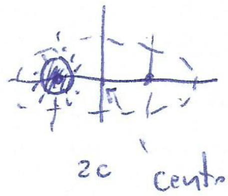
INSTITUTO DE FÍSICA - USP

NOME: Prova 3 - GABARITO
PROFESSOR:
DATA:

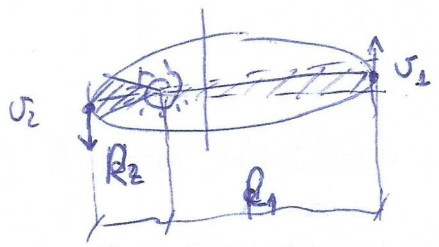
NOTA
Q1
Q2
Q3
Q4
TOTAL

1

Q1 a) Afirmativa incorreta: A 1ª Lei de Kepler diz que as órbitas dos planetas são elípticas e que o Sol ocupa um dos focos desta elipse. Ou seja: o Sol está em um foco e não no centro da elipse (ponto de cruzamento entre os eixos).



b) Afirmativa correta. Como vimos, a 2ª Lei de Kepler se aplicada no periélio e afélio implica que



$$v_1 R_1 = v_2 R_2$$

{ R_1 → distância ao Sol no af
{ R_2 → distância ao Sol no peri

de modo que $v_2 > v_1$ se $R_1 > R_2$.

c) Afirmativa correta: Isso se demonstra facilmente no caso de órbitas circulares (caso particular das órbitas elípticas), conforme vimos em sa

Nesse caso, a distância é constante e a força é centrípeta, o que leva a uma órbita circular c/ movimento uniforme (2ª Lei satisfeita). Além disso, o fato de $F \propto 1/R^2$ leva à 3ª Lei: $T^2/R^3 = cte = (2\pi)^2$

d) Incorreta: a aceleração é centrípeta, uma vez que a variação do vetor velocidade é não nula e radial. $\left(\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}\right)$

e) Correta: essa é uma aplicação direta da "lei de ação e reação". A diferença é que a aceleração da Terra devido à força de reação é

INSTITUTO DE FÍSICA - USP

NOTA

2

NOME: ____________________

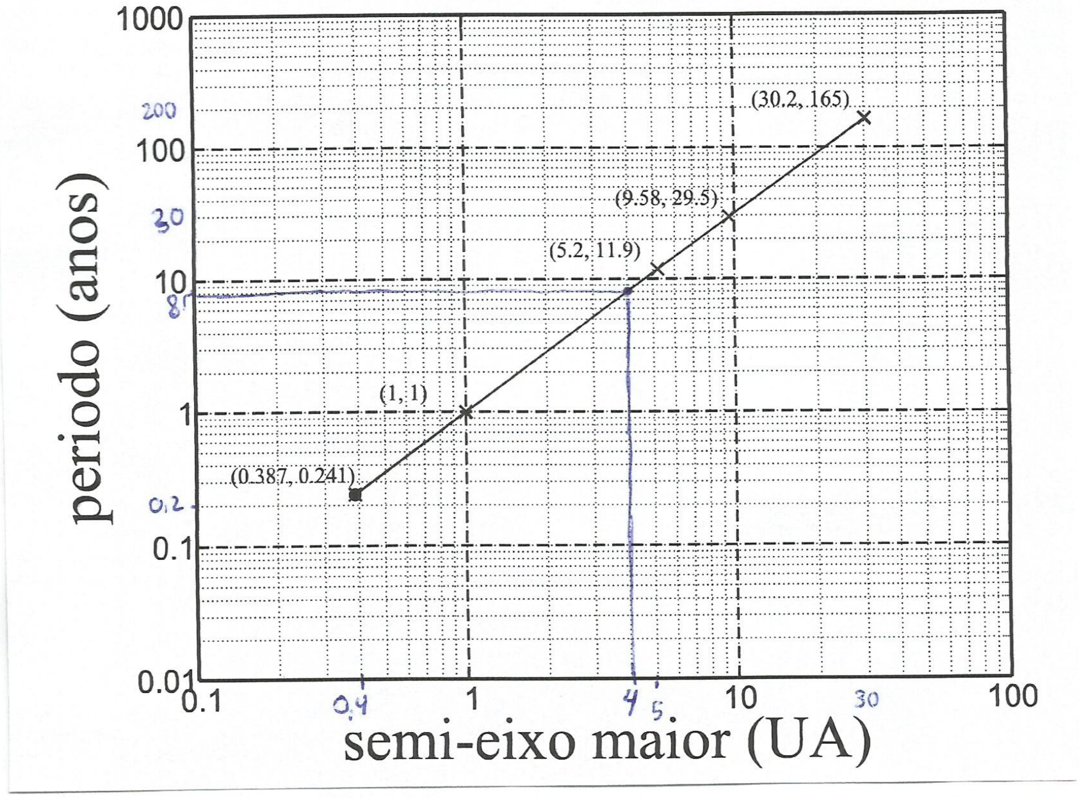
PROFESSOR: ____________________

DATA: ____________________

Q2:

a)

1 ponto



b) A curva resultante é uma reta. Pela 3ª Lei de Kepler, os períodos T (em anos) e os semi-eixos maiores em UA são relacionados por (nestas unidades):

1 ponto

$$\frac{T^2}{a^3} = 1 \Rightarrow T^2 = a^3 \quad \text{ou seja} \quad \boxed{\log T = \frac{3}{2}\log a}$$

$$\log T^2 = \log a^3 \Rightarrow$$

$$2\log T = 3\log a$$

que é a equação de uma reta $\cancel{y} = \frac{3}{2}x$ em log-log.

c) $\boxed{\text{Pelo gráfico, obtemos } T \approx 8 \text{ anos}}$. Este seria o período aproximado de um planeta no sistema Solar com $a = 4$ UA que, portanto, também obedeceria à 3ª Lei de Kepler.

0,5 ponto

Também podemos deduzir essa relação através de:

$$T = \sqrt{a^3} = \sqrt{4^3} = \sqrt{64} = 8 \text{ anos}$$

uma vez que $T^2/a^3 = 1$ nestas unidades.

INSTITUTO DE FÍSICA - USP

NOTA

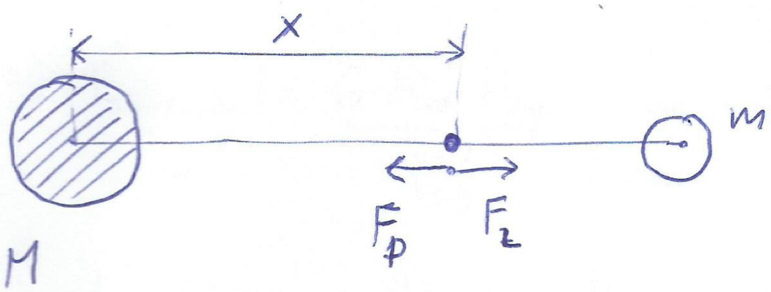
NOME:

PROFESSOR:

DATA:

Q3:

a)



(0,5)

F_L: força gravitacional da Lua sobre o astronauta.

F_p: força gravitacional do planeta sobre o astronauta.

b) $|\vec{F}_R| = |\vec{F}_p| - |\vec{F}_L| = 0 \Rightarrow |\vec{F}_p| = |\vec{F}_L|$ (1 ponto)

como $|\vec{F}_p| = \dfrac{GMm_a}{x^2}$ e $|\vec{F}_L| = \dfrac{Gmm_a}{(d-x)^2} \Rightarrow \dfrac{\cancel{G}M\cancel{m_a}}{x^2} = \dfrac{\cancel{G}m\cancel{m_a}}{(d-x)^2}$

como $m = M/9 \Rightarrow \dfrac{\cancel{M}}{x^2} = \dfrac{\cancel{M}}{9(d-x)^2} \Rightarrow x^2 = 9(d-x)^2 \Rightarrow x = 3(d-x) = 3d - 3x$

assim: $4x = 3d \Rightarrow \boxed{\dfrac{x}{d} = \dfrac{3}{4}}$

(outra solução "possível": $x = -3(d-x) = -3d + 3x \Rightarrow 2x = 3d \Rightarrow x = \frac{3}{2}d$ mas $\underline{x > d}$! $\Rightarrow$ INCONSISTENTE)

c) Se $x = \dfrac{2d}{3} \Rightarrow d - x = d/3$

$|\vec{F}_p| = \dfrac{GMm_a}{x^2} = \dfrac{9}{4}\dfrac{GMm_a}{d^2}$, $|\vec{F}_L| = \dfrac{Gmm_a}{(d-x)^2} = \dfrac{\cancel{9}}{\cancel{9}}\dfrac{GMm_a}{d^2} = \dfrac{GMm_a}{d^2}$ (1 ponto)

$|\vec{F}_R| = |\vec{F}_p| - |\vec{F}_L| = \dfrac{9}{4}\dfrac{GMm_a}{d^2} - \dfrac{GMm_a}{d^2} = \dfrac{5}{4}\dfrac{GMm_a}{d^2}$

$$\boxed{a = \frac{|\vec{F}_R|}{m_a} = \frac{5}{4}\frac{GM}{d^2}}$$

INSTITUTO DE FÍSICA - USP

NOTA 4

NOME:

PROFESSOR:

DATA:

Q4: a) $|\vec{F}_{Sol \to Jupiter}| = \dfrac{G\, M_{Sol} . M_{Jup.}}{\bar{r}_{S-J}^{\,2}}$ na média

(1,0)

$$|\vec{F}_{Sol\to Jupiter}| = \frac{(6,67 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}) \times (2 \times 10^{30} kg)(2 \times 10^{27} kg)}{(5,2 \times 1,5 \times 10^{11} m)^2} = \frac{4 \times 6,67}{(5,2 \times 1,5)^2} \times 10^{-11+57-22}$$

$$|\vec{F}_{Sol\to Jupiter}| = 0,4385 \times 10^{24} N = 4,385 \times 10^{23} N$$

b) Aceleração de Júpiter:

(0,5) $a_c = \dfrac{|F_{Sol-Jupiter}|}{M_{Jupiter}} = \dfrac{4,385 \times 10^{23}}{2 \times 10^{27}} = 2,193 \times 10^{-4}\ m/s^2$

c) $a_c = \omega^2 \bar{r}_{S-J} = \dfrac{4\pi^2}{T^2} \bar{r}_{S-J} \Rightarrow \boxed{T = 2\pi \sqrt{\dfrac{\bar{r}_{S-J}}{a_c}}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\dfrac{5,2 \times 1,5 \times 10^{11}}{2,192 \times 10^{-4}}}$

(0,5)

$$T = 3,747 \times 10^{8}\ s$$

d) $T_{anos} = \dfrac{T}{365 \times 24 \times 60 \times 60} = 11,88$ anos

(0,5)

o que é muito próximo do valor mostrado na tabela (11,8622 anos)