

João Pedro da Ponte  
Maria de Lurdes Serrazina

*Vinício de M. Santos  
2001*

**DIDÁCTICA DA MATEMÁTICA  
DO 1.º CICLO**

Universidade Aberta  
2000

Copyright © UNIVERSIDADE ABERTA – 2000

Palácio Ceia • Rua da Escola Politécnica, 147

1250 Lisboa

DL: 154504/00

ISBN: 972-674-313-3

## 8. Geometria

## Objectivos de aprendizagem

Com o estudo deste capítulo espera-se que:

- fique a conhecer os principais objectivos curriculares no domínio dos conhecimentos e capacidades a desenvolver no 1º ciclo da educação básica no que se refere à Geometria;
- saiba discutir e analisar as razões pelas quais os alunos devem aprender Geometria no 1º ciclo da educação básica;
- seja capaz de descrever os aspectos essenciais da teoria de van Hiele para o ensino e a aprendizagem da Geometria;
- saiba equacionar as várias questões que se colocam no ensino da Geometria neste ciclo.

## Resumo

A Geometria constitui um domínio da Matemática extremamente importante. Todos os cidadãos precisam de desenvolver as suas capacidades espaciais e de organização do espaço para viverem numa sociedade que é cada vez mais visual.

Neste capítulo discutem-se as razões pelas quais se deve valorizar a Geometria no 1º ciclo da educação básica. Referem-se capacidades ligadas ao sentido espacial e à visualização, essenciais no desenvolvimento do sentido espacial das crianças. Indicam-se actividades que os alunos devem desenvolver para conhecer as figuras geométricas e as suas propriedades. Por último, apresenta-se a teoria de Dina e Peter van Hiele, sobre o ensino e a aprendizagem da Geometria.

## 8.1 Introdução

Até há poucos anos era dada pouca importância à Geometria no 1º ciclo da educação básica. Os alunos limitavam-se a aprender um conjunto limitado de definições, regras e procedimentos. Esta situação tem vindo a ser alterada e o programa do 1º ciclo actualmente em vigor atribui a este tópico um significativo relevo<sup>1</sup>.

A aprendizagem da Geometria neste nível deve ser feita de um modo informal partindo de modelos concretos do mundo real das crianças, de modo a que elas possam formar os conceitos essenciais. A manipulação de materiais e a reflexão sobre as actividades realizadas têm um papel primordial na construção desses conceitos. Cabe aos professores propor tarefas que promovam o desenvolvimento das capacidades espaciais, indispensáveis à progressão da aprendizagem da Geometria e de outras áreas da Matemática.

A Geometria – como estudo das formas no espaço e das relações espaciais – oferece às crianças uma das melhores oportunidades para relacionar a Matemática com o mundo real (Freudenthal, 1973). São geométricas e espaciais as primeiras experiências das crianças ao tentarem compreender o mundo que as rodeia, ao distinguirem um objecto de outro e ao descobrirem o grau de proximidade de um dado objecto. Ao movimentarem-se de um lugar para outro, usam ideias espaciais e geométricas para resolver problemas.

A Geometria pode ainda constituir um tema unificador na aprendizagem da Matemática, na medida em que fornece formas de representação com forte apelo visual para vários tópicos da Matemática. Um exemplo, é o da recta numérica que pode constituir um modelo representativo dos números. Outro, é o das figuras geométricas que podem auxiliar a compreensão das fracções e, em particular, dos números decimais.

A Geometria dá-nos ainda a oportunidade de ensinar a resolução de problemas e pela resolução de problemas, o que constitui outra razão para valorizar o seu estudo nos primeiros anos de escolaridade. Por exemplo, a construção de figuras no geoplano<sup>2</sup>, permite trabalhar os nomes e características das figuras. Uma tarefa a propor pode ser construir figuras com dois ângulos rectos ou com seis pregos no seu interior. Trata-se de uma tarefa problemática, dada a grande variedade de soluções, mas a sua realização requer o uso de conceitos geométricos importantes.

A aprendizagem da Geometria no 1º ciclo da educação básica deve basear-se em experiências informais, constituindo desse modo a base para um ensino mais formal. Os alunos devem ter oportunidades para realizar experiências que lhes permitam explorar, visualizar, desenhar e comparar objectos do dia

<sup>1</sup> A Geometria, com o nome de Espaço e Forma, constitui um dos três blocos destacados do programa de Matemática do 1º ciclo.

<sup>2</sup> O geoplano é constituído por uma base de madeira onde se espetam pregos de modo a formarem uma malha que pode ter diversas texturas (ver Serrazina, 1988). Uma experiência de resolução de problemas com o geoplano no 1º ciclo é referida em Araújo (1998).

a dia e outros materiais concretos. É nesta perspectiva que são definidos os objectivos curriculares para a Geometria neste nível de ensino (Quadro XXXIII).

#### Quadro XXXIII – Objectivos curriculares para a Geometria

- 
- O reconhecimento de formas geométricas simples, bem como a aptidão para descrever figuras geométricas e para completar e inventar padrões;
  - A aptidão para realizar construções geométricas e para reconhecer e analisar propriedades de figuras geométricas, nomeadamente recorrendo a materiais manipuláveis e a *software* específico;
  - A aptidão para utilizar a visualização e o raciocínio espacial na análise de situações e na resolução de problemas em Geometria e outras áreas da Matemática;
  - A predisposição para procurar e explorar padrões geométricos e o gosto por investigar propriedades e relações geométricas;
  - A aptidão para formular argumentos válidos recorrendo à visualização e ao raciocínio espacial, explicitando-os em linguagem corrente;
  - O reconhecimento e a utilização de idcias geométricas em diversas situações, nomeadamente, na comunicação e a sensibilidade para apreciar a Geometria no mundo real.

(In Abrantes, Serrazina e Oliveira, 1999, pp. 90 - 91)

---

Muitos conceitos em Geometria não podem ser reconhecidos ou compreendidos a menos que, visualmente, o aluno possa perceber exemplos e identificar figuras e propriedades associando-os a experiências anteriores. Por exemplo, para que perceba que um triângulo e a sua imagem numa isometria são congruentes, precisa de ter a percepção da invariância da forma quando há um deslocamento. Essa percepção é adquirida pela experiência obtida através da manipulação de objectos reais. Para formar o conceito de rectângulo, primeiro o aluno aprende a reconhecer rectângulos e a diferenciá-los de outras figuras, depois aprende a copiar rectângulos e a desenhá-los no papel ou no geoplano e, por último, desenha os rectângulos de memória, considerando-os como elementos da classe das figuras rectangulares.

As relações espaciais são assim construídas pelo indivíduo por um processo de interacção com o meio. Para Piaget, as representações mentais dos objectos

físicos são o resultado de construções que se apoiam nas acções com os objectos e na coordenação dessas acções<sup>3</sup>. Este autor definiu diversos níveis de desenvolvimento das crianças em relação à organização espacial (ver Quadro XXXIV).

<sup>3</sup> Para um estudo mais aprofundado das ideias deste autor sobre a aprendizagem das relações espaciais, ver Piaget e Inhelder (1967).

#### Quadro XXXIV – Níveis de organização espacial

---

Nível 1:	<i>Espaço sensório-motor</i> – percepções sensoriais das relações espaciais;
Nível 2:	<i>Espaço intuitivo</i> – representações intuitivas num nível pré-operatório;
Nível 3:	<i>Espaço concreto</i> – representações operativas, isto é, permitindo realizar operações reversíveis com materiais concretos;
Nível 4:	<i>Espaço abstracto</i> – representações formais e abstractas.

---

## 8.2 A capacidade espacial

A capacidade espacial (ou o sentido espacial) é essencial em muitas tarefas, como escrever letras ou algarismos, ler tabelas, seguir direcções, fazer diagramas, ler mapas e visualizar objectos que são descritos verbalmente. Pode dizer-se que sem a capacidade espacial bem desenvolvida e o seu vocabulário próprio para descrever relações geométricas não podemos comunicar sobre as posições e relações entre dois ou mais objectos; dar e receber indicações para chegar a determinado local ou completar uma dada tarefa; nem imaginar as mudanças que resultam quando as figuras são divididas, associadas ou deslocadas no espaço.

Tarefas que requerem sentido espacial são, por exemplo, a comparação de duas figuras com diferentes orientações (em que mentalmente se estabelece a rotação de uma delas para facilitar a comparação), o reconhecimento da simetria de certas figuras e a relação entre um rectângulo e um paralelogramo com lados com o mesmo comprimento.

Quando os alunos chegam à escola possuem já uma longa experiência informal que deve ser continuada através da manipulação de objectos, da utilização de materiais como o geoplano e o tangram<sup>4</sup>, do desenho em papel pontado ou quadriculado, de dobragens, da realização de jogos envolvendo

<sup>4</sup> O tangram é um *puzzle* muito antigo, com origem na China, e que consiste num quadrado decomposto em sete peças com algumas relações entre si. Algumas sugestões do que pode ser feito com alunos do 1º ciclo com este material encontram-se na revista *Educação e Matemática*, n.º 16, pp. 19-20 (1990).

construção de padrões, do uso de espelhos, da realização de experiências com itinerários, etc.

O programa em vigor para o 1º ciclo tem subjacente a preocupação que o aluno realize actividades deste tipo de modo a desenvolver as noções geométricas. Neste processo, desempenham papel especial actividades que possam promover as capacidades espaciais do aluno. Como indicam Matos e Gordo (1993), a visualização espacial é simultaneamente facilitadora da aprendizagem da Geometria e é desenvolvida pelas experiências geométricas na sala de aula. Esta capacidade engloba um conjunto de aspectos relacionados com a forma como os alunos percebem o mundo à sua volta e como são capazes de representar, interpretar, modificar e antecipar transformações dos objectos. Aqueles autores apresentam sete capacidades de visualização espacial (ver Quadro XXXV)<sup>5</sup>.

<sup>5</sup> Pode aprofundar este tema em Gordo (1993).

#### Quadro XXXV – Aspectos da capacidade espacial

- 
- *Coordenação visual-motora* – Capacidade de coordenar a visão com os movimentos do corpo;
  - *Memória visual* – Capacidade de recordar objectos que já não estão à vista;
  - *Percepção figura-fundo* – Capacidade de identificar uma componente específica numa determinada situação e que envolve a mudança de percepção de figuras contra fundos complexos;
  - *Constância perceptual* – Capacidade de reconhecer figuras geométricas em diversas posições, tamanhos, contextos e texturas;
  - *Percepção da posição no espaço* – Capacidade para distinguir figuras iguais mas colocadas com orientações diferentes;
  - *Percepção de relações espaciais* – Capacidade de ver e imaginar dois ou mais objectos em relação consigo próprios ou em relação connosco;
  - *Discriminação visual* – Capacidade para identificar semelhanças ou diferenças entre objectos.

(Matos e Gordo, 1993, adaptado)

---

Estas capacidades são desenvolvidas através da realização de experiências concretas. Por exemplo, a coordenação visual-motora começa a ser desenvolvida desde muito cedo em actividades como comer, jogar, vestir-se, etc. Pode também ser desenvolvida em actividades como resolver e fazer labirintos ou pintar desenhos. A memória visual desenvolve-se quando, por

exemplo, se mostra uma figura desenhada no geoplano e depois se pede aos alunos para a desenharem sem a voltar a observar. A percepção figura-fundo pode desenvolver-se, por exemplo, através de actividades com as peças do tangram (Figura 14).

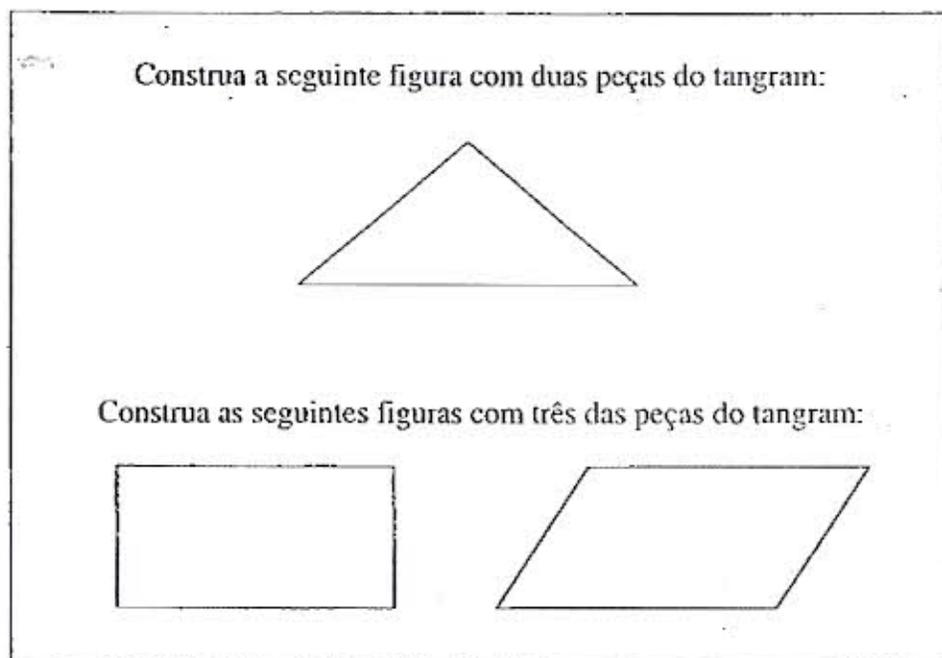


Figura 14 – Exemplo de uma tarefa para desenvolver a capacidade de percepção figura-fundo

A constância perceptual pode ser desenvolvida com a utilização do geoplano, uma vez que, devido à sua mobilidade, é possível desenhar uma figura e observá-la em diferentes posições. Ainda com o geoplano pode propor-se aos alunos que encontrem todos os quadrados não congruentes. A percepção da posição no espaço corresponde a identificar figuras que, sendo iguais do ponto de vista da percepção figura-fundo ou da constância perceptual, têm uma orientação diferente. É esta capacidade que permite distinguir os *pp* dos *bb*, dos *qq* ou dos *dd*.

Estamos a usar a percepção das relações espaciais quando fazemos corresponder a um sólido a respectiva planificação e vice-versa. Finalmente, a capacidade de discriminação visual pode ser desenvolvida quando damos aos alunos um dado conjunto de figuras geométricas, as agrupamos fazendo subconjuntos e lhes pedimos para identificarem o critério utilizado (Quadro XXXVI).

**Quadro XXXVI – Identificar o critério de classificação e desenvolver a capacidade de discriminação visual**

---

Distribuir a cada grupo de alunos um conjunto de triângulos.

- O professor pensa num critério para fazer um subconjunto dos triângulos;
  - Os alunos de cada grupo vão pegando num dos triângulos de cada vez e perguntam se pertence ou não ao subconjunto. O professor responde sim ou não;
  - Quando um dos grupos achar que já descobriu a regra diz que já sabe. O professor confirma se é essa a regra ou não. Ganha quem primeiro adivinhar a regra.
- 

### 8.3 A aprendizagem das figuras geométricas

O programa do 1º ciclo da educação básica contempla o estudo das figuras geométricas bi e tridimensionais. Uma tarefa que os alunos podem realizar em grupo consiste em agrupar, pela forma, conjuntos de objectos de plástico – por exemplo, blocos lógicos. Quando cada grupo der a resposta deve explicar quais as diferenças e semelhanças usadas para fazer os agrupamentos.

As crianças podem arranjar subconjuntos e justificações em que o professor não tinha pensado. Este deve ser sensível ao nível de pensamento dos alunos, aceitando as suas ideias, encorajando-os a expressá-las claramente, mas ao mesmo tempo não deve perder de vista o objectivo de fazer com que eles progredam nos seu nível de pensamento. Se os agrupamentos efectuados pelos alunos forem inteiramente visuais, o professor pode, depois deles acabarem, apresentar outro agrupamento na base das propriedades das figuras e pedir-lhes para imaginarem qual a justificação para a formação daquele subconjunto.

#### 8.3.1 Figuras tridimensionais

A forma mais natural de começar a estudar as figuras geométricas é procurar objectos tridimensionais no universo dos alunos e explorá-los. As crianças devem ter oportunidades para descrever e comparar objectos tridimensionais (por exemplo: 'este rola', 'tem um bico', 'é plano dos dois lados', etc.). À

medida que as propriedades específicas são descobertas e verbalizadas, pode-se informalmente introduzir os seus nomes (por exemplo: esfera, cilindro, pirâmide, paralelepípedo rectângulo, cubo, etc.). Mas a prioridade deve ser dada à exploração e à discussão das características das formas dos objectos e não à memorização dos seus nomes.

Para levar os alunos a entrar no mundo das figuras geométricas, o professor pode pedir-lhes que levem caixas, latas, frascos de toda a espécie (de pasta dos dentes, de cereais, de bolachas, latas de sumo, latas de sopa, etc.). Uma questão natural é 'como os agrupar?' 'quais os critérios?'. Existem muitas respostas possíveis. Depois de alguma discussão pode-se optar pelo critério 'ter a mesma forma'. Aparecem normalmente 'os que rolam' que correspondem ao cilindro e 'os que não rolam' correspondendo aos prismas e paralelepípedos. Não é fácil encontrar modelos reais de pirâmides ou de cones e, por isso, é importante que o professor apresente os modelos dos sólidos (normalmente de madeira ou plástico) que existem na sala.

A partir dos sólidos devem ser desenvolvidas tarefas que levem os alunos a identificar as suas características, como:

1. Perante dois sólidos – por exemplo, um prisma triangular e um prisma quadrangular – responder às seguintes perguntas: O que é que os dois sólidos têm de comum? O que têm de diferente?
2. Dar a cada grupo de alunos um conjunto de sólidos: um cubo, um prisma triangular, um prisma quadrangular (não cubo), um prisma hexagonal, uma pirâmide triangular e uma pirâmide hexagonal. Cada aluno deve examinar todas as faces de cada um dos sólidos e preencher uma tabela do tipo da representada na Figura 15. A tabela pode ter ou não uma coluna com os nomes dos sólidos.

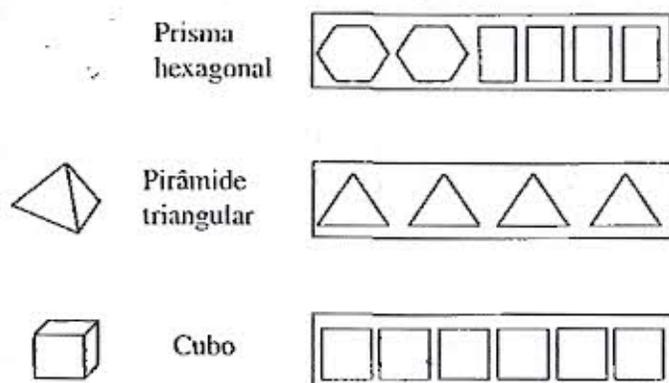


Figura 15 – Sólidos e as suas faces

Os alunos discutem as suas tabelas uns com os outros. A tabela pode ser recortada em tiras de modo que cada uma delas tenha o nome ou as faces de um sólido. Pega-se numa dessas tiras e pede-se aos alunos para seleccionarem o sólido que tem aquelas faces. Essa selecção pode ser feita por tentativa e erro, colocando uma face de cada vez na fita, certificando-se assim da sua escolha.

As planificações dos sólidos e respectiva construção constituem uma boa oportunidade para a passagem de figuras tridimensionais a bidimensionais e vice-versa. Como já foi referido, os alunos, ao decidirem quais os padrões bidimensionais que ao dobrarem-se conduzem a uma dada forma tridimensional, estão a desenvolver o seu sentido espacial.

### 8.3.2 Figuras bidimensionais

#### a) Quadriláteros

Uma forma de abordar os quadriláteros é dar aos alunos um conjunto de régua de vários tamanhos com os quais podem construir diferentes figuras. Depois, o professor pede para observarem as figuras uns dos outros e identificarem as respectivas semelhanças e diferenças. Durante esta discussão deve introduzir as noções de vértice e lado e conduzir os alunos a agruparem os quadriláteros segundo várias categorias. Surgem então os nomes de quadriláteros como quadrados, rectângulos e paralelogramos. Nesta abordagem pretende-se que os alunos olhem sobretudo para as semelhanças e diferenças entre as figuras, em vez de memorizarem definições de cada figura individual.

Esta actividade levará naturalmente à conclusão que existem muitos tipos de quadriláteros e que os diferentes tipos têm algo em comum. Deste modo, evita-se começar a Geometria neste nível de ensino por dar desde logo aos alunos o nome de várias figuras. Por exemplo, são introduzidas duas categorias de figuras: os quadrados e os rectângulos – o quadrado é o polígono com quatro lados iguais e quatro ângulos rectos, enquanto que o rectângulo é o polígono com dois lados iguais e paralelos e o lado perpendicular de tamanho diferente. Normalmente, as crianças ficam com a ideia de rectângulo como sendo alto ou comprido. Como a sua experiência para distinguir quadrados de rectângulos é limitada a poucos exemplos, quando os professores mais tarde, no 2º ciclo, lhes dizem que os quadrados também são rectângulos, esta nova informação não condiz com a que aprenderam antes.

Deste modo, os alunos devem perceber o que são quadrados e o que são rectângulos e identificar as duas categorias. Esta identificação deve ter por base as semelhanças e as diferenças de modo que mais tarde seja fácil compreenderem que um quadrado é um rectângulo especial. Do mesmo modo, os alunos podem encontrar semelhanças e diferenças entre rectângulos e paralelogramos. Assim, serão capazes de compreender na devida altura a classificação dos quadriláteros (ver Figura 16).

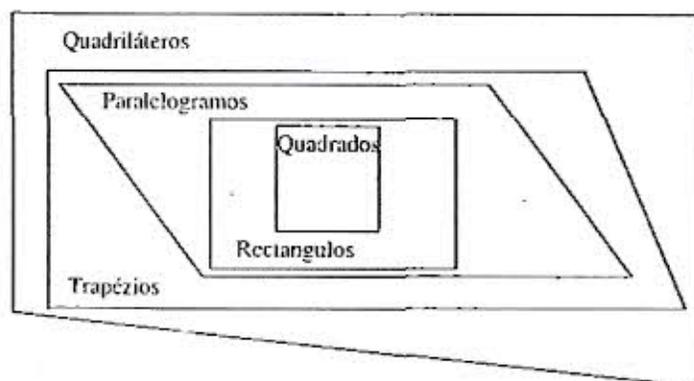


Figura 16 – Classificação dos quadriláteros.

#### b) Triângulos

Embora o programa não inclua a classificação de triângulos, é importante que, desde o início, o conceito de triângulo que os alunos adquiram seja o mais alargado possível não se limitando a um triângulo equilátero (ou isósceles “quase” equilátero e rectângulo isósceles – ver Figura 17).



Figura 17 – Exemplos de figuras que os alunos identificam como triângulos.

Para que os alunos não formem uma concepção errada de triângulo devem ter oportunidades, desde o início, de contactar com diferentes triângulos em diferentes posições. Propôr aos alunos que desenhem tantos triângulos no

geoplano quantos conseguirem e depois trocarem os desenhos entre si de modo a concluir se são ou não triângulos, é uma tarefa que ajuda a construir o conceito.

Uma outra tarefa, também no geoplano, consiste em propor aos alunos que desenhem triângulos com um prego no interior, dois pregos no interior, três e assim sucessivamente, até ao máximo de pregos no respectivo interior. Ao compararem os desenhos uns com os outros apercebem-se que há diferentes soluções para o problema colocado.

### c) Outras figuras geométricas

É importante que o contacto dos alunos com figuras geométricas não se limite ao quadrado, rectângulo, triângulo e círculo, mas inclua outros polígonos, regulares ou não. O professor pode, por exemplo, propor a cada par de alunos que, com um conjunto de triângulos iguais e equiláteros, construa outras figuras, ligando dois triângulos por um dos lados. Os alunos, podem começar com dois triângulos, passar a três e depois a quatro triângulos. De seguida, podem comparar as figuras que cada par obteve e concluir sobre as diferenças e as semelhanças. Não se pretende que os alunos encontrem todas as figuras possíveis, mas que se apercebam como é que cada nova figura pode ser obtida. Além disso, ao compararem as suas figuras com as de outro par estão a desenvolver o seu sentido espacial.

A experiência pode ser repetida com triângulos rectângulos isósceles. O que se pretende é que, independentemente do material utilizado, os alunos sejam capazes de identificar propriedades das figuras que obtiveram e não os seus nomes. No entanto, designações como vértices, lados, ângulos, lados paralelos ou perpendiculares podem ser introduzidos a pouco e pouco<sup>6</sup>.

<sup>6</sup> Uma experiência de construção de figuras geométricas é descrita em Almeida (1996). Partindo do tema do Natal os alunos trabalharam a construção e classificação de figuras variadas, utilizando o geoplano. Neste processo o papel do professor foi essencial na condução das discussões e na reflexão sobre as propriedades das figuras.

### 8.3.3 O conceito de ângulo

De acordo com a investigação piagetiana (Piaget, Inhelder e Szeminska, 1960), o conceito de ângulo desenvolve-se muito lentamente na mente da criança. Na verdade, desde cedo as crianças têm contacto com a noção de ângulo. Quando abrem a porta de uma sala, esta roda desde a posição de fechada até à posição em que pára, percorrendo um dado ângulo. Esta ideia, ligada ao movimento de uma semirecta em torno de um ponto, ou como uma rotação, costuma designar-se por **conceito dinâmico de ângulo**<sup>7</sup>.

Este conceito de ângulo – “o que roda” – é especialmente adequado para a iniciação do tópico e pode ser ilustrado através de rotações que os alunos

<sup>7</sup> É este conceito de ângulo que está em jogo na linguagem LOGO, desenvolvida por Seymour Papert (Papert, 1987).

realizam com o próprio corpo. Por exemplo, “estar virado para o quadro preto, marcar essa direcção no chão da sala, virar para a janela, marcar a nova direcção, o que resulta?”

Uma vantagem de compreender ângulo como o que roda é a de contrariar a concepção errada que muitas vezes os alunos têm que o tamanho de um ângulo é determinado pelo comprimento dos seus lados, ou que um dos lados de um ângulo deve ser sempre horizontal.

Mais tarde, ao classificar figuras geométricas e identificar as suas propriedades, a criança contacta com a noção **estática de ângulo**, como o espaço limitado por um par de semirectas com a mesma origem.

Primeiro, os alunos olham os ângulos globalmente. Quando começam a reconhecer os ângulos podem notar que um triângulo tem sempre três ângulos, ou três vértices, mas não prestam atenção às propriedades particulares desses ângulos.

Posteriormente, através da observação dos ângulos de quadrados e de rectângulos, os alunos identificam ângulo recto como aquele em que os lados são perpendiculares. Depressa se apercebem que existem ângulos cuja amplitude é maior que a do ângulo recto (ângulos obtusos) e outros cuja amplitude é menor que a do ângulo recto (ângulos agudos) e começam a identificar propriedades e relações entre os ângulos. O passo seguinte é operar com essas relações, como por exemplo, “um triângulo não pode ter mais que um ângulo obtuso porque os três lados têm de formar uma figura fechada”.

#### Quadro XXXVII – Figuras e ângulos no geoplano

---

Desenhar no geoplano figuras tendo:

- ? Pelo menos um ângulo recto;
  - ? Exactamente dois ângulos rectos;
  - ? Seis ângulos rectos;
  - ? Nenhum ângulo recto;
  - ? Três ângulos rectos e sete lados;
  - ? Dois ângulos obtusos;
  - ? Só ângulos agudos.
-

Estas ideias não podem ser apresentadas aos alunos como regras, mas devem surgir das actividades que eles desenvolvem com ângulos e polígonos. No Quadro XXXVII apresentam-se algumas sugestões de tarefas que lhes podem ser propostas. Mais uma vez, para alguns dos problemas são possíveis várias respostas. É essencial que cada aluno consiga argumentar de forma a justificar as suas conclusões.

#### 8.3.4 Simetrias

A simetria em relação a uma recta é uma isometria que pode ser abordada de um modo informal neste ciclo. Através de dobragens os alunos podem reconhecer os eixos de simetria das diferentes figuras. Actividades com espelhos são normalmente muito apreciadas e são de grande utilidade para a formação da ideia de figuras simétricas e de eixos de simetria de uma figura<sup>8</sup>. O Quadro XXXVIII apresenta uma tarefa que permite trabalhar a simetria, as propriedades dos quadrados e rectângulos e os eixos de simetria do quadrado.

<sup>8</sup> No artigo de Peixoto (1998) são apresentadas diversas actividades com simetrias axiais desenvolvidas com alunos do 1º ciclo.

#### Quadro XXXVIII – Tarefa com espelhos

---

Desenhar um quadrado em papel pontado.

A. Usar um espelho para fazer as figuras seguintes:

1. dois quadrados;
2. um rectângulo;
3. o maior rectângulo que consiga fazer;
4. um quadrado mais pequeno;

B. De quantas maneiras diferentes pode colocar-se o espelho sobre o quadrado desenhado de modo a obter uma figura que é a mesma da figura original?

---

Na figura 18 estão indicadas as várias posições em que se pode colocar o espelho para cada um dos casos.

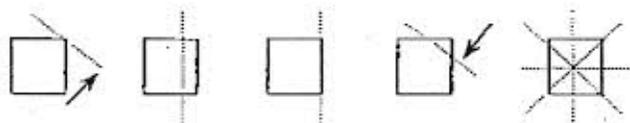


Figura 18 – Diferentes posições do espelho

Desta forma os alunos vão-se apercebendo das propriedades das figuras e dos seus eixos de simetria.

### 8.3.5 Outros conceitos geométricos

Os conceitos de comprimento, área e volume, por se tratarem de grandezas são tratados no Capítulo 9. No entanto, uma vez que se trata de grandezas geométricas devem aparecer em estreita relação com o estudo das figuras geométricas. O mesmo se passa com o perímetro, que não é mais que o comprimento da fronteira da figura geométrica.

A noção de comprimento está presente no dia a dia das crianças. Saber, por exemplo, qual o caminho mais curto entre dois pontos, implica visualizar o segmento de recta entre os dois pontos e a partir daí determinar a distância entre os dois pontos.

Muitas vezes os alunos têm concepções erradas sobre área e perímetro. É frequente pensarem que duas figuras com a mesma área também têm o mesmo perímetro e vice-versa. É fundamental que desenvolvam muitas tarefas de determinação de área e perímetro de modo a concluírem que se trata de duas grandezas diferentes e independentes<sup>9</sup>.

O Quadro XXXIX resume alguns aspectos que o professor deve ter presente para evitar a formação de concepções erradas sobre a Geometria por parte dos alunos.

9 Uma experiência de utilização do geoplano para trabalhar as noções de área e perímetro é relatada em Ponte (1990).

Quadro XXXIX – Alguns aspectos a considerar na organização das tarefas de Geometria

- Dar o maior relevo às propriedades e características de um conceito;
- Proporcionar muitos exemplos e não exemplos. Os alunos não têm de saber os nomes dos não exemplos;
- Prestar atenção ao uso da linguagem. Dar oportunidades às crianças para mostrar e explicar o uso de termos específicos;
- Pôr questões do tipo: “Como se sabe que não é um quadrado?”; “Que tipos de mudanças deviam ser feitas para passar a ser um quadrado?”; “O que é que estas figuras têm em comum?”; “Em que são diferentes?”.



<sup>10</sup> Peter van Hiele e sua mulher, Dina van Hiele-Geldof, são dois professores de Matemática holandesas que desenvolveram a sua teoria quando, em meados dos anos 50 escreveram as suas teses de doutoramento.

#### 8.4 A teoria de van Hiele

A teoria de Dina e Peter van Hiele<sup>10</sup> refere-se ao ensino e aprendizagem da Geometria. Esta teoria, desenvolvida nos anos 50, propõe uma progressão na aprendizagem deste tópico através de cinco níveis cada vez mais complexos (ver Quadro XL). Esta progressão é determinada pelo ensino. Assim, o professor tem um papel fundamental ao definir as tarefas adequadas para os alunos progredirem para níveis superiores de pensamento. Sem experiências adequadas, o seu progresso através dos níveis é fortemente limitado.

Quadro XL – Níveis de aprendizagem da Geometria (van Hiele)

- Nível 1: *Visualização* – Os alunos compreendem as figuras globalmente, isto é, as figuras são entendidas pela sua aparência;
- Nível 2: *Análise* – Os alunos entendem as figuras como o conjunto das suas propriedades;
- Nível 3: *Ordenação* – Os alunos ordenam logicamente as propriedades das figuras;
- Nível 4: *Dedução* – Os alunos entendem a Geometria como um sistema dedutivo;
- Nível 5: *Rigor* – Os alunos estudam diversos sistemas axiomáticos para a Geometria.

Esta teoria desenvolveu-se num contexto histórico em que tinham acabado de aparecer materiais como o geoplano ou as barras de Cuisenaire. Na Holanda, onde surgiu, eram frequentes as discussões à volta do ensino da Geometria. Novos métodos, novos materiais, novos objectivos e novos conteúdos para o ensino da Matemática estavam a ser desenvolvidos. A teoria reflecte esta situação. Por um lado, pressupõe um currículo baseado na Geometria euclidiana que está hoje ultrapassado. Por outro lado, propõe uma nova abordagem pedagógica<sup>11</sup> que inclui uma forte utilização de materiais.

<sup>11</sup> Ver, por exemplo, Matos (1988).

Os van Hiele propõem que a aprendizagem da Geometria se desenvolve através de uma sequência de cinco níveis de compreensão. Começando pelo nível da visualização, onde as figuras são percebidas pela sua aparência, passando pelo nível 2, onde as figuras são o conjunto das suas propriedades, até ao nível 5 dos sistemas axiomáticos (Quadro XL).

A teoria de van Hiele sugere que o pensamento geométrico evolui de modo lento desde as formas iniciais de pensamento até às formas dedutivas finais onde a intuição e a dedução se vão articulando. As crianças começam por reconhecer as figuras e diferenciá-las pelo seu aspecto físico e só posteriormente o fazem pela análise das suas propriedades. Assim, é importante que ao nível do 1º ciclo se privilegie a abordagem intuitiva e experimental do conhecimento do espaço e do desenvolvimento das formas mais elementares de raciocínio geométrico em ligação com as propriedades fundamentais das figuras e das relações básicas entre elas.

Cada nível da teoria tem os seus próprios códigos linguísticos e a sua própria linguagem, o que explica a dificuldade de comunicação entre pessoas funcionando em níveis diferentes. Por exemplo, se o professor está a discutir propriedades das formas geométricas procurando mostrar a sua relação lógica (nível 3), mas a linguagem dos alunos permite apenas a identificação das propriedades através da manipulação das figuras (nível 2), a comunicação é impossível. Na melhor das hipóteses, o aluno aprende a dar as respostas certas ou a realizar as operações certas para agradar ao professor. Este pensa ter sido bem sucedido no seu ensino, mas o aluno apenas memorizou diversos nomes. Este tipo de aprendizagem não o ajuda a utilizar o conhecimento geométrico na resolução de problemas. Pelo contrário, dá origem a atitudes negativas em relação à Matemática. As crianças forçadas a aprender Geometria desta forma acreditam que a Matemática se resume a listas cada vez mais complexas de passos para seguir ou argumentos para recitar.

Segundo a teoria de van Hiele, a aprendizagem é possível desde que o professor escolha uma abordagem de ensino adaptada ao nível dos alunos, percorrendo em cada nível uma sequência de fases de aprendizagem. Primeiro, os alunos contactam com novos problemas (Informação). Depois,

devidamente orientados, estabelecem relações entre os objectos que estão a manipular (Orientação guiada). De seguida, expressam as suas opiniões sobre as regularidades que encontram (Explicitação). Segue-se uma fase em que realizam tarefas mais complexas e onde expandem os seus conhecimentos (Orientação livre). Finalmente, tiram conclusões sobre o que aprenderam (Integração). Uma ilustração desta sequência encontra-se no Quadro XLI.

Quadro XLI – Um exemplo de ilustração das fases de aprendizagem para o conceito de rectângulo (movimento do nível 1 para o 2)

Fases de aprendizagem	Exemplo de tarefa
Fase 1: <i>Informação</i>	O professor mostra aos alunos diversos rectângulos e pergunta-lhes se são ou não rectângulos. Os alunos são capazes de dizer se uma dada figura é ou não rectângulo, mas as razões apresentadas serão apenas de percepção visual.
Fase 2: <i>Orientação guiada</i>	Realizam-se outras actividades sobre rectângulos. Por exemplo, dobrar um rectângulo segundo os seus eixos de simetria; desenhar um rectângulo no geoplano que tenha as diagonais iguais, construir um maior e um menor.
Fase 3: <i>Explicitação</i>	As actividades anteriores são seguidas por uma discussão entre os alunos sobre o que descobriram.
Fase 4: <i>Orientação livre</i>	O professor coloca o problema de construir um rectângulo a partir de dois triângulos.
Fase 5: <i>Integração</i>	Os alunos revêem e resumem o que aprenderam sobre as propriedades do rectângulo. O professor ajuda a fazer a síntese.

Para ser adequado, isto é, para ter em conta o nível de pensamento dos alunos, o ensino da Geometria no 1º ciclo deve ter como preocupação ajudá-los a progredir do nível visual para o nível de análise. Assim, eles devem começar por identificar, manipular (construir, desenhar, pintar, etc.) e descrever figuras geométricas. Devem desenhar quadrados no geoplano e procurar rectas

paralelas ou rectas perpendiculares. Actividades com *puzzles* como o tangram, que permite a construção de figuras geométricas, enriquecem a capacidade de visualização e de identificação das propriedades das figuras, favorecendo o progresso na aprendizagem.

## 8.5 Conclusão

Como já foi referido, é essencial para a construção dos conceitos geométricos, envolver os alunos em actividade geométrica, através, nomeadamente, da manipulação de materiais e da reflexão sobre as actividades desenvolvidas.

Actividades envolvendo *puzzles*, dobragens, desenhos ou blocos lógicos enriquecem as capacidades espaciais das crianças, ao mesmo tempo que desenvolvem o conhecimento das formas geométricas e das suas propriedades. Deste modo os alunos progredem na aprendizagem da Geometria. É importante ter presente que esta aprendizagem, neste nível, deve ser informal e que as crianças devem estar envolvidas em actividades. O professor deve planear o tipo de tarefas adequadas, direccionar a atenção das crianças para as qualidades geométricas das formas, introduzir a terminologia adequada envolvendo as crianças em discussões onde esta terminologia seja usada. Deve ainda encorajar as explicações e as abordagens de resolução de problemas que fazem uso do pensamento descritivo das crianças sobre as formas.

## Tarefas

1. Organize um conjunto de tarefas para alunos do 1º ciclo que permitam desenvolver as capacidades espaciais definidas na secção 8.2.
2. Os hexaminós são figuras formadas por seis quadrados idênticos ligados por um lado. Identifique hexaminós que sejam planificações do cubo.
3. Faça uma adaptação da actividade sobre pavimentações de Dina van Hiele descrita por José Manuel Matos (1988) para ser desenvolvida com alunos do 1º ciclo do ensino básico.
4. Identifique contribuições importantes da teoria de van Hiele para a aprendizagem da Geometria.

### Leituras recomendadas

MATOS, J. M.

- 1988 Um exemplo de didáctica da geometria, in *Educação e Matemática*, 6, pp. 5-10.

MATOS, J. M., E GORDO, F.

- 1993 Visualização espacial: Algumas actividades, in *Educação e Matemática*, 26, pp. 13-17.

PONTE, C.

- 1990 Um lugar para o geoplano no ensino da Geometria, in *Educação e Matemática*, 13, pp. 16-18.