Eletromagnetismo I

Prof. Dr. R.M.O Galvão - 2º Semestre 2014

Preparo: Diego Oliveira

<u>Prova Substitutiva</u>

$\boxed{1}$ Uma barra condutora de comprimento "a" e massa m está encaixada em dois trilhos também condutores na vertical. O encaixe permite que a barra deslize sem atrito nos trilhos. Os trilhos estão conectados através de um resistor de resistência R, formando um circuito fechado com a barra, como indica a Figura 1. Todo o sistema está imerso em um campo magnético uniforme $\vec{B} = B\hat{e}_z$ e a aceleração da gravidade é dada por $\vec{g} = -g\hat{e}_y$. No instante inicial, $t = 0$ a varra está em <u>repouso</u> sobre dois calços na posição $z = z_0$. Suponha que exatamente neste instante o campo magnético comece a diminuir com o tempo, segundo a expressão

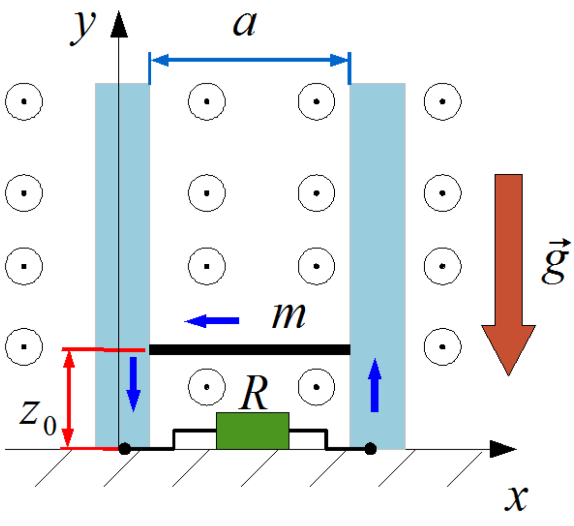
$$\vec{B} = B_0 \left(1 - \frac{t}{T}\right) \hat{e}_z$$

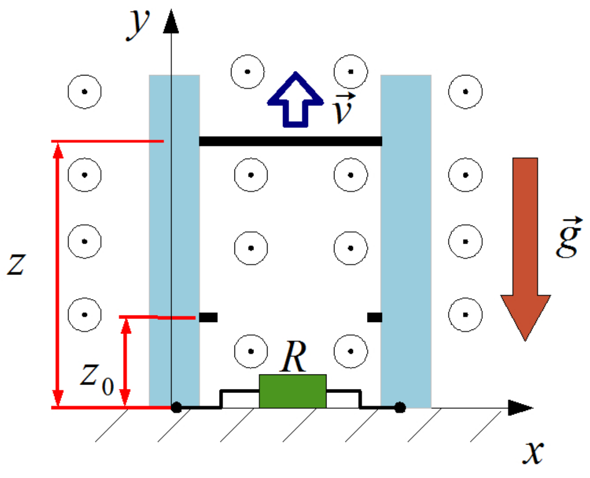
onde B_0 e T são constantes.

a) No instante $\underline{t = 0}$, quando o campo começa a diminuir, a corrente que passa pela barra será no sentido de circuitação indicado na figura ou no sentido oposto? Justifique fisicamente sua resposta.

b) Calcule a expressão para a corrente que circula na barra, <u>no instante $t = 0$</u>. Determine a relação entre as constantes B_0, T, R, m, a e g para que a força resultante na barra, neste instante, a faça subir.

c) Suponha que num instante $t > 0$ a barra esteja na posição z, se movendo para cima com velocidade $\vec{v}$, como indica a Figura 2. Calcule a expressão da corrente I que circula





na barra neste instante.

d) Usando a expressão para I, do item anterior (item **c)**), escreva a equação de movimento para a barra

$$m\frac{dv}{dt} = \dots$$

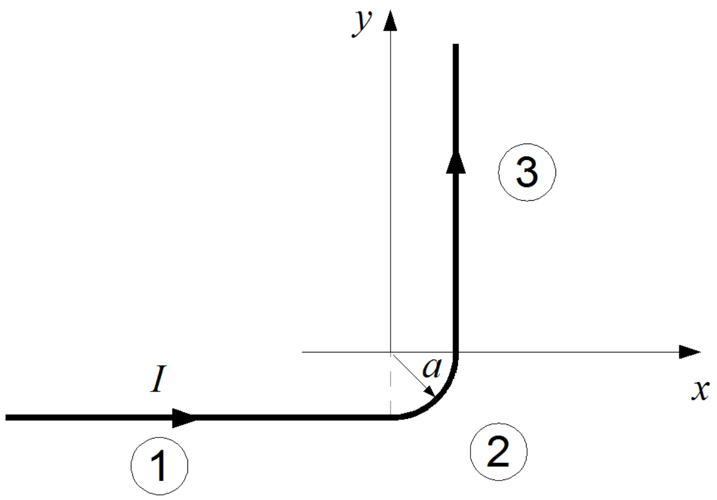
que permite determinar v. [**Naturalmente não é para resolver esta equação**].

$\boxed{2}$ Considere um fio retilíneo, transportando uma correte I ao longo da direção x, fazendo uma curva circular de raio "a" em torno da origem, e prosseguindo ao longo do eixo y, como mostra a figura.

a) Determine o campo $\vec{B}_1$ produzido pelo trecho retilíneo ① do fio na origem.

b) Determine o campo B_2 produzido pelo trecho circular ② do fio na origem.

c) Determine o campo B_3 produzido pelo trecho retilíneo ③ do fio na origem e o campo total B_T na origem.



$\boxed{3}$ Na obtenção do campo eletromagnético produzido por fontes variáveis no tempo, utilizaremos os potenciais escalar, $\phi(\vec{r},t)$ e vetor, $\vec{A}(\vec{r},t)$.

a) Mostre que as Equações de Maxwell

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0; \qquad \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

são satisfeitas se definirmos esses potenciais através das relações

$$\vec{E} = -\nabla\phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}; \qquad \vec{B} = \nabla \times \vec{A}$$

b) Determine a equação de onda para o potencial $\vec{A}$ e mostre que se o calibre de Lorentz

$$\nabla \cdot \vec{A} + \mu_0\epsilon_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0$$

for imposto, a equação de onda se reduz a

$$\nabla^2\vec{A} - \mu_0\epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\mu_0\vec{j}$$

c) A solução desta equação de onda é

$$\vec{A}(\vec{r},t) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{\vec{j}(\vec{r}\,', t - |\vec{r} - \vec{r}\,'|/c)}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|} d\tau'$$

Explique fisicamente a razão para o aparecimento da variável $t - |\vec{r} - \vec{r}\,'|/c$ no argumento da densidade de corrente para $\vec{A}(\vec{r},t)$

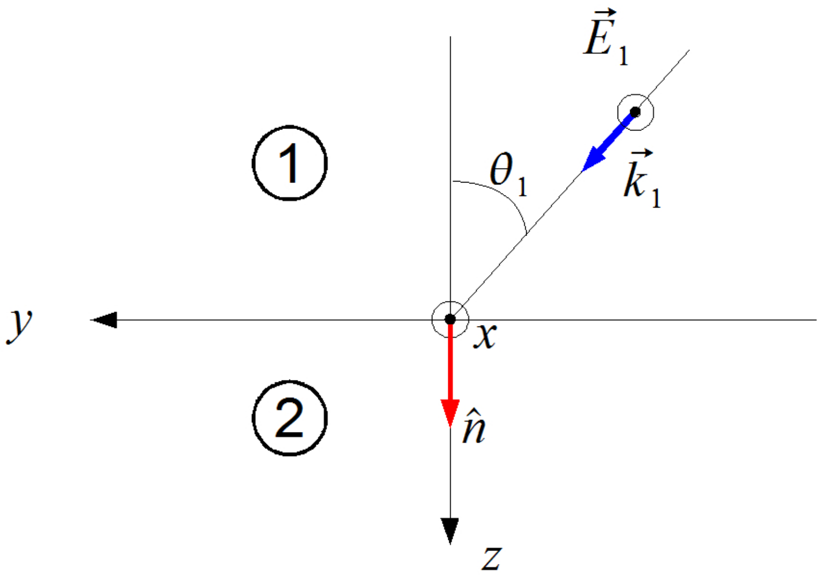
$\boxed{4}$ Uma onda plana

$$\vec{E} = \vec{E}_1 e^{i(k_{1y}y + k_{1z}z - \omega t)}$$

incide na interface entre os dois meios de índices de refração n_1 e $n_2 = \sqrt{7}/3n_1$. O ângulo de incidência é θ_1.

a) Determine a expressão apara θ_1 tal que a amplitude da intensidade refletida seja um terço da amplitude da intensidade transmitida.

b) Nessas condições, determine a relação entre a amplitude do campo elétrico transmitido e a amplitude do campo elétrico refletido na interface.



FORMULAS

$$\varepsilon = \oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} + \oint (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{\ell}$$

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}\,') \times (\vec{r} - \vec{r}\,')}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|^3} d\tau' \qquad \vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{\ell}\,' \times (\vec{r} - \vec{r}\,')}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|^3}$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx = ln \left| x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right| \qquad \int \frac{1}{(x^2 + a^2)^{3/2}} dx = \frac{x}{a^2 (x^2 + a^2)^{1/2}}$$

$$\vec{F} = I\vec{\ell} \times \vec{B} \qquad \nabla \cdot \vec{E} = \rho/\epsilon_0; \qquad \nabla \cdot \vec{B} = 0 \qquad \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \qquad \nabla \times (\nabla \times \vec{F}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{F}) - \nabla^2 \vec{F}$$

$$r_s = \frac{n_1 cos\theta_1 - n_2 cos\theta_2}{n_1 cos\theta_1 + n_2 cos\theta_2} \qquad t_s = \frac{2 n_1 cos\theta_1}{n_1 cos\theta_1 + n_2 cos\theta_2}$$

$$r_p = \frac{n_2 cos\theta_1 - n_1 cos\theta_2}{n_2 cos\theta_1 + n_1 cos\theta_2} \qquad t_p = \frac{2 n_1 cos\theta_1}{n_2 cos\theta_1 + n_1 cos\theta_2}$$

$$R_s + T_s = 1 \qquad R_s = r_s^2; \qquad T_s = \frac{n_2 cos\theta_2}{n_1 cos\theta_1} t_s^2$$

$$R_p + T_p = 1 \qquad R_p = r_p^2; \qquad T_p = \frac{n_2 cos\theta_2}{n_1 cos\theta_1} t_p^2$$

$$n_1 sen\theta_1 = n_2 sen\theta_2$$