

FEA – RP – USP

Matemática Financeira

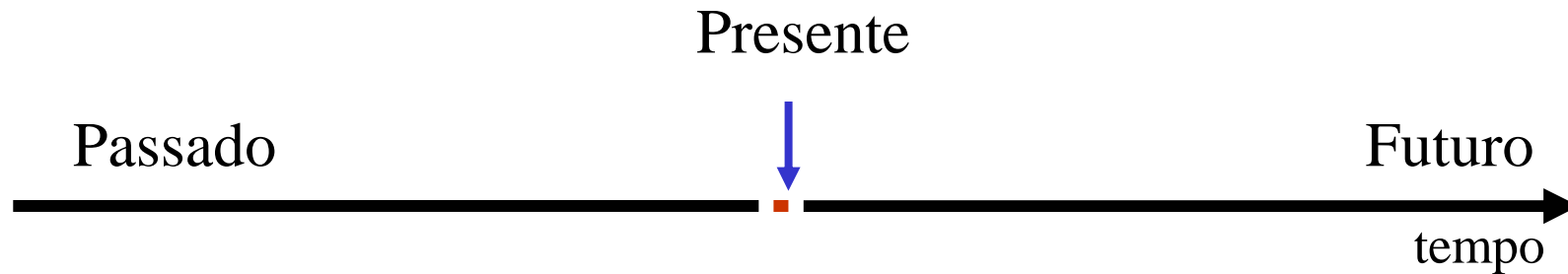
1 – Cálculos Financeiros

Prof. Dr. Daphnis Theodoro da Silva Jr.

Valor x Tempo

- Os valores de bens, direitos, conhecimento, etc. variam ao longo do tempo.
- Quanto você pagaria por um mimeógrafo?
- E por uma máquina de escrever?
- Qual é o valor de uma empresa de telégrafos?
- Resposta: Depende da época.

O instante da tomada de decisão*



- O presente é um instante no tempo que, quando se pensa nele já terá passado.
- Logo não é possível fixar o presente.
Deste ponto de vista todas as decisões tomadas são voltadas para o futuro.

* Baseado em Ruy Aguiar da Silva Leme *in* José Roberto Securato

O instante da tomada de decisão

Sob este ponto de vista, o presente, um instante de tempo, pode ser entendido como o instante da tomada de decisão de:

- Que roupa vestir;
- O que comprar;
- Declarar guerra;
- Ou mesmo da decisão de nada decidir.

Administrar \Leftrightarrow Tomar decisões

A decisão que ocorre no presente não é um fato isolado, repentino, ela é tanto um fim quanto o início de uma ação:

Fim do passado e, início do futuro

O valor do dinheiro no tempo

- Do ponto de vista econômico o capital (recursos financeiros) pode ser visto como:
 - um bem de produção
 - a expressão monetária de um bem ou serviço

O valor do dinheiro no tempo

No mercado financeiro existem dois personagens:

- O que toma recursos para antecipar seu consumo

paga juros

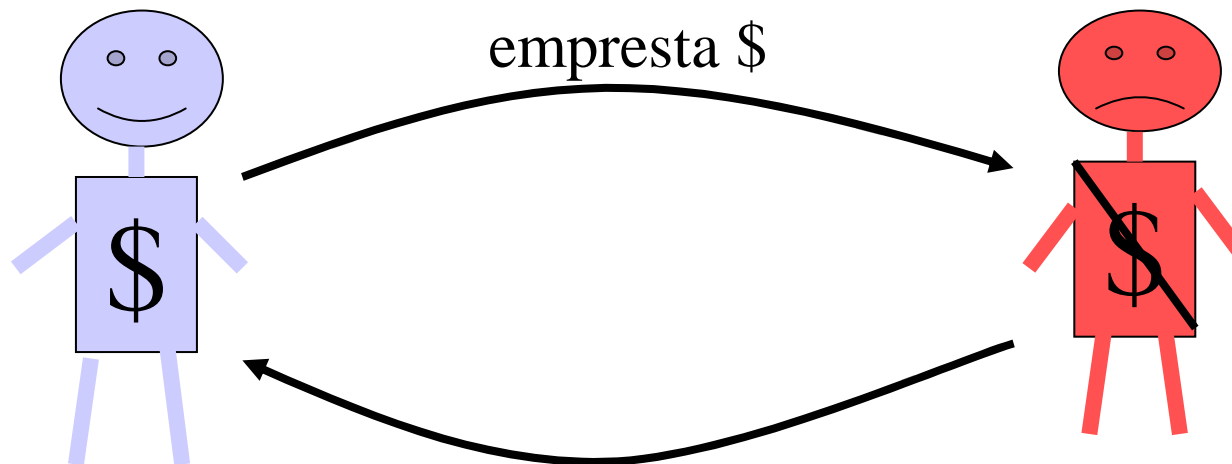
- O que faz o sacrifício de adiar seu consumo e os cede para que outrem antecipe seu consumo

recebe juros

Juros - remuneração pelo uso do capital

- Portanto são os juros que fazem com que quem tem dinheiro abra mão de sua liquidez ou adie seu consumo.
- Isso permite, ou provoca, a formação de poupanças e novos investimentos na economia.

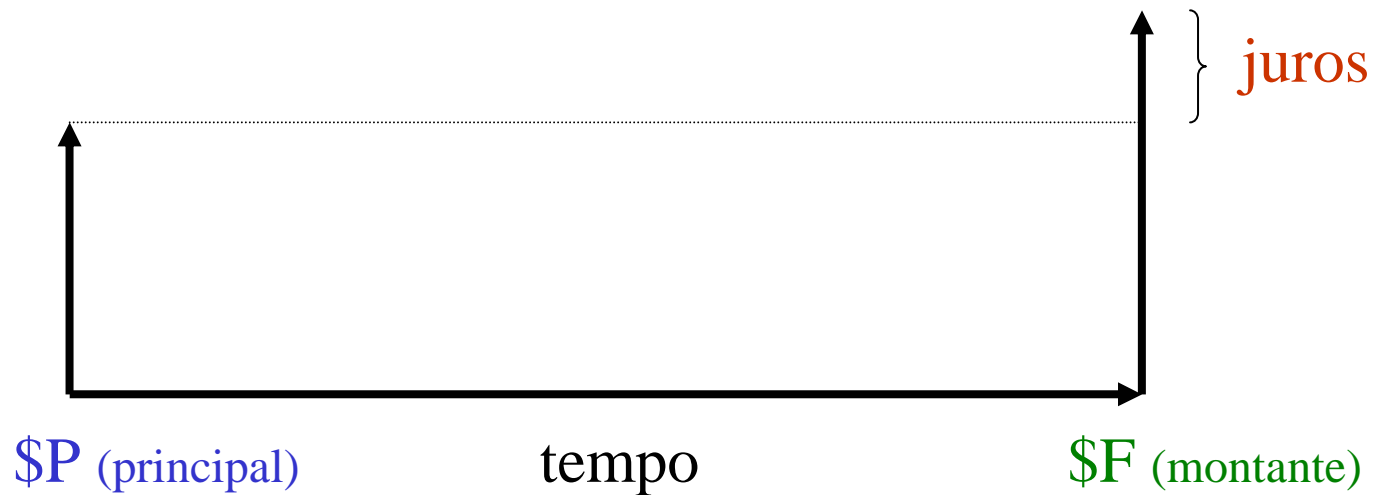
Juros - remuneração pelo uso do capital



Juros

- Paga o \$ emprestado
- Paga \$ extra sobre o valor emprestado, valor este que é função das diversas outras oportunidades de investimento (custo de oportunidade)
- Paga \$ pelo risco de crédito
- Paga pela desvalorização da moeda

Juros - remuneração pelo uso do capital



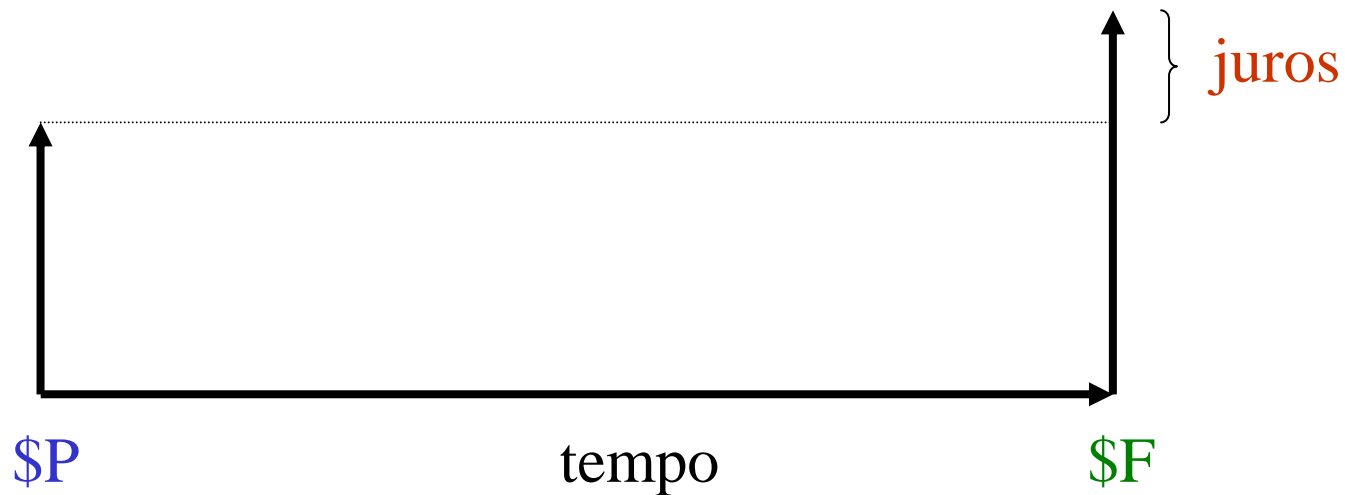
Portanto temos:

$$\text{juros} = \$F - \$P \quad \Leftrightarrow \quad \$F = \$P + \text{juros}$$

$$\text{Juros} = \text{Montante} - \text{Principal}$$

$$\text{Montante} = \text{Principal} + \text{Juros}$$

Juros e o conceito de Retorno



Retorno do Investimento :

$$\frac{\text{Quanto Ganhei}}{\text{Quanto Apliquei}} = \frac{\$F - \$P}{\$P} = \frac{\text{Juros}}{\$P}$$

É uma proporção que, quando multiplicada por 100 se transforma em percentagem.

Taxa de Juros (*i*) (interest)

- É representada pela razão entre os juros e o capital inicialmente empregado, numa dada unidade de tempo.

$$i = \frac{\textit{Juros}}{P} \quad \Leftrightarrow \quad \textit{Juros} = P \cdot i$$

Unidade de *i* = > proporção / unidade de tempo

Unidade de *i* = > % / unidade de tempo

Taxa de Juros (i) (interest)

Coeficiente que determina o valor (proporção de um capital) dos juros por unidade de tempo.

É apresentada de duas formas:

Taxa percentual	Taxa unitária
2%	0,02
16%	0,16
1200%	12,00
110%	1,10

A apresentação das taxas é sempre feita em taxa percentual.

Em fórmulas são usadas taxas na forma unitária.

Taxa de Juros (i) (interest)

Importante:

O prazo da operação e a taxa de juros devem estar expressos na mesma unidade de tempo.

Operações Bancárias - Conceito

- Os bancos realizam uma série de negócios jurídicos com seus clientes, visando lucro.
 - Esses negócios são denominados “operações bancárias” e podem ser classificadas em:
 - **Principais** => intermediação de crédito;
 - **Acessórias** => não intermediação de crédito, são representadas por serviços prestados, ex.: cobrança de títulos, aluguel de cofres, etc.

Operações Bancárias - Conceito

- As operações bancárias fundamentais são representadas pela intermediação do crédito.
 - **Passivas** => tem como objetivo a arrecadação de fundos, tornando o banco devedor do cliente, ex.: depósitos e contas-correntes.
 - **Ativas** => visam a colocação de crédito no mercado, sendo o banco credor do cliente, ex.: empréstimos, abertura de crédito, descontos de títulos.

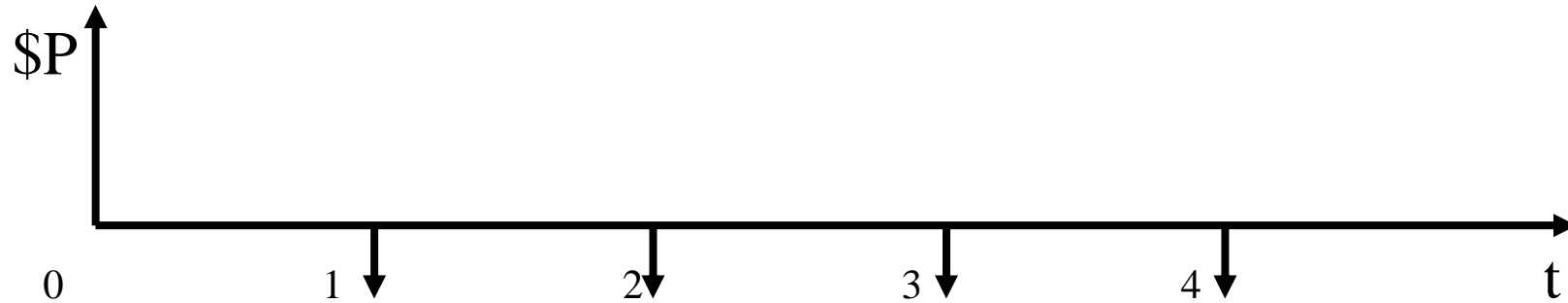
(Holthausen, F.B., Aplicações do Código de Defesa do Consumidor às Operações Bancárias, *In Ajuris*, Edição Especial, Tomo II, p. 710)

Regimes de capitalização

- É o nome dado ao processo de formação de capital ao longo do tempo, que pode ser:
 - Capitalização discreta
 - regime de capitalização simples
 - regime de capitalização composta
 - Capitalização contínua

Fluxo de Caixa

- Convenção de sinais do Fluxo de Caixa:
 - Entrada de caixa \Leftrightarrow seta para cima
 - Saída de caixa \Leftrightarrow seta para baixo

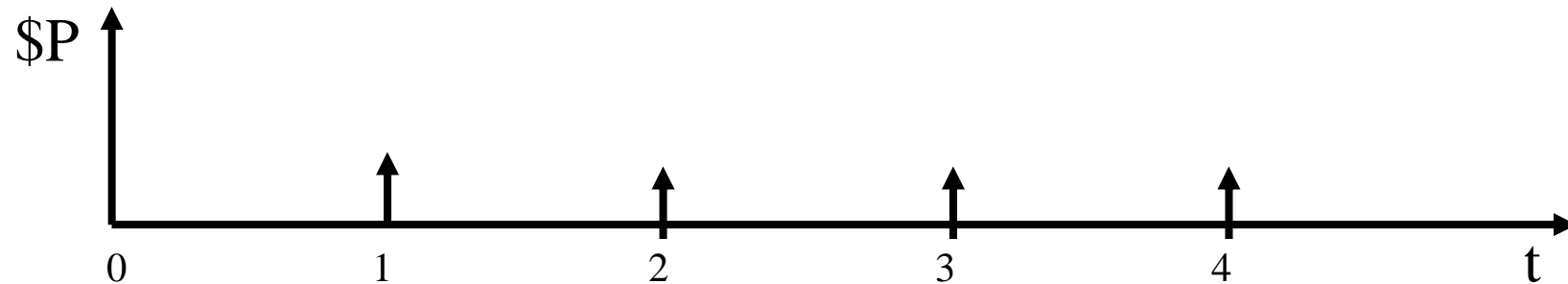


Regime de capitalização Simples

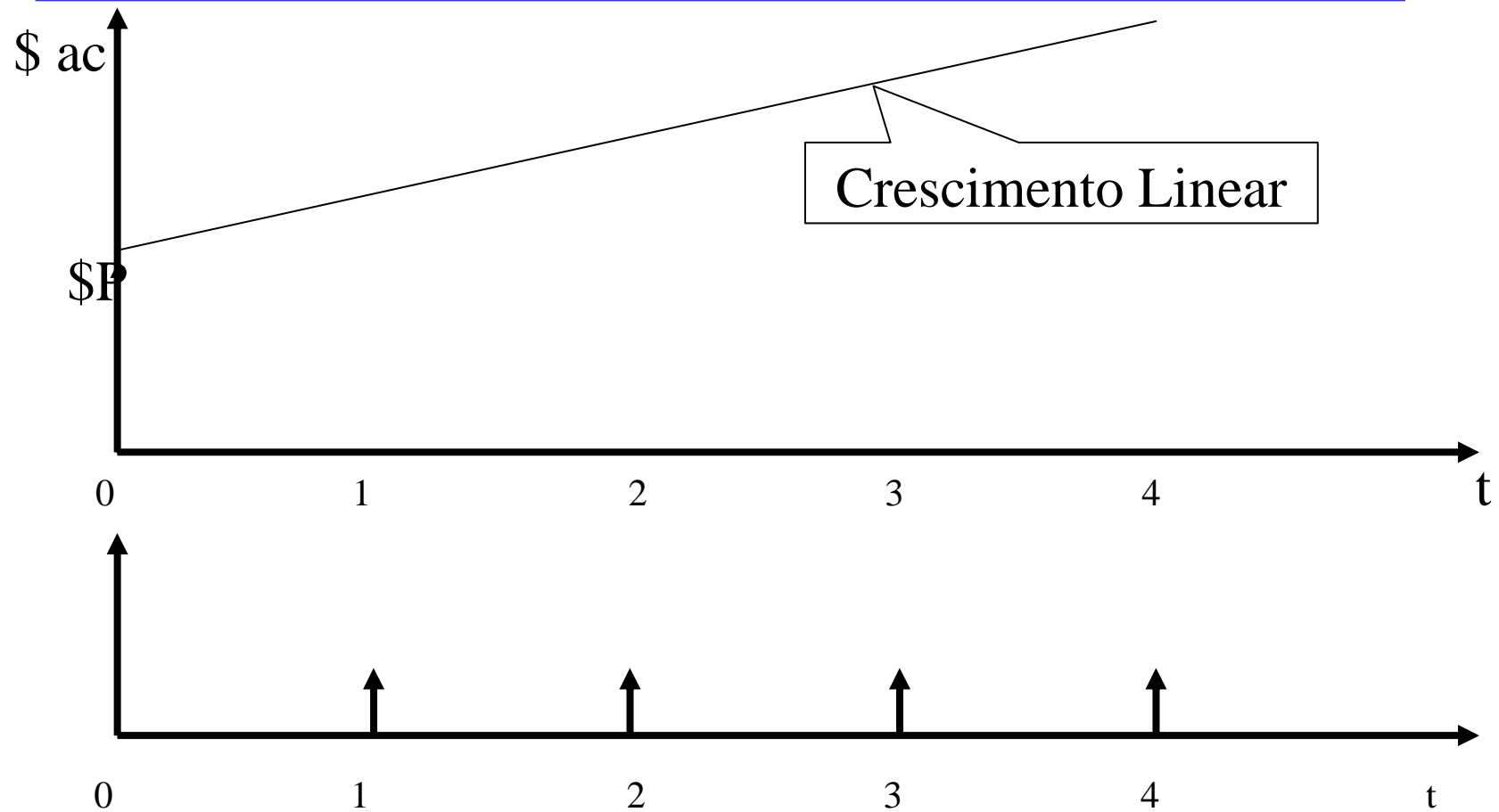
- Os juros são gerados exclusivamente pelo capital P inicialmente investido
- São formados na unidade de tempo expressa pela taxa

i , assim: $J = P \cdot i$

em todos os intervalos de tempo



Regime de capitalização Simples



Regime de capitalização Simples

- Os juros são gerados exclusivamente pelo capital P inicialmente investido
- São formados na unidade de tempo expressa pela taxa i , assim:

$$J = P \cdot i$$

em todos os intervalos de tempo

no 1º intervalo $\Rightarrow j_1 = P \cdot i$

no 2º intervalo $\Rightarrow j_2 = P \cdot i$

no 3º intervalo $\Rightarrow j_3 = P \cdot i$

no nº intervalo $\Rightarrow j_n = P \cdot i$

generalizando:

$$F = P + P \cdot n \cdot i$$

$$F = P(1 + n \cdot i)$$

Regime de capitalização Simples

Juros = Montante - Principal (ou capital)

$$J = M - P \quad \text{ou} \quad J = \$F - \$P \quad \text{ou} \quad J = FV - PV$$

$$FV = PV(1 + i.n)$$

de onde sai que :

$$PV = \frac{FV}{(1 + i.n)}$$

Onde:

FV = valor futuro

i = taxa de juros

PV = valor presente

n = número de períodos

Capitalização Simples - exemplos

- Determinar o montante e o valor dos juros mensais e acumulados para uma aplicação de \$1.000 por 6 meses à taxa de juros simples de 5% ao mês.

Capitalização Simples - exemplos

- Determinar o valor do capital que deve ser aplicado à taxa de juros simples de 10% ao mês para produzir o montante de \$15.000 após 5 meses.

Capitalização Simples - exemplos

- Determinar o número de meses necessários para que um capital triplique de valor à taxa de juros simples de 20% ao mês.

Período de Capitalização

- É o período necessário para que o rendimento da aplicação seja devido, ou pago.
- No caso da capitalização simples a taxa proporcional de juros (“taxa linear” ou “taxa nominal”) é obtida pela divisão da taxa de juros pelo número de vezes que ocorrem os juros (período de capitalização).
- Ex. Uma operação financeira tem taxa de juros de 24% ao ano com capitalização mensal. Calcule a taxa mensal.

$$\text{Taxa proporcional} = \frac{24\% \text{ a.a}}{12 \text{ meses}} = 2\% \text{ ao mes}$$

Capitalização Simples - exemplos

Uma pessoa investe \$10000 em um negócio pelo prazo de 2 meses à taxa de juros de 36% ao ano com capitalização mensal.

- Calcule o valor que será recebido ao final do período.
- Calcule o valor dos juros recebidos.
- Calcule o retorno do investimento em percentual.

Taxas equivalentes

Duas taxas de juros são equivalentes quando aplicadas ao mesmo capital, pelo mesmo período, produzem o mesmo montante.

Taxas equivalentes - exemplo

Um capital de \$100 aplicado a 5% ao mês ou a 30% ao semestre pelo prazo de um ano.

Juros de 5% ao mês

Juros de 30% ao semestre

$$J = C.i.n$$

$$J = C.i.n$$

$$J = 100.0,05.12$$

$$J = 100.0,3.2$$

$$J = 60$$



$$J = 60$$

Capital igual e Prazo igual

gerando **Juros iguais**

PORTANTO => **Taxas Equivalentes**

Taxas equivalentes - exercício

Calcular a taxa de juros anual proporcional a:

3% ao mês =>

5% ao bimestre =>

80% à década =>

30% ao triênio =>

Equivalência financeira

Dois ou mais capitais apresentados em datas distintas são ditos equivalentes quando a uma certa taxa de juros produzem valores iguais numa data comum.

Equivalência financeira - exemplo

\$100

hoje

\$130

daqui a um ano



São equivalentes quando a taxa de juros
simples de um ano é igual a 30%

Equivalência financeira - exercício

Verificar qual é a taxa de juros que torna \$400 vencíveis em 5 meses equivalentes a \$200 hoje.

Capitalização Simples

Avaliação ⇔ Para nota

Fazer a lista de exercícios sobre juros simples para entrega no início da próxima aula.