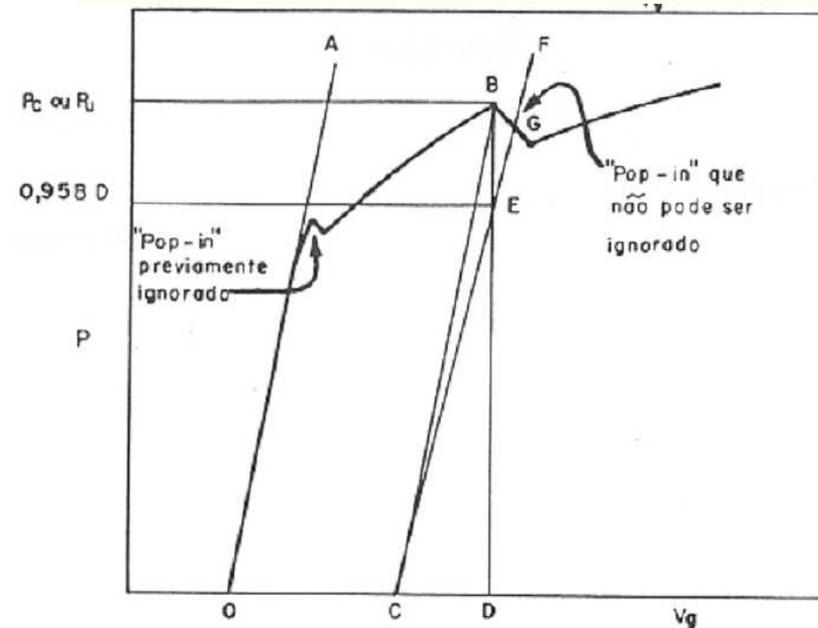
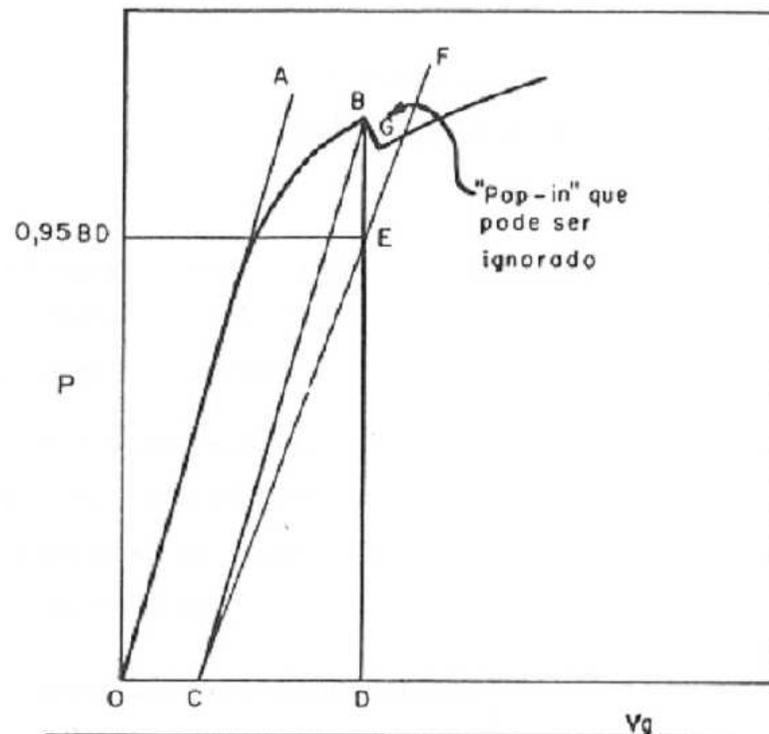
$\delta_c$ : CTOD crítico no começo da fratura instável, com menos de 0,2 mm de crescimento estável de trinca (a) e (b). Corresponde ao patamar inferior e na parte mais baixa da curva de transição dos aços, onde o mecanismo de falha é frágil por clivagem.

$\delta_u$ : CTOD crítico no começo da fratura instável, com mais de 0,2 mm de propagação estável de trinca. No caso dos aços observado na transição próximo ao patamar superior da curva de transição dútil – frágil, (c) e (d).

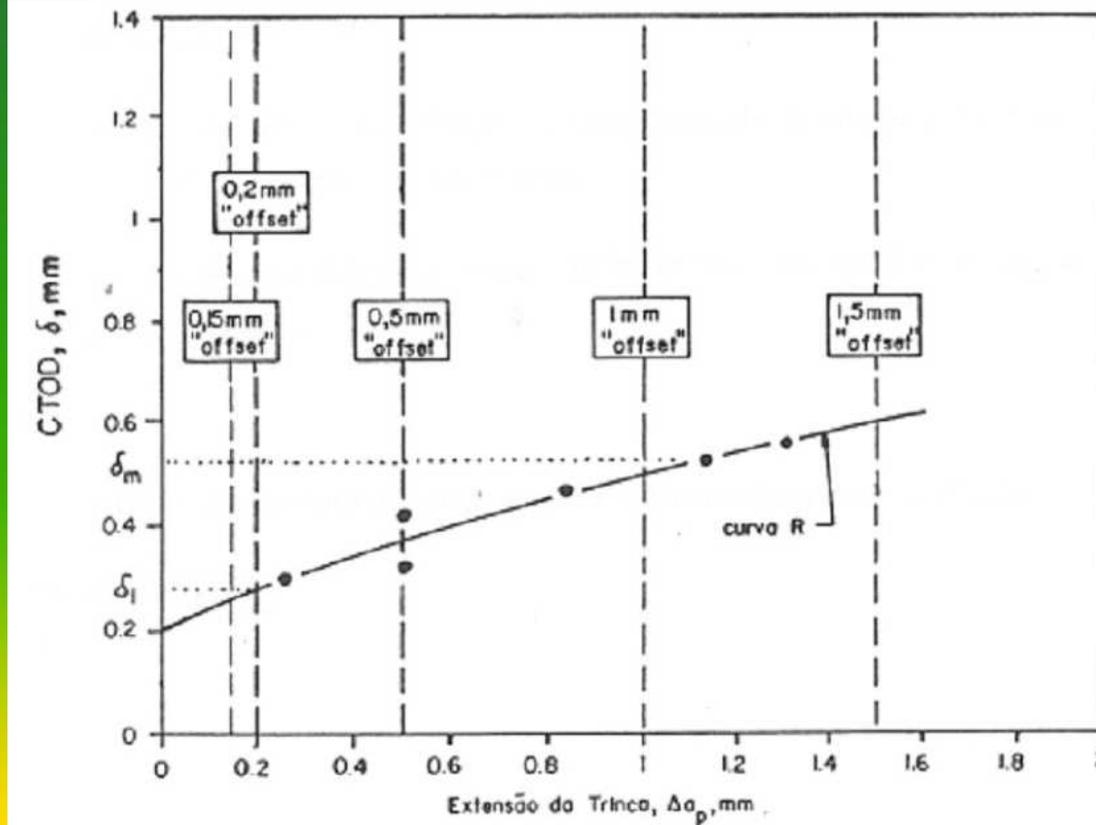
$\delta_i$ : CTOD no início da propagação estável de trinca.

$\delta_m$ : CTOD no atendimento de máxima carga. Acontece no patamar superior da curva de transição dútil – frágil.

- Se o *pop-in* for atribuído a uma extensão instável da trinca aprisionada no plano da pré-trinca de fadiga, o resultado deve ser considerado como uma característica do material testado. Esta extensão de trinca por *pop-in* pode ser avaliada por uma mudança na flexibilidade, que se traduz em uma descontinuidade na curva  $P$  versus  $V_g$ , e também por um exame nas superfícies de fratura após o teste. Quando este exame não mostrar evidências claras de que a máxima extensão de *pop-in* excedeu  $0,04 b_0$ , devemos adotar outro procedimento descrito a seguir.



- Para determinação do valor do *CTOD* de iniciação ( $\delta_i$ ), valores de *CTOD* são calculados para vários CPs e colocados em gráfico contra ( $\Delta a_p$ ) correspondente.



- Traçam-se inicialmente as linhas verticais de exclusão de  $\Delta a_p = 0,15$  mm e de  $\Delta a_p = 1,5$  mm, de modo que todos os pontos válidos caiam dentro dos limites destas duas linhas paralelas.
- A curva *R* deve conter no mínimo seis pontos, sendo que um ponto deve cair entre a linha de exclusão

de 0,15 mm e a linha vertical  $\Delta a_p = 0,5$  mm.

- Da mesma forma, um ponto deve cair entre a linha vertical  $\Delta a_p = 1,0$  mm e a linha de exclusão de 1,5 mm. Traça-se ainda uma linha vertical  $\Delta a_p = 0,2$  mm.

- Com os dados obtidos, faz-se um ajuste da forma:

$$\delta = C_1 (C_2 + \Delta a_P)^{C_3}$$

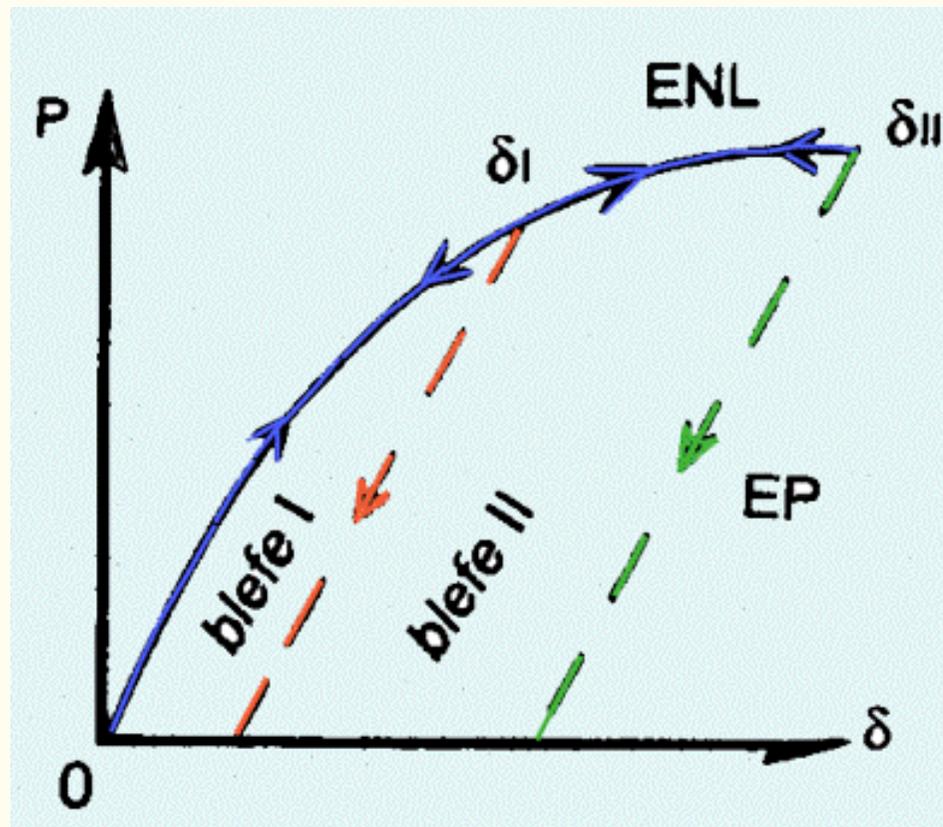
- E traça-se a curva R conforme mostrado na Figura anterior. A interseção da curva R com a linha vertical  $Dap = 0,2$  mm é o valor de  $d_i$ , que equivale dizer que:

$$\delta_i = C_1 (C_2 + 0,2)^{C_3}; [mm]$$

- Os valores críticos de *CTOD* como, por exemplo,  $\delta_c$ ,  $\delta_i$  e  $\delta_u$  serão validados se atenderem às seguintes condições:
  - estes valores de *CTOD* devem ser menores ou iguais a  $\delta_m$ ;
  - as diferenças entre as sete medições centrais da pré-trinca de fadiga não devem exceder  $0,05 W$ ;
  - a diferença entre o máximo e o mínimo das nove medições da pré-trinca de fadiga não deve exceder  $0,10 W$ ;
  - a frente da pré-trinca de fadiga deve estar afastada do entalhe usinado de pelo menos  $0,025 W$  ou  $1,3 \text{ mm}$ , o que for menor;
  - o plano da superfície da pré-trinca de fadiga não deve exceder um ângulo de  $10^\circ$  do plano do entalhe;
  - a frente da pré-trinca de fadiga não deve ser multiplanar nem ramificada.

## INTEGRAL J

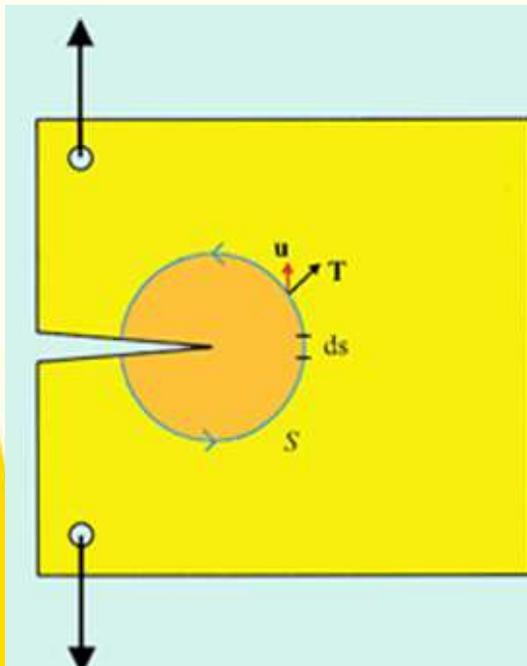
- Como apresentado, o primeiro parâmetro verdadeiramente elasto-plástico foi o CTOD proposto por Wells em 1961.
- Muitos anos depois Rice (1968) desenvolveu a Integral J, um parâmetro que aproxima a deformação elasto-plástica por um comportamento elástico não linear. Na ausência de descarregamentos, esta aproximação pode ser viável, entretanto, se houver descarregamentos estão pode ser observada a diferença que é proporcional a deformação  $\delta$ . Assim, restrições são impostas em termos de deformação e de crescimento de trinca.



- **Rice (15)** usou o postulado do comportamento elástico não linear para derivar a Integral J, parâmetro que descreve as condições próximas a frente de uma trinca.
- A integral J é obtida pela integração da seguinte expressão ao longo de um caminho fechado arbitrário na frente da trinca.

$$J = \int_{\Gamma} W dy - T \frac{\partial u}{\partial x} ds$$

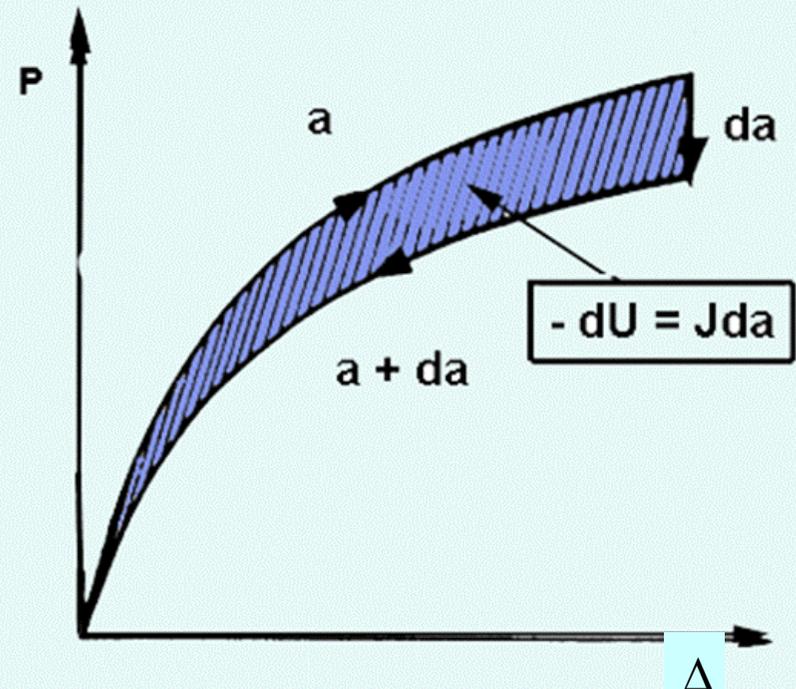
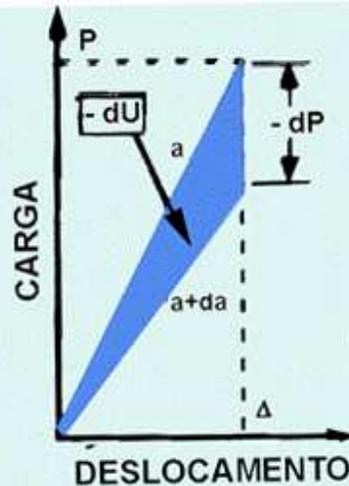
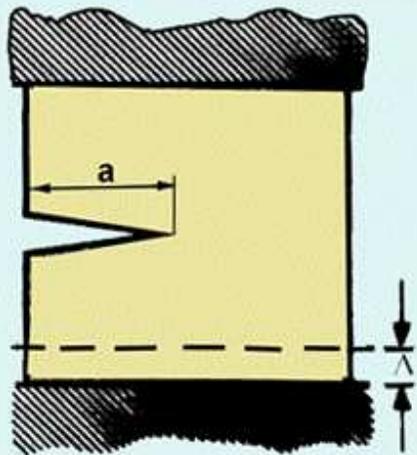
- Onde  $\Gamma$  é o caminho de integração,  $\mathbf{W}$  é a densidade da energia de deformação,  $\mathbf{T}$  é o vetor trativo,  $\mathbf{u}$  é o vetor deslocamento e  $d\mathbf{s}$  é o incremento ao longo de  $\Gamma$ . Para materiais com comportamento elástico não linear, Rice mostrou que J é independente do caminho de integração, desde que o caminho de integração incluir a frente da trinca.
- J é a diferença entre as taxas (com relação ao comprimento da trinca ) de transferência de energia do sistema para o corpo (primeiro termo da equação) e de consumo de energia na fratura (segundo termo), ou seja, J é a taxa de disponibilidade de energia para a fratura, ou ainda, a força motriz da trinca elástica não-linear



- A integral J pode ser definida como a Taxa de Alívio de Energia Elástica Não-Linear. No caso elástico linear fica óbvio que  $J=G$ .

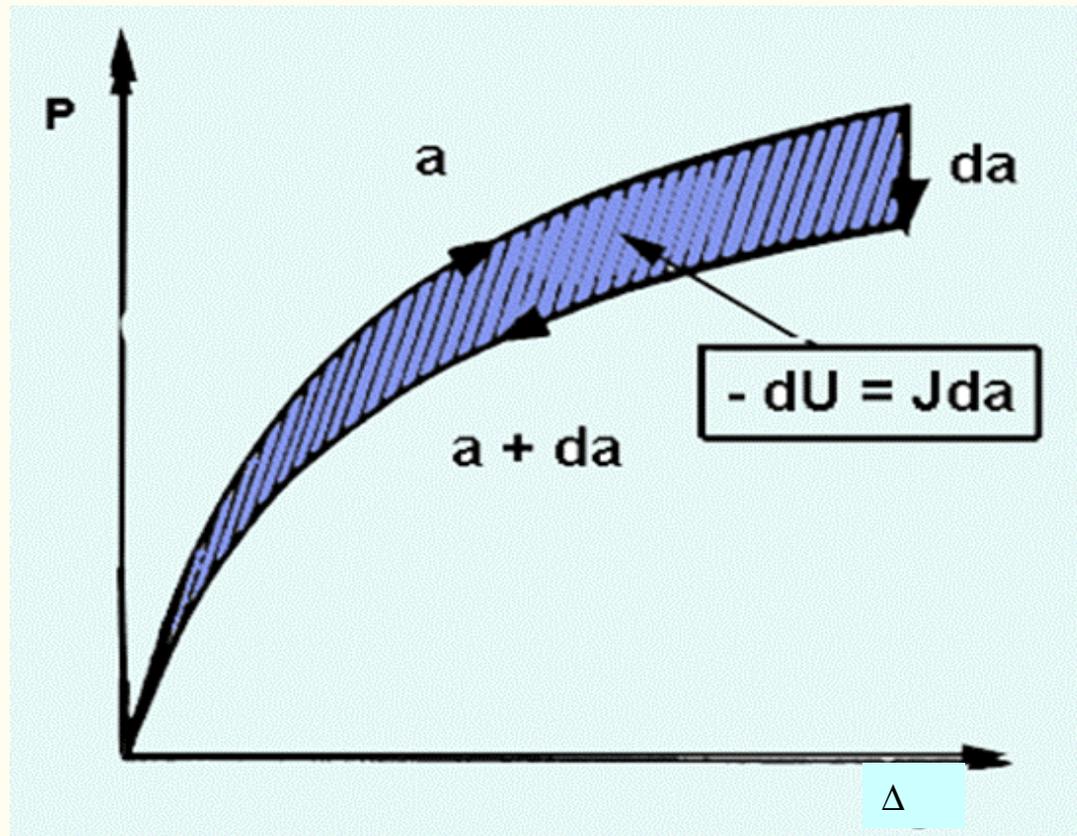
$$J = - \left( \frac{\partial U}{\partial a} \right)_{\Delta}$$

- Onde U é a energia de deformação por unidade de espessura e  $\Delta$  é o deslocamento na linha de carregamento. No caso não-linear J é o correspondente de G.



$$G = - \frac{dU}{da} \left[ \delta \text{ ou } P \text{ constante} \right]$$

- Até agora foi considerada a reversibilidade total da energia de deformação (elástica linear ou não linear) de um corpo mecanicamente solicitado.
- Na existência de deformação não reversível (o problema geral elasto-plástico)  $J$  perde o significado físico como energia disponível para fratura.
- Nessas condições  $J$  computa, além da disponibilidade de energia para geração de superfícies de fratura, a diferença entre as energias consumidas/dissipadas na geração das respectivas Zonas Plasticamente Deformadas de  $a$  e  $a+da$



- Em adição de ser a taxa de alívio de energia,  $J$  pode ser visto como um parâmetro intensificador da tensão. Hutchinson, Rice e Rosencren independentemente derivaram uma solução para as tensões e deformações na frente da trinca para materiais elástico-não linear, que tornou-se conhecido como a singularidade HRR. A solução HRR foi derivada para materiais com relação tensão-deformação de lei de potência.

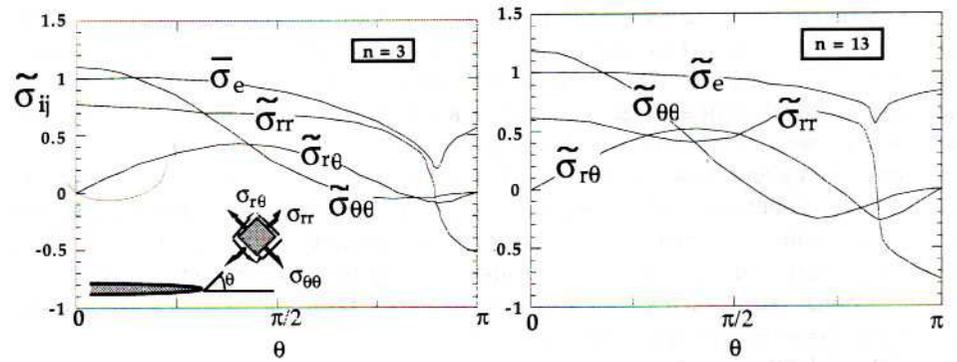
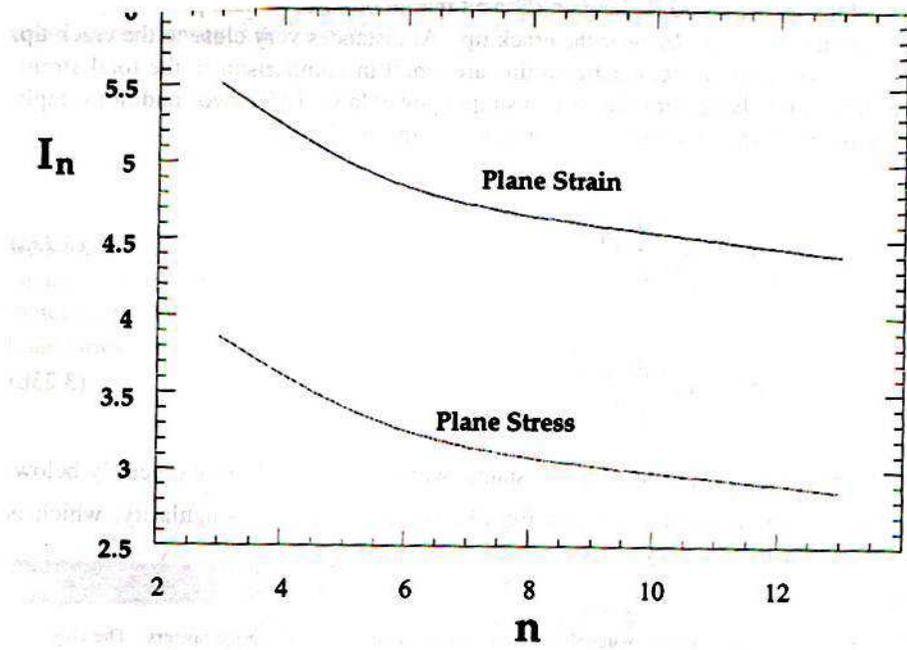
$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \alpha \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n$$

- Onde  $\sigma_0$  é um valor de referência (usualmente  $\sigma_y$ ) e  $\varepsilon_0 = \sigma_0/E$ , e  $\alpha$  e  $n$  são constantes do material. O campo de tensão e deformação próximo a frente da trinca é dado por:

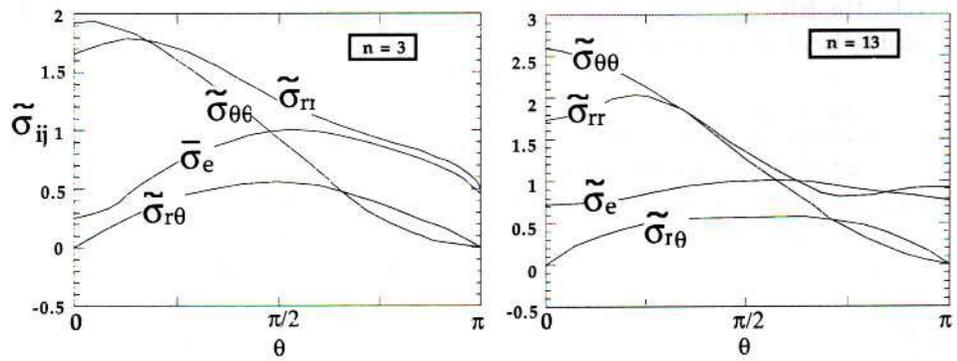
$$\sigma_{ij} = \sigma_0 \left( \frac{EJ}{\alpha \sigma_0^2 I_n r} \right)^{1/1+n} \tilde{\sigma}_{ij}(n, \theta)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\alpha \sigma_0}{E} \left( \frac{EJ}{\alpha \sigma_0^2 I_n r} \right)^{n/1+n} \tilde{\varepsilon}_{ij}(n, \theta)$$

$I_n = \text{const. de integração que depende de } n$ ;  
 $\sigma_{ij}$  e  $\varepsilon_{ij}$  são funções adimensionais de  $n$  e  $\theta$



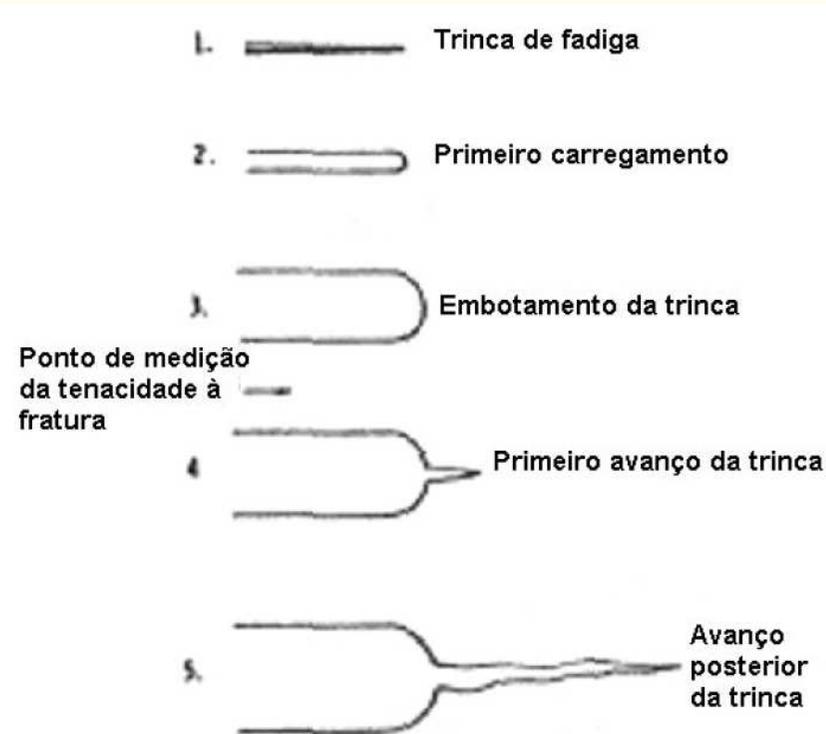
(a) Plane stress



(b) Plane strain

## MEDIÇÃO DE $J$ EXPERIMENTALMENTE

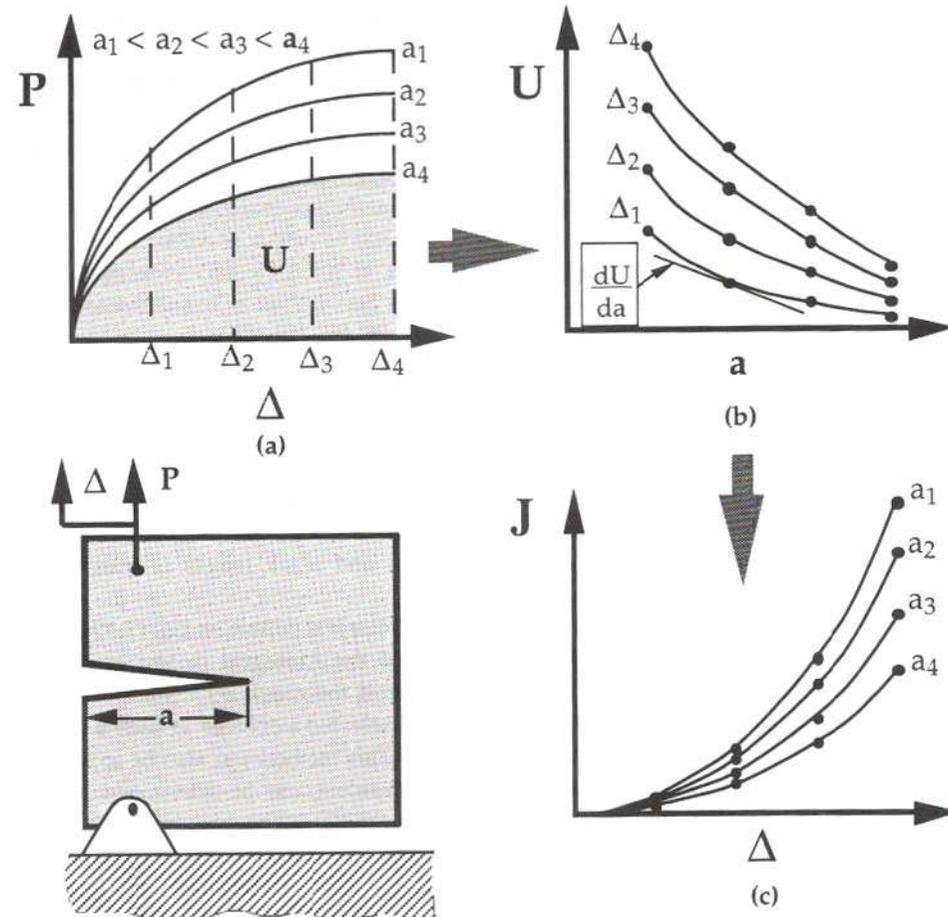
- O uso de  $J$  como um critério de fratura é considerado a partir de um modelo de processo de fratura conforme é mostrado abaixo.
- Quando o processo de fratura começa, o corpo trincado é descarregado. O processo de embotamento começa quando a trinca é carregada, aumentando com o aumento de carga até um ponto crítico em que ocorre o avanço da trinca. Este é o ponto de medição da tenacidade à fratura; em termos de integral  $J$ , este ponto é definido como  $J_{Ic}$ .



- Computar a integral J é difícil quando o material tem comportamento não-linear. Não se tem disponível uma relação entre J, carga e comprimento de trinca.
- A melhor opção é a medição de J experimentalmente, como a apresentada por Landes e Begley (1972), invocando a definição de J como taxa de alívio de energia.
- CPs de mesma geometria, tamanho com trincas de diferentes tamanhos. Para um CP com trinca de canto e espessura B, a integral J é dada por:

$$J = -\frac{1}{B} \left( \frac{\partial U}{\partial a} \right)_{\Delta}$$

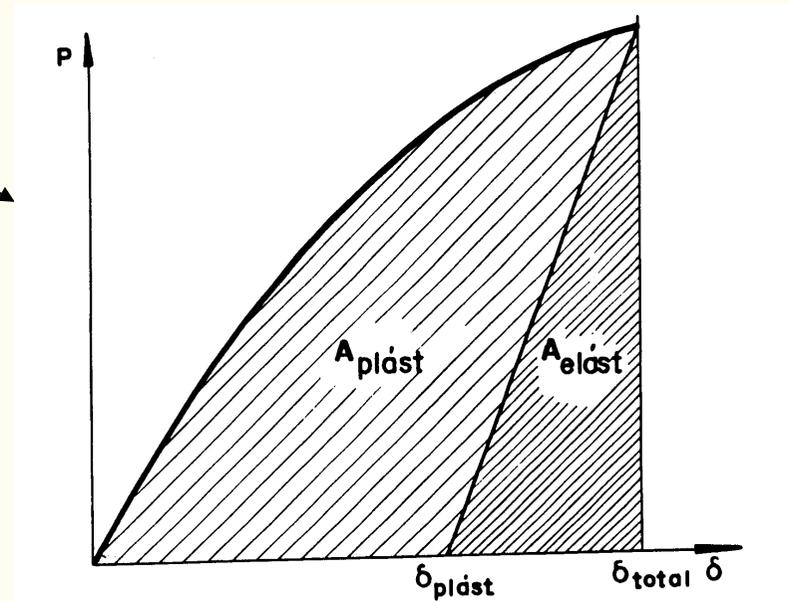
- Ao final é obtida uma curva de calibração, que somente se aplica ao material, corpo de prova, geometria de corpo de prova e temperatura para o qual ela foi obtida.
- Esta metodologia de Landes e Begley tem desvantagens óbvias, pois vários corpos de provas devem ser ensaiados e analisados para determinar J em um particular conjunto de circunstâncias.



## Ensaio de J em Metais

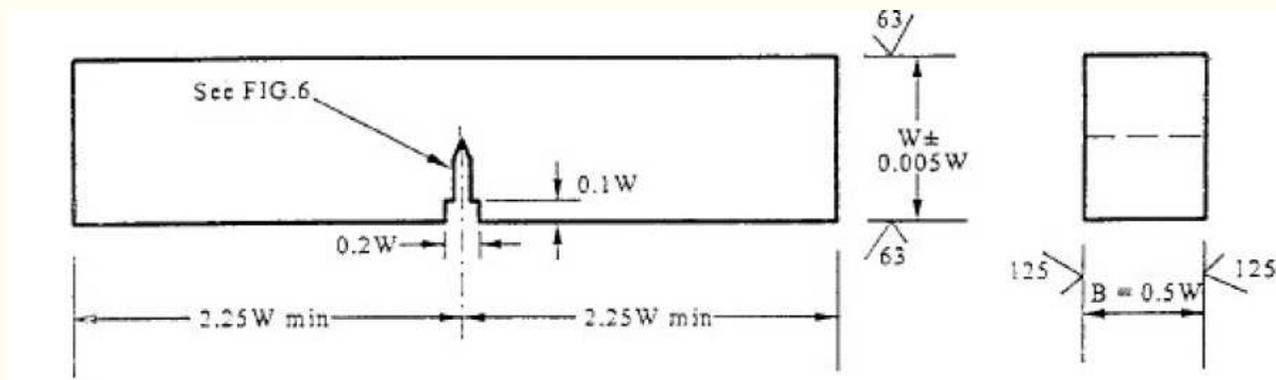
- O valor de  $J$  pode ser calculado a partir das equações:

$$J = J_{el} + J_{pl}$$
$$J_{el} = \frac{K^2(1-\nu^2)}{E}$$



$$J_{pl} = \frac{\eta A_{pl}}{B_N b_0}$$

- A norma ASTM E1820 trata da determinação da tenacidade à fratura de metais ( $J_{IC}$  e J-R).
- As curvas R para determinação de  $J_{IC}$  podem ser geradas de duas formas:
  - Múltiplos corpos de prova;
  - Único corpo de prova usando a técnica do múltiplos descarregamento elástico.
- **MÚLTIPLOS CORPOS DE PROVA**
  - Vários corpos de prova equivalentes são carregados até diferentes cargas (deslocamentos), construindo-se uma curva de resistência (curva- R) em um gráfico  $J$  versus extensão da trinca, possibilitando a obtenção de valor de  $J_{IC}$ .
  - CORPO DE PROVA SEM(B): Para a formulação das relações geométricas do corpo de prova [SE(B)], são importantes os parâmetros  $a/W$ ,  $S/W$  e  $r_p$ , considerados como determinantes da geometria do corpo de prova.



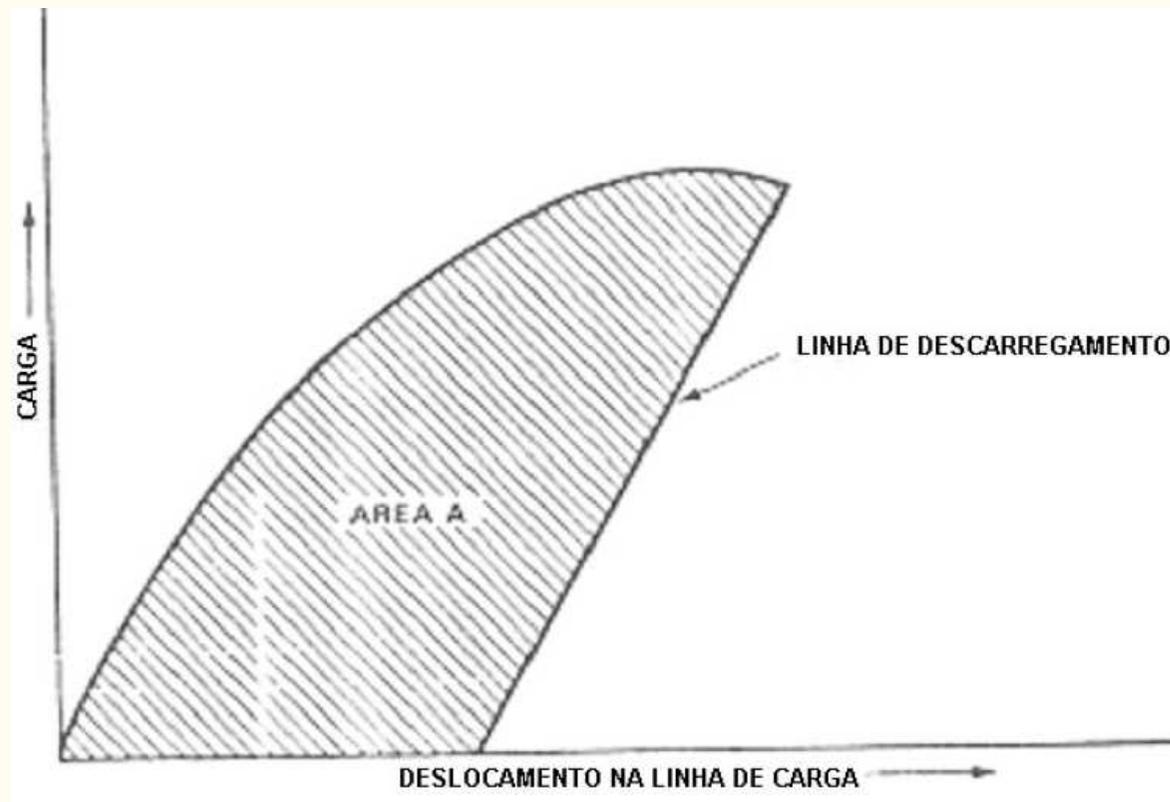
- Este método de teste permite a determinação de  $J_{Ic}$ , que pode ser usado como uma estimativa de engenharia da tenacidade à fratura próxima à iniciação de crescimento estável da trinca para materiais metálicos.
- A razão  $a_0/W$  deve ficar compreendida entre 0,5 e 0,75, mas um valor recomendado a partir de experiências é de  $a_0/W = 0,6$ . Na medida de  $a_0$  estão incluídos o entalhe e a pré-trinca de fadiga.
- Cada corpo de prova deve ser pré-trincado sob fadiga a uma carga máxima de:

$$P_f = \frac{0.5Bb_o^2\sigma_Y}{S}$$

- porém, para os últimos 0,64 mm de extensão da pré-trinca de fadiga, a carga máxima não deve ultrapassar  $0,4 P_f$ .
- O comprimento da pré-trinca de fadiga, a partir do entalhe usinado, não deve ser menor que 5% de  $a_0$  nem menor que 1,3 mm.
- O objetivo do ensaio é desenvolver a parte inicial de uma curva  $J-R$ , que consiste em uma série de valores de integral  $J$  versus extensões de trinca medidas nos corpos de prova, e avaliar o valor da integral  $J$  requerido para produzir uma pequena extensão estável da trinca (0,2 mm).

- O método descrito neste item, o dos múltiplos corpos de prova, envolve o carregamento de corpos de prova a níveis diferentes de deslocamento e a marcação da porção de extensão de trinca que cada corpo de prova sofreu durante o carregamento.
- O número mínimo sugerido é de 05 corpos de prova, com as mesmas dimensões, inclusive na pré-trinca de fadiga, com o objetivo de reproduzir ao máximo possível a parte inicial da curva carga versus deslocamento.
- Cada corpo de prova deve ser carregado até um deslocamento pré-determinado e imediatamente descarregado até a carga zero.
- O primeiro corpo de prova deve ser levado até o ponto de carga máxima, porque sua avaliação facilita a escolha dos valores de deslocamentos para os corpos de prova seguintes. Cada corpo de prova deve ser completamente avaliado antes de se testar o seguinte, com o objetivo de se ter o maior número possível de corpos de prova válidos na curva *J-R*.
- Após o descarregamento, o corpo de prova pode ser marcado por um pós-trincamento de fadiga a uma carga de 90% da carga final do teste ou por revenimento a cerca de 573 K/10 min (para aços).

- O valor inicial da trinca,  $a_0$ , e o final,  $a_p$ , devem ser calculados como a média de oito medições, sendo uma medição a média entre as duas extremidades e as sete outras medições executadas em pontos igualmente espaçados ao longo da espessura.
- Nesta etapa, deve ser avaliado o nível de deslocamento requerido para o próximo corpo de prova para obter uma posição favorável de  $\Delta a_p$  entre as linhas de exclusão da curva  $J-R$ .
- Um gráfico típico carga versus deslocamento na linha de carga obtido de um ensaio é mostrado na figura

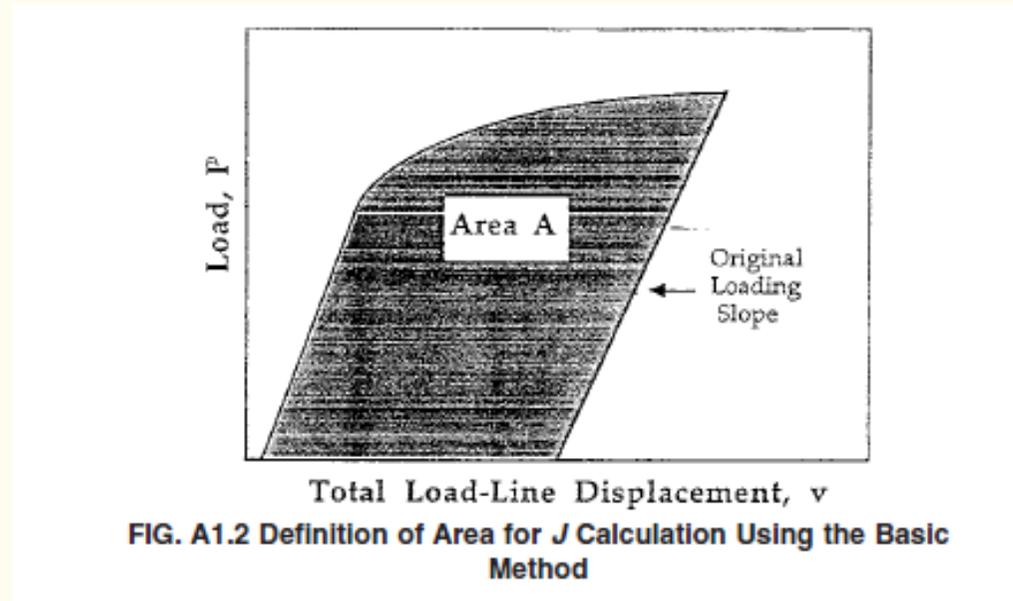


$$J = J_{el} + J_{pl}$$

$$J_{el} = \frac{K^2(1-\nu^2)}{E} \quad K = \left[ \frac{PS}{(B B_N)^{1/2} W^{3/2}} \right] f(a/W)$$

$$f(a/W) = \frac{3(a/W)^{1/2} [1,99 - (a/W)(1-a/W)(2,15 - 3,93(a/W) + 2,7(a/W)^2)]}{2(1+2a/W)(1-a/W)^{3/2}}$$

$$J_{pl} = \frac{2A_{pl}}{B_N b_0}$$

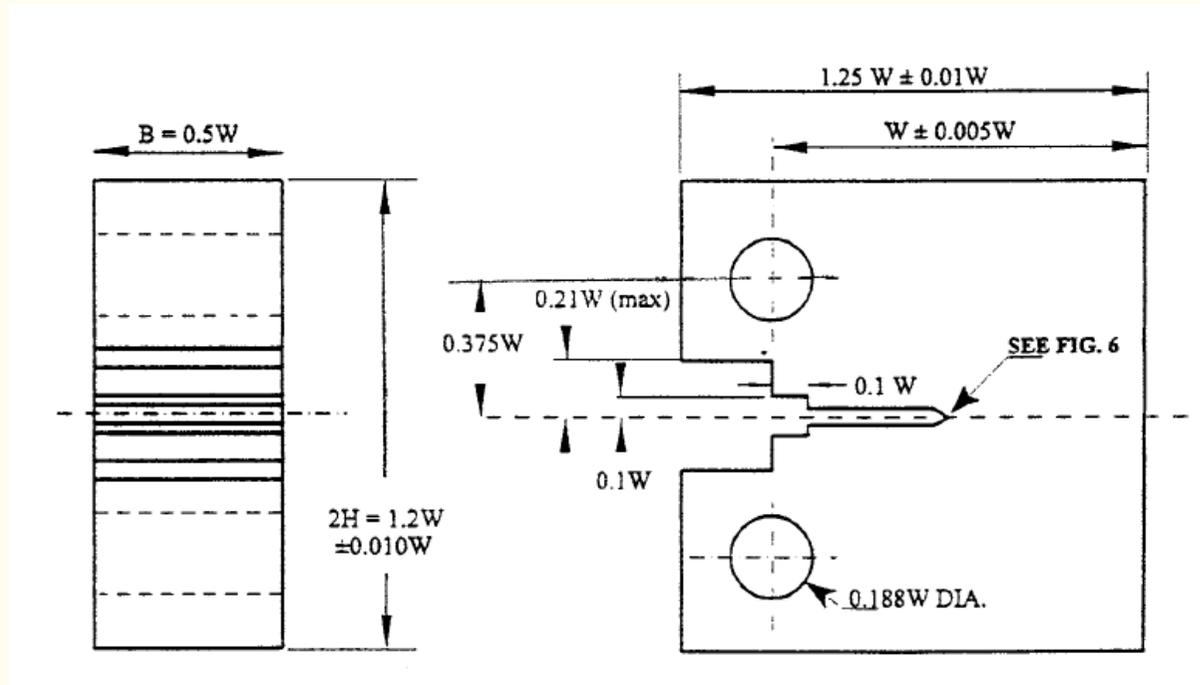


$A_{pl}$  = área do gráfico

$B_N$  = espessura útil ( $B_N = B$  sem entalhe lateral)

$b_0 = W - a_0$

# Corpo de Prova C(T)



- Pré trinca de fadiga

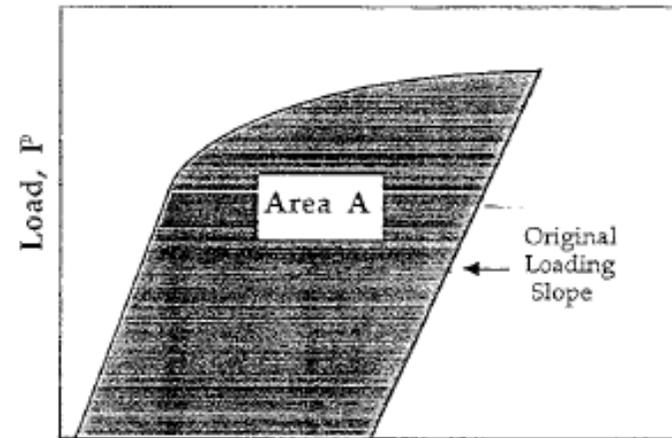
$$P_f = \frac{0.4Bb_o^2\sigma_Y}{(2W + a_o)}$$

$$J = J_{el} + J_{pl}$$

$$J_{el} = \frac{K^2 (1 - \nu^2)}{E} K = \left[ \frac{P}{(B B_N W)^{1/2}} \right] f(a/W)$$

$$f(a/W) = \frac{[(2 + a/W)(0,886 + 4,64(a/W) - 13,32(a/W)^2 + 14,72(a/W)^3 - 5,6(a/W)^4)]}{(1 - a/W)^{3/2}}$$

$$J_{pl} = \frac{\eta A_{pl}}{B_N b_0}$$



Total Load-Line Displacement,  $v$   
**FIG. A1.2 Definition of Area for  $J$  Calculation Using the Basic Method**

$A_{pl}$  = área do gráfico

$B_N$  = espessura útil ( $B_N = B$  sem entalhe lateral)

$B_0 = W - a_0$

$\eta = 2 + 0,522 \cdot b_0/W$

## Correção de J devido crescimento de trinca

- Para obter os valores de J corrigidos utiliza-se a seguinte relação:

$$J = J_{el0} + \frac{J_{pl0}}{1 + \left( \frac{\alpha - 0.5}{\alpha + 0.5} \right) \frac{\Delta a}{b_0}}$$

- Com  $\alpha = 1$  para SE(B) e  $\alpha = 0,9$  para C(T). Ajuste uma lei de potência  $J = J_{1mm} \Delta a^m$  para os valores de  $J(\Delta a)$  corrigidos para extensão de trinca que exceda  $\Delta a/b_0 \geq 0,05$ .
- Calcule o valor final corrigido de  $J(\Delta a)$  usando:

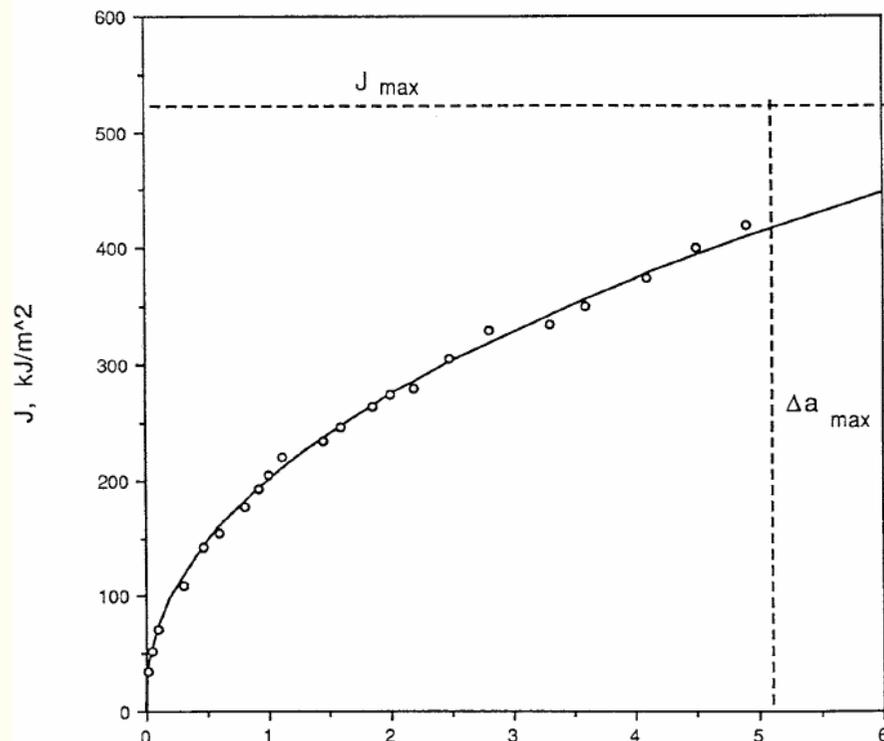
$$J = J_{el0} + \frac{J_{pl0}}{1 + \left( \frac{\alpha - m}{\alpha + m} \right) \frac{\Delta a}{b_0}}$$

# CONSTRUÇÃO DA CURVA J-R

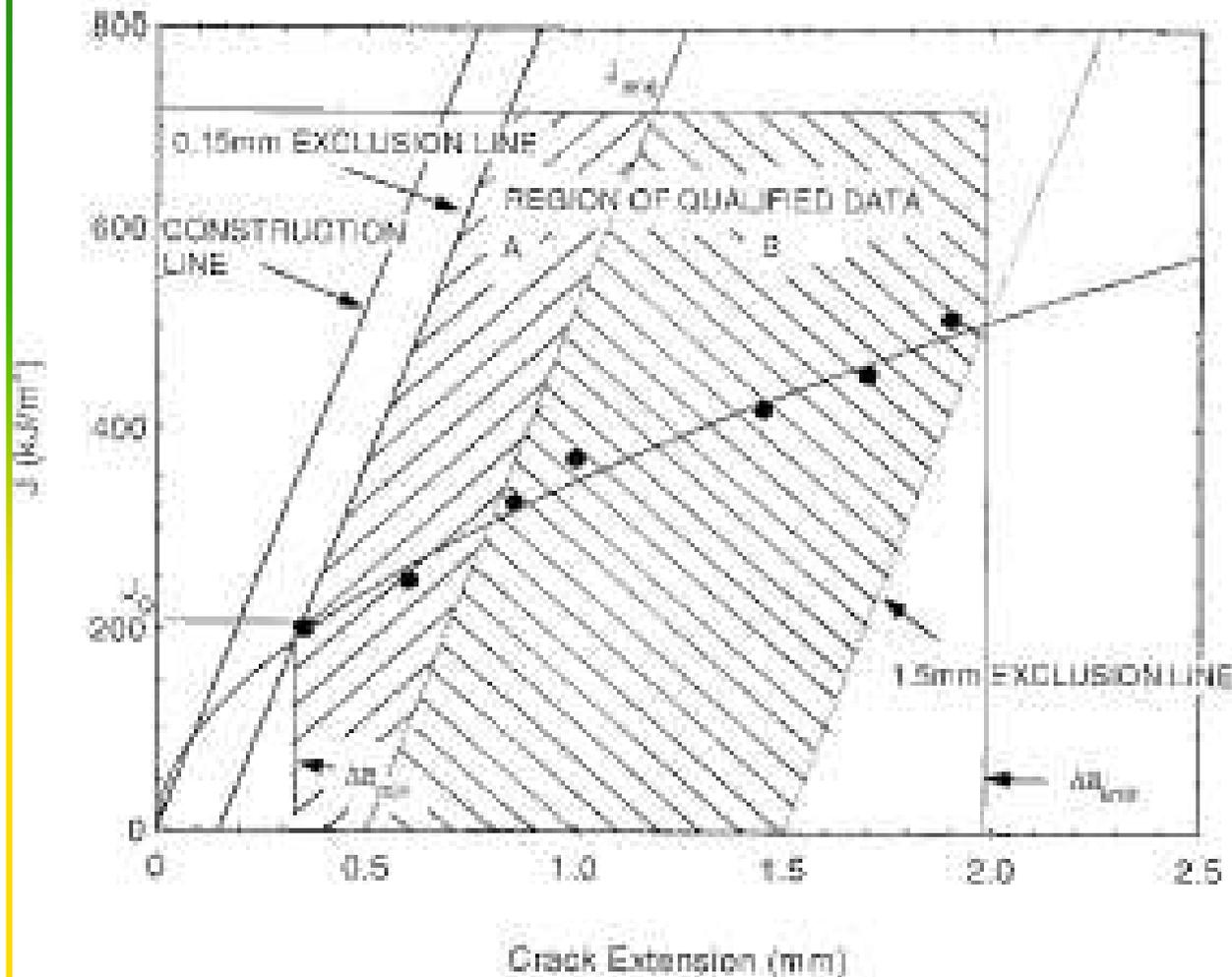
- Para construção da curva J-R os seguintes valores de J devem ser determinados:

$$J_{max} = b\sigma_Y/20, \text{ or}$$
$$J_{max} = B\sigma_Y/20.$$

$$\Delta a_{max} = 0.25 b_o$$



- A curva  $J-R$  caracteriza a resistência de materiais metálicos ao crescimento estável da trinca após a iniciação a partir de uma trinca de fadiga pré-existente. Para que cada ensaio seja considerado válido para o cálculo de  $J_{IC}$ , o ponto correspondente deve cair dentro da região hachurada da figura.
- O valor de  $J_{IC}$  calculado por este método caracteriza a tenacidade do material próximo ao instante do início de propagação estável da trinca. Este valor marca o estágio inicial do desenvolvimento da resistência do material ao crescimento da trinca.



- Pontos aceitáveis são mostrados na figura, com 01 ponto na zona A e 05 pontos na zona B. Os outros pontos podem cair em qualquer local da região hachurada da figura.

- **ÚNICO CORPO DE PROVA – METODOLOGIA DOS MÚLTIPLOS DESCARREGAMENTOS ELÁSTICOS**
- **SEN(B)**

$$J_i = \frac{(K_i)^2 (1 - \nu^2)}{E} + J_{pl(i)}$$

$$J_{pl(i)} = \left[ J_{pl(i-1)} + \left( \frac{2}{b_{(i-1)}} \right) \left( \frac{A_{pl(i)} - A_{pl(i-1)}}{B_N} \right) \right] \left[ 1 - \frac{a_{(i)} - a_{(i-1)}}{b_{(i-1)}} \right]$$

$$A_{pl(i)} = A_{pl(i-1)} + [P_{(i)} + P_{(i-1)}] \nu_{pl(i)} - \nu_{pl(i-1)} / 2$$

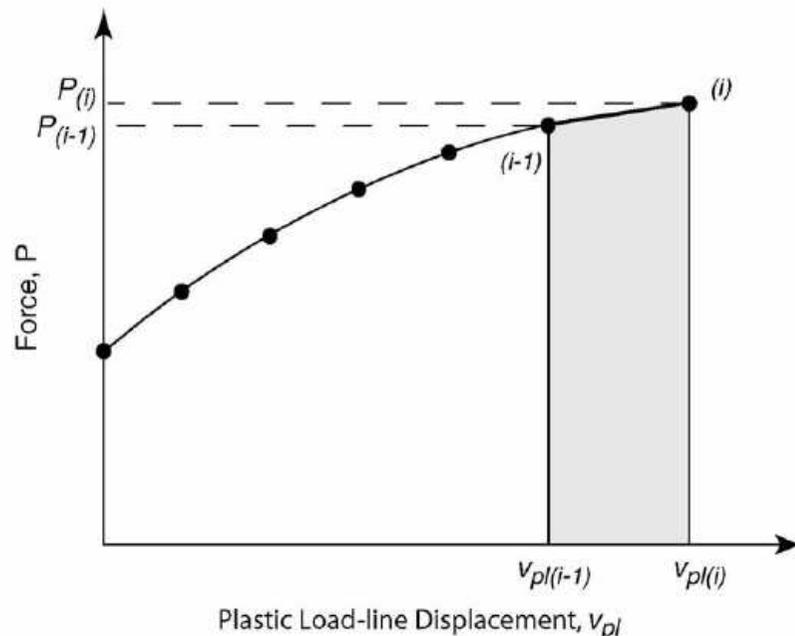


FIG. A1.3 Definition of Plastic Area for Resistance Curve J Calculation

$V_{pli}$  = parte plástica do deslocamento da linha de carga =  $v_{(i)} - (P_{(i)} \cdot C_{LL(i)})$   
 $C_{LL(i)}$  = inclinação  $(\Delta v / \Delta P)_{(i)}$  necessária para dar o tamanho de trinca  $a_i$ .

$$C_{LLi} = \frac{1}{E B_e} \left( \frac{S}{W - a_i} \right)^2 \left[ 1,193 - 198(a_i/W) + 4,478(a_i/W) - 4,43(a_i/W)^3 + 1,739(a_i/W)^4 \right]$$

$$a_i/W = \left[ 0,999748 - 3,9504u + 2,9821u^2 - 3,21408u^3 + 51,51564u^4 - 113,03u^5 \right]$$

onde

$$u = \frac{1}{\left[ \frac{B_e W E C_i}{S/4} \right]^{1/2} + 1}$$

$$B_e = B - (B - B_N)^2 / B$$

$V_{pli}$  = parte plástica do deslocamento da linha

de carga =  $v_{(i)} - (P_{(i)} \cdot CLL_{(i)})$

$C_{LL(i)}$  = inclinação  $(\Delta v / \Delta P)_{(i)}$  necessária para dar o tamanho de trinca  $a_i$ .

- **C(T)**

$$J_i = \frac{(K_i)^2 (1 - \nu^2)}{E} + J_{pl(i)}$$

$$J_{pl(i)} = \left[ J_{pl(i-1)} + \left( \frac{\eta_{(i-1)}}{b_{(i-1)}} \right) \left( \frac{A_{pl(i)} - A_{pl(i-1)}}{B_N} \right) \right] \left[ 1 - \gamma_{(i-1)} \frac{a_{(i)} - a_{(i-1)}}{b_{(i-1)}} \right]$$

$$\eta_{(i-1)} = 2,0 + 0,522 b_{(i-1)} / W$$

$$\gamma_{(i-1)} = 1,0 + 0,76 b_{(i-1)} / W$$

$$A_{pl(i)} = A_{pl(i-1)} + [P_{(i)} + P_{(i-1)}] v_{pl(i)} - v_{pl(i-1)} / 2$$

$$C_{LLi} = \frac{1}{E B_e} \left( \frac{W + a_i}{W - a_i} \right)^2 [2,163 + 12,219(a_i/W) - 20,065(a_i/W)^2 - 0,9925(a_i/W)^3 + 20,609(a_i/W)^4 - 9,9314(a_i/W)^5]$$

$$a_i/W = [1,000196 - 4,06319u + 11,242u^2 - 106,043u^3 + 464,335u^4 - 650,677u^5]$$

onde

$$u = \frac{1}{[B_e W E C_{c(i)}]^{1/2} + 1}$$

$$B_e = B - (B - B_N)^2 / B$$

$V_{pli}$  = parte plástica do deslocamento da linha de carga =  $v_{(i)} - (P_{(i)} \cdot C_{LL(i)})$

$C_{LL(i)}$  = inclinação  $(\Delta v / \Delta P)_{(i)}$  necessária para dar o tamanho de trinca  $a_i$ .

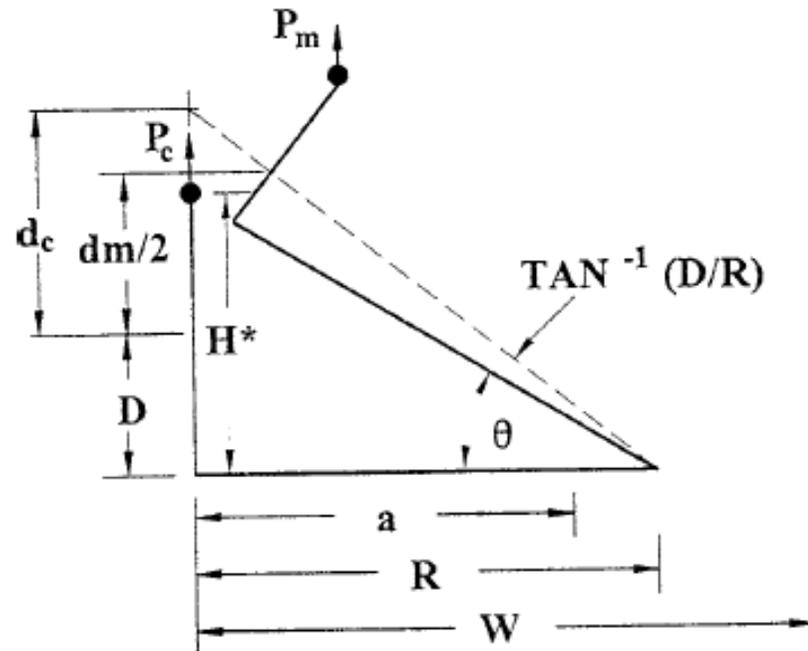


FIG. A2.3 Elastic Compliance Correction for Specimen Rotation

$$C_{c(i)} = \frac{C_i}{\left[ \frac{H^*}{R} \sin \theta_i - \cos \theta_i \right] \left[ \frac{D}{R} \sin \theta_i - \cos \theta_i \right]} \quad \theta = \sin^{-1} \left[ \frac{\left( \frac{d_m}{2} + D \right)}{\left( D^2 + R^2 \right)^{1/2}} \right] - \tan^{-1} \left( \frac{D}{R} \right)$$

$C_i$  = flexibilidade elástica medida;

$H^*$  = meio intervalo inicial dos pontos de carregamento (centro dos furos);

$R$  = raio de rotação na linha de centro da trinca,  $(W+a)/2$ , onde  $a$  é o comprimento real da trinca;

$D$  = metade da distancia inicial entre os pontos de medida de deslocamento;

$\theta$  = angulo de rotação de um elemento do corpo rígido com relação linha da secção média do ligamento;

$d_m$  = medida total do deslocamento da linha de carga.

Um ensaio de tenacidade à fratura utilizando a técnica de único corpo de prova, foi realizado em um corpo de prova flexão três pontos. Os dados obtidos em cada descarregamento está tabulado abaixo.

a) obtenha a curva J-R de acordo com norma ASTM E1820 e determine  $J_{IC}$ .

DADOS:  $B=25$  mm;  $W=50$  mm;  $a_0=26,1$  mm;  $E=210$  GPa;  $\nu=0,3$ ;  $\sigma_e=345$  MPa;  $\sigma_u=483$  MPa e  $S=225$  mm

Carga, kN	Deslocamento Plástico, mm	Extensão da Trinca, mm
20,8	0,0000	0,013
31,2	0,0032	0,020
35,4	0,0110	0,023
37,4	0,0200	0,025
41,6	0,0560	0,031
43,7	0,0920	0,036
45,7	0,1460	0,044
47,6	0,2280	0,055
49,9	0,3490	0,071
51,6	0,5250	0,091
53,5	0,7770	0,128
55,3	1,1300	0,183
56,6	1,6300	0,321
56,7	2,3200	0,723
56,5	2,6600	0,928
55,8	3,2500	1,290
54,7	3,9600	1,740
53,7	4,5100	2,080
52,5	5,1300	2,480
50,1	6,2000	3,170
44,4	8,4300	4,670
40,0	10,090	5,810
36,6	11,370	6,700
30,9	13,540	8,230
26,8	15,190	9,410