

1. Mostre que se uma partícula está sujeita a uma força resultante  $\mathbf{F}$ , no deslocamento entre um ponto inicial,  $P_1$ , e um ponto final,  $P_2$ , o trabalho realizado pela força resultante é tal que

$$W_{12} = T_2 - T_1, \quad (1)$$

onde  $T_1$  e  $T_2$  são as energias cinéticas da partícula nos pontos  $P_1$  e  $P_2$ , respectivamente. Esse resultado é válido se a força é não conservativa?

2. Um sistema é formado por  $N$  partículas de massas diversas,  $m_i$ , cada uma sujeita a força resultante externa  $\mathbf{F}_i^{(e)}$  e forças internas,  $\mathbf{F}_{ji}$ , sendo esta a força exercida pela partícula  $j$  sobre a partícula  $i$ .

- a) Qual a posição,  $\mathbf{R}$  do centro de massa (CM) em função da posição de cada partícula,  $\mathbf{r}_i$ ?
- b) Qual o momento linear total do sistema em função de  $\mathbf{R}$  e da massa total,  $M = \sum_i m_i$ ?
- c) Mostre que o momento total,  $\mathbf{P}$ , depende apenas das forças externas.

3. Para uma partícula de momento linear  $\mathbf{p}$  o momento angular  $\mathbf{l}$  é definido por  $\mathbf{l} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ , e o torque por  $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$ .

- a) Mostre que  $\tau = \dot{\mathbf{l}}$ .
- b) Considere um sistema de  $N$  partículas. Definindo  $\mathbf{L} = \sum_i \mathbf{l}_i$  e  $\boldsymbol{\tau} = \sum_i \boldsymbol{\tau}_i$  o momento angular total e o torque total sobre o sistema. Mostre que  $\boldsymbol{\tau} = \dot{\mathbf{L}}$ .
- c) Mostre que  $\mathbf{L} = \mathbf{R} \times \mathbf{P} + \sum_i \mathbf{r}'_i \times \mathbf{p}'_i$ , onde  $\mathbf{r}'_i$  e  $\mathbf{p}'_i$  são a posição e o momento, respectivamente, da  $i$ -ésima partícula.

4. Mostre que para um sistema de  $N$  partículas de massas diversas,  $m_i$ , a energia cinética do sistema é dada por

$$T = \frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{2} \sum_i m_i (v'_i)^2, \quad (2)$$

onde  $\mathbf{v}$  e  $\mathbf{v}'_i$  são respectivamente a velocidade do CM e a velocidade da  $i$ -ésima partícula no referencial do CM.