

PTC3470 - INTRODUÇÃO AO PROJETO DE SISTEMAS DE CONTROLE ROBUSTOS

J. J. Cruz

Lista de Exercícios

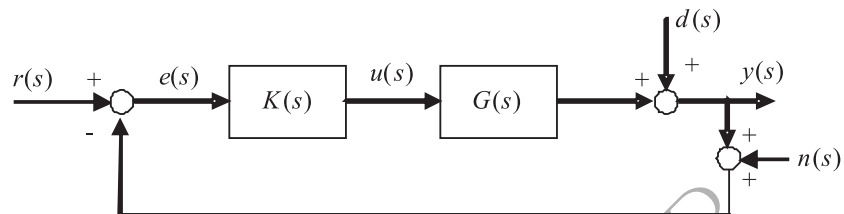


Figura 1: Diagrama de blocos padrão do sistema em malha fechada.

1o. EXERCÍCIO - Resposta em frequência

Considere o sistema representado na Figura 1 e suponha que

$$n(s) = 0.$$

São dados na Figura 2 os Diagramas de Bode de $G(s)$.

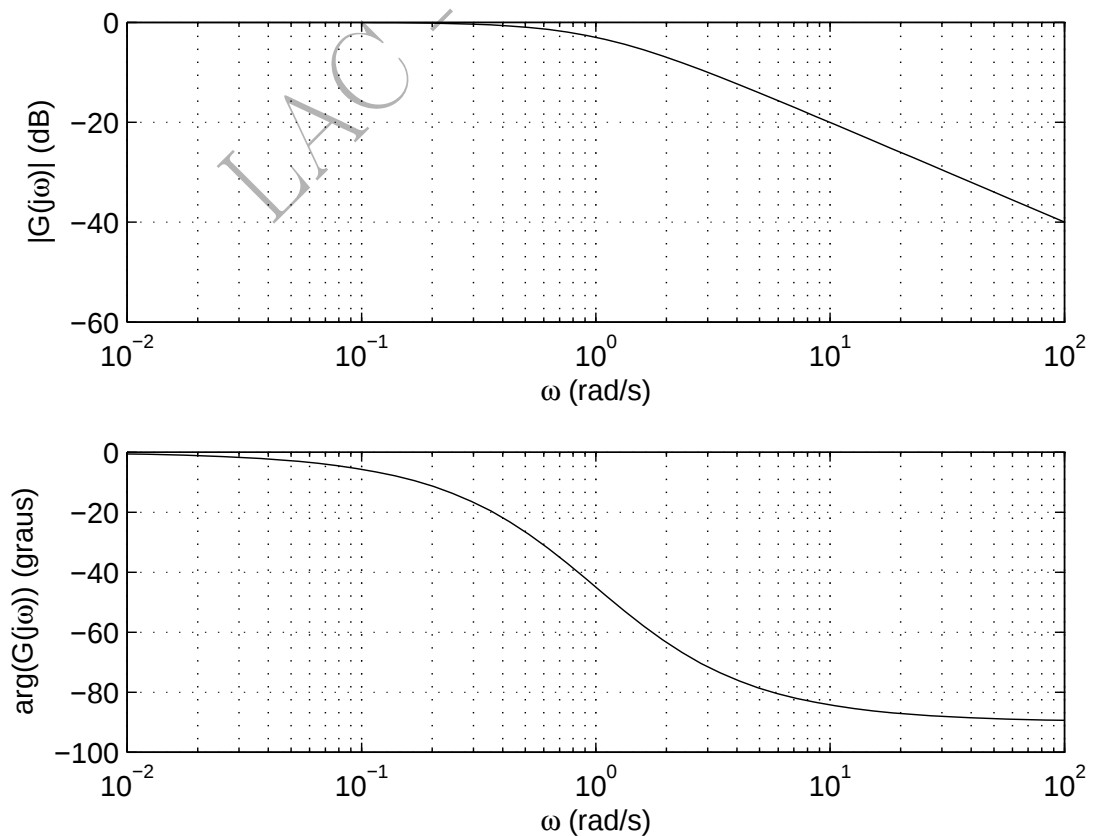


Figura 2: Diagramas de Bode de $G(s)$.

Nos itens **a)**, **b)**, e **c)** a seguir, suponha que

$$K(s) = 1.$$

a) Para

$$\begin{aligned} r(t) &= 5 \cos\left(t + \frac{\pi}{4}\right) \\ d(t) &= 0, \end{aligned}$$

calcule a saída $y(t)$ em regime estacionário.

b) Para

$$\begin{aligned} r(t) &= 5 \cos\left(t + \frac{\pi}{4}\right) \\ d(t) &= 10 \cos(10t), \end{aligned}$$

calcule a saída $y(t)$ em regime estacionário.

c) Para

$$\begin{aligned} r(t) &= 5 \cos(0.01t + \frac{\pi}{4}) \\ d(t) &= 10 \cos(0.01t), \end{aligned}$$

calcule a saída $y(t)$ em regime estacionário.

Suponha agora que

$$K(s) = 100.$$

Repita os itens **a)**, **b)** e **c)**.

2o. EXERCÍCIO - Plano de Nichols

Considere novamente o diagrama de blocos representado na Figura 1.

a) Suponha que

$$K(s) = 1$$

e

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)}.$$

Na Carta de Nichols da Figura 3, desenhe a resposta em frequência da função de transferência de malha.

O sistema em malha fechada é estável? Caso seja, determine as margens de estabilidade (margem de ganho e margem de fase).

O sistema em malha fechada apresenta ressonâncias? Porque?

b) Considere agora que

$$K(s) = 10$$

e

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)}.$$

Desenhe a resposta em frequência da função de transferência de malha na Carta de Nichols. O sistema em malha fechada apresenta ressonâncias? Porque?

c) As respostas que você deu nos itens **a)** e **b)** são coerentes com uma análise por meio do Lugar Geométrico das Raízes?

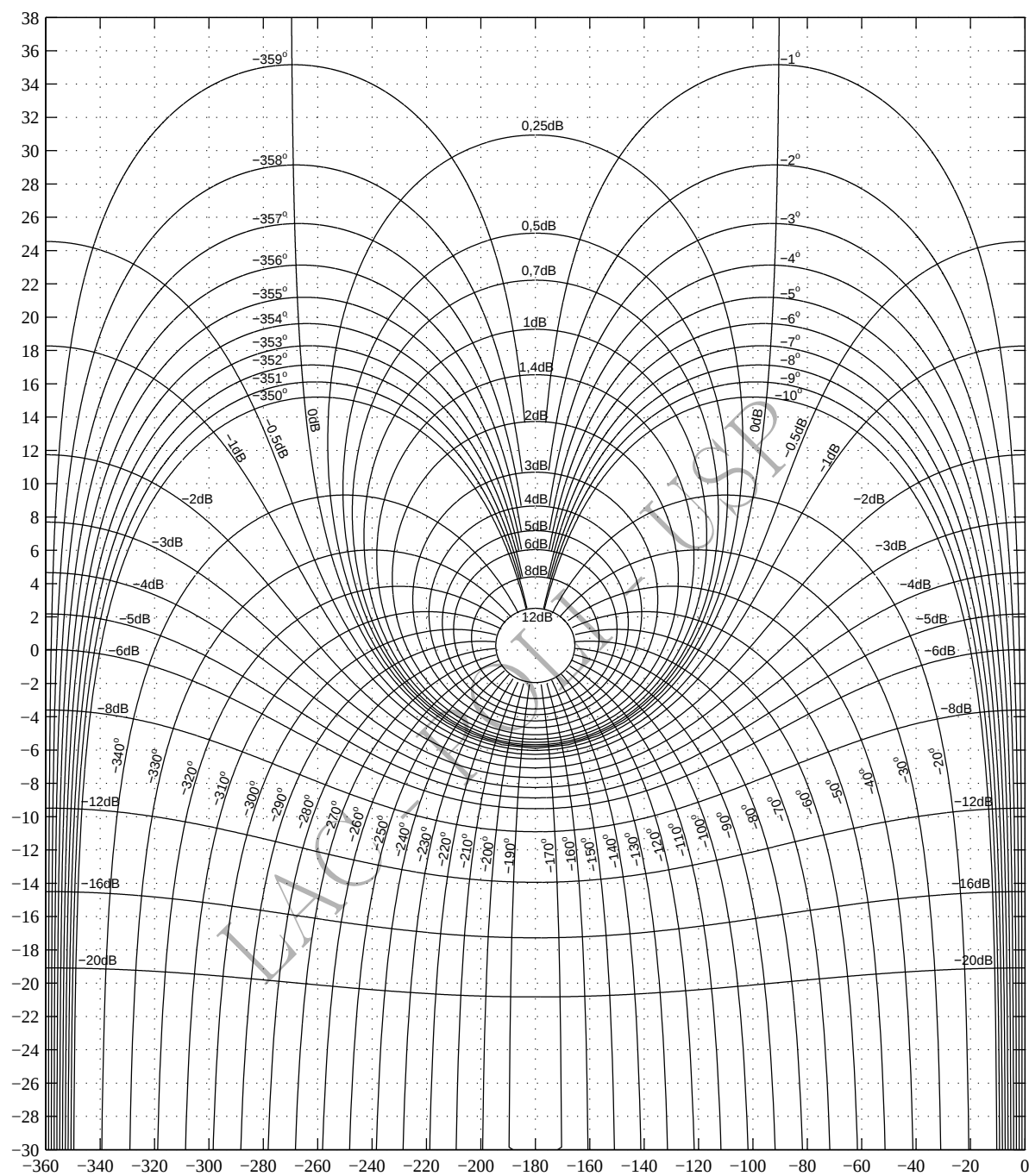


Figura 3: Carta de Nichols (Cortesia do Prof. Dr. Anselmo Bittar).

3o. EXERCÍCIO - Especificações de Desempenho - Sistema Nominal

Considere novamente o diagrama de blocos representado na Figura 1.

a) São dadas as seguintes especificações de desempenho em baixas frequências:

- acompanhamento do sinal de referência com erro máximo de 10% para frequências até $\omega = 1$ rad/s;
- rejeição de perturbação com erro máximo de 5% para frequências até $\omega = 0.5$ rad/s.

Desenhe a barreira de desempenho que deve ser respeitada pelo ganho de malha $|GK|$.

b) A especificação de desempenho em altas frequências é:

- rejeição do erro de medida com erro máximo de 1% frequências a partir de $\omega = 10000$ rad/s.

Desenhe a barreira de desempenho que deve ser respeitada pelo ganho de malha $|GK|$.

c) Qual a declividade mínima que deve ter o gráfico de Bode do ganho de malha para atender às especificações de projeto anteriores?

d) Considere novamente as especificações apresentadas nos itens **a)** e **b)** acima. Desenhe as restrições que devem ser respeitadas pelos ganhos da sensibilidade $|S|$ e da sensibilidade complementar $|T|$.

4o. EXERCÍCIO - Especificações de Desempenho - Sistema Nominal

Considere mais uma vez o diagrama de blocos representado na Figura 1. Sabe-se que

$$G(s) = \frac{10}{s+1},$$

e que o erro de medida é significativo para frequências acima de 10000 rad/s. Deseja-se que a contribuição do erro de medida para o sinal de controle seja de 1% no máximo.

a) Desenhe a barreira que deve ser respeitada pelo gráfico de Bode do ganho de malha. Para isto, naturalmente, você pode supor que, nessa região de frequências,

$$|GK| \ll 1.$$

b) Suponha que

$$K(s) = 1.$$

Neste caso a especificação é atendida?

5o. EXERCÍCIO - Erro Estacionário

Considere o diagrama de blocos representado na Figura 1. Para determinadas funções $K(s)$ e $G(s)$, são dados os Diagramas de Bode de malha aberta na Figura 4.

a) Suponha que $r(t)$ seja um degrau de amplitude A e que $d(t) = n(t) = 0$. Calcule o valor da saída $y(t)$ em regime estacionário.

b) Suponha que $r(t)$ seja uma rampa com declividade B e que $d(t) = n(t) = 0$. Calcule o valor da saída $y(t)$ em regime estacionário.

c) Suponha que $d(t)$ seja um degrau de amplitude A e que $r(t) = n(t) = 0$. Calcule o valor da saída $y(t)$ em regime estacionário.

d) Suponha que $d(t)$ seja uma rampa de declividade B e que $r(t) = n(t) = 0$. Calcule o valor da saída $y(t)$ em regime estacionário.

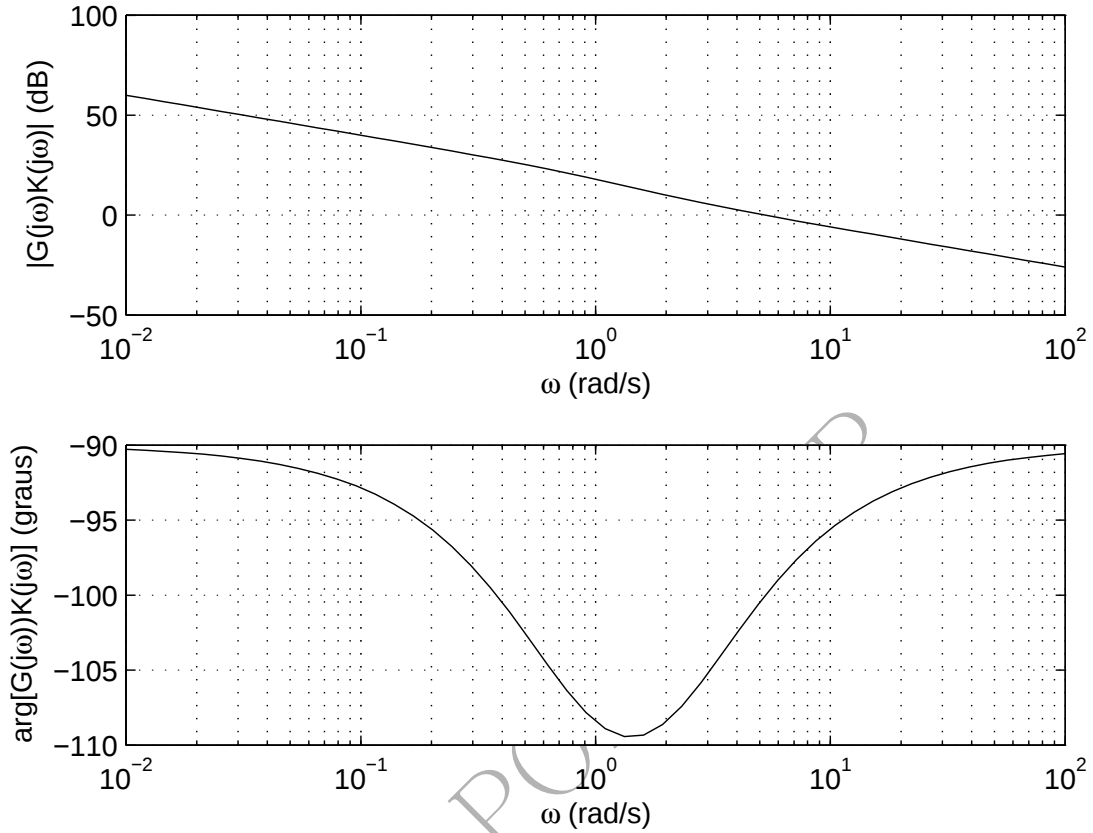


Figura 4: Diagramas de Bode do sistema em malha aberta.

5o. EXERCÍCIO - Robustez da Estabilidade

Considere mais uma vez o diagrama de blocos representado na Figura 1 e que

$$K(s) = 10 \frac{s+3}{s+30}$$

$$G_R(s) = \frac{k}{s(s+a)},$$

sendo que os valores dos parâmetros k e a são incertos nos seguintes intervalos:

$$k \in [1 \ 1.5]$$

$$a \in [1 \ 2].$$

a) Desenhe as *templates* no plano de Nichols para um conjunto apropriado de frequências. O sistema em malha fechada é estável para esses valores de k e de a ? Ou, em outras palavras, a estabilidade do sistema em malha fechada é robusta?

b) Considere, por exemplo, que o modelo nominal da planta seja

$$G(s) = \frac{1.25}{s(s+1.5)}.$$

Verifique que o sistema nominal em malha fechada é estável.

Desenhe a barreira de robustez da estabilidade baseada na representação multiplicativa do erro de modelagem (função $l_m(\omega)$).

Em malha fechada o sistema “real” associado à função l_m que você construiu é estável? Ou, em outras palavras, a estabilidade em malha fechada é robusta para a classe de sistemas reais associada ao modelo de erro multiplicativo que você obteve?

Sua resposta mudaria se o sistema nominal em malha fechada *não* fosse estável? Porque?

6o. EXERCÍCIO - Robustez do Desempenho com Incerteza Multiplicativa

Considere mais uma vez o diagrama de blocos representado na Figura 1.

A planta a ser controlada é um motor CC que aciona uma carga inercial com atrito viscoso. Para a tensão de armadura tomada como variável de entrada e a posição angular do eixo da carga como variável de saída, seja

$$G(s) = \frac{k_T}{s[R(Js + f) + k_v k_T]}$$

a função de transferência nominal, para a qual

$$\begin{aligned} k_v &= 1 \text{ (Vs/rad)}, \\ k_T &= 1 \text{ (Nm/A)}, \\ R &= 1 \text{ (}\Omega\text{)}, \\ J &= 1 \text{ (kgm}^2\text{)}, \\ f &= 1 \text{ (Nms/rad)}. \end{aligned}$$

Por outro lado, a função de transferência “real” é

$$G_R(s) = \frac{k_T}{s[(\tilde{L}s + R)(\tilde{J}s + \tilde{f}) + k_v k_T]},$$

em que os valores de k_v , k_T e R são os mesmos anteriores, mas os demais parâmetros são incertos com valores nos seguintes intervalos

$$\begin{aligned} 0.9 &\leq \tilde{J} \leq 1.1 \text{ (kgm}^2\text{)}, \\ 0.15 &\leq \tilde{f} \leq 0.25 \text{ (Nms/rad)}, \\ 0.00095 &\leq \tilde{L} \leq 0.0015 \text{ (H)}. \end{aligned}$$

As especificações de desempenho para o sistema em malha fechada são:

- rejeição de perturbações com tolerância de 1% para frequências até 1 rad/s;
- rejeição do erro de medida com tolerância de 10% para frequências acima de 1000 rad/s.

a) Desenhe as barreiras de desempenho nominais que devem ser respeitadas pelo ganho de malha $|GK|$.

b) Desenhe as barreiras de robustez do desempenho que devem ser respeitadas pelo ganho de malha $|GK|$. **Obs.:** Observe que, em altas frequências, não é verdade que $l_m \gg 1$.

c) O espaço entre as barreiras de baixas e de altas frequências foi escolhido adequadamente? Porque?

7o. EXERCÍCIO - Esforço de Controle

Considere novamente o diagrama de blocos representado na Figura 1. Os diagramas de Bode de $G(s)$ são dados nas figuras 5 e 6.

a) Dados

$$\begin{aligned} r(t) &= 5 \cos(0.01t + \frac{\pi}{3}) \\ d(t) &= 0 \\ n(t) &= 0, \end{aligned}$$

calcule $u(t)$ em regime estacionário (aproximadamente) para

$$K(s) = 1$$

e para

$$K(s) = 10.$$

b) Dados

$$\begin{aligned}r(t) &= 0 \\d(t) &= 3 \cos(0.01t + \frac{\pi}{6}) \\n(t) &= 0,\end{aligned}$$

calcule $u(t)$ em regime estacionário (aproximadamente) para

$$K(s) = 1$$

e para

$$K(s) = 10.$$

c) Dados

$$\begin{aligned}r(t) &= 0 \\d(t) &= 0 \\n(t) &= \cos(45t),\end{aligned}$$

calcule $u(t)$ em regime estacionário (aproximadamente) para

$$K(s) = 1$$

e para

$$K(s) = 10.$$

d) Interprete os resultados que você obteve nos itens anteriores.

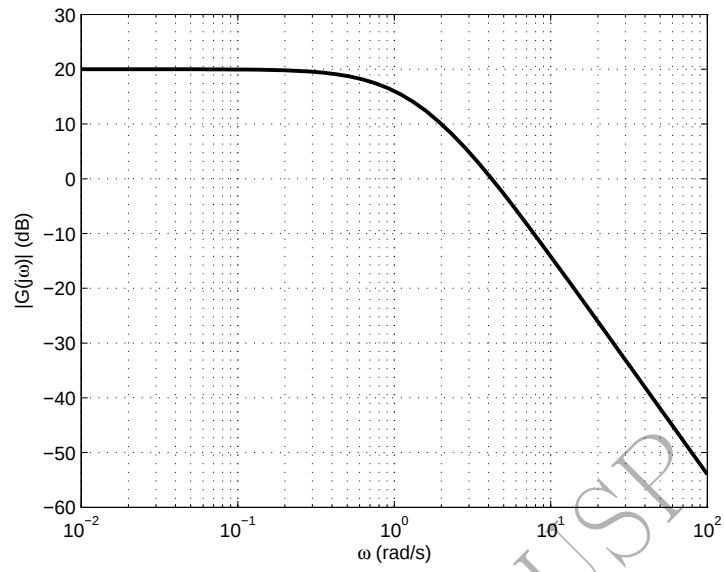


Figura 5: Diagrama de Bode de ganho de $G(s)$.

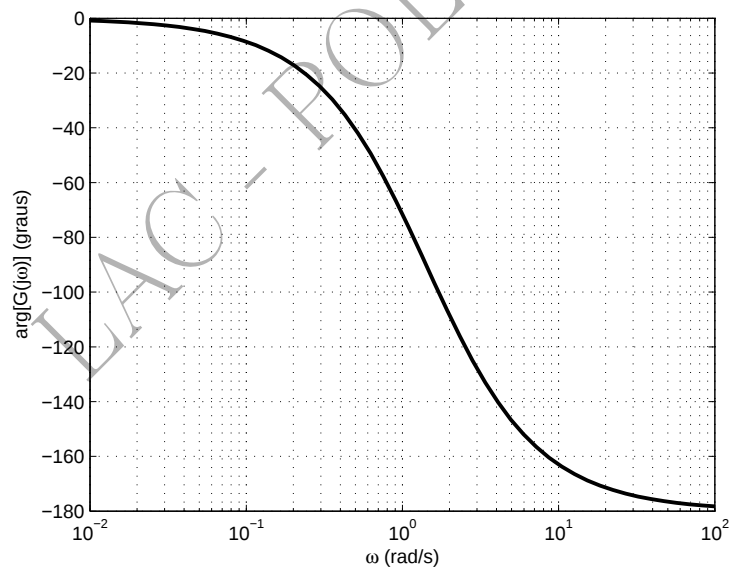


Figura 6: Diagrama de Bode de fase de $G(s)$.